

УДК 621.382

## ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ДИСТАНЦИОННЫМ МЕТОДОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГООТКЛИКОВЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

С.А.Попов, И.И.Доцин

*Политехнический институт НовГУ, Stanislav.Popov@novsu.ru*

Описывается дистанционный косвенный метод измерения температуры на основе многооткликковой регрессионной модели зависимости откликов пикселей тепловизора от температуры. По результатам моделирования рассчитывается оценка температуры по всем пикселям и ее дисперсия с учетом корреляционных связей ошибок наблюдений амплитуд.

**Ключевые слова:** *дистанционное измерение температуры, многооткликковые модели, ковариационная матрица ошибок наблюдений, оценка температуры*

The remote indirect method of temperature measurement based on multiresponse regression model of dependence of thermovisor pel responses on temperature is described. The modeling enables to assess the temperature according to the pels and to assess the temperature dispersion considering the correlation between amplitude observation errors.

**Keywords:** *temperature remote measurement, multiresponse models, covariance matrix of observation errors, temperature assessment*

**Введение**

Дистанционный метод измерения температуры основан на использовании микроболометрического модуля SSIR для регистрации тепловизионных изображений. В модуле используется датчик типа UL03-162, представляющий собой матрицу фотодетекторов. Измерение температуры тела базируется на теории теплового излучения абсолютно черного тела (АЧТ) [1]. На этапе измерения по заданным амплитудам пикселей по градуировочной таблице отыскивается соответствующая эффективная температура АЧТ. Недостатком такого метода является то, что при этом используется интерполяция градуировочной таблицы, что вносит определенные погрешности. Повысить точность оценивания температуры с помощью тепловизоров и получить статистические характеристики этих оценок в этом случае можно путем построения и использования многооткликовой модели зависимости амплитуды всех пикселей от температуры.

**Построение многооткликовых моделей для изображений**

На основе термограмм строится матрица амплитуды пикселей изображения  $U(i_1, i_2)$ , где  $i_1 = \overline{1, n_1 - 1}$  — значение координаты  $x$ ;  $i_2 = \overline{1, n_2 - 1}$  — значение координаты  $y$ ;  $n_1$  — количество пикселей изображения по координате  $x$ ;  $n_2$  — количество пикселей изображения по координате  $y$ . Изображение представляется одномерным массивом: номер пикселя зависит от порядка выбора координат  $x$  (первая координата) и  $y$  (вторая координата) пикселей изображения и в данном случае выражается в виде  $i = i_1 + n_1(i_2 - 1)$  [2]. Таким образом, входными данными для метода построения модели измерения эффективной температуры служит вектор температур  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}^T$  и соответствующий массив измеренных амплитуд пикселей  $U_i$ , где  $i = \overline{1, m}$ .

Представим модель зависимости амплитуды пикселей всего изображения от эффективной температуры  $t$  в виде некоторой функции, известной с точностью до коэффициентов  $B$ :

$$U = F(B, t) + E, \tag{1}$$

где  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}^T$  — вектор амплитуд для каждого пикселя при заданной температуре  $t$ ;  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}^T$  — вектор коэффициентов модели;  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}^T$  — вектор ошибок наблюдений амплитуды;  $F(B, t) = \{f_1(B, t), f_2(B, t), \dots, f_k(B, t)\}^T$  — вектор функций зависимости амплитуды от эффективной температуры для каждого пикселя.

