

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ЯРОСЛАВА МУДРОГО

Кузнецов Н. П., Никитин Е. И.

СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ
ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

*Методические указания
к курсовому проектированию по ТММ*

ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД
2002

Рецензент

кандидат технических наук, доцент А. Ю. Кузькин

Кузнецов Н. П., Никитин Е. И.

К89 Синтез цилиндрической прямозубой эвольвентной зубчатой передачи:
Метод. указ. к курсовому проектированию по ТММ, / НовГУ им. Ярослава
Мудрого. – Великий Новгород, 2002. – 24 с.

Рассмотрены методика конструирования зубчатой передачи оптимальной по
качественным характеристикам, вывод расчётных формул. Дано описание
построения картины эвольвентного зацепления.

Предназначено для студентов специальностей 120100 «Технология
машиностроения», 150200 «Автомобили и автомобильное хозяйство», 311300
«Механизация сельского хозяйства».

УДК 621.011
ББК 34.41

© Новгородский государственный
университет, 2002
© Н. П. Кузнецов, Е. И. Никитин, 2002

Введение.....	4
1. Расчет геометрических параметров передачи.....	5
1.1. Характеристика параметров зубчатых колес и зацепления.....	5
1.2. Качественные характеристики передачи.....	10
1.3. Выбор коэффициентов смещений.....	14
2. Построение картины зацепления.....	16
Литература.....	20
Приложение.....	21
Пример расчета геометрических параметров передачи.....	21
Таблица значений эвольвентного угла $\text{inv } \alpha$	23

Зубчатые передачи занимают основное место среди механических передач, применяемых в машиностроении. Это связано с их ценными эксплуатационными свойствами: долговечностью, большой нагрузочной способностью, высокими скоростями вращения зубчатых колес и др. Вместе с тем зубчатое колесо является наиболее сложным видом деталей машин, поэтому большое значение имеет их правильное проектирование (синтез).

Эта задача является оптимизационной. Требуемые критерии качества передачи описываются математически в виде целевой функции независимых, но изменяющихся в процессе решения задачи параметров синтеза [7, с. 142-149]. Параметры, соответствующие экстремальному значению целевой функции, отвечают решению задачи оптимизации.

В настоящих указаниях рассматривается методика синтеза прямозубых эвольвентных цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления, называемых в дальнейшем кратко – передачи. Доля этих передач по некоторым оценкам достигает 70%. Наиболее полно их теория разработана у Гавриленко В. А. [2].

В разделе 1 последовательно рассматриваются геометрические параметры передачи и её качественные характеристики. Описан метод блокирующих контуров, позволяющий подбирать оптимальные значения коэффициентов смещений зубчатых колес передачи по заданным критериям качества. Раздел 2 посвящён построению картины зацепления, позволяющей наглядно представить работу передачи. В приложении дан пример геометрического расчета передачи.

1. РАСЧЁТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ

1.1. Характеристика параметров зубчатых колес и зацепления

Наиболее экономичным и точным методом нарезания зубчатых колес рассматриваемых передач является обкатка с применением инструмента, спроектированного на основе исходного контура (ИК) по ГОСТу 13755-81. Простейшим его видом является зубчатая рейка, режущие кромки которой представляют собой исходный производящий контур (ИПК) [8, с. 5]. Известно [8, с. 8], что геометрия зубчатых колес передачи при этом полностью определяется следующими основными геометрическими параметрами (параметрами синтеза):

$$z_1, z_2, m, \alpha, h_a^*, h_f^*, c^*, \rho_f^*, x_1, x_2, \quad (1.1)$$

где z_1, z_2 – числа зубьев колес; m – модуль зубьев.

Параметры исходного контура имеют следующие значения по ГОСТу 13755-81: угол главного профиля $\alpha = 20^\circ$; коэффициент высоты головки зуба $h_a^* = 1$; коэффициент высоты ножки зуба $h_f^* = 1,25$; коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$; коэффициент радиуса кривизны переходной кривой $\rho_f^* = 0,384$; x_1, x_2 – коэффициенты относительного смещения ИПК в станочном зацеплении [8, с. 8].

В дальнейшем, как это обычно принято, индекс 1 будет относиться к меньшему зубчатому колесу передачи. Рассмотрим геометрические параметры передачи, а также выразим их через параметры синтеза (1.1). Станочное зацепление (рис. 1, где ДП – делительная прямая, НП – начальная прямая, ПВ – прямая вершин зубчатой рейки) определяет следующие параметры зубчатых колес.

Делительный окружной шаг зубьев – p

Поскольку делительная окружность колеса и начальная прямая ИПК являются центроидами относительного движения, то

$$p = p_o = \pi m, \quad (1.2)$$

где p_o – шаг зубьев ИПК.

Делительный радиус колеса – r

Шаг p укладывается z раз по делительной окружности, т. е. $2\pi r = pz$, откуда

$$r = \frac{pz}{2\pi} = \frac{mz}{2}. \quad (1.3)$$

Основной радиус – r_a

В эвольвентном зацеплении зубчатых колес линия зацепления – общая касательная к основным окружностям зубчатых колес. Станочное зацепление является частным случаем, когда $z_2 \rightarrow \infty$. Линия зацепления имеет направление отрезка РА, касающегося основной окружности нарезаемого колеса. Точка Р – полюс зацепления. Угол станочного зацепления при этом равен углу главного профиля ИК – α .

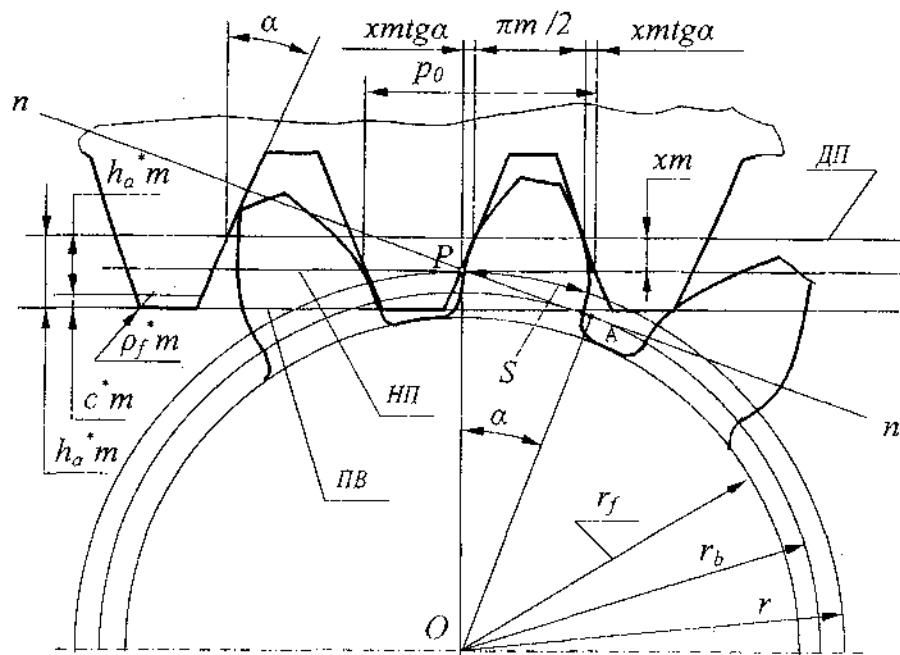


Рис. 1

Из рассмотрения $\triangle OPA$ следует:

$$r_g = r \cdot \cos \alpha = \frac{m z}{2} \cos \alpha. \quad (1.4)$$

Радиус впадин $- r_f$

Окружность, отделяющая тело зубчатого колеса от зубчатого венца, формируется вершинами зубьев ИПК, поэтому

$$r_f = r - m(h_f^* - x). \quad (1.5)$$

Делительная окружная толщина зуба $- S$

Поскольку делительная окружная толщина зуба должна быть равна ширине впадины ИПК по начальной прямой (см. замечание к выводу формулы (1.2) и рис. 1), то

$$S = \frac{\pi m}{2} + 2x m \operatorname{tg} \alpha. \quad (1.6)$$

Окружная толщина зуба на произвольной окружности $- S_y$

Из рис. 2 следует

$$\psi_y + \operatorname{inv} \alpha_y = \psi + \operatorname{inv} \alpha,$$

где $\operatorname{inv} \alpha$, $\operatorname{inv} \alpha_y$ – эвольвентные углы точек, лежащих на делительной и произвольной окружностях; ψ , ψ_y – половины угловых толщин зубьев по тем же окружностям.

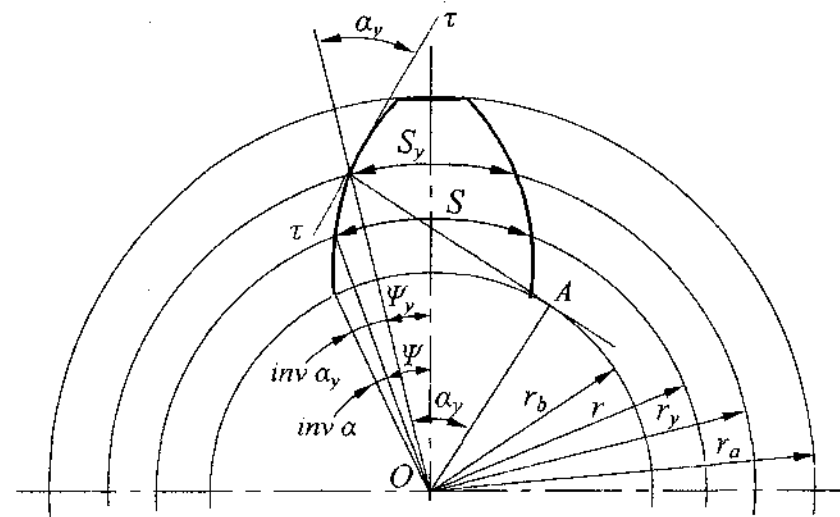


Рис. 2

Так как $\psi = S/2r$, а $\psi_y = S_y/2r_y$, то после замены

$$\frac{S_y}{2r_y} + \operatorname{inv} \alpha_y = \frac{S}{2r} + \operatorname{inv} \alpha,$$

откуда

$$S_y = 2r_y \left(\frac{S}{2r} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_y \right), \quad (1.7)$$

где $\cos \alpha_y = r_g/r_y$.

Параметры, рассмотренные далее, относятся к такому зацеплению зубчатых колес, когда равны нулю боковые зазоры между профилями зубьев (теоретическое зацепление).

Угол зацепления $- \alpha_w$ (рис. 3)

По начальным окружностям должны выполняться равенства:

$$S_{w1} = e_{w2}, \quad S_{w2} = e_{w1},$$

где S_{wi} , e_{wi} ($i = 1, 2$) – начальная окружная толщина зуба и ширина впадины между зубьями. Начальный окружной шаг по начальным окружностям обоих колес одинаков, поскольку они являются по определению центрами относительного движения колес. Из сказанного следует

$$p_w = S_{w1} + e_{w1} = S_{w1} + S_{w2}.$$

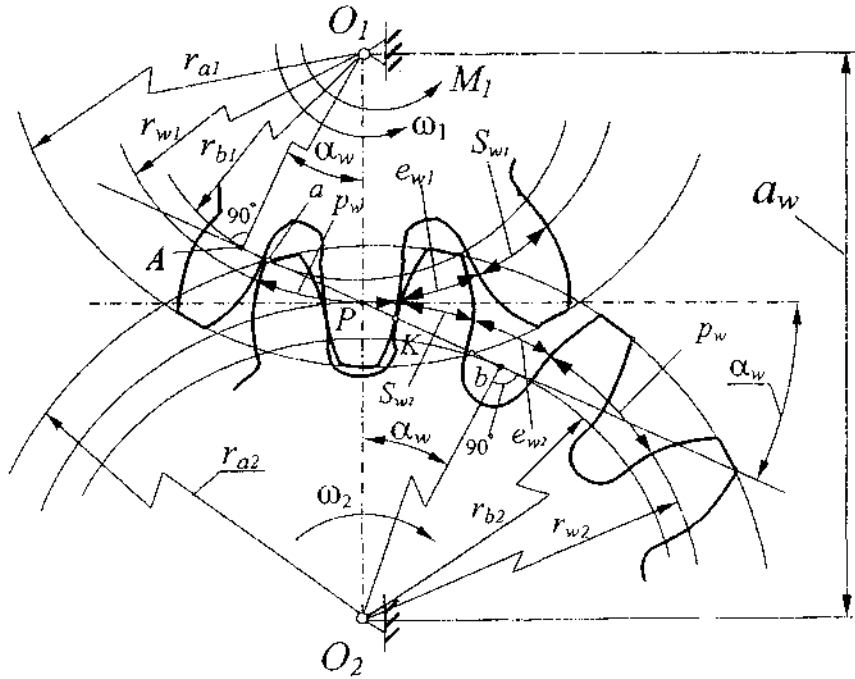


Рис. 3

Определяя S_{wi} ($i = 1, 2$) по формуле (1.7), получим

$$S_{wi} = 2r_{wi} \left(\frac{S_i}{2r_i} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_w \right);$$

$$p_w = 2r_{w1} \left(\frac{S_1}{2r_1} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_w \right) + 2r_{w2} \left(\frac{S_2}{2r_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_w \right). \quad (1.8)$$

Учитывая, что $2r_{wi} = p_w \cdot z_i / \pi$, а S_i и r_i определяются зависимостями (1.6) и (1.3) соответственно, окончательно получим

$$\text{inv} \alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2) \text{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha. \quad (1.9)$$

Начальные радиусы зубчатых колес — r_w (рис. 3):

$$r_{wi} = \frac{r_{ai}}{\cos \alpha_w} = \frac{m z_i}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (1.10)$$

Межосевое расстояние — a_w (рис. 3):

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (1.11)$$

Коэффициент воспринимаемого смещения — y (рис. 4):

$$y = \frac{a_w - a}{m}, \quad (1.12)$$

где $a = r_1 + r_2$ — делительное межосевое расстояние.

