



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

Учебно-методическая документация

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ОУД.03 МАТЕМАТИКА

Специальности:

15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств

11.02.11 Сети связи и системы коммутации

15.02.08 Технология машиностроения

Разработчики:

Ледашева Т. А. - преподаватель

Методические рекомендации приняты на заседании предметной (цикловой) комиссии общеобразовательных, общих гуманитарных, социально-экономических и естественнонаучных дисциплин колледжа, протокол № 1 от 22.09.2017 г.

Председатель предметной (цикловой) комиссии Белору Л. П. Белорусова

Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы обучающихся, являются составной частью учебно-методического комплекса по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с:

1 Федеральным государственным образовательным стандартом по специальностям 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств; 11.02.11 Сети связи системы коммутации; 15.02.08 Технология машиностроения;

2 Рабочей программой учебной дисциплины;

3 Примерной программой учебной дисциплины (□ ФГУ «ФИРО» Минобрнауки России, 2015 г.);

Самостоятельная работа обучающегося **проводится с целью** повышения уровня знаний, умений обучающегося и ликвидации пробелов знаний.

Изучение математики предполагает самостоятельную работу студентов, способствующую более глубокому изучению предмета. Выполняя внеаудиторную самостоятельную работу, студенты должны самостоятельно изучать материал по учебникам, пользоваться справочной литературой, выполнять практические задания по закреплению пройденного теоретического материала путем решения задач и выполнения упражнений, готовить рефераты и доклады.

Дидактическая цель самостоятельной работы - формирование у студентов навыков и умений, необходимых для более глубокого изучения математики и специальных дисциплин: физики, электротехники, механики.

В результате самостоятельной работы обучающийся должен уметь: АЛГЕБРА

уметь:

выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;

находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;

выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики

уметь:

вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

Начала математического анализа

уметь:

находить производные элементарных функций;

использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

уметь:

решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для построения и исследования простейших математических моделей.

КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь:

решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

анализа информации статистического характера.

ГЕОМЕТРИЯ

уметь:

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;

анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:

значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Для эффективности организации СРС и осуществления дифференцированного подхода используется следующая литература:

- Л.И Звавич; Л.Е.Шляпочник "Контрольные работы". Москва "Дрофа" 2000г (110 стр.)
- Л.В. Дорофеев "сборник заданий для проведения письменного экзамена" Москва "Дрофа" 2002г (160 стр.)
- Л.П. Райхмист "Задачи по математике" "Московский лицей" 2000г (304 стр.)
- Тесты по геометрии : П.И. Алтынов Москва "Дрофа" 2001г (78 стр.)
- Тесты "Алгебра и начало анализа" Москва "Дрофа" 2001г (96 стр.)

Сборники охватывают контроль знаний по всем разделам математики. Имеются задания разного уровня сложности, что позволяет согласно способностям студента составить индивидуальные работы. В сборниках имеются критерии оценок, ответы. Это позволяет студентам самим проверить и оценить свою работу.

Данная литература в кабинете имеется в достаточном количестве. Студенты могут работать с литературой в кабинете, или взять домой.

Кроме учебной литературы в СРС используется дидактический материал, разработанный преподавателем:

Каждый студент самостоятельно или по рекомендации преподавателя выбирает для себя посильный блок (уровень) задания.

Тестовый контроль с выбором ответа является возможностью быстрой и простой проверки знаний студентов, экономит время преподавателя, позволяет быстро сообщить студентам результаты выполненных заданий.

Критерии оценки тестов

- "5" - число правильных ответов 12 - 15
- "4" - число правильных ответов 9 - 11
- "3" - число правильных ответов 6 - 8
- "2" - число правильных ответов 0 - 6

Дидактический материал используется как для текущего контроля знаний, так и для индивидуальной СРС.

Кроме вышеперечисленных видов СРС студенты принимают участие в неделе математики, план проведения, который рассматривается на заседании ПЦК и утверждается директором колледжа.