Вектор оценок коэффициентов в общем виде рассчитывается с помощью следующей итерационной процедуры [3]:

$$B^{s+1} = B^s + \left[ \sum_{j=1}^n P(B^s, t_j) V_E^{-1} P(B^s, t_j)^T \right]^{-1} \times \sum_{j=1}^n P(B^s, t_j) V_E^{-1} [U_j - F(B^s, t_j)], \tag{2}$$

где  $s$  — номер итерации;  $n$  — количество наблюдений;  $V_E$  — ковариационная матрица ошибок наблюдений;  $P(B, t)$  — матрица производных по коэффициентам.

$$P(B, t) = \frac{\partial F(B, t)}{\partial B} = \left\{ \frac{\partial f_1(B, t)}{\partial B}, \frac{\partial f_2(B, t)}{\partial B}, \dots, \frac{\partial f_k(B, t)}{\partial B} \right\}.$$

В качестве оценки ковариационной матрицы  $V_E$  использовалась матрица  $S_E$ , которая приблизительно рассчитывается по формуле [2]:

$$S_E = \frac{1}{w-1} \sum_{i=1}^w (U_i - \bar{U})(U_i - \bar{U})^T, \tag{3}$$

где  $w$  — количество точек температуры, при которых амплитуда практически не изменяется. Ковариационная матрица оценок коэффициентов рассчитывается по формуле

$$V_B = \left\{ \sum_{j=1}^n P(\hat{B}, U_j) V_E^{-1} P(\hat{B}, U_j)^T \right\}^{-1}, \tag{4}$$

где  $\hat{B}$  — вектор оценок коэффициентов, полученных по формуле (2).

**Анализ ковариационной матрицы ошибок наблюдений и проверка адекватности модели**

Исследование ковариационной матрицы ошибок наблюдений  $V_E$  состоит в оценивании элементов этой матрицы и в проверке гипотезы о некоррелированности некоторых ошибок наблюдений. Проверяется гипотеза о значимости элементов этой матрицы  $v_{Eij}$  ( $i \neq j; i, j = \overline{1, m}$ ) [3]. Для этого вычисляется коэффициент корреляции в виде

$$r_{ij} = \frac{v_{Eij}}{\sqrt{v_{Eii} v_{Ejj}}}. \tag{5}$$

Если наблюдения некоррелированы, то величина  $\lambda = r_{ij} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{ij}^2}}$  имеет  $t$ -распределение, нечувствительное при  $n > 10$  к числу степеней свободы. Незначительные элементы матрицы  $V_E$  принимаются равными нулю.

Для проверки гипотезы о равенстве нулю математического ожидания остатков используется  $T^2$ -статистика Хотеллинга [3], которая сравнивает ковариационные матрицы  $S_E$  и  $V_R$  с помощью статистики [4]

$$T^2 = \frac{k}{kn-m} \sum_{j=1}^n R_j^T S_E^{-1} R_j, \tag{6}$$

где  $R = U - F(B, t)$  — вектор остатков модели. Статистика (6) сравнивает ковариационную матрицу остатков и ковариационную матрицу ошибок наблюдений. Ковариационная матрица остатков рассчитывается в виде

$$V_R = \frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^n R_j R_j^T. \tag{7}$$

$T^2$ -статистика приблизительно имеет распределение Фишера  $F$  со степенями свободы  $f_1 = n - m/k$  и  $f_2 = w - 1$ . Если выполняется неравенство  $T^2 < F_{1-\alpha}$ , то гипотеза о равенстве нулю математического ожидания остатков принимается на уровне значимости  $\alpha$ .

**Расчет оценки температуры по заданной амплитуде**

В качестве метода расчета температуры использовался метод Ньютона [3], который основан на линеаризации целевой функции  $\varphi(\mathbf{B}, u, t) = u - f(\mathbf{B}, t)$  в окрестности точки  $t^*$  в виде

$$\varphi(\mathbf{B}, u, t) + \frac{\partial \varphi(\mathbf{B}, u, t^*)}{\partial t} (t - t^*) = 0,$$

где  $\frac{\partial \varphi(\mathbf{B}, u, t)}{\partial t}$  — производная функции  $\varphi(\mathbf{B}, u, t)$  по температуре. Тогда итерационная процедура расчета оценки температуры принимает следующий вид:

$$t^{s+1} = t^s - \varphi(\mathbf{B}, u, t^s) \left[ \frac{\partial \varphi(\mathbf{B}, u, t^s)}{\partial t} \right]^{-1}.$$

Соответствующий вектор оценок температуры рассчитывается следующим образом:

$$\mathbf{T}^{s+1} = \mathbf{T}^s - \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}^s, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}} \right]^{-1} \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}^s, \mathbf{U}), \quad (8)$$

где  $\mathbf{T} = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}^T$  — вектор оценок температур для каждого пикселя;  $\Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U}) = \{\varphi_1(\mathbf{B}, u, t), \varphi_2(\mathbf{B}, u, t), \dots, \varphi_k(\mathbf{B}, u, t)\}^T$ .

