

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

Двойное показательное распределение

Курсовая работа

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Проверил преподаватель

_____ М. С. Токмачёв

“ ____ ” _____ 2016 г.

Выполнил студент группы 4311

_____ Н. В. Шевелёв

“ ____ ” _____ 2016 г.

Великий Новгород
2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Цель работы	3
Параметры распределения	3
Графики.....	4
Плотность линейной функции	5
Графики.....	6
Усечение распределения	6
Правостороннее усечение	7
Левостороннее усечение	8
Двустороннее усечение	9

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследовать двойное показательное распределение:

$$f(x) = l * m * e^{-l*m - m*e^{-l*x}}$$

где m – параметр положения ($m > 0$), l – параметр масштаба ($l > 0$).

Указать $F(X)$, $D(X)$, характеристическую функцию $\phi(t)$. Исследовать кривую плотности в зависимости от параметра, построить характерные графики.

Найти плотность $g(y)$ линейной функции $y = ax + b$.

- Указать $M(y)$ и $D(y)$.
- Проиллюстрировать влияние a и b на график кривой плотности.
- Построить графики функции распределения $f(x)$ и $g(x)$.

Найти усечение распределения X на интервал $[\alpha, \beta]$.

- Построить функцию плотности для усечённого распределения.
- Рассмотреть левосторонние, правосторонние и двусторонние усечения.
- Построить соответствующие характерные графики $f(x)$, $F(x)$, $f_{yc}(x)$, $F_{yc}(x)$.
- Найти $M(x_1)$ и $D(x_1)$ для усечённого распределения.

ПАРАМЕТРЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Функция распределения:

$$F(x) = e(-m * e^{-l*x})$$

Математическое ожидание:

$$M(X) = \frac{1}{l} * (\ln m + 0,5772)$$

Дисперсия:

$$D(X) = \frac{\pi^2}{6 * l^2} \approx \frac{1.6449}{l^2}$$

Характеристическая функция:

$$\phi(t) = m^{\frac{i}{l}} * \Gamma(1 - \frac{-it}{l})$$

Графики

```

[отображаемый диапазон графика
PlotLegends → Placed["AllExpressions", Bottom], Filling → Axis]],
[легенды графика [расположен [низ [заливка [
{{XRangeMin, 4, "X Range: -"}, 0, 10, 0.1},
[диапазон
{{XRangeMax, 8, "X Range: +"}, 0, 10, 0.1},
[диапазон
{{YRangeMin, 0, "Y Range: -"}, 0, 10, 0.1},
[диапазон
{{YRangeMax, 0.4, "Y Range: +"}, 0, 10, 0.1},
[диапазон
{{λ, 1, "λ"}, 0.1, 2, 0.1}, {{μ, 1, "μ"}, 0.1, 10, 1}}