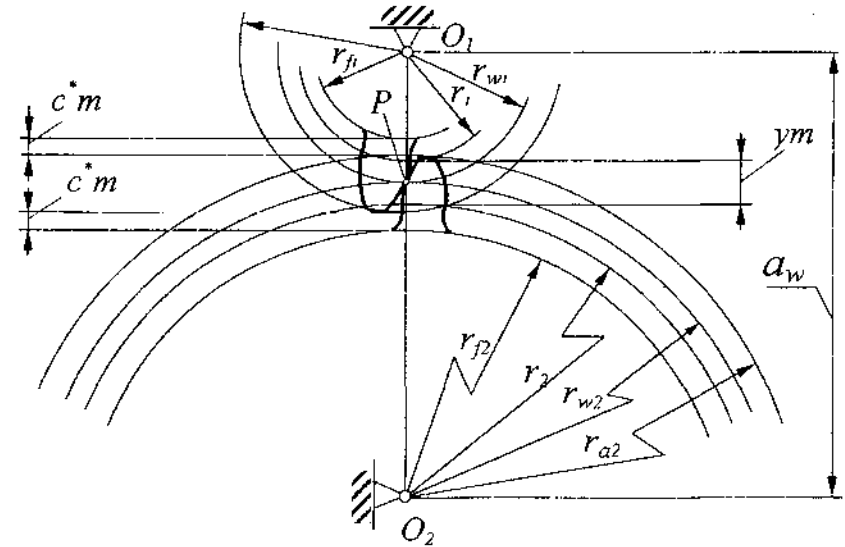


Рис. 4

Радиусы вершин зубьев — r_a

Эти радиусы определяются из условия обеспечения одинакового радиального зазора между окружностями впадин и вершин обоих колес (рис. 4), равного $c^* m$

$$r_{a1} = a_w - r_{f2} - c^* m;$$

$$r_{a2} = a_w - r_{f1} - c^* m.$$

После подстановки выражения (1.5), а также с учетом того, что на основании (1.12)

$a_w = a + ym$, получим окончательно

$$r_{ai} = r_i + m(h_a^* + x_i - \Delta y), \quad (1.13)$$

где Δy — коэффициент уравнивающего смещения, равный разности коэффициента суммы смещений $x_\Sigma = x_1 + x_2$ и коэффициента воспринимаемого смещения y

$$\Delta y = x_\Sigma - y. \quad (1.14)$$

1.2. Качественные характеристики передачи

Рассмотрим геометрические и кинематические характеристики передач, влияющие на их эксплуатацию.

Приведенный радиус кривизны в точке контакта. Основным видом разрушения поверхностей зубьев в закрытых и хорошо смазанных передачах является усталостное выкрашивание. Оно проявляется образованием ямок за счет отслаивания металла на участках зубьев, контактирующих вблизи полюса зацепления. Для предотвращения выкрашивания необходимо, чтобы при контакте поверхностей зубьев в районе полюса контактные напряжения не превышали допустимых значений. Последние по формуле Герца – Беляева обратно пропорциональны $\sqrt{\rho_{np}}$, где

$$\rho_{np} = \frac{\rho_{w1} \cdot \rho_{w2}}{\rho_{w1} + \rho_{w2}} \quad (1.15)$$

В последнем выражении ρ_{wi} ($i = 1, 2$) – радиусы кривизны точек профилей зубьев, расположенных на начальных окружностях колес.

Очевидно, с ростом ρ_{w1} и ρ_{w2} – ρ_{np} растет, а контактные напряжения уменьшаются.

Поскольку углы профиля в точках, имеющих радиусы ρ_{wi} , равны α_w , то согласно рис. 3

$$\rho_{wi} = r_i \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w = \frac{m z_i}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \quad (1.16)$$

При известных m , z_i значение ρ_{wi} растет с ростом коэффициента суммы смещений – x_Σ (см. формулу (1.9)).

Коэффициент формы зуба – Y_F Этот коэффициент присутствует в формуле расчета зубьев на изгибную прочность. Он зависит от числа зубьев колеса, параметров ИК и метода нарезания, точки приложения нагрузки, формы переходной кривой профиля зуба, а также от того, является ли колесо ведущим или ведомым.

Естественно, при проектировании необходимо обеспечить равнопрочность зубьев обоих колес передачи.

Удельное скольжение. Как показывают опыты, абразивный износ поверхностей зубьев из-за наличия абразивных частиц между ними в первом приближении может характеризоваться удельным скольжением:

$$\mathcal{G}_1 = \frac{ds_1 - ds_2}{ds_1},$$

где ds_1 и ds_2 – перемещение точки контакта по профилям зубьев колес 1 и 2 при повороте колеса 1 на малый угол $d\varphi_1$. Коэффициент $\mathcal{G}_1$ отнесен к профилю зуба колеса 1. Аналогично можно записать выражение удельного скольжения, отнесенного к профилю колеса 2 – $\mathcal{G}_2$.

Выражая дифференциалы дуг ds_i эвольвентного профиля и производя дальнейшие преобразования [4, с. 32], получим окончательное выражение для удельного скольжения ($i = 1, 2$):

$$\mathcal{G}_i = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{tg} \alpha_{yi} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{z_i \operatorname{tg} \alpha_{yi}}, \quad (1.17)$$

причем для $i = 1$ индекс $j = 2$ и наоборот. Угол профиля α_{yi} текущей точки Y профиля зуба колеса i определяется через

$$\cos \alpha_{yi} = \frac{r_{ei}}{r_{yi}},$$

при этом величина r_{yi} изменяется в диапазоне

$$r_{pi} \leq r_{yi} \leq r_{ai}$$

где r_{pi} – радиус нижней точки активного профиля зуба колеса i . Вид графиков удельных скольжений $\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_i(\varphi_i)$ показан на рис. 5. Точки A, B, a, b соответствуют характерным точкам линии зацепления на рис. 3. На основании рис. 5 в полюсе зацепления (точка P) скольжение профилей отсутствует. Профили перекашиваются друг по другу. На *начальных головках* зубьев (располагаются между окружностями радиусов r_{ai} и r_{wi}) удельные скольжения невелики. На *начальных ножках* (соответственно между окружностями r_{wi} и r_{ji}) они заметно больше. На рис. 5 $\mathcal{G}_1$ достигает больших значений, чем $\mathcal{G}_2$. Следствием последнего будет являться больший износ начальной ножки зуба колеса 1. Правильным выбором x_i можно добиться уменьшения и выравнивания величин $\mathcal{G}_i$.

Коэффициент перекрытия – ε_γ В прямозубой передаче коэффициент перекрытия ε_γ равен коэффициенту торцового перекрытия ε_α , который определяется выражением [4, с. 27]

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi}, \quad (1.18)$$

где α_{ai} – углы профиля зубьев в точках, расположенных на окружностях вершин, определяются из выражения

$$\cos \alpha_{ai} = \frac{r_{ai}}{r_{ai}}. \quad (1.19)$$

Коэффициент перекрытия характеризует среднее число пар зубьев, находящихся в одновременном зацеплении.

Анализ выражения (1.18) показывает, что $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha$ растет с увеличением z_i и уменьшается с увеличением угла зацепления α_w , т. е. увеличением коэффициента суммы смещений – x_Σ .

