УДК 624.046

УСТОЙЧИВОСТЬ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

А.С.Вареник

THE RESISTANCE OF ECCENTRICALLY COMPRESSED WOODEN ELEMENTS AT A SHORT-TIME LOADING

A.S.Varenik

Политехнический институт НовГУ, Alexandr.Varenik@novsu.ru

Предлагается метод оценки напряженно-деформированного состояния и решение задачи устойчивости внецентренно сжатых деревянных элементов при кратковременном загружении. Представлены результаты испытаний деревянных стержней на сжатие. Теоретические результаты находятся в хорошем согласовании с экспериментальными данными.

Ключевые слова: внецентренное сжатие, деревянный элемент, устойчивость, напряженно-деформированное состояние

The method of evaluating the stress-strain state and supporting the resistance of eccentrically compressed wooden elements at a short-time loading has been proposed. The results of the compression tests of wooden rods have been presented. The theoretical results correspond perfectly with the experimental data.

Ключевые слова: eccentric compression, wooden element, resistance, stress-strain state

Введение

По действующим нормам проектирования деревянных конструкций при расчете внецентренно сжатых (сжато-изгибаемых) элементов зданий и сооружений применяется теория краевых напряжений. В соответствии с этой теорией, несущая способность стержня считается исчерпанной в тот момент, когда краевое напряжение сжатия становится равным расчетному сопротивлению. Расчет выполняется по упругой стадии работы древесины. Данная теория имеет очевидные недостатки. Так, например, используемая расчетная схема весьма далека от действительных условий работы элементов. Неучет упруго-пластических свойств древесины не отвечает современным тенденциям развития методов расчета строительных конструкций. Теоретический анализ нормативного метода расчета сжато-изогнутых деревянных конструкций выполнен в работе К.А.Вареника [1].

В целом, как показывают исследования, по сравнению с теорией краевых напряжений гораздо более верные результаты дает теория устойчивости. Решение задачи устойчивости внецентренно сжатых деревянных стержней выполнено Г.В.Свенцицким [2]. Однако в силу сложности графо-аналитических вычислений практического применения предложенный метод не нашел.

Представленные в данной работе результаты исследований направлены на совершенствование методов расчета сжато-изгибаемых деревянных элементов строительных конструкций.

Решение задачи устойчивости внецентренно сжатых деревянных элементов

Рассматривается устойчивость шарнирно опертого деревянного стержня, сжатого продольной силой P, приложенной с эксцентриситетом e (рис.1).

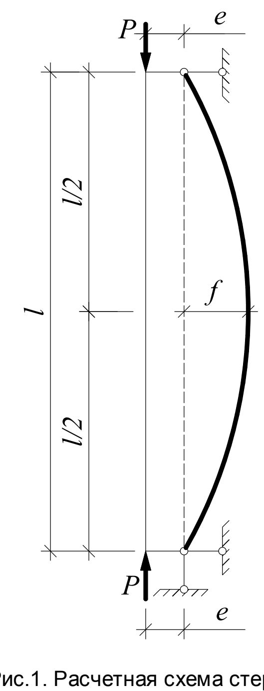

Рис.1. Расчетная схема стержня

В целях упрощения решения принимается ряд общих допущений.

Кривизна элемента определяется приближенным выражением:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2}. \qquad (1)$$

Предполагается, что изогнутая ось стержня является полуволной синусоиды:

$$y = f \sin\frac{\pi x}{l}, \qquad (2)$$

где l — расчетная длина стержня, f — прогиб (максимальное перемещение) при $x = l/2$. По данным Свенцицкого, данное допущение несколько повышает (как правило, при увеличении относительного эксцетриситета) величину предельной нагрузки, но в целом вполне оправдано [2].

Распределение напряжений по поперечному сечению определяется распределением деформаций в сечении и зависимостью σ-ε. Принимается, что деформации распределяются по линейному закону и ось нулевых деформаций совпадает с осью нулевых напряжений. Зависимость σ-ε для любого волокна соответствует экспериментальной диаграмме σ-ε, полученной по результатам испытаний древесины на растяжение и сжатие.

