

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики



И.И. Оминов

20 17 г.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Учебный модуль по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО

Начальник учебного отдела

О.Б. Широколобова

«19» 04 2017 г.

Разработали

профессор кафедры ПМИ

В.А. Елемский

доцент кафедры ПМИ

А.С. Тихомиров

«01» марта 2017 г.

Принято на заседании кафедры ПМИ

Протокол № 7 от 01.03 2017 г.

Заведующий кафедрой

А.В. Колногоров

«01» 03 2017 г.

1 Цели и задачи учебного модуля

Целью учебного модуля (УМ) является формирование компетентности студентов в области применения современного математического аппарата дискретной математики и теории алгоритмов в исследовательской деятельности, способствующей становлению их готовности к решению задач профессиональной деятельности.

Основными задачами УМ являются:

- формирование системы знаний по основным разделам дискретной математики и теории алгоритмов;
- анализ прикладных задач, для решения которых применяются методы дискретной математики;
- формирование умений использования комбинаторных методов и их приложений;
- развитие навыков владения прикладными аспектами теории алгебраических структур;
- формирование у студентов навыков разработки алгоритмов на основе теории графов;
- формирование у студентов навыков разработки алгоритмов обработки данных и реализации составленных алгоритмов с помощью языка программирования.

2 Место учебного модуля в структуре ООП направления подготовки

УМ входит в учебный план подготовки бакалавров по направлению 01.03.02- Прикладная математика и информатика, базовую часть цикла Б1 и читается во 2 семестре.

УМ базируется на материале модуля «Алгебра, геометрия и математическая логика». Для успешного усвоения дисциплины студент должен знать основные понятия и методы теории множеств, алгебры и теории чисел.

Освоение данной дисциплины необходимо при изучении следующих профессиональных модулей:

- «Теория вероятностей и математическая статистика»;
- «Теория информации и кодирования»;
- «Информационные технологии в прикладной математике».

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ направлен на формирование компетенций: ПК- 2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ПК-2	повышенный	углублённые понятия дисциплины, её методы, место и роль в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата;	– применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики; – применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей.	инструментарием для решения задач в области прикладной математики и информатики инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении мат. моделей процессов и явлений.

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

В структуре УМ выделены следующие учебные элементы модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов: отношения, комбинаторика, алгебраические структуры и графы, анализ и построение эффективных алгоритмов, машины Тьюринга.

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам	Коды формируемых компетенций
		2 сем.	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕ)	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):	216	216	
1) УЭМ1 Отношения			
- лекции	4	4	ПК-2
- практические занятия	6	6	
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	10	10	
2) УЭМ2 Комбинаторика			
- лекции	7	7	ПК-2
- практические занятия	10	10	
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	17	17	
3) УЭМ3 Алгебраические структуры			
- лекции	6	6	ПК-2
- практические занятия	9	9	
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	15	15	
4) УЭМ4 Графы			
- лекции	7	7	ПК-2
- практические занятия	11	11	

- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	18	18	
5) УЭМ5 Анализ и построение эффективных алгоритмов			
- лекции	6	6	ПК-2
- практические занятия	9	9	
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	15	15	
6) УЭМ6 Машины Тьюринга			
- лекции	6	6	ПК-2
- практические занятия	9	9	
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	15	15	
Аттестация:			
- экзамен	36	36	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

УЭМ1 Отношения (4/6/3/10)

Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений. Представление отношений в ЭВМ. Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания. Алгоритм Уоршалла.

УЭМ2 Комбинаторика (7/10/3/17)

Перебор подмножеств данного множества. Перебор элементов прямого произведения множеств. Перестановки. Перебор перестановок. Размещения и сочетания. Перебор сочетаний. Биномиальная и полиномиальная формулы.

УЭМ3 Алгебраические структуры (6/9/3/15)

Основные алгебраические структуры. Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля. Построение конечных полей. Арифметика конечного поля.

