

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики



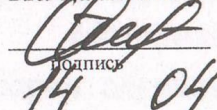
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА, ЦЕПИ МАРКОВА И ТЕОРИЯ
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Учебный модуль по направлению подготовки бакалавров
01.03.02- Прикладная математика и информатика

Рабочая программа

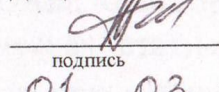
СОГЛАСОВАНО

Начальник учебного отдела


подпись И.О.Фамилия
14 04 2017г.
число месяц

Разработал

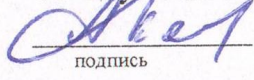
доцент


подпись И.О.Фамилия
01 03 2017г.
число месяц

Принято на заседании кафедры
ПМИ

Протокол № 7 от 01.03. 2017г.

Заведующий кафедрой ПМИ


подпись И.О.Фамилия
А.В. Колногоров
2017г.
число месяц

Введение

Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов» базируется на Основной образовательной программе высшего образования подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 - «Прикладная математика и информатика», разработанной и утвержденной Новгородским государственным университетом имени Ярослава Мудрого на основе Федерального государственного образовательного стандарта по соответствующему направлению подготовки высшего образования, а также с учетом рекомендованной примерной образовательной программы и Базового учебного плана.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

В рабочей программе использованы следующие сокращения:

ОП – образовательная программа

ПК – профессиональные компетенции;

УМ – учебный модуль;

УЭМ – учебные элементы модуля;

УР – учебная работа;

АЧ – академический час;

ЗЕ – зачетная единица;

Лек – лекции;

ПЗ – практические занятия;

СР – самостоятельная работа;

СРС – самостоятельная работа студентов;

АСРС – аудиторная самостоятельная работа студентов;

ВСРС – внеаудиторная самостоятельная работа студентов;

БРС – балльная рейтинговая система;

КР – контрольная работа;

ЭКЗ – экзамен

1 Цели и задачи учебного модуля

Разработка учебного модуля (УМ) «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов» ставит цель: в рамках компетентного подхода формирование системы знаний будущих бакалавров в области применения вероятностных и вероятностно-статистических методов исследования. Базируется на УМ «Теория вероятностей и математическая статистика» и является его продолжением.

Преподавание дисциплины имеет целью ввести в сознание обучаемых, будущих математиков, вероятностное восприятие окружающей действительности, базовые элементы статистики, ознакомить с системой стандартных понятий и действий, с особенностями применения. Также целью изучения

дисциплины является усвоение статистических методов исследования, знакомство со случайными функциями, вычислительными процедурами, приобретение практических навыков обработки числовых данных с интерпретацией результатов. В процессе преподавания значительное внимание уделяется вопросам теоретического обоснования материала, практическим приложениям, а также дальнейшему развитию навыков самостоятельного исследования.

Для достижения цели перед студентами ставятся следующие задачи:

- освоение теоретического базиса дисциплины;
- применение теоретических знаний для решения практических задач вероятностного характера с использованием случайных функций и последовательностей испытаний;
- приобретение практических навыков формирования и исследования статистических данных;
- приобретение вычислительных навыков работы, в том числе с простейшим стандартным программным обеспечением;
- закладка теоретического фундамента, необходимого для изучения множества других специальных и прикладных дисциплин;
- формирование у студентов математической и исследовательской культуры.

2 Место учебного модуля в структуре ОП направления подготовки

Учебный модуль «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов» относится к модулю базовой части Базового учебного плана (БП.Б8) и в соответствии с программами бакалавра по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, разработанной и утвержденной Новгородским государственным университетом имени Ярослава Мудрого на основе ФГОС ВО и ОП. Изучается на 2-м курсе в течение 4-го семестра. Она использует в первую очередь, материал дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», а также различные разделы дисциплин «Дискретная математика», «Математический анализ», «Алгебра и геометрия».

Материалы дисциплины «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов» используются при изучении других дисциплин, применяющих вероятностные и вероятностно-статистические методы исследования, также могут быть задействованы в прикладных исследованиях статистического характера и при подготовке выпускных работ по соответствующей тематике.