Регулярные консультации обеспечивают устойчивую обратную связь и позволяют быстро проводить коррекцию в организации учебного процесса по отношению к отдельному студенту или к конкретной группе. После выполнения самостоятельной работы студент отчитывается перед преподавателем о проделанной работе:

- сдает домашнюю самостоятельную работу с решением задач;
- выступает с рефератом на уроке.
- изготавливает развёртки и макеты многогранников

Целью СРС является:

- совершенствовать умения работы с учебной литературой
- научиться самостоятельно решать задачи используя МК;
- приобретать самостоятельно новые знания;
- научиться готовить доклады, рефераты и другие творческие работы.
- решение задач выполняется на двойном листке в течение изучения темы и предоставляется на проверку преподавателю.

За работу преподаватель выставляется "зачет" или оценку "4" или "5",если студент прошел собеседование.

Реферат оформляется на компьютере и сдается преподавателю на проверку и заслушивается на уроке.

Тема 1.1
Развитие понятия о числе.

Требования к знаниям и умениям:

- выполнять с заданной точностью на МК арифметические действия;
- вычислять значение элементарных функций;
- вычислять значение сложных выражений в режиме программирования;

Найдите относительную погрешность числа $x = a \pm h$ с точностью до сотых.

1) $x = 2,1 \pm 0,01$;

6) $x = 7,1 \pm 0,01$;

2) $x = 3,1 \pm 0,01$;

7) $x = 8,1 \pm 0,01$;

3) $x = 4,1 \pm 0,01$;

8) $x = 9,1 \pm 0,01$;

4) $x = 5,1 \pm 0,01$;

9) $x = 10,1 \pm 0,01$;

5) $x = 6,1 \pm 0,01$;

10) $x = 11,1 \pm 0,01$.

Вычислить:

$$Z = \frac{(3 + 5i)^4 \cdot 8(\cos 87 + i \sin 87)}{i^{33} (2e^{i85})^2}$$

Тема 1.2
Уравнение, неравенства, системы.

Требования к знаниям и умениям:

- решать линейные и квадратные уравнения и неравенства;
- решать простейшие уравнения и неравенства со знаком модуля;
- решать системы линейных уравнений с двумя, тремя переменными;
- решать иррациональные уравнения и неравенства;

Решите уравнение.

1) $\sqrt{x+2} = 2$; 2) $\sqrt{x-2} = 2$; 3) $\sqrt{2-x} = 2$; 4) $\sqrt{x+1} = 3$; 5) $\sqrt{x-1} = 3$;
2) $\sqrt{1-x} = 3$; 7) $\sqrt{x+3} = 4$; 8) $\sqrt{x-3} = 4$; 9) $\sqrt{3-x} = 4$;
10) $\sqrt{x-4} = 2$

Решите неравенство.

- 1) $\sqrt{1-x} \leq 3$; 2) $\sqrt{x+3} \leq 4$; 3) $\sqrt{x-3} \leq 4$; 4) $\sqrt{3-x} \leq 4$; 5) $\sqrt{x-4} \leq 2$;
6) $\sqrt{x+2} \leq 2$; 7) $\sqrt{x-2} \leq 2$; 8) $\sqrt{2-x} \geq 2$; 9) $\sqrt{x+1} \leq 3$; 10) $\sqrt{x-1} \leq 3$

Решить системы методом Крамера и Гаусса.

а) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 5y = 10 \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x + 7y + 13 = 0 \\ 5x + 8y + 14 = 0 \end{cases}$

1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$

Тема 1.3

Функции, их свойства и графики.

Корни и степени.

Требования к знаниям и умения:

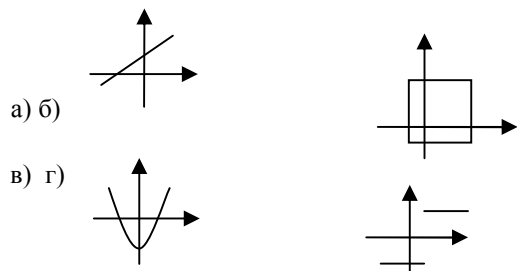
- вычислять значение степени и логарифма;
- находить область определения функции;
- строить графики показательной и логарифмической функций;
- применять гометрические преобразования при построении графика;
- решать показательные уравнения и неравенства;

- решать логорифмические уравнения и неравенства;

Функции и их свойства.

I вариант

1. Какой из чертежей может служить графиком функции?