УЭМ4 Графы (7/11/3/18)

Графы. Подграфы и дополнения. Маршруты, цепи, пути и циклы. Матрицы графов. Связность и компоненты графа. Операции над графами. Изоморфизм. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Ориентированные графы. Планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Куратовского. Покрытия и раскраски. Алгоритмы для работы с графами. Представление графов в ЭВМ. Транзитивное замыкание. Поиск в глубину и в ширину. Оптимизационные алгоритмы. Кратчайшие пути.

УЭМ5 Анализ и построение эффективных алгоритмов (6/9/3/15)

Способы описания алгоритмов. Примеры алгоритмов. Алгоритм Евклида. Неформальное понятие алгоритма. Характеристики алгоритмов. Построение эффективных алгоритмов. Алгоритмы вычисления значений полиномов. Схема Горнера. Алгоритмы поиска максимального и минимального элементов в массиве.

УЭМ6 Машины Тьюринга (6/9/3/15)

Устройство машины Тьюринга. Работа машины Тьюринга. Команды машины Тьюринга. Программа машины Тьюринга. Конфигурации. Вычисляемые по Тьюрингу функции. Примеры машин Тьюринга. Тезис Тьюринга. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Существование функций невычислимых по Тьюрингу. Примеры неразрешимых алгоритмических проблем.

Календарный план, наименование разделов учебного модуля с указанием трудоемкости по видам учебной работы представлены в технологической карте учебного модуля (приложение Б).

4.3 Организация изучения учебного модуля

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даны в Приложении А.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

Контроль качества освоения студентами учебного модуля «Дискретная математика и теория алгоритмов» осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения учебного модуля.

Текущий контроль осуществляется во время выполнения практических аудиторных и вне-аудиторных заданий, проведения контрольной работы.

Рубежный контроль предполагает учет суммарных результатов по итогам текущего контроля за соответствующий период, включая баллы за активность во время практических занятий.

Максимальное количество баллов, получаемое на экзамене, – 50. Максимальное количество баллов по модулю – 300.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств (ФОС), разработанного для учебного модуля «Дискретная математика и теория алгоритмов», по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.2013 № 17-13 «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

В качестве оценочных средств на протяжении семестра используются: разноуровневые задачи, опрос, контрольная работа и экзамен.

Критерии оценивания экзамена:

- уверенное владение терминологией – 10 баллов максимум;
- глубина знаний по теме вопроса – 10 баллов максимум;
- полнота ответа – 10 баллов максимум;
- логическая связность – 10 баллов максимум;
- аргументированность ответа – 10 балла максимум.

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение Г).

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Для осуществления образовательного процесса по модулю используется лекционная аудитория, оборудованная мультимедийными средствами, а также лаборатория.

Приложения (обязательные):

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В – Паспорта компетенций

Г – Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А
(обязательное)

**Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля
«Дискретная математика и теория алгоритмов»**

Учебный модуль «Дискретная математика и теория алгоритмов» разделен на два учебных элемента модуля (УЭМ): «Отношения», «Комбинаторика», «Алгебраические структуры», «Графы» и «Анализ и построение эффективных алгоритмов», «Машины Тьюринга». Каждый из УЭМ состоит из взаимосвязанных разделов, по которым предусмотрены лекционные и практические занятия. В таблице А.1 отражены разделы модуля, технологии и формы проведения занятий, задания по самостоятельной работе студента и ссылки на необходимую литературу.

А.1 Методические рекомендации по теоретической части учебного модуля

Теоретическая часть модуля направлена на формирование системы знаний об основных разделах дискретной математики и теории алгоритмов с выделением аспектов применения современного математического аппарата дискретной математики и теории алгоритмов в исследовательской деятельности. Основное содержание теоретической части излагается преподавателем на лекционных занятиях, а также усваивается студентом при знакомстве с дополнительной литературой, которая предназначена для более глубокого овладения знаниями основных дидактических единиц соответствующего раздела и указана в таблице А.1.