```

Out[72]=

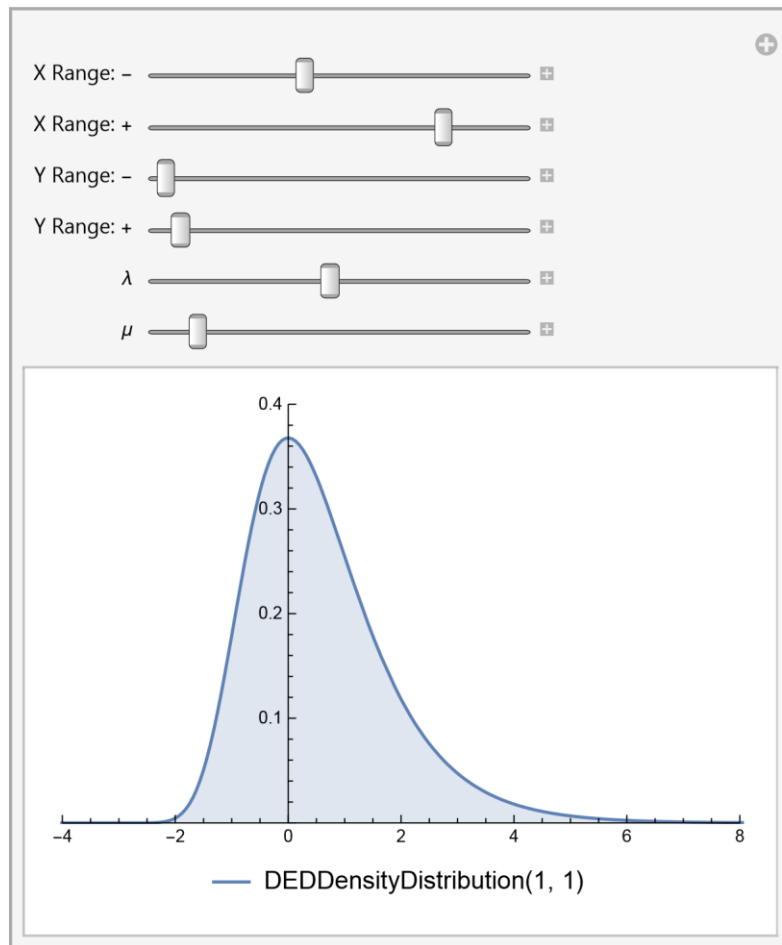


Рисунок 1. Плотность вероятности $f(x)$

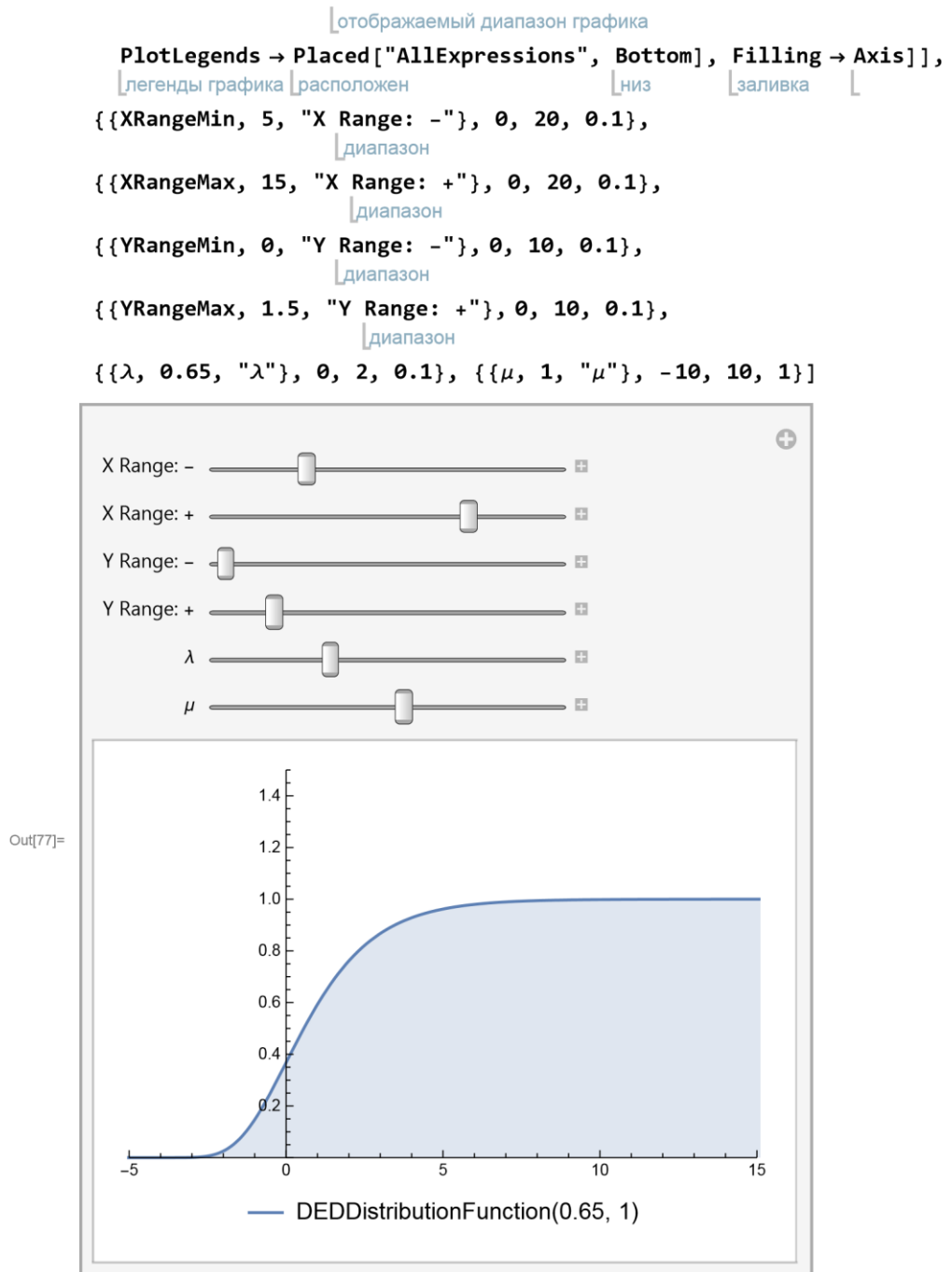


Рисунок 2. Функция распределения $F(x)$

ПЛОТНОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ

$$g(y) = \frac{1}{|a|} \cdot (l * m * e^{-l*m - m * e^{\frac{-l(y-b)}{a}}})$$

Графики

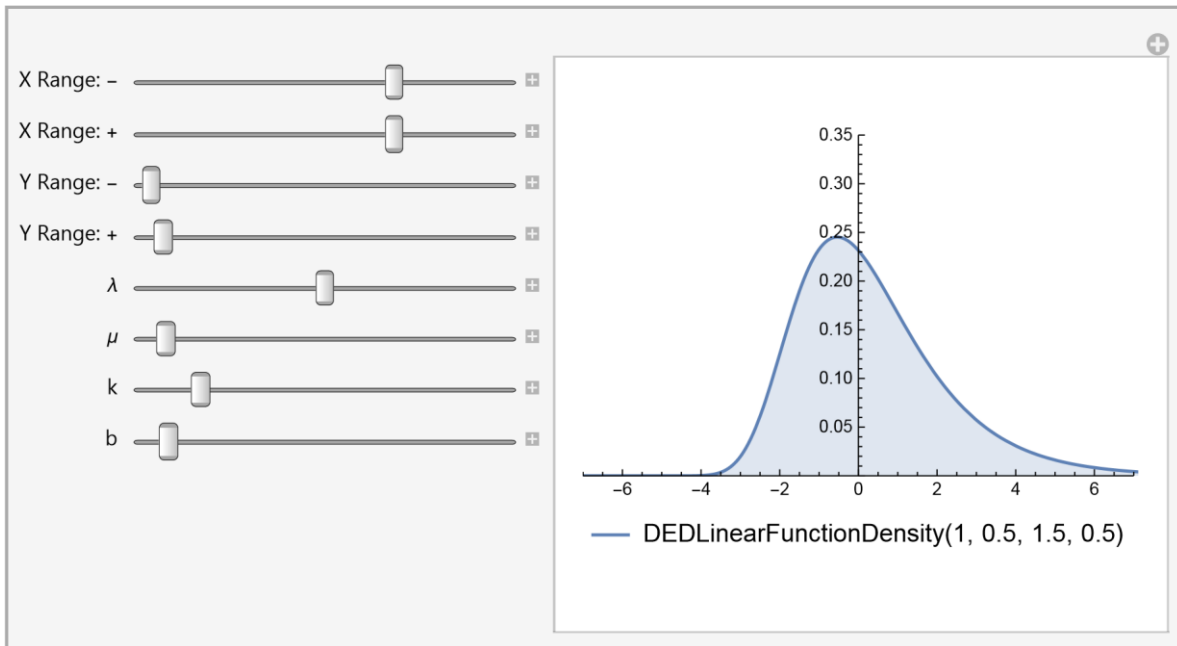


Рисунок 3. Кривая плотности $g(y)$.