2. Вычислить $f(7) - f(-3)$, если

$$f(x) = \frac{5x - 8}{9x + 26}$$

а) $2\frac{27}{89}$ б) $-22\frac{62}{89}$ в) 50 г) другие ответы

3. Найдите область определения функции:

$$t(x) = \frac{x^2 - 17x}{18x^2 - 6x}$$

а) $x \neq 3$ б) $x \neq \frac{1}{3}$ в) $x \neq 0; x = \frac{1}{3}$
г) $x \neq 0; x \neq -\frac{1}{3}$

4. Найдите нули функции: $y = \frac{15x^2 - x - 2}{x(3x + 1)}$

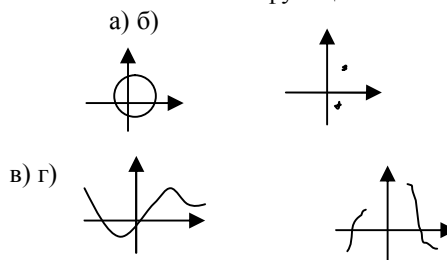
а) $\frac{2}{5}$ б) $-\frac{1}{3}; \frac{2}{5}$ в) $-\frac{2}{5}$ г) нулей нет

5. На рисунке изображён график функции $p(x)$, где $-4 \leq x \leq 6$. Определить промежутки, на которых $p(x) < 0$.

а) $[-2; 3] \cup [5; 6]$ б) $(-2; 3) \cup (5; 6]$
в) $[-4; 2) \cup (3; 5)$ г) $[-4; -2] \cup [3; 5]$

II вариант

1. Какой из чертежей может служить графиком функции?



2. Вычислить $p(-3) + 2p\left(\frac{3}{4}\right)$, если

$$p(x) = \frac{4x^2 + 1}{4x - 1}$$

а) 8 б) $6\frac{5}{52}$ в) -0,4 г) другие ответы

3. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \frac{14x^2 + 14}{7x^2 - 2x}$$

а) $x \neq -\frac{2}{7}$ б) $x \neq \frac{2}{7}$ в) $x \neq 0; x \neq \frac{2}{7}$ г) $x \neq 1; x \neq -1$

4. Найдите нули функции: $y = \frac{48x^2 + 10x - 3}{x6x^2 - x}$

а) $-\frac{3}{8}$ б)  в) $\frac{3}{8}$ г) нулей нет

5. На рисунке изображён график функции $m(x)$, где $-6 \leq x \leq 5$. Определить промежутки, на которых $m(x) > 0$.

а) $(-3; 2)$ б) $(-6; -3) \cup (2; 5)$ в) $[-3; 2]$
г) $[-6; -3] \cup [2; 5]$

Степени и корни. Степенные функции.

I вариант

II вариант

I часть

1. Найдите значение выражения

$$\sqrt[6]{100 \cdot 15 \cdot 72 \cdot 54 \cdot 125}$$

а) 60 б) 30 в) 15 г) 45

$$\sqrt[4]{400 \cdot 125 \cdot 250 \cdot 0,2 \cdot 0,125 \cdot 20}$$

а) 20 б) 100 в) 50 г) 10

2. Для каждой из функции областью определения будет объединение промежутков
 $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

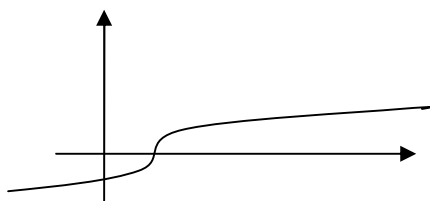
а) $y = \sqrt{x^2 + x - 6}$ б) $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

в) $y = \sqrt[3]{x^2 + x - 6}$ г) $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 + x - 6}}$

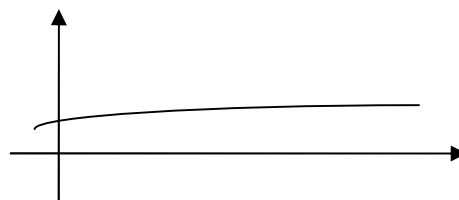
а) $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x - 4}$ б) $y = \sqrt[6]{x^2 - 3x - 4}$

в) $y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$ г) $y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 - 3x - 4}}$

3. Задайте формулой функцию, график которой изображён



а) $y = \sqrt[3]{x-1} - 3$ б) $y = \sqrt[3]{x+3} - 1$ в) $y = \sqrt[4]{x-3} - 1$ г) $y = \sqrt[3]{x-3} - 1$