3 Требования к результатам освоения дисциплины

Компетентностная модель выпускника по направлению магистратуры 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Наименование групп компетенций	Уровень освоения компетенций		
	Пороговый	Базовый	Повышенный

Общекультурные	-	-	-
Общепрофессиональные	-	-	-
Профессиональные	-	-	ПК1, ПК2

В соответствии с ФГОС ВО в результате изучения данной дисциплины студент приобретает, закрепляет и демонстрирует следующие профессиональные компетенции **в области научно-исследовательской деятельности**:

-способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1);

-способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).

Паспорт компетенции (ПК-1)

способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1)

Уровни	Показатели	Оценочная шкала		
		3	4	5
Повышенный уровень	Знание методов, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных в области профессиональной деятельности ;;	Имеет представление о методах, основанных на сборе, анализе и интерпретации научных данных в области профессиональной деятельности, но допускает неточности в формулировках	Имеет представление о методах, основанных на сборе, анализе и интерпретации научных данных в области профессиональной деятельности	Знает, понимает и умеет применять методы, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных в области профессиональной деятельности
	Умение – собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов; – использовать методы прикладной математики и информатики для	В целом успешное, но не систематическое умение собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов В целом успешное, но не систематическое умение ис-	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Сформированное умение собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов Сформированное умение использовать методы прикладной математики и информатики

	решения научно-исследовательских и прикладных задач в области профессиональной деятельности	пользовать методы прикладной математики и информатики для решения научно-исследовательских и прикладных задач в области профессиональной деятельности и конкретных практических выводов;	умение собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический, графический и т.п. материал, необходимый для прикладных задач в области проф. деятельности, построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов	для решения научно-исследовательских и прикладных задач в области профессиональной деятельности и конкретных практических выводов
	Владение профессионально профильными знаниями и практическими навыками прикладной математики и информатики; – методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов .	Владеет Профильными знаниями и практическими навыками прикладной математики и информатики Владеет недостаточно методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов и явлений	Профессионально владеет профильными знаниями и практическими навыками прикладной математики и информатики Хорошо владеет методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов и явлений	Владеет приоритетными направлениями развития прикладной математики и информатики, умением координировать научные исследования по выбранному направлению Уверенно владеет методами построения непрерывных и дискретных математических моделей процессов

Паспорт компетенции (ПК-2)

способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2)

Уровни	Показатели	Оценочная шкала		
		3	4	5
Повышенный уровень	Знание углублённые понятия дисциплины, её методы, место и роль в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата;	Имеет представление об углублённых понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата, но допускает неточности в формулировках	Имеет представление об углублённых понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата	Имеет четкое, целостное представление об основных понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата
	Умение – применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики; – применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей.	В целом успешное, но не систематическое умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения типовых задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения комбинированных задач	Сформированное умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения задач повышенной сложности
	Владение – инструментарием для решения задач в области прикладной математики и информатики инструмен-	Владеет недостаточно инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и ин-	Хорошо владеет инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и информатики Хо-	Уверенно владеет инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и информатики Уверенно владеет

	тариет формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении мат. моделей процессов и явлений;	форматики Владеет недостаточно инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений	рошо владеет инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений	инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений
--	---	--	--	---

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам	Коды формируемых компетенций
		3	
Полная трудоемкость учебного модуля в зачетных единицах (ЗЕ):	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):			
Аудиторная УР	90	90	ПК1, ПК2
– Лек.	36	36	
– ПР	54	54	
– в том числе, АСРС	18	18	
ВСРС	126	126	
Аттестация – ЭКЗ	36	36	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

УЭМ 1.

Раздел 1.1 Оценки параметров распределений

1.1.1 Понятие оценки, особенности малых выборок. Точечные оценки параметров и их свойства (несмещенность, состоятельность, эффективность).

1.1.2 Функция правдоподобия. Неравенство Крамера-Рао. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов.

1.1.3 Интервальные оценки. Доверительные интервалы для математического ожидания, дисперсии, разности средних.

1.1.4 Оценка вероятности по частоте. Ошибка выборки, оптимальная численность выборки.

Раздел 1.2 Проверка статистических гипотез

1.2.1 Статистическая гипотеза. Статистический критерий (основные принципы).

1.2.2 Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве неизвестной дисперсии гипотетическому значению.