Таблица А.1 - Организация изучения учебного модуля «Дискретная математика и теория алгоритмов»

Раздел модуля	Технология и форма проведения занятий	Задания на СРС	Дополнительная литература и интернет-ресурсы
УЭМ1 Отношения			
1.1 Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений.	Вводная лекция. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
1.2 Представление отношений в ЭВМ. Отношения эквивалентности. Отношения порядка.	Информационная лекция. Решение задач. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
1.3 Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания. Алгоритм Уоршалла.	Обзорная лекция. Решение задач. Проверка самостоятельных работ.	– решить задачи (ауд. СРС) – подготовиться к контрольной работе	2
УЭМ2 Комбинаторика			
2.1 Перебор подмножеств данного множества. Перебор элементов прямого произведения множеств.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
2.2 Перестановки. Пере-	Лекция. Решение задач.	– решить задачи (ауд.	2

Раздел модуля	Технология и форма проведения занятий	Задания на СРС	Дополнительная литература и интернет-ресурсы
бор перестановок. Размещения и сочетания.	Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.	СРС)	
2.3 Перебор сочетаний. Биномиальная и полиномиальная формулы.	Лекция-консультация. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
2.4 Биномиальная и полиномиальная формулы.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС) – подготовиться к опросу	2
УЭМ3 Алгебраические структуры			
3.1 Основные алгебраические структуры.	Вводная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
3.2 Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
3.3 Характеристика конечного поля. Построение конечных полей.	Информационная лекция. Решение задач. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС) –	2
3.4 Арифметика конечно-го поля.	Обзорная лекция. Решение задач по теме. Самостоятельное изучение материала.	– подготовиться к самостоятельной работе	
УЭМ4 Графы			
4.1 Графы. Подграфы и дополнения. Маршруты, цепи, пути и циклы. Матрицы графов.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
4.2 Связность и компоненты графа. Операции над графами. Изоморфизм.	Лекция-консультация. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.	– решить задачи (ауд. СРС)	2
4.3 Деревья.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС) –	2
4.4 Эйлеровы и гамилтоновы графы.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах.	– решить задачи (ауд. СРС) –	2
4.5 Ориентированные графы. Планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Куратовского. Покрyтия и раскраски.	Лекция. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.	– решить задачи (ауд. СРС) –	2
4.6 Алгоритмы для работы с графами. Представление графов в ЭВМ. Транзитивное замыкание.	Обзорная лекция. Решение задач.	– подготовиться к контрольной работе	2

Раздел модуля	Технология и форма проведения занятий	Задания на СРС	Дополнительная литература и интернет-ресурсы
Поиск в глубину и в ширину. Оптимизационные алгоритмы. Кратчайшие пути.			
УЭМ5 Анализ и построение эффективных алгоритмов			
5.1 Неформальное понятие алгоритма.	Вводная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС)	3
5.2 Характеристики алгоритмов.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	3
5.3 Построение эффективных алгоритмов.	Информационная лекция. Решение задач. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС)	3
УЭМ6 Машины Тьюринга			
6.1 Устройство машины Тьюринга.	Вводная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– решить задачи (ауд. СРС)	4
6.2 Программы для машин Тьюринга.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.	– решить задачи (ауд. СРС)	4
6.3 Неразрешимые алгоритмические проблемы.	Информационная лекция. Решение задач. Формирование умений и навыков решения задач по теме.	– подготовиться к контрольной работе	4

Список контрольных вопросов к экзамену

1. Отношение эквивалентности. Теоремы об отношении эквивалентности.
2. Обратное отношение. Композиция отношений. Теоремы о свойствах отношений.
3. Представление отношений. Теорема о матрице композиции отношений.
4. Теорема о числе подмножеств конечного множества.
5. Леммы об аддитивном порядке и характеристике конечного поля.
6. Теорема о числе элементов конечного поля.
7. Теорема о Z/pZ .
8. Построение конечных полей.
9. Размещения и сочетания.
10. Бином Ньютона и следствия.
11. Разбиения, полиномиальная формула.
12. Формула включения и исключения.
13. Числа Стирлинга и Белла.
14. Решетки и их свойства.
15. Связь решеток и отношения порядка.
16. Матроиды. Жадный алгоритм.
17. Теорема о числе вершин и ребер графа. Полные графы. Лемма о числе графов.
18. Теорема о матрице смежности графа.
19. Матрица связности и компоненты связности графа.