а) $y = \sqrt{x+2}$ б) $y = \sqrt[4]{x-2}$ в) $y = \sqrt{x+\sqrt{2}}$ г) $y = \sqrt[4]{x+2}$

4. Завершите предложение так, чтобы получилось истинное высказывание «Область значения функции

$$y = \sqrt[2n]{x+3}$$

а) совпадает с множеством действительных чисел б) представляет собой промежуток $[0; +\infty)$ в) совпадает с множеством положительных чисел г) представляет собой промежуток

$$y = \sqrt[2n]{x-1}$$

а) совпадает с множеством действительных чисел б) представляет собой промежуток $[0; +\infty)$ в) совпадает с множеством положительных чисел г) представляет собой промежуток $[-3; +\infty)$

$$[-3; +\infty)$$

5. Расположите в порядке возрастания числа

$$a = 125^{\frac{1}{3}}, b = \left(\frac{1}{243}\right)^{\frac{1}{5}}, c = 32^{\frac{1}{5}}, d = 27^{\frac{2}{3}} \quad a = 343^{\frac{1}{3}}, b = 243^{\frac{1}{5}}, c = 0,125^{\frac{1}{3}}, d = 125^{\frac{2}{3}}$$

а) а, б, в, г б) а, в, б, г в) б, в, г, а г) д, а, б, в

а) а, в, б, д б) в, б, а, д в) б, д, а, в г) д, а, б, в

6. Упростите выражение

$$\frac{b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}}}{\left(b^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}\right)^2 - 4a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}} \quad \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 4x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}$$

II часть

7. Построить график функции

$$y = 2(x+1)^{\frac{3}{2}} - 3$$

$$y = -(x-1)^{\frac{2}{3}}$$

8. Вычислите

$$\int_0^1 \left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{7}{5}} + x\sqrt{x} \right) dx$$

$$\int_0^1 \left(x^{\frac{2}{5}} - \sqrt[4]{x} + x^3\sqrt{x} \right) dx$$

а) 1 б) $-\frac{7}{30}$ в) $\frac{5}{12}$ г) $\frac{7}{12}$

а) $\frac{11}{35}$ б) $\frac{17}{35}$ в) 1,7 г) $\frac{12}{35}$

9. Решите неравенство

$$f(x) > 0, \text{ если}$$

$$f(x) < 0, \text{ если}$$

$$f(x) = \frac{3}{5}x^3\sqrt{x} - x + 12$$

$$f(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - 2x + 17$$

10. Постройте график функции

$$y = \sqrt{(\sqrt{x} - 3)^2 + 12\sqrt{x}} + \sqrt{(x + 2^2 - 8\sqrt{x})} \quad y = \sqrt{x - 10\sqrt{x} + 25} + \sqrt{(\sqrt{x} + 3)^2 - 12\sqrt{x}}$$

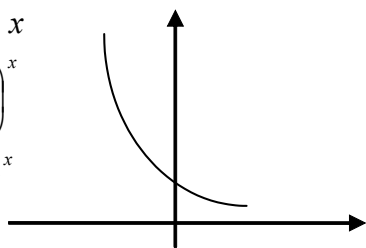
Показательные и логарифмические функции.

I вариант

I часть

1. Укажите функцию, график которой изображён на рисунке.

- а) $y = \log_2 x$
 б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
 в) $y = 2^x$
 г) $y = \frac{2}{x}$



2. Сравните значения показательной функции.

$$y = 2^x : y_1 = 2^{\sqrt{3}}, y_2 = 2^{1,8}, y_3 = 2^{1,5}, y_4 = 2^{0,99}$$

И расположите их в порядке убывания.