1.2.3 Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей при известных дисперсиях и при неизвестных одинаковых дисперсиях (критерий Стьюдента).

УЭМ 2

Раздел 2.1 Корреляционная теория случайных процессов

2.1.1 Случайный процесс. Основные понятия.

2.1.2 Математическое ожидание. Дисперсия.

2.1.3 Корреляционная и нормированная корреляционная функции.

2.1.4 Взаимная корреляционная и нормированная взаимная корреляционная функции.

2.1.5 Типы случайных процессов.

Раздел 2.2 Стохастический анализ.

2.2.1 Сходимость в среднем порядка r и сходимость в среднеквадратическом.

2.2.2 Непрерывность случайного процесса.

2.2.3 Дифференцируемость случайного процесса (необходимые и достаточные условия).

2.2.4 Интегрируемость случайного процесса. Теоремы о математическом ожидании, корреляционной и взаимной корреляционной функции интегралов.

Раздел 2.3 Стационарные случайные процессы

2.3.1 Основные понятия. Случайные процессы, стационарные в узком и широком смысле.

2.3.2 Корреляционная, нормированная корреляционная и взаимная корреляционная функции.

2.3.3 Корреляционная и взаимная корреляционная функции для производных и для интегралов стационарных случайных процессов.

Раздел 2.4 Спектральная теория стационарных случайных процессов.

2.4.1 Спектральное разложение стационарного случайного процесса.

2.4.2 Случайные процессы с дискретным и непрерывным спектром.

2.4.3 Спектральная плотность. Формулы Винера-Хинчина.

2.4.4 Импульсная дельта-функция Дирака. Стационарный белый шум.

УЭМ 3

Раздел 3.1 Цепи Маркова

3.1.1 Целочисленные случайные величины. Производящая функция последовательности.

3.1.2 Связь производящих функций вероятностей с моментами.

3.1.3 Свертки последовательностей. n-кратные свертки.

3.1.4 Цепь Маркова. Определения и примеры.

3.1.5 Вероятности перехода и безусловные вероятности состояний.

3.1.6 Граф состояний. Классификация состояний. Процесс гибели и размножения.

3.1.7 Вероятности перехода за несколько шагов.

3.1.8 Стационарный режим в цепи Маркова.

4.3 Организация изучения УМ

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий приведены в Приложении А.

4.4 Формирование компетенций УМ

Соотнесение УЭМ и формируемых в них компетенций.

№ УЭМ	Трудоемкость темы, АЧ	Компетенции
УЭМ 1	30	ПК1, ПК2
УЭМ 2	40	ПК1, ПК2
УЭМ 3	20	ПК1, ПК2

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

5.1. Оценка качества освоения УЭМ

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих УЭМ производится в течение курса обучения по балльной рейтинговой системе (БРС), обязательной к использованию всеми структурными подразделениями НовГУ.

Для оценки качества освоения студентами УЭМ и УМ в целом используются формы контроля:

текущий – регулярно в течение всего семестра контроль выполнения аудиторных и домашних заданий, индивидуальных самостоятельных работ, работы с источниками;

семестровый – по окончании изучения УЭМ суммирование баллов самостоятельных работ, баллов за работу в семестре и итоговой экзаменационной работы по теоретическому материалу.

При этом в текущем контроле по окончании изучения каждого УЭМ соответствующим количеством баллов оцениваются приобретенные теоретические и практические навыки (работа с литературой) и исследовательская творческая составляющая, индивидуальные достижения (творческий рейтинг).

Экзаменационная оценка выставляется по семестровым результатам изучения всех УЭМ. Для положительной оценки минимально необходимое количество баллов – 150. Максимально возможное количество баллов – 300.

Критерии оценки качества освоения студентами УЭМ (ЭКЗ):

- **пороговый** («оценка «удовлетворительно») – 150 – 209 баллов.
- **стандартный** (оценка «хорошо») – 210 – 269 баллов.
- **эталонный** (оценка «отлично») – 270 – 300 баллов.

Оценка качества освоения студентами УЭМ и УМ осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте УМ (Приложение Б).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение УМ

Учебно-методическое обеспечение УМ представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В)

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

7 Материально-техническое обеспечение УМ

Для осуществления образовательного процесса по УМ занятия достаточно проводить в обычной аудитории. Демонстрации презентаций по курсу заня-

тия следует проводить в аудитории, оборудованной мультимедийными средствами. Для выполнения студентами заданий, связанных с расчетами и обработкой числовых данных, желательно использовать персональный компьютер.

