

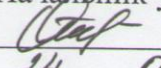
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт информационных и электронных систем
Кафедра прикладной математики и информатики

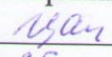


Математика

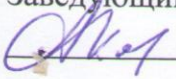
Учебный модуль по направлению подготовки
29.03.04 Технология художественной обработки материалов
Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО

Начальник учебного отдела
 О.Б. Широколобова
24 03 2017 г.

Разработал
Старший преподаватель кафедры ПМИ
 С.А. Цапаева
25 февраля 2017 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 7 от 01 марта 2017 г.

Заведующий кафедрой
 А.В. Колногоров

01 марта 2017 г.

1 Цели и задачи учебного модуля

Преподавание учебного модуля (УМ) «Математика» ставит своей целью формирование у студента-бакалавра в рамках компетентностного подхода системы знаний, умений и навыков решения задач отдельных разделов математики, необходимых в профессиональной деятельности.

Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- воспитание посредством УМ «Математика» культуры личности через понимание значимости математики для научно-технического прогресса, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры;
- формирование представления о математике как об универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, о методах и подходах в математике;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для продолжения образования и самообразования, для будущей профессиональной деятельности;

овладение математическими знаниями и умениями, необходимых в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях требующих знаний математики на базовом уровне.

2 Место учебного модуля (УМ) в структуре ООП направления подготовки

Учебный модуль «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла ФГОС ВПО и ООП по направлениям подготовки 29.03.04 бакалавров и базируется на знаниях по математике в объеме программы средней школы.

УМ обеспечивает математическую подготовку бакалавров и необходим для освоения учебной программы ряда учебных модулей естественнонаучного и профессионального циклов. Базовые знания в области математики, полученные при изучении данного курса, используются при освоении УМ или элементов УМ естественнонаучного цикла (физика, информатика, теоретическая механика, сопротивление материалов и др.), а также некоторых модулей профессионального цикла.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ направлен на формирование компетенции ОПК-4: готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в физике, химии, экологии.

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть:

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-4	базовый	возможности применения теоретических основ и методов математики для обработки информации и анализа данных в профессиональной сфере	самостоятельно использовать математический аппарат; применять математические методы для решения практических задач	методами математического анализа и моделирования, математическим аппаратом при решении профессиональных проблем

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

Форма обучения очная

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6		
Распределение трудоемкости по видам УР в АЧ: УЭМ 1 Элементы линейной алгебры: - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		4 6 2 10		ОПК-4
УЭМ 2 Элементы векторной алгебры: - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		4 6 2 10		ОПК-4
УЭМ 3 Аналитическая геометрия: - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		8 12 4 20		ОПК-4
УЭМ 4 Основы дифференциального исчисления: - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		7 12 4 19		ОПК-4

УЭМ 5 <i>Основы интегрального исчисления:</i> - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		7 9 3 16		ОПК-4
УЭМ 6 <i>Дифференциальные уравнения:</i> - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		6 9 3 15		ОПК-4
Аттестация: - экзамен	36	36		

Форма обучения заочная

Учебная работа (УР)	Всего	Распреде- ление по семестрам		Коды форми- руемых компетенций
		2	3	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	6			
Распределение трудоемкости по видам УР в АЧ: - лекции - практические занятия - в том числе, установочные занятия - СРС	187	6	8 12	ОПК-4
Аттестация: - экзамен	9		9	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

Введение

Особенности преподавания математики в университете на инженерных факультетах. Знакомство студентов с рабочей программой по математике для данного направления подготовки бакалавров, модульно-рейтинговой системой обучения и контроля знаний, с технологической картой дисциплины. Разъяснения контрольных заданий, индивидуальных домашних заданий, заданий для аудиторной и внеаудиторной СРС, требования к экзамену. Перечисление основной литературы.