Для аппроксимации работы древесины при сжатии используем кубическую параболу вида:

$$\sigma = A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^3. \qquad (3)$$

Первый член данного выражения соответствует закону Гука, и коэффициент A_1 принимается равным модулю упругости древесины при сжатии вдоль волокон. При $\varepsilon = 0$, $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = A_1 = E$. Второй член обеспечивает зависимости σ-ε уменьшение скорости возрастания напряжений по отношению к скорости возрастания деформаций и переход за пределом прочности в спадающий участок. При $\varepsilon = \varepsilon_{\text{пп}}$, $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0$.

Связь между напряжениями и деформациями в растянутой зоне сечения соответствует закону Гука

$$\sigma_{\text{р}} = E_{\text{р}}\,\varepsilon. \qquad (4)$$

В процессе деформирования стержня в его среднем сечении возможны два случая распределения напряжений и деформаций (рис.2). Первый — когда сечение элемента полностью сжато (схема I), второй — в сечении имеется растянутая зона (схема II).

Использование приближенного выражения для кривизны и представление изогнутой оси стержня синусоидой позволяют записать

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h} = f\,\frac{\pi^2}{l^2}. \qquad (5)$$

Отсюда находим прогиб среднего сечения

$$f = \frac{l^2}{\pi^2 h}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1). \qquad (6)$$

Уравнения равновесия записываем в виде

$$\left.\begin{aligned} &P_{\text{вн}} = P; \\ &M_{\text{вн}} = P(e+f) = P\left(e + \frac{l^2}{\pi^2 h}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\right). \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Главный вектор $P_{\text{вн}}$ и главный момент $M_{\text{вн}}$ эпюры нормальных напряжений наиболее загруженного среднего сечения для схемы I определяются из соотношений:

$$\begin{aligned} &P_{\text{вн}} = b\int_0^h \sigma(x)dx; \\ &M_{\text{вн}} = b\int_0^h \sigma(x)\left(x - \frac{h}{2}\right)dx, \end{aligned} \qquad (8)$$

где разность $x - \frac{h}{2}$ — расстояние от рассматриваемого волокна до центра тяжести сечения.

Используя выражение (3) и учитывая, что

$$x = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}, \text{ а } dx = \frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon,$$

получим:

$$\begin{aligned} &P_{\text{вн}} = b\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}(A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^3)\frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon; \\ &M_{\text{вн}} = b\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}(A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^3)\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} - \frac{h}{2}\right)\frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon. \end{aligned} \qquad (9)$$

После интегрирования и математических преобразований окончательно имеем:

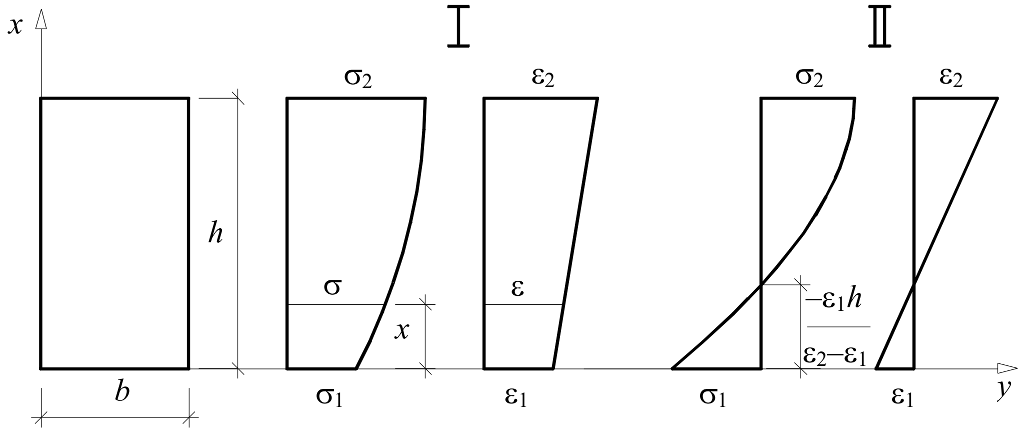

Рис.2. Расчетные схемы напряжений и деформаций в поперечном сечении стержня

$$P_{\text{вн}} = \frac{bh}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\left(0{,}5A_1(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2) - 0{,}25A_2(\varepsilon_2^4 - \varepsilon_1^4)\right);$$

$$M_{\text{вн}} = \frac{bh^2}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}\times \tag{10}$$

$$\times\left(\frac{A_1}{12}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3 - \frac{A_2}{40}\left(3\varepsilon_2^5 - 5\varepsilon_2^4\varepsilon_1 + 5\varepsilon_1^4\varepsilon_2 - 3\varepsilon_1^5\right)\right).$$