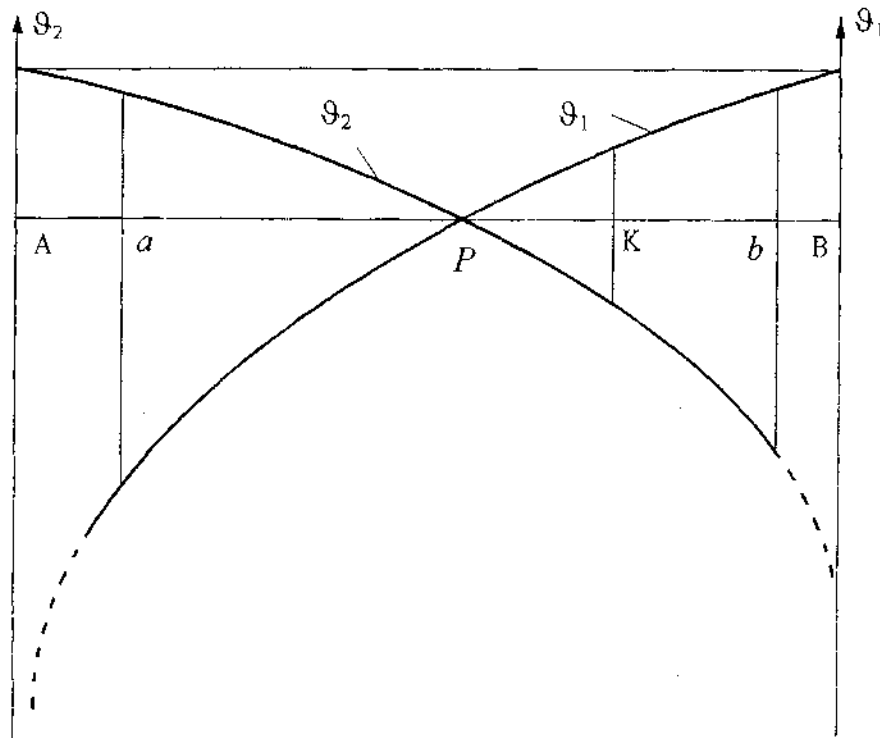


Рис. 5

Заострение зубьев возникает, когда толщина зуба на окружности вершин S_{oi} становится меньше допустимого значения. Для кинематических передач оно равно $0,25m$; для силовых — $0,4m$.

Заострение зубьев нежелательно, так как вершина такого зуба не способна передавать нагрузку. Предотвратить заострение можно соответствующим выбором коэффициента смещения ИПК.

Интерференция зубьев заключается в наложении профиля головки зуба одного колеса на переходный профиль ножки зуба другого колеса (при рассмотрении теоретической картины зацепления). Интерференция зубьев недопустима, так как приводит к непроворачиваемости зубчатых колес. Для исключения этого явления необходимо за счет правильного выбора коэффициентов смещений добиваться контактирования только эвольвентных профилей зубьев колес. Для этого должно выполняться неравенство [4, с. 30]

$$\rho_{pi} \geq \rho_{li},$$

где

$$\rho_{pi} = a_w \sin \alpha_w - r_{aj} \operatorname{tg} \alpha_j \quad (1.20)$$

представляет собой радиус кривизны эвольвенты колеса i в нижней точке активного профиля, расположенной на ножке зуба; ρ_{li} — то же в граничной точке профиля, разделяющей главный профиль и переходную кривую; j — соответствует парному колесу, т. е. при $i = 1$ $j = 2$ и наоборот.

Подрезание зубьев при нарезании зубчатого колеса не должно допускаться, так как это ведет к образованию утонения зуба вблизи его основания. Это значительно снижает изгибную прочность зуба. На рис. 6 показан один из профилей подрезанного зуба. Кривая $L_a L_b$ — эвольвента, $L L_f$ — переходная кривая, формируемая в станочном зацеплении закруглением зуба ИПК (радиус $\rho_f = \rho_j \cdot m$). Для неподрезанного зуба эти две кривые плавно касаются, и сечение зуба увеличивается от головки зуба к его основанию. На рис. 6 кривые $L_a L_b$ и $L L_f$ пересекаются. При этом возникает утонение зуба. По своей сути явление подрезания зуба обусловлено интерференцией, возникающей между зубом инструмента (ИПК) и нарезаемого колеса в станочном зацеплении.

Для каждого числа зубьев z существует минимальное значение — x_{min} , для которого еще нет подрезания (при этом радиус кривизны граничной точки профиля $L - \rho_l = 0$ [4, с. 28]):

$$x_{i,min} = h_a^* - \frac{z_i \sin^2 \alpha}{2} \quad (1.21)$$

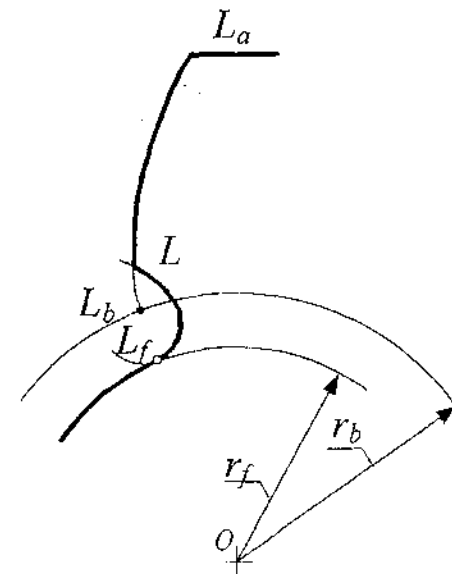


Рис. 6

1.3. Выбор коэффициентов смещений

Наиболее наглядным способом определения коэффициентов смещений является использование "блокирующих контуров". Они приведены в справочнике [1]. Каждой передаче (с конкретными z_1 и z_2) соответствует свой контур, построенный в прямоугольной системе координат с осями x_1 и x_2 (рис. 7). Любой точке плоскости расположения этих осей соответствует передача со значениями коэффициентов смещений, равных ее координатам в системе x_1Ox_2 .

Таким образом, бесчисленное множество точек плоскости отвечает такому же множеству вариантов осуществления передачи, неравноценных по качественным характеристикам. Однако некоторые варианты невозможно реализовать, так как это связано с такими их "пороками", как интерференция, низкий коэффициент перекрытия и т. д. Точки, отвечающие этим "порочным" вариантам, располагаются в заштрихованной области на рис. 7.

Совокупность линий 1-5 образует так называемый *блокирующий контур*. В дальнейшем выбор точек будем вести внутри этого контура. Линии блокирующего контура (безусловные границы) имеют следующий смысл. Линии 1 и 2 являются геометрическим местом точек, отвечающих передачам, в которых еще не наблюдается интерференция на ножке зуба колеса 2.