20. Теорема о числе компонент связности
21. Алгоритм Уоршелла.
22. Теорема о двудольном графе.
23. Теорема Эйлера о планарных графах.
24. Лемма о планарных графах. Графы K_5 и $K_{3,3}$.
25. Теорема о раскраске планарного графа.
26. Упорядоченные графы. Обходы по ширине и глубине. Лемма об остовных деревьях. Поиск минимального пути в графе.
27. Деревья. Свойства деревьев.
28. Понятие связности для орграфа. Отношение эквивалентности, задаваемое орграфом. Теорема о матрице сильной связности.
29. Теорема о свойствах ордерова.
30. Теоремы об эйлеровых цикле и цепи.

Демонстрационные варианты экзаменационных билетов .

«НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. ЯРОСЛАВА МУДРОГО»
Кафедра «Прикладная математика и информатика»
 Билет № 1

1. Теорема о числе подмножеств конечного множества.
2. Теорема о числе вершин и ребер графа. Полные графы. Лемма о числе графов.
3. Найти неприводимый многочлен 4-й степени над $Z/2Z$.
4. Найти коэффициент при t^{12} в разложении $(1 + 2t^3 + 3t^6)^{10}$.
5. Привести пример транзитивного, полного отношения на множестве из 4-х элементов, которое не рефлексивно.

Утверждено на заседании каф. ПМИ .201 г.
 Профессор каф. ПМИ (Едемский В.А.)

«НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. ЯРОСЛАВА МУДРОГО»
Кафедра «Прикладная математика и информатика»
 Билет № 2

1. Бином Ньютона, следствия.
2. Теорема о раскраске планарного графа.
3. Отношение R задано матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти R^{-1}, R^2, R^+ . Изобразить их диаграммы.

4. Найти мультипликативный и аддитивный порядки элемента $2x+1$ в поле $GF(3^2)$, задаваемом многочленом $P(x) = x^2 + x + 2$.

Утверждено на заседании каф. ПМИ .201 г.
 Профессор каф. ПМИ (Едемский В.А.)

А.2 Методические рекомендации по практическим занятиям

Цель практических занятий – закрепление теоретического материала и выработка у студентов умения решать задачи по практическим аспектам учебного модуля.

На практических занятиях студентам предлагаются задачи и вопросы по пройденному разделу дисциплины. На занятиях преподаватель проверяет выполнение домашних заданий, разбирает вместе со всеми нерешенные дома задачи.

Практические занятия в рамках УЭМ1-4 строятся следующим образом:

- 20% аудиторного времени отводится на объяснение решения типовой задачи у доски;
- 70% аудиторного времени – самостоятельное решение задач студентами;
- 10% аудиторного времени в конце текущего занятия – разбор типовых ошибок при решении задач.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить лекционный материал, в случае необходимости обратиться к соответствующим разделам рекомендованной литературы и методическим пособиям, разработанным на кафедре ПМИ. При изучении материала необходимо отметить вызывающие затруднения вопросы для получения консультации у преподавателя. К практическим занятиям по конкретной теме студент обязан знать основные понятия, определения, формулировки теорем и свойства. На практических занятиях необходимо иметь конспект лекций по изучаемой теме.

Демонстрационные варианты контрольных работ.

УЭМ1 Контрольная работа по теме “Отношения”

1. Занумеруем свойства отношений: 1) рефлексивность; 2) симметричность; 3) транзитивность; 4) полнота.