- а) y_2, y_3, y_1, y_4 б) y_2, y_1, y_3, y_4 в) y_4, y_3, y_1, y_2 г) y_1, y_2, y_3, y_4

3. Найдите область определения функции.

$$y = \log_{\sqrt{3}}(2x^2 - 8)$$

- а) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ б) $[-2; 2]$ в) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
 г) $(-2; 2)$

4. Найдите значение выражения.

$$\log_{\frac{1}{3}} 6 + 2 \log_{\frac{1}{3}} 12 - \log_{\frac{1}{3}} 32.$$

$$y = x\sqrt{x} + e^x \text{ в точке } x=0.$$

- а) 1 б) 1,5 в) 2 г) 0

II вариант

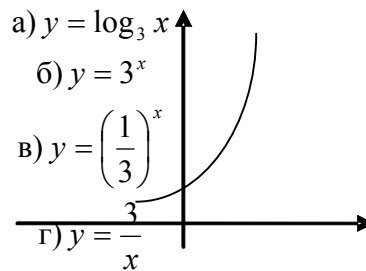
I часть

а) $y = \log_3 x$

б) $y = 3^x$

в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

г) $y = \frac{3}{x}$



$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x : y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}, y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,5}, y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^1, y_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,99}$$

И расположите их в порядке возрастания.

- а) y_2, y_3, y_1, y_4 б) y_2, y_1, y_3, y_4 в) y_4, y_3, y_1, y_2 г) y_1, y_2, y_3, y_4

3. Найдите область определения функции.

$$y = \log_{3\sqrt{2}}(9 - x^2)$$

- а) $[-3; 3]$ б) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ в) $(-3; 3)$
 г) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

4. Найдите значение выражения.

$$\log_{0,2} 15 - 2 \log_{0,2} 9 + \log_{0,2} 75.$$

5. Найдите значение производной функции.

$$y = x^2 + \ln x \text{ в точке } x=1.$$

- а) 1,5 б) 2 в) 3 г) 4

6. Решите неравенство.

$$0,5^{3x-1} \geq 32\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2})^{2-x} \leq 4\sqrt{2}$$

II часть

7. Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{4^x}{2^y} = 16 \\ \log_{\sqrt{3}}(x+y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3^x}{9^y} = 81 \\ \log_{0,5}(x-y) = 0 \end{cases}$$

8. При каких значениях x имеет смысл выражение.

$$\log_{1,5} \log_{0,7}(2x-3)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \log_{0,5}(7-x)$$

а) $\frac{1}{5} < x < 3$ б) $x > 0$ в) $x > 1,5$ г) $1,5 < x < 2$

а) $\frac{1}{5} < x < 1,5$ б) $x > 6$ в) $x < 7$ г) $6 < x < 7$

9. Найдите точки экстремума функции, являющейся производной функции.

$$y = 2x^2 - e^{-2x+1} - 3$$

$$y = \ln(2x-1) + \frac{x^2}{2} - 4$$

10. При каких значениях параметра a уравнение.

$$|3^{x+2} - 3| = a \text{ имеет 2 корня? Ответ обоснуйте.}$$

$$|2^{3-x} - 2| = a \text{ имеет 2 корня? Ответ обоснуйте.}$$

а) $(-\infty; +\infty)$ б) $a \geq 0$ в) $0 < a < 3$ г) $0 < a < 2$

а) $(-\infty; +\infty)$ б) $a \geq 1$ в) $0 < a < 1$ г) $0 < a < 3$

Найдите область определения функции.

1) $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$;

6) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$;

2) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$;

7) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}$;

3) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$;

8) $y = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$;

4) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}$;

9) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x - 10}}$;

5) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$;

10) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$.

Найдите значение выражения.

а) 1) 2^{-2} ; 2) 3^{-2} ; 3) 4^{-2} ; 4) 5^{-2} ; 5) 2^{-3} ;

6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 7) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; 8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 9) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 10) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

6) 1) $0,01^{\frac{3}{2}}$; 2) $16^{-\frac{1}{4}}$; 3) $16^{-\frac{1}{2}}$; 4) $4^{-\frac{1}{2}}$; 5) $8^{\frac{2}{3}}$;
 6) $4^{\frac{3}{2}}$; 7) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$; 8) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$; 9) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$; 10) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

Решите уравнение.