УЭМ 1 Элементы линейной алгебры

Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Системы линейных алгебраических уравнений (далее СЛАУ). Способы решения СЛАУ: с помощью теоремы Крамера, методом Гаусса.

УЭМ 2 Элементы векторной алгебры

Основные понятия векторной алгебры. Линейно-зависимые и линейно - независимые векторы: определения и свойства. Базис. Декартова система координат. Полярная система координат. Разложение вектора по ортам координатных осей. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, приложения. Векторное произведение векторов: определение, свойства, приложения. Смешанное произведение век-

торов: определение, свойства, приложения. Критерии коллинеарности и компланарности векторов.

УЭМ 3 Аналитическая геометрия

3.1. Аналитическая геометрия на плоскости

Прямая на плоскости: определение, различные виды уравнений. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

3.2 Аналитическая геометрия в пространстве

Уравнение поверхности. Определение, различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Определение, различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды, цилиндры, конусы.

УЭМ 4 Основы дифференциального исчисления

4.1 Теория пределов

Предел последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Правила вычисления пределов. Непрерывность функции в точке: определения и основные теоремы. Классификация разрывов непрерывности функций. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функции на отрезке.

4.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Понятие дифференцируемости функции. Производная функции. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных, правила дифференцирования. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Геометрический и физический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производные высших порядков. Таблицы производных высших порядков. Правило Лопиталя. Исследование поведения функций: возрастание и убывание, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции.

УЭМ 5 Основы интегрального исчисления

5.1 Неопределенный интеграл

Первообразная и неопределенный интеграл: понятия, свойства. Основная таблица интегралов. Методы интегрирования неопределенного интеграла: метод подведения функции под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям.

5.2 Определённый интеграл

Понятие определенного интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.

УЭМ 6 Дифференциальные уравнения

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Частное и общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

4.3 Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

4.4 Курсовые проекты (работы) учебным планом не предусмотрены.

4.5 Организация изучения учебного модуля

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

Интегральную модель образовательного процесса (ОП) по модулю формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, контекстное обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих образовательных технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов ОП), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- **лекционные занятия** проводятся в традиционной форме: вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация;
- **практические занятия** проводятся в традиционной форме (закрепление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);
- **активизации** познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка докладов);
- **самоуправления** (самостоятельная работа включает подготовку к контрольным работам и контрольным опросам, выполнение и оформление индивидуальных заданий, самостоятельное изучение материала, составление конспектов, подготовку к экзамену);
- **консультации** индивидуальные и групповые.

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта).

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

5.1 Для дневной формы обучения

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета (в соответствии с положением об обучении студентов по балльно-рейтинговой системе от 27.09.2011 № 42).

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения УЭМ.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением о фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников от 25.06.2013г. Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

5.2 Для заочной формы обучения

Форма проверки знаний студентов заочной формы обучения: проверка контрольных работ, экзамен.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В)

Приложения (обязательные):

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В - Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А
(обязательное)

**Методические рекомендации по организации изучения
учебного модуля «Математика»**

Учебный модуль (УМ) «Математика» разделен на 6 учебных элементов модуля (УЭМ):

- **УЭМ 1 Элементы линейной алгебры**
- **УЭМ 2 Элементы векторной алгебры**
- **УЭМ 3 Аналитическая геометрия**
- **УЭМ 4 Основы дифференциального исчисления**
- **УЭМ 5 Основы интегрального исчисления**
- **УЭМ 6 Дифференциальные уравнения**

Каждый УЭМ состоит из разделов, по которым предусмотрены лекционные, практические занятия и самостоятельные занятия студентов как аудиторные, так и внеаудиторные.

А.1 Методические рекомендации по теоретической части учебного модуля

Теоретическая часть модуля направлена на формирование системы знаний об основных понятиях и методах математики. Основное содержание теоретической части излагается преподавателем на лекционных занятиях. Для более глубокого овладения и понимания материала студенту рекомендуется изучение указанной литературы.