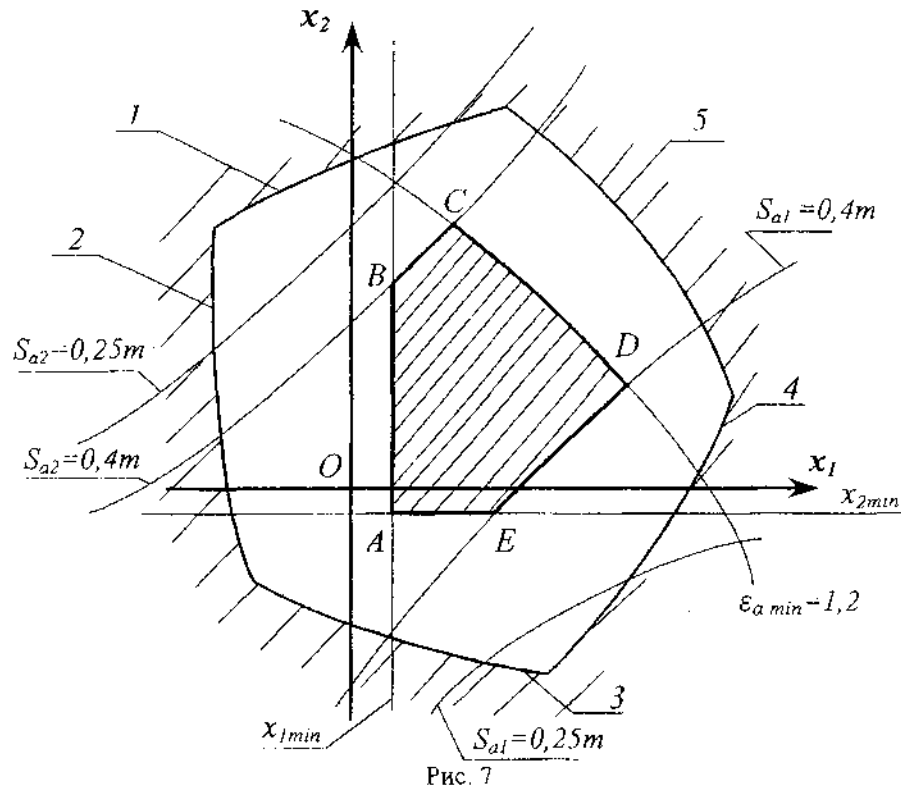


Рис. 7

Точкам заштрихованной области вблизи линий соответствуют передачи с данным видом интерференции. Таким образом, эти линии являются как бы границами, разделяющими точки с интерференцией и без нее. Аналогично линии 3, 4 ограничивают точки, соответствующие передачам без интерференции на ножке зуба колеса 1. Линия 5 отвечает передачам с $\epsilon_a = 1$. Вблизи нее в заштрихованной области $\epsilon_a < 1$, что на практике недопустимо.

Кроме этих линий на блокирующий контур нанесены линии *условных границ*. Они соответствуют ограничениям на выбор x_i в допустимой области (внутри контура). Условные границы отвечают: минимально допустимому $\epsilon_{a \min} = 1,2$, минимальным значениям коэффициентов смещения (см. формулу (1.21)) — $x_{i \min}$, линиям позволяющим сформировать необходимую толщину зуба на окружности вершин:

$$S_{ai} = 0,25m \text{ или } S_{ai} = 0,4m \quad (i = 1, 2).$$

Учет условных границ позволяет выделить область, ограниченную на рис. 7 контуром (назовем его *практическим*), ABCDE. Он может включать также и безусловные границы. Внутренним точкам контура соответствуют передачи, в которых нет заострения, подрезания зубьев и $\epsilon_a > 1,2$.

На блокирующем контуре указаны также линии *качественных показателей* (на рис. 7 для его упрощения эти линии опущены):

1. Линия *a* соответствует передачам с равнопрочными на изгиб зубьями колес при ведущем колесе 1. Линия *б* — тоже, но при ведущем колесе 2. При этом принято, что материалы колес и их термообработка одинаковы (рис. 9).

2. Линия $\vartheta_1 = \vartheta_2$ соответствует передачам, для которых максимальные удельные скольжения на ножках зубьев обоих колес равны (рис. 10).

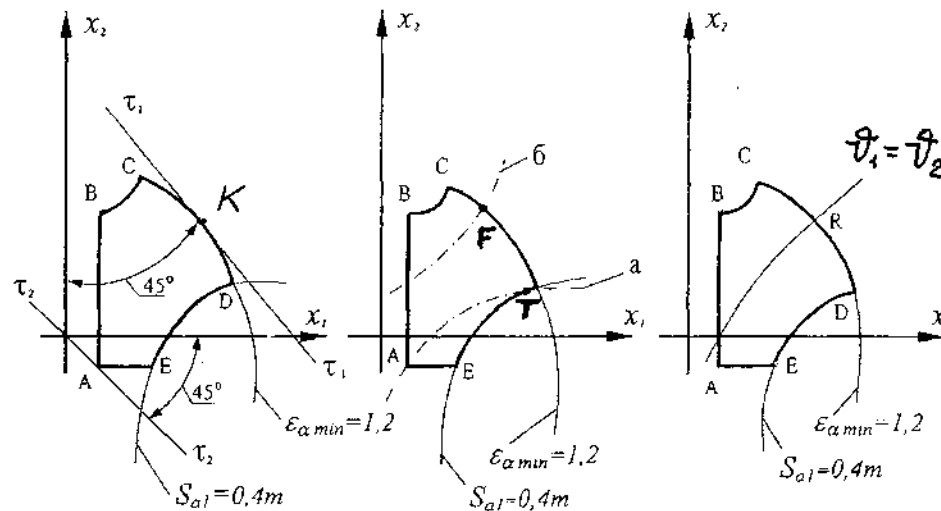


Рис. 8

Рис. 9

Рис. 10

Рассмотрим несколько примеров использования блокирующих контуров [4, с. 38], приняв следующие ограничения: $\varepsilon_a \geq 1,2$, $S_{ai} \geq 0,4m$ (силовая передача) и $x_i > x_{i, \min}$ (подрезание должно отсутствовать).

ПРИМЕР 1. Передача с максимальной контактной прочностью

Профили зубьев таких передач должны отвечать наиболее удаленным участкам эвольвент. Оба колеса должны быть нарезаны при этом с максимально возможным смещением. Задача сводится к нахождению точки с максимально возможным значением коэффициента сумм смещений – x_Σ . На рис. 8–10 воспроизведена только часть рис. 7 – практический блокирующий контур ABCDE. Проведем к нему касательную под углом 45° к осям x_1 и x_2 . Точка касания К отвечает передаче с максимальным значением x_Σ . Координаты точки К определяют искомые x_i .

ПРИМЕР 2. Передача с максимальной изгибной прочностью

Положительное смещение рейки (ИПК) при нарезании колес, как известно, приводит к утолщению основания зуба. При решении поставленной задачи следует двигаться по линии a (рис. 9) вправо и вверх до пересечения с границей практического блокирующего контура в точке Т. При этом коэффициент смещений колес x_i максимальный, а зубья равнопрочны. При ведущем колесе 2 (кривая б) решение соответствует точке F.

ПРИМЕР 3. Передача наименьшим износом

Двигаясь по кривой $\varphi_1 = \varphi_2$ (рис. 10) вправо и вверх, найти точку пересечения с одной из границ практического блокирующего контура R.

ПРИМЕР 4. Передача с максимальным коэффициентом перекрытия

Согласно формуле (1.18) п. 1.2 величина ε_a растет при уменьшении a_w . Анализ формулы (1.9) п. 1.1 показывает, что это возможно, если выбрать наименьшее возможное значение x_Σ . Точка А, соответствующая решению (рис. 8), определится при проведении касательной t_2t_2 под углом 45° к осям координат к практическому блокирующему контуру.