Привести пример отношения, для которого:

- а) выполняются свойства 1, 2, 4, а 3 – не выполняется;
 б) выполняются свойства 2, 3, а 1, 4 – не выполняется.

2. Отношение R задано матрицей четвертого порядка, элементы которой

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i,j) \in \{(1,1), (3,2), (2,1), (3,3), (1,3), (3,1)\}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Изобразите его диаграмму, определите свойства, найдите R^2, R^+, R^* различными способами.

3. Отношение S задано матрицей четвертого порядка, элементы которой

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i,j) \in \{(2,3), (1,4), (2,1)\}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найдите S^2R, R^2S, S^3, S^+ и изобразите соответствующие диаграммы.

4. Определите минимальное число пар, которое необходимо добавить к S для получения отношения эквивалентности. Выпишите различные классы эквивалентности.

УЭМ2 Контрольная работа по теме “Комбинаторика”

1. На площадке может быть только пять игроков одной команды, а всего в команде двенадцать человек, которых в свою очередь выбирали из дубля, в котором двадцать пять человек игроков. Сколько существует вариантов выбора игроков для выхода на площадку?

2. У нашей команды дружеские отношения с двумя базами отдыха; на каждую базу выезжает по тринадцать игроков (вместе с тренером всего в команде двадцать шесть человек). Сколько существует вариантов размещения игроков?

3. Тренировка команды проходит обычно в полном составе, то есть в ней принимают участие двадцать пять человек, Часто приходится разбивать команду на связки по пять человек и на четыре связки по четыре (при этом с пятью оставшимися работают индивидуально). Сколькими способами это можно сделать?

4. Найти коэффициент при t^{13} в разложении $(1 + 2t^3 - t^5)^{10}$.

5. Сколько существует различных вариантов для разложения 10 шаров по 3 коробкам?

УЭМ3 Контрольная работа по теме “Алгебраические структуры”

Задание 1.

Пусть $a=3$, $b=2$, $c=4$ в поле $GF(11)$.

1. Найти $a+b$, $2a+3b$, $a-4c$, ab , a^2 , ab^3 , c^5 , b^6 , a^{-1} , $a:b$, $(a+c):(d+c)$, c^{2010} .

2. Решить уравнение: $a^{2x} = c$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

Задание 2

1. Найти все значения e при которых многочлен $p(x) = x^2 + 4x + e$ – неприводим в поле $GF(7)$.

2. Построить поле $GF(7^2)$ для одного из найденных неприводимых многочленов.

Пусть

$a = \overline{x+1}$, $b = \overline{3x+2}$, $c = \overline{4x+3}$.

Выполнить следующие действия: $a+b$, $c-a$, $2a+3b$, $3a-2b$, ab , ac , c^5 , b^6 , $a:b$, $c:b$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

4. Найти несколько образующих мультипликативной группы $GF(7^2)$.

УЭМ4 Контрольная работа по теме “Графы”

1. Какие значения возможны для степеней 5-й и 6-й вершин 10 реберного графа, если степени предыдущих 5,4,3,4 соответственно.

2. Привести пример односторонне связного орграфа с тремя компонентами сильной связности.

$$3. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

A – матрица смежности псевдографа. Доказать, что он является эйлеровым циклом и найти его цикл с использованием простых циклов.

4. Матрица смежности орграфа G имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Определить

вид связности орграфа и число компонент сильной связности.

УЭМ5 Контрольная работа по теме «Анализ и построение эффективных алгоритмов»

На языке C++ реализовать алгоритм сортировки массива «простыми включениями». Проанализировать трудоемкость алгоритма.

УЭМ6 Контрольная работа по теме «Машины Тьюринга»

Составить программы машин Тьюринга для вычисления следующих функций в

машинных кодах: а) $f(x) = x + 3$, б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0, \\ 1 & \text{при } x > 0, \end{cases}$ в) $f(x, y) = x + y$.