1) $1) 2^{x-4} = 8$; 2) $8^{x+2} = \frac{1}{64}$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} = 9$; 4) $3^{x+1} = \frac{1}{9}$; 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} = \frac{1}{8}$;

6) $2^{x-3} = \frac{1}{8}$; 7) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 9$; 8) $16^{x-1} = 4$; 9) $8^{x-1} = 2$; 10) $9^{x-1} = 3$

2) 1) $\log_2 x = 3$; 2) $\log_x 8 = 3$; 3) $\log_3 x = -1$; 4) $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -3$; 5) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2$;

6) $\log_x \frac{1}{2} = -1$; 7) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$; 8) $\log_x \frac{1}{9} = -2$; 9) $\log_2 x = -3$; 10) $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = 3$

Решите неравенство

1) $2^{x-3} \geq \frac{1}{8}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \geq 9$; 3) $16^{x-1} \geq 4$; 4) $8^{x-1} \geq 2$; 5) $9^{x-1} \geq 3$;

6) $2^{x-4} \geq 8$; 7) $8^{x+2} \geq \frac{1}{64}$; 8) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} \geq 9$; 9) $3^{x+1} \geq \frac{1}{9}$; 10) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \geq \frac{1}{8}$

1) $\log_2 x \geq 3$; 2) $\log_2 x \geq 2$; 3) $\log_3 x \geq 3$; 4) $\log_3 x \geq 9$; 5) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 1$;

6) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1$; 7) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq \frac{1}{9}$; 8) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \frac{1}{4}$; 9) $\log_2 x \geq 1$; 10) $\log_3 x \geq 1$

Показательные уравнения

I уровень			
В-1	В-2	В-3	В-4
1. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$ 2. 5. $2^{2x+2} + 3 \cdot 2^{2x-1} = 86$ 3. $4^x + 2^x = 20$ 4. $5^{x+1} = 8^{x-1}$	1. $2^{x-2} = 1$ 2. $7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = \frac{2}{125}$ 3. $9^{x-2} + 2 \cdot 3^x + 5 = 0$ 4. $7^{x-2} = 4^{2-x}$	1. $10^{x^2+x-2} = 1$ 2. $2^{x-2} = 3^{x-2}$ 3. $3^{3x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ 4. $7 \cdot 5^x - 5^{x+2} = -90$	1. $4^x + 4^{x-1} = 5$ 2. $9^x - 3^x - 6 = 0$ 3. $4^x = 8^{2x-3}$ 4. $5^x - 5^{3-x} = 20$

B-5 1. $5^{-x} - 5^{x+2} = 24$ 2. $4^x + 2^{x+3} = 20$ 3. $\left(\frac{2}{3}\right)^{1-2x} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-3}$ 4. $3^{x+2} - 3^x = 72$	B-6 1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{1-2x} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-2}$ 2. $3^{-x} + 27 \cdot 3^x - 12 = 0$ 3. $5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$ 4. $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21$	B-7 1. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3-2x} = \left(\frac{49}{9}\right)^{-3}$ 2. $3^{1+2x} + 3^{2x+3} = 10$ 3. $-3 \cdot 9^x - 2 \cdot 3^x + 1 = 0$ 4. $2^{x+2} - 2^{2-x} - 15 = 0$	B-8 1. $4^x + 4^{x-1} = 5$ 2. $2^{5x+1} = 4^{2x}$ 3. $2 \cdot 5^{x+1} - 5^{1-x} + 49 = 0$ 4. $3 \cdot 25^x - 14 \cdot 5^x - 5 = 0$
B-9 1. $4^{x-1} + 4^x + 4^{x-1} = 84$ 2. $2^{\frac{2x-3}{5}} = 1$ 3. $4^{x+1} + 19 \cdot 2^x - 5 = 0$ 4. $3^x + 3^{1-x} = \frac{28}{3}$	B-10 1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{6-7x} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-4}$ 2. $4^{x+1} + 4^x = 320$ 3. $2 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^x - 2 = 0$ 4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 4^{x-1}$	B-11 1. $\left(\frac{16}{25}\right)^{x+3} = \left(\frac{125}{64}\right)^2$ 2. $7^{x+1} - 3 \cdot 7^x = 28$ 3. $2^{x+3} = 3,5^{x+3}$ 4. $2 \cdot 5^{2x} - 5^x - 1 = 0$	B-12 1. $0,5^{3x-1} = 16^{-2}$ 2. $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$ 3. $9 \cdot 3^x - 3^{-3} = 0$ 4. $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$
B-13 1. $3^{x+2} - 3^{x+1} + 3^x = 21$ 2. $0,8^{3-2x} = 1,25^3$ 3. $3^{2x} = 5^x$ 4. $8 \cdot 4^x - 2 \cdot 2^x - 1 = 0$	B-14 1. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 9$ 2. $3 \cdot 5^{x+3} + 2 \cdot 5^{x+1} = 77$ 3. $2^{x+2} - 2^{2-x} - 15 = 10$ 4. $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$	B-15 1. $3,5^{x-5} = \left(\frac{4}{49}\right)^2$ 2. $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$ 3. $2^{2x} + 2^x - 2 = 0$ 4. $9^{x-2} = 2^{x-2}$	B-16 1. $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$ 2. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 32$ 3. $15 \cdot 2^{x+1} + 15 \cdot 2^{2-x} = 135$ 4. $2^{2x} + 14 \cdot 2^{x+1} = 29$