2. ПОСТРОЕНИЕ КАРТИНЫ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Построение на листе формата А1 ведем в следующей последовательности.

1. Строим по диагонали листа межосевую линию зубчатой передачи и отложим на ней межосевое расстояние a_w (рис. 11) в виде отрезка O_1O_2 . В дальнейших построениях должен учитываться масштабный коэффициент длины:

$$K_l = a_w / O_1O_2,$$

где a_w определяется выражением (1.11), а O_1O_2 – отрезок, изображающий межосевое расстояние передачи на чертеже. Для получения масштабных значений остальных линейных величин необходимо их истинные значения делить на величину K_l .

2. Проводим делительные, основные, начальные окружности, а также окружности вершин и впадин обоих зубчатых колес из центров O_1, O_2 .

3. Строим линию зацепления B_1B_2 . Для контроля правильности построений сравниваем величину угла зацепления на построении с его величиной по формуле (1.9). Кроме того, положение полюса зацепления определяется, с одной стороны, точкой касания начальных окружностей, а с другой – пересечением линии зацепления с межосевой линией.

4. Картину зацепления строим для момента времени, когда профили зубьев одной из пар, передающих нагрузку, контактируют в полюсе зацепления Р. С достаточной точностью эвольвентный профиль можно представить несколькими отрезками дуг окружностей. Построение эвольвенты опишем на примере колеса 1 (рис. 12). Слева от точки B_1 , являющейся точкой касания линии зацепления передачи и основной окружности колеса 1, берем точки 1, 2, 3... и в них проводим касательные к основной окружности. Справа от точки B_1 берем точки 1', 2', 3'... и также проводим касательные. Дуги, отделяющие смежные точки на основных окружностях, возьмем равными 20 мм.

Учитывая свойство эвольвенты, согласно которому радиус кривизны ее, например в точке Р, равен PB_1 , из точки B_1 как из центра проводим дугу K_1K_1' . Концы дуги – точки K_1 и K_1' – располагаются примерно на биссектрисах углов, лежащих по обе стороны от линии PB_1 . Затем радиусом K_1P из центра 1 проводим дугу K_1K_2 . Точка K_2 расположена примерно на биссектрисе угла, одна из сторон которого касательная в точке 1, вторая – в точке 2. Так, последовательно, используя точки 1, 2, 3..., строим эвольвенту до основной окружности. Аналогичные построения, начиная от точки K_1' , с использованием точек 1', 2', 3'... ведем до окружности вершин диаметра d_{a1} . При этом будет построен приближенный профиль эвольвенты. Для зубчатого колеса 2 построение эвольвенты аналогичны и начинаются с точки B_2 (рис. 11).

5. По делительным окружностям от точек их пересечения с построенными эвольвентами зубьев t_1, t_2 откладываем толщину зуба S и ширину впадины e для первого и второго зубчатых колес. Изготовив шаблоны эвольвент (можно использовать перевод их на кальку), построим профили, равноименные к полученным ранее.

6. Ограничим на каждом из зубчатых колес профили зубьев снаружи окружностью вершин, изнутри – окружностью впадин. Полный профиль зуба состоит из эвольвентной части и переходной кривой, плавно соединяющей эвольвентный профиль с окружностью впадин. Диаметр окружности впадин, в зависимости от исходных данных зубчатых колес, может быть больше, равен или меньше диаметра основной окружности.

На картине зацепления переходную кривую строим упрощенно дугой радиуса $0,4m$, сопрягающей окружность впадин: а) с эвольвентой зуба (рис. 13 а, $d_f > d_a$) или б) с прямой, соединяющей центр колеса и начальную точку эвольвенты M_0 (рис. 13 б, $d_f < d_a$).

7. Проконтролируем правильность построения зубьев сравнением толщины зубьев по дуге окружности вершин, полученных графически и аналитически по формуле (1.7), подставив $r_y = r_a$ и $\alpha_y = \alpha_a$. Выделим на эвольвентных профилях, касающихся в полюсе зацепления Р, активные профили зубьев, а также их участки, работающие совместно (рис. 14).