Ковариационная матрица оценок температур по всем пикселям  $V_T$  описывается равенством

$$V_T = \mathbf{A} V_B \mathbf{A}^T + \mathbf{G} V_E \mathbf{G}^T, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left\{ \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{B}} \right]^T \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}} \right]^{-1} - \right. \\ &\quad \left. - \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})^T \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}} \right]^{-2} \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{B}} \right\}, \\ \mathbf{G} &= \left\{ \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \right]^T \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}} \right]^{-1} - \right. \\ &\quad \left. - \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})^T \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}} \right]^{-2} \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{U}} \right\}. \end{aligned}$$

Оценка температуры  $\hat{t}$  минимизирует квадратичную форму  $(\mathbf{J}t - \hat{\mathbf{T}})^T V_T^{-1} (\mathbf{J}t - \hat{\mathbf{T}})$ , где  $\mathbf{J}$  — вектор размерности  $m$ , элементы которого равны единице;  $\hat{\mathbf{T}}$  — вектор частных оценок, получаемых по формуле (8). Приравнивая производную от этого выражения по  $t$  нулю, получим оценку  $\hat{t}$  в виде

$$\hat{t} = (\mathbf{J}^T V_T^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T V_T^{-1} \hat{\mathbf{T}}. \quad (10)$$

Дисперсия этой оценки

$$s_i^2 = (\mathbf{J}^T V_T^{-1} \mathbf{J})^{-1}, \quad (11)$$

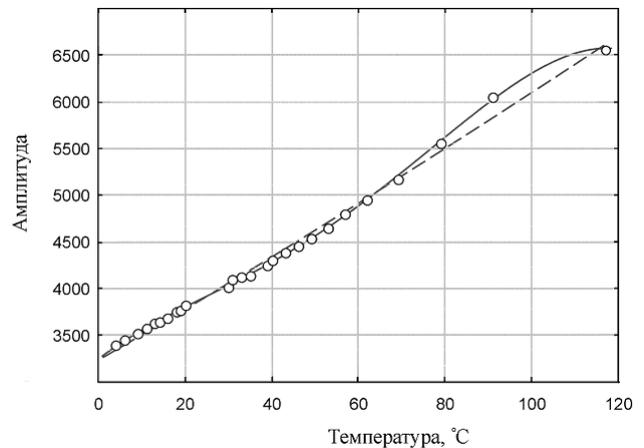
что меньше наименьшей из дисперсий частных оценок.

При независимых оценках  $\hat{\mathbf{T}}$ , т. е. когда ковариационная матрица  $V_T$  является диагональной, выражение (10) приводит к известной формуле для неравноточных наблюдений.

**Анализ результатов эксперимента**

Экспериментальные данные получают путем регистрации излучения от АЧТ в диапазоне температур, максимально приближенных к рабочему (0÷150°C). Последовательно проводились  $n = 26$  наблюдений с различными значениями установленной температуры АЧТ  $t_i$ , в процессе которых регистрировались и сохранялись тепловизионные изображения АЧТ. Каждое изображение представляется матрицей амплитуд пикселей, причем общее количество пикселей равно размеру матрицы тепловизора:  $384 \times 288 = 110592$  пикселей.