А.2 Методические рекомендации по практическим занятиям

Цель практических занятий – формирование у студентов навыков решения типовых математических задач, используемых при принятии решений в профессиональной деятельности, овладение методами математического анализа и моделирования.

Практические занятия предназначены для объяснения решения типовых задач или заданий преподавателем, самостоятельного решения задач студентами, разбор ошибок при решении задач, подведения итогов текущих занятий, а также подведения итогов контрольных точек УЭМ.

А.3 Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) делится на аудиторную и внеаудиторную. Аудиторная СРС проводится при непосредственном присутствии и контроле преподавателя. Внеаудиторная СРС состоит:

- в самостоятельном прорабатывании лекционного материала;
- в изучении теоретического материала и составлении конспекта;
- в решении домашних и индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- в подготовке к контрольным точкам;
- в подготовке докладов;
- в подготовке к экзамену.

**А.4 Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов
заочной формы обучения**

Самостоятельная работа студентов заочной формы обучения состоит:

- в самостоятельном изучении теоретического материала;
- в решении контрольной работы;
- в подготовке к экзамену.

Требования к выполнению КР находятся в документах кафедры ПМИ.

По каждой теме студент может пройти тесты на сайте <http://training.i-exam.ru/> в режимах «Обучение», «Самоконтроль» и «Контрольное тестирование».

При возникновении затруднений при изучении материала студент может получить консультацию у преподавателей (см. расписание индивидуальных консультаций на кафедре).

Типовой вариант ИДЗ 1 Элементы линейной алгебры

Задание 1. Найти матрицу $A^2 + 2AB - 3E$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить неравенство

$$\begin{vmatrix} 5-x & x & 1 \\ 2 & 2x+3 & 3 \\ 0 & 9 & -1 \end{vmatrix} > 0.$$

Задание 3. Решить систему двумя способами:

а) используя теорему Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ x_1 + x_2 = -3; \\ -5x_1 + 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Типовые задачи по теме: Элементы линейной алгебры

1. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \\ 0 & 7 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Найти матрицу $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему с помощью теоремы Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ x_1 - x_2 = 0; \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

4. Решить систему методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -3; \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Вычисление определителей

Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 6 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ равен ...

Тема: Линейные операции над матрицами

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Если $C = A + B$ то определитель матрицы C равен...

Тема: Умножение матриц

Даны матрицы $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$. Тогда существует произведение матриц...

Тема: Системы линейных уравнений

Методом Крамера не может быть решена система линейных уравнений ...

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0, \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 3y - 4 = 0, \\ 2x - 5y - 7 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y - 1 = 0, \\ 7x - y - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ -5x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

Типовой вариант ИДЗ 2 Элементы векторной алгебры

Даны векторы $\vec{a} = (-2, -1, 3)$, $\vec{b} = (1, -2, 0)$, $\vec{c} = (-1, 3, 5)$, $\vec{d} = (1, -2, 4)$.

Найти:

- орт вектора $\vec{a}$;
- угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
- площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
- объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$;
- проекцию вектора $\vec{c} + 2\vec{a}$ на направление вектора $\vec{d} - \vec{b}$;
- разложение вектора $\vec{d}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

Типовые задачи по теме по теме: Векторная алгебра

- Даны три вершины параллелограмма: $A(1; 3; 5)$, $B(-2; 7; 1)$, $C(0; 4; 1)$. Найти вершину D .
- При каких α и β векторы $\vec{a} = (1, 2, 3)$ и $\vec{b} = (-3, \alpha, \beta)$ линейно зависимы.
- Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Найти проекцию $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ на ось ординат.
- Найти угол, образованный ортами $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$, при условии, что векторы $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ и $\vec{b} = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ перпендикулярны.

5. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$, где $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2\pi}{3}$.
6. Найти объем пирамиды с вершинами $A(2, 4, 0)$, $B(0, -1, 0)$, $C(5, 0, 6)$ и $D(3, 1, 7)$.
7. В $\triangle ABC$ известны: точка $M(1, 2, -3)$ - середина стороны BC , точка $O(0, -2, 1)$ - точка пересечения медиан. Найти координаты вершины A .

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Линейные операции над векторами

Даны три вектора: $\vec{a} = (-2; 3; 1)$, $\vec{b} = (2; -3; -4)$ и $\vec{c} = (-1; 5; -2)$. Тогда вектор имеет координаты $3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$...

Тема: Скалярное произведение векторов

Даны два вектора: $\vec{a} = \vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 2\sqrt{2}$, угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен $\frac{\pi}{4}$. Тогда скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет равно ...

Тема: Векторное произведение векторов

Векторное произведение векторов: $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} - 5\vec{q}$ равно ...

Тема: Смешанное произведение векторов

Векторы $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 3)$ и $\vec{c} = (3; -1; \alpha)$ линейно зависимы, если параметр α равен ...

Типовой вариант ИДЗ 3 Аналитическая геометрия

Задание 1. Даны координаты точек $A_1(4, 2, -5)$, $A_2(0, 7, 2)$, $A_3(0, -2, 7)$, $A_4(4, 5, 0)$.

Написать:

- уравнение плоскости $A_1A_2A_3$,
- уравнение плоскости, проходящей через точку A_4 параллельно плоскости $A_1A_2A_3$,
- параметрические уравнения прямой A_1A_2 ,
- канонические уравнения прямой, проходящей через точку A_3 параллельно прямой A_1A_2 ,
- уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 ,
- найти угол между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Задание 2. Написать уравнения сторон треугольника ABC , если задана его вершина $A(1, 3)$ и уравнения двух медиан $x - 2y + 1 = 0$ и $y - 1 = 0$. Сделать чертеж.

Задание 3. Привести уравнение $4x^2 + y^2 + 16x - 4y + 4 = 0$ к каноническому виду. Построить кривую, соответствующую этому уравнению.

Типовые задачи по теме: Аналитическая геометрия

1. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(4; -1)$, $C(-1; 1)$.

2. Написать каноническое уравнение эллипса, если расстояние между концами большой и малой осей равно 5, а сумма длин полуосей равна 7.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.

4. Найти проекцию точки $A(2; -1; 3)$ на плоскость $5x - 2y + z + 15 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}, \quad 5x + 7y + 9z - 32 = 0.$$

6. Написать уравнения геометрического места точек, равноудаленных от двух точек $A(3; 2; 1)$ и $B(-4; -2; 1)$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Прямоугольные координаты на плоскости

Точка $M(x; y)$ симметрична точке $A(2; 5)$ относительно биссектрисы первого координатного угла. Тогда точка M имеет координаты ...

Тема: Полярные координаты

Кривая в полярной системе координат задана уравнением $r = 2\cos\varphi$. Тогда ее уравнение в прямоугольной системе координат имеет вид ...

Тема: Прямая на плоскости

Острый угол между прямыми $5x - y + 7 = 0$ и $3x + 2y = 0$ равен ...

Тема: Кривые второго порядка

Радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ равен ...

Тема: Прямоугольные координаты в пространстве

Даны точки $A(3; -1; -3)$ и $B(2; -1; -1)$. Тогда длина отрезка AB равна ...

Тема: Плоскость в пространстве

Уравнение плоскости, проходящей через точки $M(-1; 2; 0)$, $N(2; 3; 1)$ и $P(-2; 0; 1)$ имеет вид ...

Тема: Прямая линия в пространстве

Острый угол между прямыми $l_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $l_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ равен ...

Тема: Поверхности второго порядка

Сфера с центром $B(1; 0; -1)$ проходит через точку $A(-1; 2; 0)$. Тогда ее уравнение имеет вид ...