Приведенные примеры позволяют студентам оценить степень сложность заданий, которые им предстоит выполнить на практическом занятии и во время контрольных работах .

А.4 Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов

Для подготовки к практическим занятиям, контрольной работе, и экзамену рекомендуется пользоваться основной и дополнительной учебно-методической литературой, представленной в карте учебно-методического обеспечения. Для закрепления темы студенту выдаются индивидуальные домашние задания (ИДЗ) для самостоятельной работы. Они выполняются на отдельных листах и защищаются во время аудиторной СРС. ИДЗ выдаётся на первом практическом занятии по разделу и выполняется по мере изучения материала. При их выполнении рекомендуется использовать проработанный в аудитории материал и обратиться к задачкам, в которых разобраны типовые примеры с решениями стандартных задач. Таким образом, после каждого практического занятия студент закрепляет пройденный материал.

Демонстрационные варианты индивидуальных домашних заданий

ИДЗ №1 по теме «Отношения»

Для отношения $R = \{(x, y) \mid 2x > y\}$, $R \subset M \times M$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ построить матрицу отношения, найти область определения $\text{Dom}(R)$, область значений $\text{Im}(R)$, дополнение R , обратное отношение . Определить, выполняются ли для данного отношения свойства рефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, полноты.

ИДЗ №2 по теме «Комбинаторика»

1 Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С ведут 5 дорог. Сколькими способами можно попасть из города А в город С через город В?

2. Группа студентов изучает 8 дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в среду, если в этот день должно быть 3 различных занятия; не более 3 различных занятий?

3. На собрании присутствует 25 человек. Им нужно избрать председателя собрания, заместителя председателя и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?

4. Сколько различных семизначных чисел можно записать, используя цифры 3, 5, 7?

5. У бабушки 2 яблока, 2 банана и 3 апельсина. Каждый день в течение недели она выдает внуку по одному фрукту. Сколькими способами она может это сделать?

ИДЗ №3 по теме «Алгебраические структуры»

1) Пусть $a=3, b=4, c=5$ в поле $GF(13)$.

1. Найти $a+b, 2a+3b, a-4c, ab, a^2, ab^3, c^5, b^6, a^{-1}, a:b, (a+c):(d+c), c^{2010}$.

2. Решить уравнение: $a^{2x} = c$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

2)

1. Найти все значения e при которых многочлен $p(x) = x^2 + 2x + e$ – неприводим в поле $GF(5)$.

2. Построить поле $GF(5^2)$ для одного из найденных неприводимых многочленов.

Пусть

$a = \overline{2x+1}, b = \overline{3x+2}, c = \overline{4x+3}$. Выполнить следующие действия: $a+b, c-a, 2a+3b, 3a-2b, ab, ac, c^5, b^6, a:b, c:b$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

4. Найти несколько образующих мультипликативной группы $GF(5^2)$.

ИДЗ №4 по теме «Графы»

1. Определить возможные степени 5 и 6 вершин в графе с шестью вершинами и 11 - ребрами, если степени предыдущих: 3, 4, 4, 5.

2. A – матрица смежности графа шестого порядка.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Изобразите его, найдите степени всех вершин, число компонент связности. Изобразите остовные деревья (лес), соответствующие обходам по глубине и ширине.

3. Приведите пример слабосвязного орграфа с 3- компонентами сильной связности и 15 ребрами.

4. A – матрица смежности псевдографа G .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & y \\ 1 & 0 & 1 & x & y & 0 \end{pmatrix}$$

При каких наименьших значениях x, y псевдограф G будет эйлеровым циклом, эйлеровой цепью? Выделите их.

ИДЗ №5 по теме «Анализ и построение эффективных алгоритмов»

На языке C++ реализовать алгоритм сортировки массива «методом пузырька». Проанализировать трудоемкость алгоритма.

ИДЗ №6 по теме «Машины Тьюринга»

Составит программу машины Тьюринга для вычисления функции $f(x) = x + 2$ в десятичной системе исчисления.