Приложение А

Рекомендуемые формы проведения лекционно-практических занятий

4-й семестр	
Тема занятий (номера подразделов)	Форма проведения
УЭМ 1	
1.1 – 1.2	Информационная лекция, проблемная лекция. Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов.
УЭМ 2	
2.1 – 2.4	Информационные, обзорные лекции. Решение типовых заданий преподавателем, студентами под руководством преподавателя. Работа в малых группах. Выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов.
УЭМ 3	
3.1	Информационные, обзорные лекции. Решение типовых заданий преподавателем, студентами под руководством преподавателя. Работа в малых группах. Выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов.

Экзаменационные вопросы по дисциплине «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов» (4-й семестр)

1. Точечные оценки параметров. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
2. Состоятельные оценки.
3. Функция правдоподобия. Неравенство Крамера-Рао.
4. Эффективная оценка математического ожидания нормальной и пуассоновской генеральных совокупностей.

5. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов.
6. Распределения некоторых статистик.
7. Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известной дисперсии.
8. . Доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при неизвестной дисперсии.
9. Доверительные интервалы (точный и приближенный) для дисперсии нормальной генеральной совокупности .
10. Оценка вероятности по частоте.
11. Ошибка выборки, оптимальная численность выборки.
12. Статистическая гипотеза. Ошибки 1-го и 2-го рода. Статистический критерий (основные принципы).
13. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.
14. Проверка гипотезы о равенстве неизвестной дисперсии гипотетическому значению.
15. Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей при известных дисперсиях и при неизвестных одинаковых дисперсиях (критерий Стьюдента).
16. Сравнение выборочной средней с гипотетической величиной.
17. Основные понятия теории случайных процессов.
18. Корреляционная и нормированная корреляционная функции.
19. Взаимная корреляционная и нормированная взаимная корреляционная функции.
20. Типы случайных процессов
21. Сходимость в среднем порядка r и сходимость в среднеквадратическом. Непрерывность случайного процесса.
22. Дифференцируемость случайного процесса (необходимые и достаточные условия).
23. Теоремы о математическом ожидании и корреляционной функции производной. Теорема о взаимной корреляционной функции $X(t)$ и $\dot{X}(t)$.
24. Интегрируемость случайного процесса. Теоремы о математическом ожидании, корреляционной и взаимной корреляционной функции интегралов.
25. Случайные процессы, стационарные в узком и широком смысле.
26. Корреляционная, нормированная корреляционная и взаимная корреляционная функции стационарных случайных процессов.

27. Корреляционная и взаимная корреляционная функции для производных и для интегралов стационарных случайных процессов.
28. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Случайные процессы с дискретным спектром.
29. Случайные процессы с непрерывным спектром. Спектральная плотность. Формулы Винера-Хинчина.
30. Импульсная дельта-функция Дирака.
31. Стационарный белый шум.
32. Производящая функция последовательности. Связь производящих функций вероятностей с моментами.
33. Свертки последовательностей. n -кратные свертки. Примеры.
34. Цепь Маркова. Определения и примеры.
35. Вероятности перехода в цепи Маркова и вычисление безусловных вероятностей состояний.
36. Граф состояний. Классификация состояний.
37. Процесс гибели и размножения.
38. Вероятности перехода за несколько шагов. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
39. Стационарный режим в цепи Маркова.

Пример заданий экзаменационного билета

1. Функция правдоподобия. Неравенство Крамера-Рао.
2. Спектральная плотность. Формулы Винера-Хинчина.
3. Граф состояний. Классификация состояний в цепи Маркова.

Пример варианта контрольной работы КР1

1. Выборка задана в виде статистического ряда

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m_i	12	11	10	9	8	7	6	5	4	5	12	11

Построить гистограмму относительных частот с четырьмя интервалами. По преобразованной выборке найти исправленную выборочную дисперсию.

2. Выборка задана в виде статистического ряда

x_i	-4	-3	-1	0	2	3	5	6	7	8	9	11
m_i	3	5	7	9	12	13	17	10	8	8	4	4

Предполагая, что генеральная совокупность X распределена по нормальному закону с неизвестным стандартным отклонением, с надежностью 0,975 найти интервальную оценку $M(X)$.