Типовой вариант ИДЗ 4 Основы дифференциального исчисления

Задание 1. Найти пределы функций:

а) не пользуясь правилом Лопиталя, б) используя правило Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg 3x}$

Задание 2. Исследовать на непрерывность функцию $y = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x + 2, & x > 3. \end{cases}$

Сделать чертеж.

Задание 3. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций:

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}; \quad \text{б) } y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}); \quad \text{в) } \begin{cases} x = t - 4, \\ y = \sqrt{t^2 - 1}. \end{cases}$$

Задание 4. Провести полное исследование функции $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$ и построить график.

Типовые задачи по теме: Основы дифференциального исчисления

1. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{x^2 + 7x - 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - x} - 1}{\sqrt{5 - x} - 2}.$$

2. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1; \\ 2, & 1 \leq x < 2; \\ 3x, & x > 2. \end{cases}$

3. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[5]{1 + \operatorname{ctg} 10x}; \quad \text{б) } \begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}.$$

4. Вычислить предел, используя правило Лопиталя, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{arctg} 2x}.$

5. Найти наибольшие и наименьшие значения функции $y = 3x^4 - 16x^3 + 2$ на отрезке $[-3; 1].$

6. Вычислить приближенно $\sqrt{24}.$

7. Провести полное исследование функции $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ и построить ее график.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Область определения функции

Область определения функции $f(x) = \log_x(6 - x)$ имеет вид ...

Тема: Предел функции

Предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{2-x}$ равен ...

Тема: Непрерывность функции, точки разрыва

$$\text{Точка разрыва функции } f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1 \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2, \\ 2x - 5, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

Тема: Производные первого порядка

Производная функции $f(x) = \log_3(2 + 3\sqrt{x})$ равна ...

Тема: Производные высших порядков

Производная второго порядка функции $y = \frac{x-1}{2x+3}$ равна ...

Тема: Дифференциалы и теоремы о дифференцируемых функциях

Приближенное значение функции $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$ при $x = 5,86$ вычисленное с использованием дифференциала первого порядка, равно ...

Тема: Приложения дифференциального исчисления ФОП

Уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$ имеет вид ...

Тема: Асимптоты графика функции

Горизонтальная асимптота графика функции $f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{5 - 4x - 3x^2}$ задается уравнением вида ...

Типовой вариант ИДЗ 5 Основы интегрального исчисления

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx; \quad \text{б) } \int (1 + 3x^2) \sin x dx;$$

Задание 2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$$

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$.

Типовые задачи по теме: Основы интегрального исчисления

1. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x}{(x^2 + 4)^5} dx; \quad \text{б) } \int (2x - 1)e^{3x+2} dx.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^{\sqrt{3}} x^2 \sqrt[3]{(3 - x^3)^2} dx; \quad \text{б) } \int_{-1}^2 \frac{x-2}{x^2+1} dx; \quad \text{в) } \int_1^2 \ln x dx.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 1$ и $y = 3x + 7$.

6. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Основные методы интегрирования

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{1}{x^2+3x+2}$ имеет вид ...

Тема: Замена переменной в неопределенном интеграле

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{\arccos 2x}{\sqrt{4-x^2}}$ имеет вид ...

Тема: Интегрирование по частям в неопределенном интеграле

Множество первообразных функции $f(x) = x \ln 2x$ имеет вид ...

Тема: Свойства определенного интеграла

Интеграл от функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ на отрезке $[1; \sqrt{3}]$ равен ...

Тема: Методы вычисления определенного интеграла

Определенный интеграл $\int_1^2 x e^{-x^2} dx \dots$

Тема: Приложения определенного интеграла

Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + x + 12$ и $y = 0$, равна

Типовой вариант ИДЗ 6 Дифференциальные уравнения

Задание 1. Решить дифференциальное уравнение $4x dx - y dy = x^2 y dy - 2x y^2 dx$.

Задание 2. Найти решение задачи Коши $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$.