Главный вектор $P_{\text{вн}}$ и главный момент $M_{\text{вн}}$ эпюры нормальных напряжений для схемы II:

$$P_{\text{вн}} = b\left(\int\limits_{-\frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}}^{h} \sigma_c(x)dx - \int\limits_{0}^{-\frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}} \sigma_p(x)dx\right);$$

$$M_{\text{вн}} = b\left(\int\limits_{-\frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}}^{h} \sigma_c(x)\left(x - \frac{h}{2}\right)dx + \int\limits_{0}^{-\frac{\varepsilon_1 h}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}} \sigma_p(x)\left(\frac{h}{2} - x\right)dx\right). \tag{11}$$

Или, с учетом (3) и (4)

$$P_{\text{вн}} = b\left(\int\limits_0^{\varepsilon_2}(A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^3)\frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon - \int\limits_{\varepsilon_1}^{0} E_p\varepsilon\frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon\right);$$

$$M_{\text{вн}} = b\left(\int\limits_0^{\varepsilon_2}(A_1\varepsilon - A_2\varepsilon^3)\left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} - \frac{h}{2}\right)d\varepsilon + \right. \tag{12}$$

$$\left. + \int\limits_{\varepsilon_1}^{0} E_p\varepsilon\left(\frac{h}{2} - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right)\frac{h}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}d\varepsilon\right).$$

После интегрирования и математических преобразований окончательно для схемы II имеем:

$$P_{\text{вн}} = \frac{bh}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\left(0{,}5A_1\varepsilon_2^2 - 0{,}25A_2\varepsilon_2^4 - 0{,}5E_p\varepsilon_1^2\right);$$

$$M_{\text{вн}} = \frac{bh^2}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}\times \tag{13}$$

$$\times\left(\frac{A_1}{12}(\varepsilon_2^3 - 3\varepsilon_2^2\varepsilon_1) - \frac{A_2}{40}(3\varepsilon_2^5 - 5\varepsilon_2^5\varepsilon_1) - \frac{E_p}{12}(\varepsilon_1^3 - 3\varepsilon_1^2\varepsilon_2)\right).$$

Пусть нагрузка на стержень возрастает во времени по линейному закону

$$P = P_{\text{н}} + \alpha t, \tag{14}$$

где $P_{\text{н}}$ — начальное значение нагрузки; α — линейный параметр нарастания нагрузки; t — время.

Дифференцируя уравнение равновесия (7) по времени, получим

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1}\dot\varepsilon_1 + \frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2}\dot\varepsilon_2 = \frac{dP}{dt};\\ &\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1}\dot\varepsilon_1 + \frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2}\dot\varepsilon_2 = \frac{dP}{dt}(e + f) + P\frac{df}{dt},\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

где для схемы I

$$\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1} = bh\left(0{,}5A_1 - 0{,}25A_2(2\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_1^2)\right);$$

$$\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2} = bh\left(0{,}5A_1 - 0{,}25A_2(3\varepsilon_2^2 + \varepsilon_1^2 + 2\varepsilon_2\varepsilon_1)\right);$$

$$\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1} = bh^2\left(-\frac{A_1}{12} - \frac{A_2}{40}\left(\frac{\varepsilon_2^5 + 20\varepsilon_1^3\varepsilon_2^2 - 25\varepsilon_1^4\varepsilon_2 - 5\varepsilon_2^4\varepsilon_1 + 9\varepsilon_1^5}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}\right)\right);$$

$$\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2} = bh^2\left(\frac{A_1}{12} - \frac{A_2}{40}\left(\frac{9\varepsilon_2^5 - 25\varepsilon_2^4\varepsilon_1 - 5\varepsilon_1^4\varepsilon_2 + 20\varepsilon_2^3\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1^5}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}\right)\right)$$