II уровень

B-1 1. $\sqrt[3]{9^{2x+1}} = \frac{3}{\sqrt[5]{3}}$ 2. $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} - \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = 4,8$ 3. $2^{-2x+3} = 2^{-x+1} + 1$	B-2 1. $4^x + 2^{2x+1} - \left(\frac{1}{16}\right)^{1-\frac{x}{2}} = 47$ 2. $\sqrt[3]{3^{4x+2}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{5}}$ 3. $3^{2x+1} + 72 \cdot 3^x - 75 = 0$	B-3 1. $2^{x^2+3} = 8^{x+1}$ 2. $\sqrt[5]{7^{x+1}} = 7 \cdot \sqrt{7}$ 3. $5^{2x+1} - 575 \cdot 5^{x-1} - 250 = 0$ 4. $3^{4x+5} - 2^{4x+7} - 3^{4x+3} - 2^{4x+4} = 0$	B-4 1. $\sqrt[3]{25^{x-1}} = \frac{5}{\sqrt[5]{5}}$ 2. $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 162$ 3. $4^{x^2+2} - 9 \cdot 2^{x^2+2} + 8 = 0$ 4. $4^x - 3^{x-0,5} = 3^{x+0,5} - 2^{2x-1}$
--	--	--	--

4. $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$	4. $\frac{2x^2-5x-3}{3^x-27}$		
В-5 1. $\sqrt[5]{7^{x+1}} = \frac{49}{\sqrt{7}}$ 2. $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$ 3. $5^{1-x} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} + 25^{\frac{x}{2}} = 155$ 4. $\frac{3x^2+5x-2}{2^x-0,25} = 0$	В-6 1. $\sqrt{7^{2x+6}} = \frac{7}{\sqrt[4]{7}}$ 2. $36^x - 204 \cdot 6^{x-1} - 72 = 0$ 3. $4^{x+3} + 2^{2x+2} = 2\frac{1}{8}$ 4. $2^{3x+7} + 5^{3x+4} + 2^{3x+5} - 5^{3x+5} = 0$	В-7 1. $100^x - 80 \cdot 10^{x-1} - 20 = 0$ 2. $\sqrt[3]{4^{x+2}} = \frac{4}{\sqrt[5]{2}}$ 3. $5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$ 4. $\frac{2^x+10}{4} = \frac{9}{2^{x-2}}$	В-8 1. $\sqrt{3^x} \cdot 5^2 = 255$ 2. $3 \cdot 2^{-2x+3} = 2^{-x+1} + 1$ 3. $2 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^{x+3} = 325 \cdot 3^{-1}$ 4. $5^{2x-5} - 2^{x+10} + 3 \cdot 5^{2x+2} - 2^{2x+8} = 0$
В-9 1. $\left(\frac{14}{23}\right)^{x+\frac{2}{\sqrt{x}}} = \left(\frac{23}{14}\right)^{\frac{5}{\sqrt{x}}-x-1}$ 2. $2 \cdot 3^{-2x+2} = 3^{-x+1} + 1$ 3. $5 \cdot 2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{5-3x} + 7 = 0$ 4. $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$	В-10 1. $3 \cdot 9^{x+2} - 26 \cdot 3^{x+1} - 1 = 0$ 2. $5^{x+1} - 5^{x-2} = 620$ 3. $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x = 7 \cdot 10^x$ 4. $\left(\frac{51}{9}\right)^{71\sqrt{x-1}-3} = \left(\frac{9}{51}\right)^{3\sqrt{x-1}-293}$	В-11 1. $\left(\frac{5}{6}\right)^{13\sqrt{x}+5} = \left(\frac{6}{5}\right)^{7\sqrt{x}-45}$ 2. $11^{2x-1} - 12 \cdot 11^x + 1 = 0$ 3. $7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 2 \cdot 5^{-3}$ 4. $4^{x+1} - 6^x - 18 \cdot 9^x = 0$	В-12 1. $\sqrt[4]{125^{3-2x}} = \frac{5}{\sqrt[4]{5}}$ 2. $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$ 3. $3 \cdot 7^{x+1} + 5 \cdot 7^{x-1} = 152$ 4. $4 \cdot 7^{2x-4} - 3^{2x+6} = 2 \cdot 7^{2x+3} - 3^{2x+3}$
	В-13 1. $2^{2x} - 3(\sqrt{4})^x - 4 = 0$ 2. $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-2} = 104$ 3. $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$ 4. $\left(\frac{33}{16}\right)^{\frac{11}{\sqrt{x+1}}+5} = \left(\frac{16}{33}\right)^{\frac{7}{\sqrt{x+1}}-8}$	В-14 1. $2^{2x} + 14 \cdot 2^{x+1} - 29 = 0$ 2. $6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$ 3. $2^{x+2} + 8^x = 5 \cdot 4^x$ 4. $\left(\frac{7}{20}\right)^{\frac{5}{\sqrt{x}}-3} = \left(\frac{20}{7}\right)^{\frac{7}{\sqrt{x}}+5}$	