Задание 3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = (3x - 2)e^x$.

Типовые задачи по теме: Дифференциальные уравнения

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а) $y' \cos x = (y + 1) \sin x$;

б) $x^2 y' - 2xy = 3$.

2. Найти решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 3, y'(0) = 2$.

3. Найти решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = (x - 1)e^{2x}$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Типы дифференциальных уравнений

Уравнение $y' \cos x + 5x^2 y = x$ является ...

Тема: Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Общий интеграл дифференциального уравнения $x\sqrt{y}y' - \ln x = 0$ имеет вид ...

Тема: Однородные дифференциальные уравнения первого порядка

Общий интеграл дифференциального уравнения $x^2 y' = xy - y^2$ имеет вид ...

Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка

Общее решение дифференциального уравнения $xy' + 2y = x^2$ имеет вид ...

Тема: Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка

Частное решение дифференциального уравнения $y' = \arccos 2x$, удовлетворяющее условию $y(1/2) = 0$ имеет вид ...

Тема: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 4y' + 4y = 0$ имеет вид ...

Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Частное решение $\bar{y}$ линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 3y' = 9x^2 + 1$ имеет вид ...

Демонстрационные варианты контрольных работ (КР)

Контрольная работа 1(КР 1)

1. Найти матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & 9 & -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}^2$.
2. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = -2; \\ x_1 - x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$$
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$, где $\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$; $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$.
4. Даны координаты точек $M_1(1; 2; -3)$, $M_2(-2; 1; 3)$, $M_3(0; 3; -1)$.
Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно плоскости $M_1M_2M_3$.
5. Привести к каноническому виду уравнение линии $x^2 + y^2 - 4y + 6x = 0$. Сделать чертеж.

Контрольная работа 2 (КР 2)

1. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 2x^2}}{3x^2}$.
2. Найти производные функций:

а) $y = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2}$;

б) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{t/2} \\ y = \sqrt{e^t + 1} \end{cases}$
3. Исследовать на непрерывность функцию $y = \begin{cases} x - 2, & x \leq 2, \\ 2 - x, & 2 < x < 4, \\ 2, & x \geq 4. \end{cases}$
Сделать чертеж.
4. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^2 - 1}{2x - 4}$.
5. Вычислить приближенно $\sqrt{3,98}$.

Контрольная работа 3(КР 3)

1. Найти неопределенный интеграл $\int (4 - 3x) \sin 9x dx$.
2. Вычислить определенный интеграл $\int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx$.
3. Найти решение задачи Коши: $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1) = 1$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' - 5y = xe^{-x}$.

Демонстрационный вариант контрольной работы заочников

Задание 1. Найти матрицу $A^2 + 2AB - 3E$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему двумя способами:

а) используя теорему Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ x_1 + x_2 = -3; \\ -5x_1 + 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Задание 3. Даны координаты точек $A_1(4,2,-5)$, $A_2(0,7,2)$, $A_3(0,-2,7)$, $A_4(4,5,0)$.

Написать:

- а) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$,
- б) уравнение плоскости, проходящей через точку A_4 параллельно плоскости $A_1A_2A_3$,
- в) параметрические уравнения прямой A_1A_2 ,
- г) канонические уравнения прямой, проходящей через точку A_3 параллельно прямой A_1A_2 ,
- д) уравнение высоты, проведённой из вершины A_4 ,
- е) найти угол между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Задание 4. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций:

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}; \quad \text{б) } y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}); \quad \text{в) } \begin{cases} x = t - 4, \\ y = \sqrt{t^2 - 1}. \end{cases}$$

Задание 5. Провести полное исследование функции $y = \frac{17-x^2}{4x-5}$ и построить ее график.

Задание 6. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx; \quad \text{б) } \int (1 + 3x^2) \sin x dx;$$

Задание 7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$.

Задание 8. Решить дифференциальное уравнение $4x dx - y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$.