Математическое ожидание:

$$M(X) = a * \frac{1}{l} * (\ln(m + 0.5772) + b)$$

Дисперсия:

$$D(X) = a^2 * \frac{\pi^2}{6 * l^2}$$

Параметр L сдвигает график по оси Y (чем больше L , тем выше становится график), с уменьшением значения k уменьшается высота графика. Параметр b сдвигает график по оси X , так же как и параметр m .

УСЕЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

$$f(x) \rightarrow f^*(x)$$

$$f^*(x) = \begin{cases} \frac{1}{k \cdot f(x)}, & x \in [\gamma, \beta] \\ 0, & x \notin [\gamma, \beta] \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x) dx = \int_{\gamma}^{\beta} f^*(x) dx = \frac{1}{k} \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx = \frac{1}{k} \cdot S^* = \frac{S^*}{k} \equiv 1$$

То есть $S^* = k$

$$k = \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx = P(x \in [\gamma, \beta]) = F(\beta) - F(\gamma)$$

$$f^*(x) = \begin{cases} l * m * e^{(-l*m - m*e^{-l*x})} * \frac{1}{(m * (-e^{-m*l}) * Ei(-e^{-l*\alpha} * m)) - (m * (-e^{-m*l}) * Ei(-e^{-l*\beta} * m))}, & x \in [\gamma, \beta] \\ 0, & x \notin [\gamma, \beta] \end{cases}$$

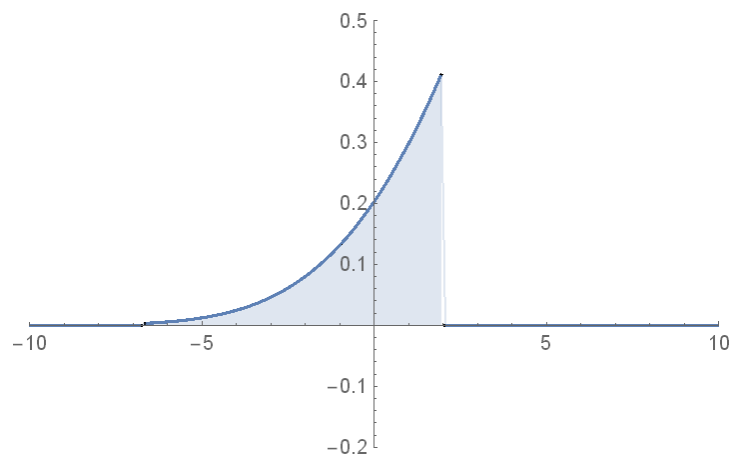
Математическое ожидание:

$$M(X) = -e^{(-l m)} m Ei(-e^{(-l x)} m)$$

Дисперсия:

$$D(X) = \left(-e^{-l m} m Ei(-e^{-l x^2} m) \right) - (-e^{-l m} m Ei(-e^{-l x} m))^2$$