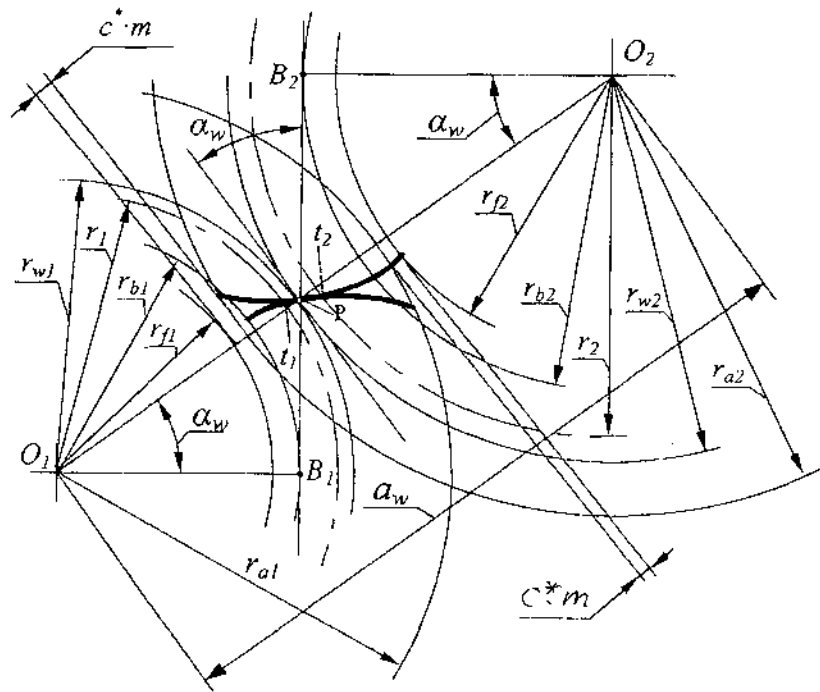


Рис. 11

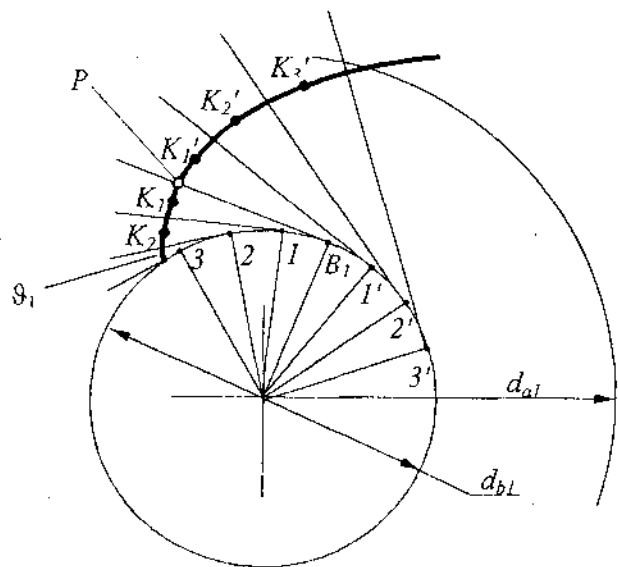


Рис. 12

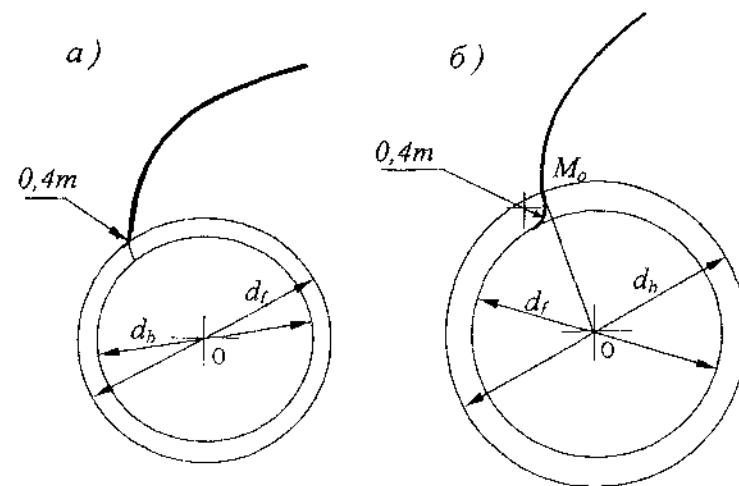


Рис. 13

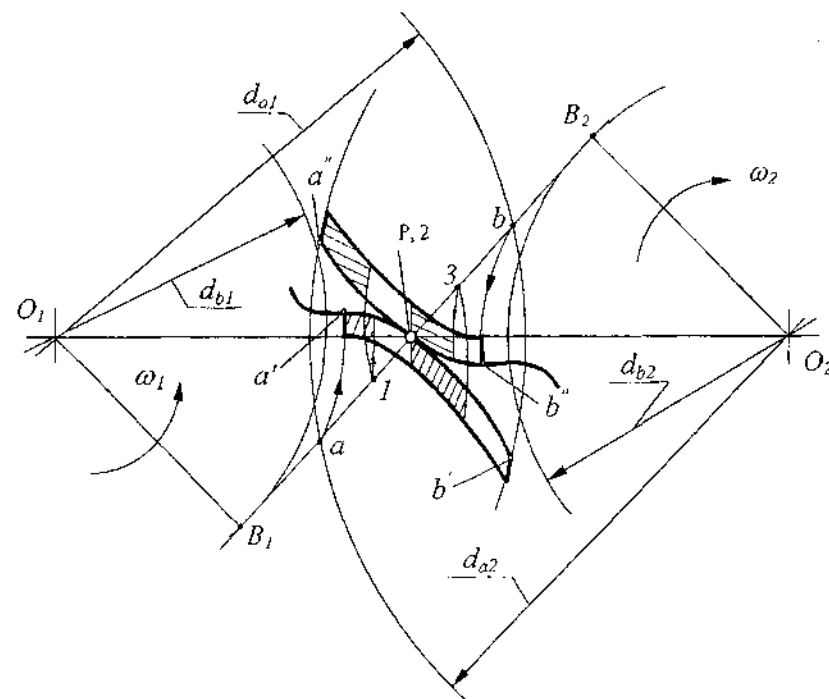


Рис. 14

Активные профили зубьев обоих зубчатых колес контактируют на активной линии зацепления ab . Крайние ее точки – a, b – определяются пересечением окружностей вершин обоих колес с теоретической линией зацепления B_1B_2 . Если зубчатое колесо 1 – ведущее и угловые скорости колес направлены в соответствии с рис. 14, то точка a соответствует входу пары зубьев в зацепление, точка b – выходу из него. Точки a' и a'' на профилях зубьев колес 1 и 2 определяются в пересечении эвольвентных профилей зубьев и дуг окружностей радиусов O_1a и O_2a соответственно. Эти точки называют сопряженными. Аналогично находятся сопряженные точки b' и b'' , совместно контактирующие в точке b линии зацепления.

Относительное движение контактирующих зубьев представляет собой перекатывание одного зуба по отношению к другому с одновременным проскальзыванием в точке контакта. Доказательством этого факта является анализ длины участков профилей зубьев, проходимых контактной точкой за равные промежутки времени – участков совместной работы зубьев. Для их построения активная линия зацепления ab делится на равные части (на рис. 14 – четыре). Затем для промежуточных точек (точки 1, 2, 3) строятся сопряженные точки на профилях зубьев. Их построение аналогично рассмотренному для точек a и b . Полученные участки выделяют, например, так, как на рис. 14.

Литература

1. Болотовская Г. П., Болотовский И. А., Бочаров Г. С. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. – М.: Машгиз, 1963.
2. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. – М.: Машиностроение, 1969.
3. ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии. – М.: Изд-во стандартов, 1971.
4. Гуляев К. М., Запоруев Г. Б., Зискиндович В. А. Расчет геометрии эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления. – Л.: ЛПИ, 1975.
5. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин /Под ред. А. С. Коренько. – Киев: Выща шк., 1970.
6. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин /Под ред. Г. Н. Девойно. – Минск: Вышэйша шк., 1985.
7. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин. – М.: Высш. шк., 1985.
8. Определение основных геометрических параметров эвольвентных зубчатых колес: Метод. указ. к лаб. раб. по ТММ /Сост. Е. И. Никитин; НПИ, Новгород, 1989.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример расчета геометрических параметров передачи

Исходные данные

Числа зубьев колес: $z_1 = 10$; $z_2 = 16$; модуль $m = 10$ мм; коэффициенты смещения исходного контура: $x_1 = 0,412$, $x_2 = 0,059$; параметры ИК по ГОСТу 13755–81: $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $h_f^* = 1,25$, $c^* = 0,25$, $\rho_f^* = 0,384$.

Расчет

Делительное межосевое расстояние:

$$a = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) = 0,5 \cdot 10 \cdot (10 + 16) = 130 \text{ мм.}$$

Коэффициент суммы смещений:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0,412 + 0,059 = 0,471.$$

Угол зацепления α_w :

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x_\Sigma \operatorname{tg} \alpha}{(z_1 + z_2)} = 0,014904 + \frac{2 \cdot 0,471 \cdot 0,36397}{10 + 16} = 0,028090;$$

$$\alpha_w = 24,49^\circ \text{ (см. табл., с. 23).}$$

Межосевое расстояние a_w :

$$a_w = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{10 \cdot (10 + 16)}{2} \cdot \frac{0,939693}{0,910034} = 134,24 \text{ мм.}$$

Делительные радиусы $r_i = \frac{m z_i}{2}$:

$$r_1 = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ мм}; \quad r_2 = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \text{ мм.}$$

Основные радиусы $r_{bi} = r_i \cos \alpha$:

$$r_{b1} = 50 \cdot 0,939693 = 46,98 \text{ мм}; \quad r_{b2} = 80 \cdot 0,939693 = 75,18 \text{ мм.}$$

Начальные радиусы $r_{wi} = r_i \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$:

$$r_{w1} = 50 \cdot \frac{0,939693}{0,910034} = 51,63 \text{ мм}; \quad r_{w2} = 80 \cdot \frac{0,939693}{0,910034} = 82,61 \text{ мм.}$$