Задание 9. Найти решение задачи Коши: $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$.

Вопросы к экзамену по модулю «Математика»

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы, действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
3. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Крамера.
4. Метод Гаусса.
5. Линейные операции над векторами.
6. Линейно зависимые и линейно независимые векторы.
7. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
8. Векторное произведение двух векторов и его свойства.
9. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
10. Полярные координаты. Связь полярных и декартовых координат.
11. Плоскость. Различные виды уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.
12. Прямая линия в пространстве. Различные виды уравнений. Взаимное расположение прямых в пространстве.
13. Взаимное расположение прямой и плоскости.
14. Прямая линия на плоскости.
15. Кривые второго порядка.
16. Поверхности второго порядка.
17. Предел функции одной переменной. Односторонние пределы.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
19. Свойства пределов. Действия с пределами.
20. Непрерывность функций в точке. Действия с непрерывными функциями.
21. Разрыв непрерывности функции. Классификация точек разрыва непрерывности.
22. Элементарные функции. Теорема о непрерывности элементарных функций.
23. Производная функции. Физический смысл производной. Геометрический смысл производной.
24. Правила дифференцирования функций.
25. Таблица производных.
26. Дифференциал функции. Свойство инвариантности.
27. Производные высших порядков.
28. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
29. Правило Лопиталя.
30. Критерий постоянства функции. Условия возрастания и убывания функции.
31. Экстремумы функции. Необходимый признак экстремума. Достаточный признак экстремума функции.
32. Выпуклость графика функции. Достаточные признаки выпуклости графика функции вверх и вниз. Точка перегиба графика функции.
33. Асимптоты графика функций.
34. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.
35. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
36. Определенный интеграл и его свойства. Теорема Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
37. Геометрические приложения определенных интегралов.
38. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
39. Дифференциальные уравнения первого порядка.
40. ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
41. ЛНДУ со специальной правой частью.

Темы докладов:

1. Некоторые приемы решения алгебраических уравнений высших степеней.
2. Теория делимости. Алгоритм Евклида.
3. Оптические свойства линий второго порядка.
4. Уравнения кривых второго порядка в полярных координатах.
5. Задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям.
6. Метод прямоугольников для вычисления определённых интегралов.
7. Формула трапеций для вычисления определённых интегралов.
8. Формула Симпсона.
9. Комплексные числа.

Пример экзаменационного билета**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**

Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль **Математика**

Для направления (специальности подготовки)

29.03.04Технология художественной обработки материалов

Экзаменационный билет № 0

1. Прямая линия в пространстве.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Задача 1. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 6, \\ 4x + 5y - 4z = -1, \\ 3x - 3y + 2z = 4. \end{cases}$$

Задача 2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{1 - \cos 3x}$.

Принято на заседании кафедры ПМИ

_____ 201 г. Протокол № _

Заведующий кафедрой ПМИ _____

_____ (ФИО)

Приложение Б(обязательное)
Технологическая карта
учебного модуля «Математика»
семестр 1 ЗЕТ6, вид аттестации экзамен, акад. часов 216, баллов рейтинга 300

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем.	Трудоемкость, ак.час					Форма текущего контроля успе- в. (в соотв. с пас- портом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия				СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
УЭМ 1 Элементы линейной алгебры	1-2	4	6		2	10	ИДЗ 1	24
УЭМ 2 Элементы векторной алгебры	3-4	4	6		2	10	ИДЗ 2	10
УЭМ 3 Аналитическая геометрия	5-8	8	12		4	20	ИДЗ 3	33
	9						Тест	7
	3-8						Доклад	8
	9						КР 1	43
Рубежная аттестация	9							125
УЭМ 4 Основы дифференциального исчисления	9-12	7	12		4	19	ИДЗ 4	26
УЭМ 5 Основы интегрального исчисления	12-15	7	9		3	16	ИДЗ 5	14
УЭМ 6 Дифференциальные уравнения	16-18	6	9		3	15	ИДЗ 6	20
	17						Тест	7
	9-18						Доклад	8
	13						КР 2	25
	18						КР 3	25
Семестровый контроль	18							125
Сессия							экзамен	50
Итого за семестр		36	54		18	90		300