3. Оцениваемая вероятность p осуществления случайного события A в каждом испытании постоянна. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с надежностью 0,95 гарантировать предельную ошибку выборки не более 0,05, если а) ω неизвестна; б) в пробной выборке $\omega = 0,1$?

4. При производстве лекарственных препаратов руководствуются стандартом. Контролируется определенный показатель, допустимая характеристика рассеяния которого определена числом $\sigma_0^2 = 10$. Из произведенной партии продукции извлекается контрольная выборка объема $n = 15$ единиц продукции. Исправленная выборочная дисперсия контролируемого показателя $s^2 = 15,8$. Требуется по выборке проверить значимость различий дисперсий, наблюдаемой $M(S^2)$ и контрольной σ_0^2 , полагая уровень значимости $\alpha = 0,1$. Также известно, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону.

Пример варианта самостоятельной работы СР1

1. Независимые случайные величины U и V имеют распределения

u_j	-2	1	3
p_j	0.2	0.3	0.5

v_j	-1	2
p_j	0.4	0.6

Найти:

а) возможные реализации случайного процесса $X(t) = (U + V) t^2$ и их вероятности;

б) $m_x(t)$.

2. Пусть случайный процесс задан выражением $X(t) = (U - 2) \sin t$, где случайная величина U равномерно распределена на отрезке $[2; 5]$.

Найти:

а) дисперсию случайного процесса $Y(t) = X(t) + U \ln |t|$;

б) нормированную взаимную корреляционную функцию $r_{xy}(t_1, t_2)$.

Пример варианта контрольной работы КР2

1. Заданы случайные процессы $X(t) = e^t \sin U$, $Y(t) = t \cos U$.
Случайная величина U имеет распределение

u_m	0	$\pi/2$	π
p_m	0.1	0.4	0.5

Найти взаимную корреляционную функцию случайных процессов $X(t)$ и $Y(t)$.

2. Случайный процесс $X(t) = V^2 t e^t$, где случайная величина $V \sim N(0; 1)$.
Случайный процесс $Z(t) = 2X(t) + X'(t)$.

Найти: а) K_x ; б) K_z .

3. Стационарный случайный процесс $X(t)$ имеет корреляционную функцию
 $k_x(\tau) = 5 e^{-|\tau|}$.

Найти нормированную корреляционную функцию для $X(t)$.

4. Известна спектральная плотность стационарного случайного процесса

$$s_x(\omega) = \frac{20}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}.$$

Вычислить корреляционную функцию $k_x(\tau)$.

Пример варианта контрольной работы КР3

1. Случайная величина X имеет распределение

x_m	0	1	2	3	4	5	6	7
a_m	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

Случайная величина $Y \sim B(7; 0.5)$ и имеет последовательность вероятностей $\{b_m\}$.

Случайная величина $Z \sim B(5; 0.5)$ и имеет последовательность вероятностей $\{c_m\}$.

Последовательность $\{p_m\} = \{a_m\} * \{b_m\} * \{c_m\}$.

Найти: p_0 , p_{19} , p_{38} .

2. Работники коммерческого предприятия поделены на три группы:

- E_1 – высокооплачиваемые;
- E_2 – средний доход;
- E_3 – низкооплачиваемые.

Статистическое обследование оценило вероятности перехода работников из одной группы в другую в течение года. При этом, учитывается возможность увольнения E_4 . Стохастическая матрица имеет вид

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.05 & 0.05 \\ 0.1 & 0.8 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти вероятность, что через два года

- а) работник со средним доходом может оказаться высокооплачиваемым;
- б) низкооплачиваемый работник может быть уволен.

3. Два автомобиля, A и B , сдаются в аренду по одной и той же цене. Ежедневно после эксплуатации фиксируются состояния автомобилей. Возможные состояния автомобилей

- E_1 – работает хорошо;
- E_2 – требует регулировки.

Стохастические матрицы имеют вид

$$\mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_B = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Найти стационарные вероятности для обоих автомобилей. Какой автомобиль арендовать выгоднее?

Задания для внеаудиторной СРС

Теоретические задания

Теоретические задания для внеаудиторной СРС соответствуют теоретическому материалу изучаемого раздела (см. 4.2).