для схемы II

$$\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1} = bh\left(\frac{0{,}5A_1\varepsilon_2^2 - 0{,}25A_2\varepsilon_2^4 + E_p(0{,}5\varepsilon_1^2 - \varepsilon_1\varepsilon_2)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}\right);$$

$$\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2} = bh\left(\frac{A_1(0{,}5\varepsilon_2^2 - \varepsilon_2\varepsilon_1) - A_2(0{,}75\varepsilon_2^4 - \varepsilon_2^3\varepsilon_1) + 0{,}5E_p\varepsilon_1^2)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}\right);$$

$$\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1} = bh^2\times$$

$$\times\left(\frac{\frac{A_1}{12}(-\varepsilon_2^3 - 3\varepsilon_2^2\varepsilon_1) - \frac{A_2}{40}(6\varepsilon_2^5 - 5\varepsilon_2^6 - 5\varepsilon_2^5\varepsilon_1) - \frac{E_p}{12}(3\varepsilon_1^2\varepsilon_2 - 6\varepsilon_1\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^3)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}\right);$$

$$\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2} = bh^2\times$$

$$\times\left(\frac{\frac{A_1}{12}(\varepsilon_2^3 - 3\varepsilon_2^2\varepsilon_1 + 6\varepsilon_2\varepsilon_1^2) - \frac{A_2}{40}(9\varepsilon_2^5 - 15\varepsilon_2^5\varepsilon_1 - 15\varepsilon_2^4\varepsilon_1 + 25\varepsilon_2^4\varepsilon_1^2) - \frac{E_p}{12}(3\varepsilon_1^2\varepsilon_2 + \varepsilon_1^3)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^3}\right)$$

и

$$\frac{dP}{dt} = \alpha\,;\ \frac{df}{dt} = \frac{l^2}{\pi^2 h}(\dot\varepsilon_2 - \dot\varepsilon_1)\,.$$

Приведя систему (15) к нормальному виду, имеем

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1}\dot\varepsilon_1 + \frac{\partial P_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2}\dot\varepsilon_2 = \alpha,\\ &\left(\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_1} + P\frac{l^2}{\pi^2 h}\right)\dot\varepsilon_1 + \left(\frac{\partial M_{\text{вн}}}{\partial\varepsilon_2} - P\frac{l^2}{\pi^2 h}\right)\dot\varepsilon_2 = \alpha(e + f).\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Решение системы дифференциальных уравнений (задача Коши) можно осуществить, например, методом Рунге-Кутта. Начальные условия легко получаются из рассмотрения равновесия в момент загружения.

Решение системы (16) позволяет производить оценку напряженно-деформированного состояния деревянного стержня при кратковременном загружении.

Для нахождения условия критического состояния используется критерий, предложенный профессором Р.С.Санжаровским [3].

$$\begin{aligned} &\delta M = \delta M_{\text{вн}} = P\delta f;\\ &\delta P_{\text{вн}} = 0.\end{aligned} \tag{17}$$

Условие критического состояния получаем, приравнивая нулю определитель системы (16), составленный из коэффициентов при вариациях.

Экспериментальные исследования устойчивости внецентренно сжатых стержней

Для проверки достоверности предлагаемого метода решения задачи устойчивости внецентренно сжатых деревянных стержней выполнены экспериментальные исследования. Они включали в себя кратковременные испытания малых образцов на осевое сжатие и растяжение с записью диаграмм «нагрузка — деформация», численные эксперименты и кратковременные испытания стержней различной гибкости на внецентренное сжатие.