Критерии оценки качества освоения студентами модуля (в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по образовательным программам высшего образования» от 25.03.2014г. № 18):

- оценка «удовлетворительно» – 50 - 69 % от 50*ЗЕТ
- оценка «хорошо» – 70 - 89 % от 50*ЗЕТ
- оценка «отлично» – 90 - 100 % от 50*ЗЕТ

Приложение В
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения

Модуля Математика

Направление (специальность) 29.03.04Технология художественной обработки материалов

Форма обучения очная

Курс 1 Семестр 1

Часов: всего 216, лекций 36, практ. зан. 54, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 90

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Модуля Математика

Направление (специальность) 29.03.04Технология художественной обработки материалов

Форма обучения заочная

Курс 2 Семестр 3

Часов: всего 216, лекций 8, практ. зан. 12, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 187

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - 22-е изд., перераб. - СПб. : Профессия, 2006. - 432с. : ил. –[2004]	15	
2. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.1. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 415с. – [2002, 2004]	31	
Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.2. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 544с – [2002, 2004]	31	
3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учеб. для студентов вузов. - 8-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2007. - 479,[1]с. : ил.	101	
4. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 368 с..	10	
Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 448 с.	7	
5. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2014. - 222, [2] с. : ил. – Режим доступа: WWW. URL : www.e.lanbook.com .	7	
Учебно-методические издания		
1. Рабочая программа учебного модуля по направлению подготовки 29.03.04 Технология художественной обработки материалов / Авт.- сост. С.А.Цапаева; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2017.– 25 с.		

2. Высшая математика [Электронный ресурс]: Контр. зад. И мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2005.– 45 с. (1ч.) – Режим доступа: WWW.URL:https://novsu.bibliotech.ru	8	имеется
3. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2006.– 52 с.(2 ч.)	11	

Таблица 2 – Информационное обеспечение учебного модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
Интернет-тренажёры	http://training.iexam.ru/	
А.А. Ларин Курс высшей математики	http://alexlarin.net /	лекции
Электронные учебники	http://www.mathelp.spb.ru/	учебники

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Высшая математика часть 1 [Электронный ресурс]: Мет. указ.и контр. Задания для студ. 30 обучения / Сост. О.Н.Барсов;НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2009.– 75с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	21	имеется
2. Элементы линейной алгебры: Метод. ук./ Авт.-сост. О.Н. Барсов; НовГУ. – В.Н-д, 2005.– 25с.	10	
3. Метод координат на плоскости и в пространстве [Электронный ресурс]: Учеб. Пос./ Авт.-сост. В.Е. Рыбакова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2004.– 60с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	9	имеется
4. Неопределенный интеграл: метод. ук./ Авт.-сост. О.А. Одицов, В.М. Федорова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2004.– 39с.	10	
5. Определенный интеграл: метод. указания/ авт.-сост. М.Ф. Шанталова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2007.– 38с.	11	

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

Н.А. Кардина

должность

Новгородский государственный
университет им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета

подпись

Кардина Н.А.

расшифровка

Действительно для учебного года 2017/18

Зав. кафедрой *А.В. Колногоров*

подпись

И.О.Фамилия

20..... г.

Действительно для учебного года

Зав. кафедрой _____

подпись

И.О.Фамилия

20..... г.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ из ме не ни я	Изменения				Все го лис- тов в доку- мен- те	ФИО ответственного за внесение измене- ния	Дата внесения измене- ния	Дата введе- ния из- мене- ния
	№ изме- нен- ного листа	Заменено	Новое	Номер изъятого листа				