Приложение Б
(обязательное)

Технологическая карта
учебного модуля «Дискретная математика и теория алгоритмов»
семестр – 2, ЗЕ – 6, вид аттестации – экзамен, акад. часов – 216, баллов рейтинга – 300

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем.	Трудоемкость, ак. час					СРС	Форма текущего контроля успе- в. (в соотв. с пас- портом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия							
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
УЭМ1 Отношения	1-3 2семестр	4	6		3	10	ИДЗ№1 КР	40	
УЭМ2 Комбинаторика	4-8 2семестр	7	10		3	17	ИДЗ№2 КР	40	
УЭМ3 Алгебраические структуры	9-12 2семестр	6	9		3	15	ИДЗ№3 КР	40	
УЭМ4 Графы	13-18 2семестр	7	11		3	18	ИДЗ№4 КР	50	
УЭМ5 Анализ и построение эффективных алгоритмов	1-9 2семестр	6	9		3	15	ИДЗ№5 КР	40	
УЭМ6 Машины Тьюринга	10-18 2семестр	6	9		3	15	ИДЗ№6 КР	40	
Рубежная аттестация	сессия						экзамен	50	
Итого:		36	54		18	90	36	300	

Критерии оценки качества освоения студентами модуля (в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по основным образовательным программам высшего образования» от 27.09.2011г. № 32):

- оценка «удовлетворительно» – от 150 до 207 баллов
- оценка «хорошо» – от 208 до 267 баллов
- оценка «отлично» – от 268 до 300 баллов

Приложение В
(обязательное)

Паспорта компетенции ПК-2

ПК-2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Уро вни	Показатели	Оценочная шкала		
		удовлетворительно	хорошо	отлично
Повышенный уровень	Знание углублённые понятия дисциплины, её методы, место и роль в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата.	Имеет представление об углублённых понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата, но допускает неточности в формулировках.	Имеет представление об углублённых понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно практических задач с использованием современного математического аппарата.	Имеет четкое, целостное представление об основных понятиях дисциплины, её методах, месте и роли в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата.
	Умение – применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики; – применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей.	В целом успешное, но не систематическое умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения типовых задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения комбинированных задач.	Сформированное умение применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики Умеет применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей для решения задач повышенной сложности.
	Владение –инструментарием для решения задач в области прикладной математики и информатики инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении мат. моделей процессов и явлений.	Владеет недостаточно инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и информатики Владеет недостаточно инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений.	Хорошо владеет инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и информатики Хорошо владеет инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений.	Уверенно владеет инструментарием для решения математических задач в области прикладной математики и информатики Уверенно владеет инструментарием формально-логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений.

Приложение Г
(обязательное)

Карта учебно-методического обеспечения

Учебного модуля «**Дискретная математика и теория алгоритмов**»

Направление (специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Формы обучения очная

Курс 1 Семестр 2

Часов: всего 216, лекций 36, практ. зан. 54, лаб. раб. 0, СРС 126

Обеспечивающая кафедра ПМИ

Таблица Г.1- Обеспечение учебного модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов.- СПб.: Питер. 2007, 2009. – 383 с.	55	
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. – СПб.: Невский Диалект, 2001. – 351с.	50	
3. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. – СПб.: Издательство «Лань». 2008. – 276 с.	100	
Учебно-методические издания		
5. Рабочая программа модуля с приложениями «Дискретная математика и теория алгоритмов» /Авт.-сост. В.А. Едемский, А.С. Тихомиров; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – В.Новгород, 2017. – 19 с.		

Таблица Г.2 – Информационное обеспечение учебного модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
	/	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров.- СПб.: Лань. 2004. – 394с.	15	

Действительно для учебного года _____ / _____

Зав. кафедрой _____ А.В. Колногоров

_____ 20 г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность

подпись

расшифровка