Коэффициент воспринимаемого смещения:

$$y = (a_w - a) / m = (134,24 - 130) / 10 = 0,424.$$

Коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = x_\Sigma - y = 0,471 - 0,424 = 0,047.$$

Радиусы вершин зубьев $r_{ai} = r_i + m(h_a^* + x_i - \Delta y)$:

$$r_{a1} = 50 + 10 \cdot (1 + 0,412 - 0,047) = 63,65 \text{ мм}; \quad r_{a2} = 80 + 10 \cdot (1 + 0,059 - 0,047) = 90,12 \text{ мм.}$$

Радиусы впадин $r_{fi} = r_i - m(h_f^* - x_i)$:

$$r_{f1} = 50 - 10 \cdot (1,25 - 0,412) = 41,62 \text{ мм}; r_{f2} = 80 - 10 \cdot (1,25 - 0,059) = 68,09 \text{ мм}.$$

Делительный окружной шаг зубьев:

$$p = \pi m = 3,141592 \cdot 10 = 31,42 \text{ мм}.$$

Делительные окружные толшины зубьев $S_i = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2x_i \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$:

$$S_1 = \frac{3,141592 \cdot 10}{2} + 2 \cdot 0,412 \cdot 10 \cdot 0,36397 = 18,71 \text{ мм};$$

$$S_2 = \frac{3,141592 \cdot 10}{2} + 2 \cdot 0,059 \cdot 10 \cdot 0,36397 = 16,14 \text{ мм}.$$

Делительная окружная ширина впадины между зубьями:

$$e_i = \frac{\pi \cdot m}{2} - 2x_i \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$e_1 = \frac{3,141592 \cdot 10}{2} - 2 \cdot 0,412 \cdot 10 \cdot 0,36397 = 12,71 \text{ мм};$$

$$e_2 = \frac{3,141592 \cdot 10}{2} - 2 \cdot 0,059 \cdot 10 \cdot 0,36397 = 15,28 \text{ мм}.$$

Начальные окружные толшины зубьев: $S_{w1} = 2r_{w1} \left(\frac{S_1}{2r_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{w1} \right)$:

$$S_{w1} = 2 \cdot 51,63 \cdot \left(\frac{18,71}{2 \cdot 50} + 0,014904 - 0,028090 \right) = 17,96 \text{ мм};$$

$$S_{w2} = 2 \cdot 82,61 \cdot \left(\frac{16,14}{2 \cdot 80} + 0,014904 - 0,028090 \right) = 14,49 \text{ мм}.$$

Толщины зубьев по окружностям вершин $S_{a1} = 2r_{a1} \left(\frac{S_1}{2r_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1} \right)$:

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{r_{b1}}{r_{a1}};$$

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{46,96}{63,45} = 0,738099, \alpha_{a1} = 42,43^\circ;$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{75,18}{90,12} = 0,834221, \alpha_{a2} = 33,47^\circ;$$

$$S_{a1} = 2 \cdot 63,65 \cdot \left(\frac{18,71}{2 \cdot 50} + 0,014904 - 0,173542 \right) = 3,64 \text{ мм};$$

$$S_{a2} = 2 \cdot 90,12 \cdot \left(\frac{16,14}{2 \cdot 80} + 0,014904 - 0,076971 \right) = 6,99 \text{ мм}.$$

Коэффициент торцового перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi} =$$

$$\frac{10(0,914086 - 0,455515) + 16(0,661132 - 0,455515)}{2 \cdot 3,141592} = 1,25.$$

Таблица значений эвольвентного угла $\operatorname{inv} \alpha$

α°	Часть числа, общая для всей строки	0'	10'	20'	30'	40'	50'
1	2	3	4	5	6	7	8
11	0,00	23941	25057	26208	27394	28616	29875
12	0,00	31171	32504	33875	35285	36735	38224
13	0,00	39754	41325	42938	44593	46291	48033
14	0,00	49819	51650	53526	55448	57417	59434
15	0,00	61488	63611	65773	67985	70248	72561
16	0,0	07493	07735	07982	08234	08492	08765
17	0,0	09025	09299	09580	09866	10158	10456
18	0,0	10760	11071	11387	11709	12038	12373
19	0,0	12715	13063	13418	13779	14148	14523
20	0,0	14904	15293	15689	16092	16502	16920
21	0,0	17345	17777	18217	18665	19120	19583
22	0,0	20054	20533	21019	21514	22018	22529
23	0,0	23049	23577	24114	24660	25214	25778
24	0,0	26350	26931	27521	28121	28729	29348
25	0,0	29975	30613	31260	31917	32583	33260
26	0,0	33947	34614	35352	36069	36798	37537
27	0,0	38287	39047	39819	40602	41395	42201
28	0,0	43017	43845	44685	45537	46400	47276
29	0,0	48164	49064	49976	50901	51838	52788
30	0,0	53751	54728	55717	56720	57736	58765
31	0,0	59809	60866	61937	63022	64122	65236
32	0,0	66364	67507	68665	69838	71026	72230
33	0,0	73449	74684	75934	77200	78483	79781
34	0,0	81097	82428	83777	85142	86525	87925
35	0,0	89342	90777	92230	93701	95190	96698
36	0,	09822	09977	10133	10292	10453	10614
37	0,	10778	10944	11113	11283	11455	11630
38	0,	11806	11985	12165	12348	12534	12721
39	0,	12911	13102	13297	13493	13692	13893
40	0,	14097	14303	14511	14722	14936	15152
41	0,	15370	15591	15815	16041	16270	16502
42	0,	16737	16974	17214	17457	17702	17951
43	0,	18202	18457	18714	18975	19238	19505
44	0,	19774	20047	20323	20603	20885	21171
45	0,	21460	21753	22049	22348	22651	22958
46	0,	23268	23582	23899	24220	24545	24874
47	0,	25206	25543	25883	26228	26576	26929
48	0,	27285	27646	28012	28381	28755	29133
49	0,	29516	29903	30295	30691	31092	31498
50	0,	31909	32324	32745	33171	33601	34037

Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8
51	0,	34478	34924	35376	35833	36295	36763
52	0,	37237	37716	38202	38693	39190	39693
53	0,	40202	40717	41239	41767	42302	42843
54	0,	43390	43945	44506	45074	45650	46232
55	0,	46822	47419	48023	48635	49255	49882
56	0,	50518	51161	51813	52472	53141	53817
57	0,	54503	55197	55900	56612	57333	58064
58	0,	58804	59554	60314	61083	61863	62653
59	0,	63454	64265	65086	65919	66763	67618
60	0,	-	-	-	-	-	-

Учебно-методическое издание

Кузнецов Николай Петрович
Никитин Евгений Иванович

СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Методические указания
к курсовому проекту по ТММ

Редактор М. Г. Симакова
Компьютерная вёрстка Н. П. Кузнецов

Лицензия ЛР № 020815 от 21.09.98г.

Подписано в печать 24.06.02. Бумага офсетная. Формат 60х84 1/16.

Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 250 экз.

Заказ № 74. Цена 4 руб. 00 коп.

Издательско-полиграфический центр
Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого.
173003, Великий Новгород, ул. Б. С.-Петербургская, 41.
Отпечатано в ИПЦ НовГУ им. Ярослава Мудрого.
173003, Великий Новгород, ул. Б. С.-Петербургская, 41.