Пример задания. Проработать теоретический материал раздела 1.2 «Проверка статистических гипотез».

1.2.1 Статистическая гипотеза. Статистический критерий (основные принципы).

1.2.2 Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве неизвестной дисперсии гипотетическому значению.

1.2.3 Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей при известных дисперсиях и при неизвестных одинаковых дисперсиях (критерий Стьюдента).

Практические задания

Практические задания для ВСРС включают в себя систему задач из изучаемого раздела (см. 4.2).

Пример задания. На основе теоретического материала раздела 1.2 решить задачи: №№ ... из основных рекомендуемых литературных источников; №№ ... из дополнительных источников; №№ ... из методических рекомендаций.

Приложение Б
(обязательное)

Технологическая карта
УМ «Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов»
семестр 4, ЗЕТ 6, вид аттестации ЭКЗ, акад.часов 90,
баллов рейтинга 300

№ и наименование раздела учебного модуля	№ недели	Трудоемкость, АЧ				Форма текущего контроля успеваемости (в соотв. с паспортом ФОС)	Максимальное количество баллов рейтинга
		Аудиторные занятия			ВСП С		
		Лек	ПЗ	в том числе АСП С	ВСП С		
УЭМ 1	1–6	12	18	6	40	Работа с литературой	15
						Творческий рейтинг	15
						КР 1	50
УЭМ 2	7–14	16	24	8	50	Работа с литературой	10
						Творческий рейтинг	10
						СП1	25
						КР2	50
УЭМ 3	15–18	8	12	4	36	Работа с литературой	10
						Творческий рейтинг	10
						КР 3	30
Рубежная аттестация	9						125
Экзамен						ЭКЗ	75
Итого за семестр		36	54	18	126		300

Критерии оценки качества освоения студентами УМ:
оценка «удовлетворительно» – 150 – 209 (баллов)
оценка «хорошо» – 210 – 269 (баллов)
оценка «отлично» – 270 – 300 (баллов)

Критерии рубежной оценки качества освоения студентами УМ (рубежная аттестация):

оценка «удовлетворительно» – 63 – 87 (баллов)

оценка «хорошо» – 88 – 112 (баллов)

оценка «отлично» – 113 – 125 (баллов)

Приложение В
(обязательное)

**Карта учебно-методического обеспечения УМ
«Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов»**

Направление (специальность): 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Курс – 2. Семестр – 4

АЧ: всего – 216, Лек – 36, ПЗ – 54, ВСРС – 126

Обеспечивающая кафедра: КПМИ

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для вузов. – 12-е изд. перераб.– М.: Высшее образование, 2006. – 476с. (др. издания)	228	
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – 12-е изд. перераб.– М.: Юрайт: Высшее образование, 2006, 2009, 2012. – 478с. (др. издания)	306	
3. Медик В. А., Токмачев М. С. Математическая статистика в медицине. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 800с.	23	
4. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения: Учеб. пособие для техн. вузов. 4-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2007. – 477с. (др. издания)	14	
5. Свешников А. А. Прикладные методы теории марковских процессов. – СПб.: Лань, 2007. – 192с.	1	
Учебно-методические издания		
1. Токмачев М.С. Математическая статистика, цепи Маркова и теория случайных процессов. Рабочая программа для направления 01.03.02 НовГУ им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород, 2017. – 22 с.	-	

2. Теория вероятностей и математическая статистика: Метод. указания / Сост. Н. В. Манова, С. В. Мельникова; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2006. – 75с. (др. издания) [Электронный ресурс] Режим доступа: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/Book/-334	161	1
--	-----	---

Таблица 2 – Информационное обеспечение модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
1. Токмачев М. С. Сборник статистических таблиц (теория вероятностей и математическая статистика), [Электронный ресурс] / НовГУ им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород: 2013. – 68с. – Режим доступа: http://www.novsu.bibliotex.ru	-	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. / Под общей ред. А. А. Свешникова. – 4-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2008. – 448с. (др. издания)	32	
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т. 1. – М.: Мир, 1984. – 528с.	-	

Действительно для учебного года _____ / _____

Зав. кафедрой _____
подпись И.О.Фамилия

_____ 20..... г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность подпись расшифровка