Правостороннее усечение



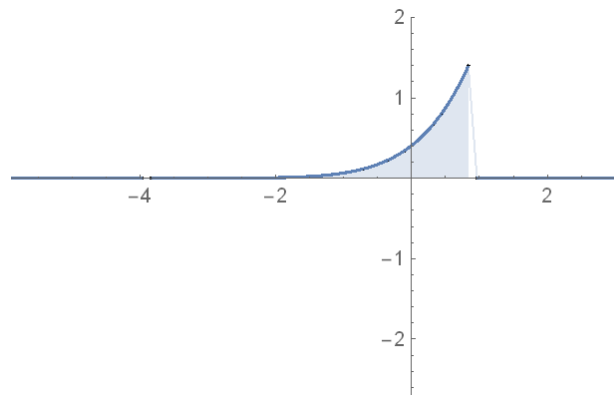
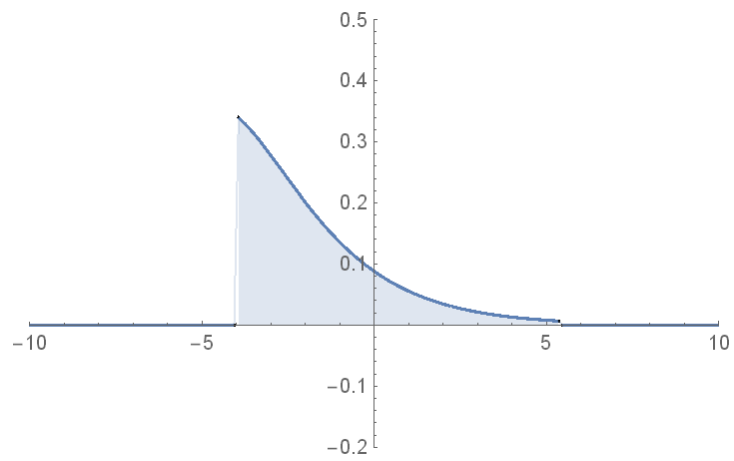


Рисунок 3. Плотность вероятности и функция распределения (правостороннее усечение)

Левостороннее усечение



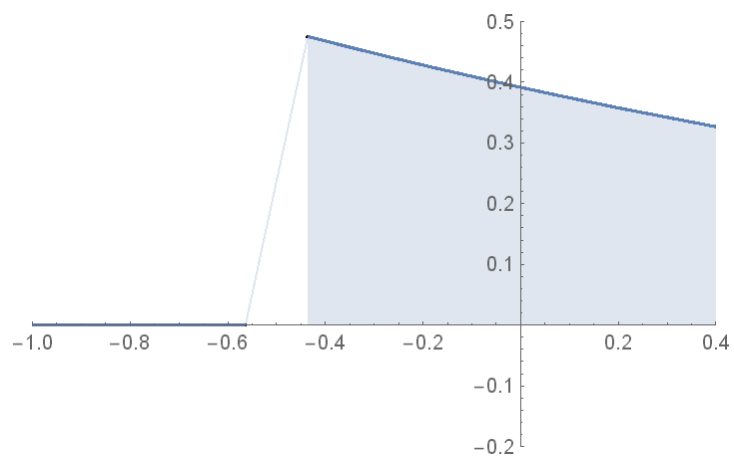
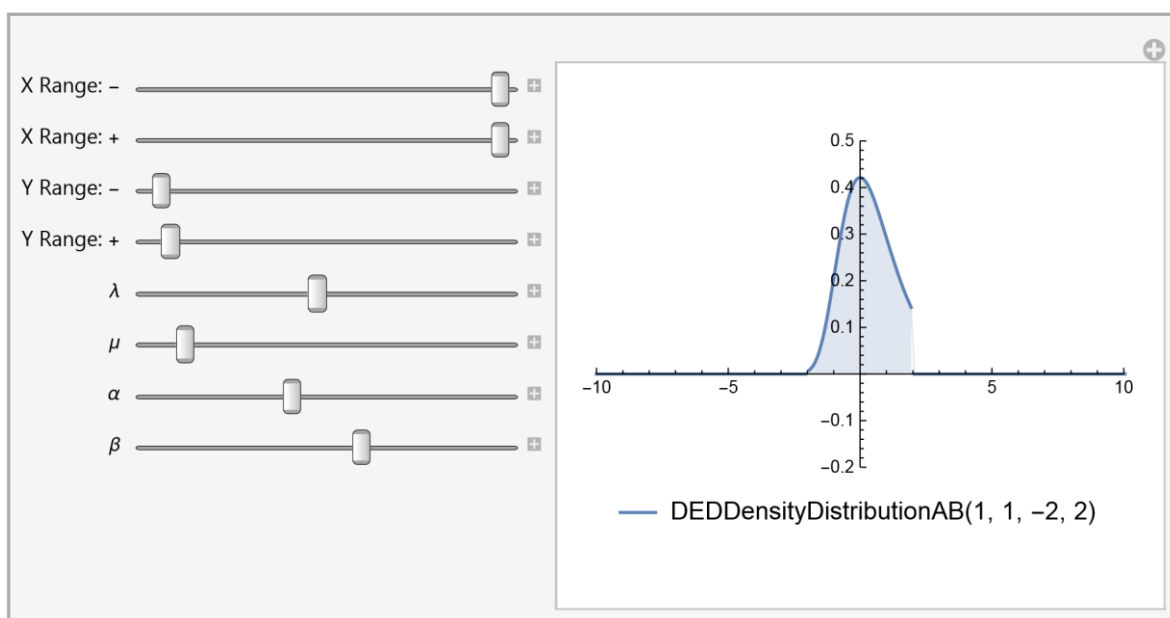