Точки для расчета ковариационной матрицы  $S_E$  (3) значения  $w < n$  выбираются при низких температурах, поскольку зависимость  $f_i(\mathbf{B}, t)$  на начальном участке изменяется медленно. Матрица  $S_E$  рассчитывалась как ковариационная матрица остатков линейной по  $t$  модели, построенной по участку низкотемпературных данных (0-20)°C (см. рис.). Структура этой матрицы имеет следующий вид: дисперсии ошибок наблюдений откликов пикселей равны 78-86 (в относительных единицах), а коэффициенты корреляции, рассчитанные для ковариаций (5), равны 0,95-0,98.



Зависимость амплитуды пикселя от эффективной температуры для полиномиальной модели (сплошная линия) и модели АЧТ (пунктирная)

В [1] показано, что зависимость амплитуды  $u$  пикселя, формируемого ИК камерой, от температуры АЧТ описывается формулой

$$u = \frac{b_1}{\exp\left(\frac{b_2}{t} + 273\right) - 1},$$

где  $t$  — температура черного тела (°C);  $\mathbf{B} = \{b_1, b_2\}^T$  — вектор коэффициентов, зависящих от используе-

мого объектива, его относительного отверстия и фильтров камеры. Кроме этой модели исследовались полиномиальные модели: линейная, квадратичная, полиномы третьей и четвертой степени. Расчеты оценок параметров модели (1) выполнялись по формуле (4) для каждого пикселя.

Для модели в виде полинома четвертой степени вычисленное значение статистики (6)  $T^2 = 2,37$  для числа степеней свободы  $f_1 = 22$  и  $f_2 = 5$  соответствует  $p = 0,828$  для квантиля распределения Фишера  $F_p$ , что недостаточно для признания этой статистики значимой на уровне значимости менее 0,172. Следовательно, дисперсии  $S_E$  (3) и  $V_R$  (7) считаются одинаковыми, и гипотеза о равенстве нулю математического ожидания остатков принимается, т. е. модель следует признать адекватной. Для модели АЧТ  $T^2 = 11,16$  и величина  $p = 0,993$ ; такая модель считается неадекватной на уровне значимости более 0,007.

В результате расчета по формулам (10), (11) относительная погрешность измерения температуры  $\frac{s_t}{\hat{t}}$  составила около 0,015%. Это приблизительно в 3-4 раза меньше, чем точность определения температуры при использовании кусочно-линейной интерполяции. Высокие значения ковариаций в матрице  $S_E$  приводят к существенному повышению дисперсии оценки  $\hat{t}$ . При диагональной матрице  $S_E$  относительная погрешность составляет 0,005%.

## Выводы

Использование многооткликовых моделей для описания зависимости амплитуды пикселей фотоприемника от температуры позволяет учесть корреляционные связи ошибок наблюдений откликов пикселей, что повышает объективность метода расчета температуры. Использование таких моделей наряду с выбором адекватной модели в виде полинома четвертой степени позволяет повысить точность оценки температуры в 3-4 по сравнению с методом, использующим интерполяцию.

1. Госсорг Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение / Пер. с франц. М.: Мир, 1988. 416 с.
2. Попов С.А. Статистический метод калибровки цифровых фотокамер для улучшения цветовоспроизведения // Автометрия. 2003. Т.39. №2. С.92-99.
3. Мейндоналд Дж. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике. М.: Финансы и статистика, 1988. 350 с.
4. Alvin C. Rencher. Methods of Multivariate Analysis. A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002. 708 p.

## Bibliography (Transliterated)

1. Gossorg Zh. Infrakrasnaja termografija. Osnovy, tekhnika, primenenie / Per. s franc. M.: Mir, 1988. 416 s.
2. Popov S.A. Statisticheskij metod kalibrovki cifrovых fotokamer dlja uluchshenija cvetovosproizvedenija // Avtometrija. 2003. T.39. №2. S.92-99.
3. Mejjndonald Dzh. Vychislitel'nye algoritmy v prikladnoj statistike. M.: Finansy i statistika, 1988. 350 s.
4. Alvin C. Rencher. Methods of Multivariate Analysis. A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002. 708 p.