Образцы изготавливались из кряжа сосны, выпиленной в Новгородском районе. Для получения диаграмм работы древесины приняты образцы, имеющие форму и размеры по государственным стандартам на определение пределов прочности при сжатии и растяжении вдоль волокон. Для испытаний на сжатие изготавливались образцы в форме прямоугольной призмы с основанием 20×20 мм и длиной вдоль волокон 30 мм. Сжимающее усилие создавалось гидравлическим прессом П-10 Армавирского завода испытательных машин с пределом измерения шкалы силоизмерителя 10 тонн и ценой деления 20 кгс. Скорость перемещения нагружающей головки испытательной машины была принята равной 4 мм/мин. Для измерения деформаций использовались тензорезисторы с базой 5 мм, чувствительностью K = 2,16 и сопротивлением R = 100,0±0,1 Ом. На боковых сторонах образцов наклеивалось четыре датчика — по одному на каждую сторону, строго по разметке. Для измерения выходных сигналов тензорезисторов использовалась тензометрическая система СИИТ-3. Показания с каждого из тензорезисторов снимались и автоматически регистрировались на бумажной ленте цифропечатающего устройства через 200 кгс до достижения 0,8 ожидаемой максимальной нагрузки и далее через 100 кгс до разрушения образца. Как правило, разрушение образцов происходило пластично с образованием в средней части складок сдвига. По показаниям силоизмерителя, за максимальным значением нагрузки наблюдалось ее плавное снижение.

Для испытаний на растяжение были изготовлены стандартные образцы в виде восьмерки длиной 350 мм и сечением рабочей части 4×20 мм. Растягивающее усилие создавалось разрывной машиной типа Р-10 Армавирского завода испытательных машин с пределом измерения шкалы силоизмерителя 5 тонн и ценой деления 10 кгс. Скорость перемещения нагружающей головки испытательной машины была принята равной 10 мм/мин. Для измерения деформаций использовались тензорезисторы с базой 15 мм, чувствительностью K = 2,16 и сопротивлением P = 100,6+0,1 Ом. На противоположных боковых сторонах, строго по средине рабочей части образцов наклеивалось два датчика — по одному на каждую сторону. Для измерения выходных сигналов тензорезисторов использовалась измерительная тензометрическая система СИИТ-3. Показания с каждого из тензорезисторов снимались и автоматически регистрировались на бумажной ленте цифропечатающего устройстве через 200 кгс до достижения 0,8 ожидаемой разрушающей нагрузки и далее через 100 кгс до разрушения образца. Разрушение образцов происходило хрупко, в виде почти мгновенного разрыва волокон по пилообразной поверхности.

Аппроксимация работы древесины при сжатии и растяжении заключалась в нахождении коэффициентов A_1 и A_2 (по методу наименьших квадратов) для зависимости (3) и модуля упругости $E_р$ зависимости (4). Проведенная по специальной методике оценка выполненной аппроксимации показала весьма высокую степень близости между опытными и вычисленными данными.

Таким образом, аппроксимирующее сжатие и растяжение древесины сосны выражения получены в следующем виде:

$$\sigma_с = 122600\varepsilon - 883\times10^6\varepsilon^3\text{, кгс/см}^2; \qquad (18)$$

$$\sigma_р = 126100\varepsilon\text{, кгс/см}^2. \qquad (19)$$

Для численной реализации предлагаемого метода составлена компьютерная программа. Рассматривалось кратковременное внецентренное сжатие сосновых стержней в условиях шарнирного закрепления концов. Размеры поперечного сечения стержней приняты равными: b = 80 мм и h = 60 мм. Прочностные свойства древесины стержней определяются аппроксимирующими зависимостями $\sigma-\varepsilon$, полученными на основе результатов испытаний образцов сосны на сжатие и растяжение.