Рисунок 4. Плотность вероятности и функция распределения (левостороннее усечение)

Двустороннее усечение



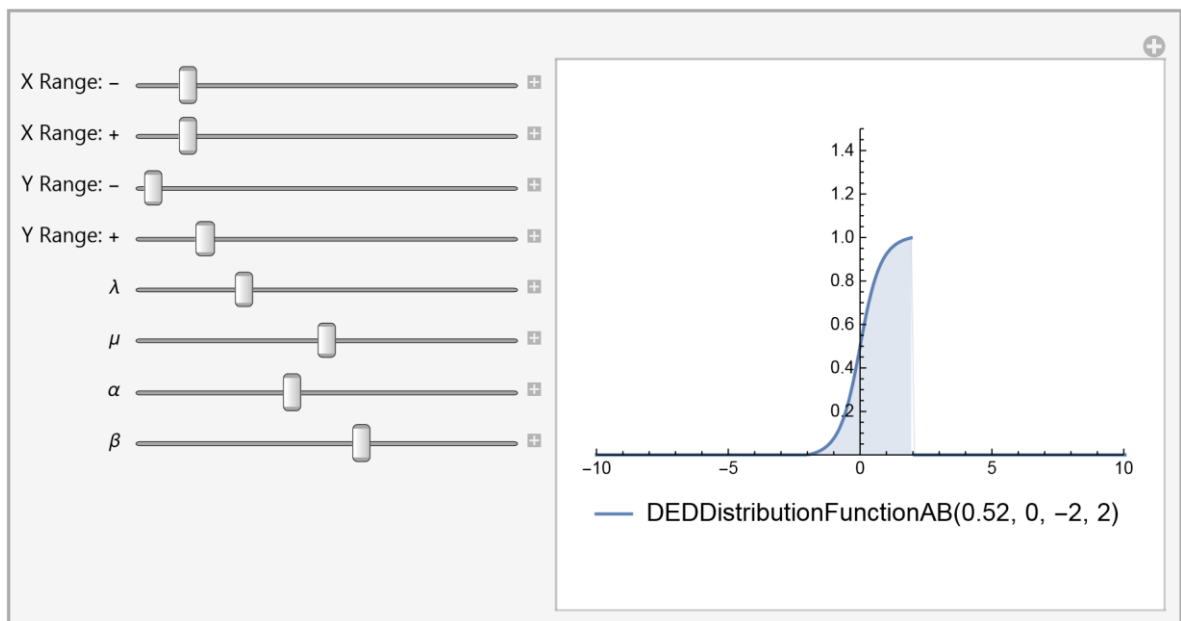


Рисунок 5. Плотность вероятности и функция распределения (двустороннее усечение)