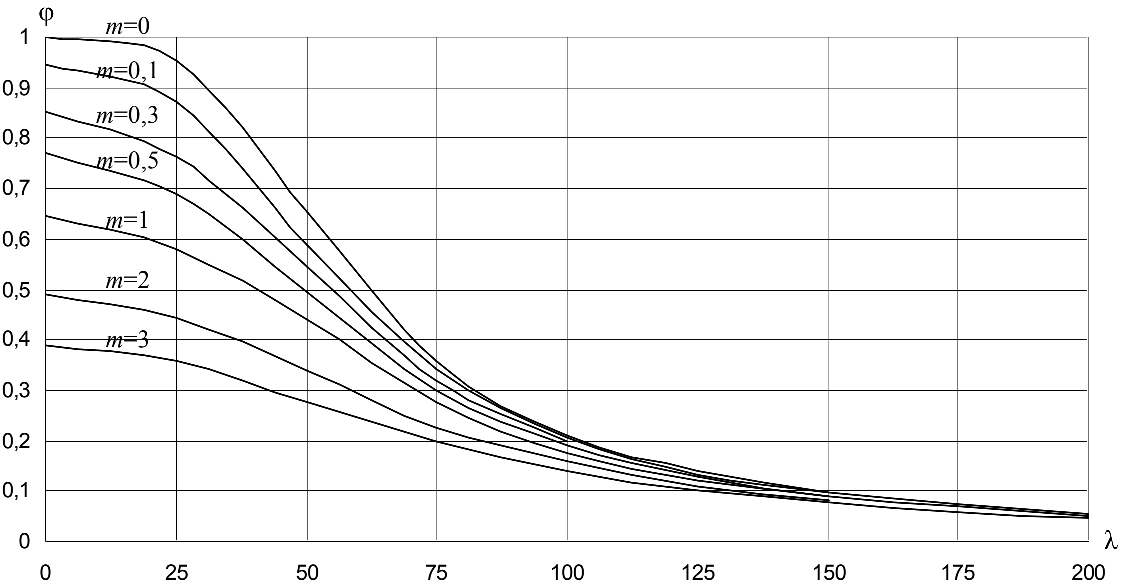

Рис.3. Зависимость φ-λ внецентренно сжатых стержней из сосны при различных значениях относительного эксцентриситета m

Рассмотрен случай, когда сжимающая сила приложена к концам стержня с равными эксцентриситетами e. Абсолютные значения эксцентриситетов были приняты равными: 0,1, 1, 3, 5, 10, 20 и 30 мм. Соответствующие им относительные эксцентриситеты m ($m = e/t$, где $t = h/6$ — радиус ядра сечения стержня): 0,01, 0,1, 0,3, 0,5, 1, 2 и 3. По результатам расчетов для стержней получены зависимости коэффициента продольного изгиба φ от гибкости стержня λ ($\lambda = L/i$, где i — радиус инерции сечения) и величины относительного эксцентриситета m (рис.3). Значения коэффициентов φ находились по формуле:

$$\varphi = \frac{P_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{пп}} F}, \qquad (20)$$

где $P_{\text{кр}}$ — определяемая расчетом критическая сила; $\sigma_{\text{пп}}$ — предел прочности сосны по аппроксимирующим сжатие зависимостям (18); F — площадь сечения стержня.

Для экспериментальной проверки теоретических данных были проведены испытания на продольный изгиб цельных сосновых стержней при внецентренном действии сжимающей силы.

Были изготовлены образцы сечением 60×80 мм с длинами 0,5, 1, 1,3 и 2 м. Высота образцов была принята равной меньшему размеру. Таким образом, уменьшалось влияние естественного эксцентриситета и исключалась возможность потери устойчивости из плоскости действия момента. Соответственно принятым длинам, стержни имели следующие гибкости: 28,9; 57,7; 86,6; 115,5. По 5 образцов каждой гибкости испытывались при величине концевых эксцентриситетов 5 мм. По результатам испытаний, для каждого образца находился коэффициент продольного изгиба φ как отношение критического напряжения $\sigma_{\text{кр}}$ к среднему пределу прочности сосны при сжатии $\sigma_{\text{пп}}$:

$$\varphi_i = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{пп}}}. \qquad (21)$$

Для образцов с одинаковой гибкостью определялись средние коэффициенты продольного изгиба $\varphi_{\text{эксп}}$. Полученные таким образом результаты испытаний представлены в таблице. Здесь же даны соответствующие теоретические значения коэффициентов продольного изгиба $\varphi_{\text{теор}}$ и сделано сравнение экспериментальных и теоретических данных.

Теоретические и экспериментальные значения коэффициента продольного изгиба φ при e = 5 мм (m = 0,5)

λ	$\varphi_{\text{теор}}$	$\varphi_{\text{эксп}}$	$\frac{\varphi_{\text{теор}} - \varphi_{\text{эксп}}}{\varphi_{\text{теор}}}100\%$
28,9	0,667	0,632	5,2
57,7	0,424	0,441	–4,0
86,6	0,238	0,244	–2,3
115,5	0,149	0,135	9,4

Графически результаты экспериментальных и теоретических исследований отражены на рис.4.

Из таблицы и графиков видно, что разница между теоретическими и экспериментальными значениями весьма невелика, и можно считать, что испытания полностью подтвердили теоретические исследования.

Заключение

Предлагаемая методика расчета позволяет более точно, чем в известных решениях, моделировать работу внецентренно сжатых элементов. На основании критерия потери устойчивости получены зависимости коэффициента продольного изгиба от гибкости и величины эксцентриситетов приложения сжимающих сил, позволяющие производить проверку несущей способности внецентренно сжатых деревянных элементов.

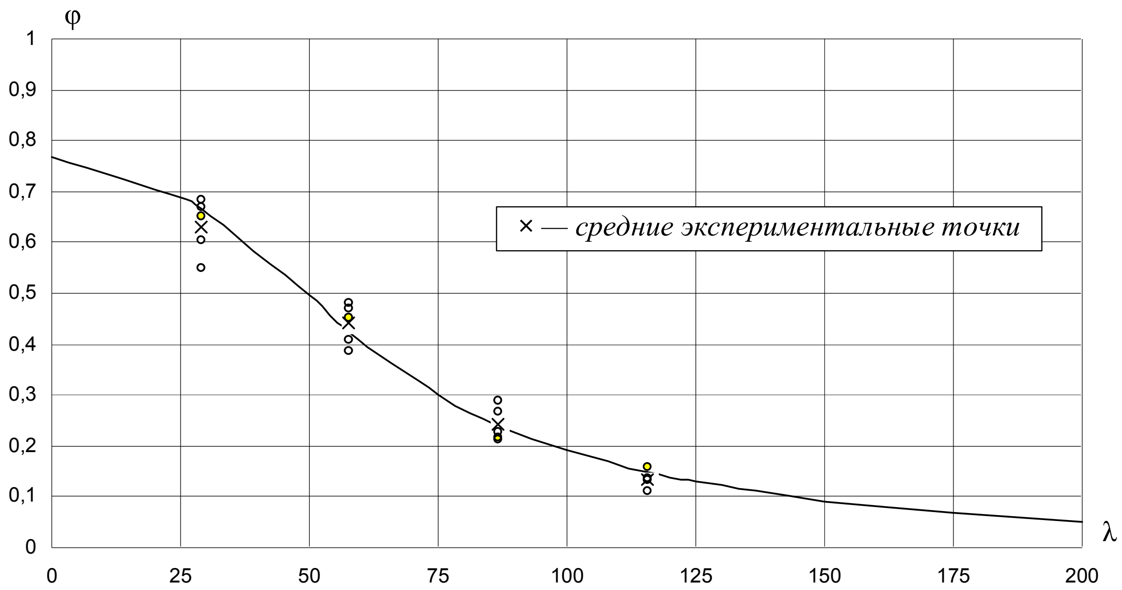

Рис.4. Теоретическая кривая и экспериментальные точки испытаний на продольный изгиб стержней из сосны при эксцентриситете e = 5 мм

1. Вареник К.А. Теоретический анализ нормативного метода расчета сжато-изогнутых деревянных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2012. № 5 (34). С.55-58.
2. Свенцицкий Г.В. Устойчивость внецентренно сжатых цельных деревянных стержней // Исследование прочности и устойчивости деревянных стержней: Сб. ЦНИПС. М.: Стройиздат, 1940. С.14-57.
3. Санжаровский Р.С. Устойчивость элементов строительных конструкций при ползучести. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. 216 с.

Bibliography (Transliterated)

1. Varenik K.A. Teoreticheskii analiz normativnogo metoda rascheta szhato-izognutykh dereviannykh konstruktsii // Vestnik grazhdanskikh inzhenerov. 2012. № 5 (34). S.55-58.
2. Sventsitskii G.V. Ustoichivost' vnetsentrenno szhatykh tsel'nykh dereviannykh sterzhnei // Issledovanie prochnosti i ustoichivosti dereviannykh sterzhnei: Sb. TsNIPS. M.: Stroiizdat, 1940. S.14-57.
3. Sanzharovskii R.S. Ustoichivost' elementov stroitel'nykh konstruktsii pri polzuchesti. L.: Izd-vo LGU, 1984. 216 s.