Степень с рациональным показателем

Заполните пропуски таким образом, чтобы получилось верное высказывание.

I вариант

1. Функция $y=f(x)$ называется чётной, если её область определения _____ и для любого значения аргумента x верно равенство _____.

II вариант

1. Функция $y=f(x)$ называется нечётной, если её область определения _____ и для любого значения аргумента x верно равенство _____.

2. График нечётной функции симметричен относительно оси _____.
3. График функции $y = x^8$ расположен в _____ и _____ координатных четвертях.
4. Область значения функции $y = x^9$ является множество _____.
5. Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, а n – натуральное число $\sqrt[n]{ab} = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. Если $a \geq 0$, а m и n – натуральные числа, то $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. Если $a > 0$, а n – натуральное число, то $a^{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. Если $a > 0$, а p и q – рациональные числа, то $a^p a^q = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. Если $a > 0$, а p и q – рациональные числа, то $(a^p)^q = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. Если $a > 0$, $b > 0$ и p – рациональные числа, то $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. График чётной функции симметричен относительно оси _____.
3. График функции $y = x^7$ расположен в _____ и _____ координатных четвертях.
4. Область значения функции $y = x^8$ является множество _____.
5. Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, а n – натуральное число $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. Если $a \geq 0$, а m и n – натуральные числа, то $\sqrt[nk]{\sqrt[mk]{a}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. Если $a > 0$, а n – натуральное число, то $\sqrt[n]{a^m} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. Если $a > 0$, а p и q – рациональные числа, то $a^p / a^q = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. Если $a > 0$, а p и q – рациональные числа, то $a^{pq} = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. Если $a > 0$, $b > 0$ и p – рациональные числа, то $(ab)^p = \underline{\hspace{2cm}}$.

Тема 1.4

Тригонометрические функции.

Требования к знаниям и умениям:

- Знать определение тригонометрических функций числового аргумента;
- вычислять значение тригонометрических функций;

- строить графики тригонометрических функций и на них иллюстрировать свойства функций;
- преобразовывать тригонометрические выражения, используя формулы;
- решать тригонометрические уравнения и простейшие неравенства;

Заполните пропуски таким образом, чтобы получилось верное высказывание.

I Вариант

1. Угол поворота считаю положительным, если поворот осуществляют _____ часовой _____.
2. Пусть при повороте около точки O на угол α начальный радиус OA переходит в радиус OB , тогда синусом угла α отношение _____ к _____.
3. Пусть при повороте около точки O на угол α начальный радиус OA переходит в радиус OB , тогда тангенсом угла α называется отношение _____ к _____.
4. Синус положителен в _____ и _____ координатных четвертях.
5. Котангенс отрицателен в _____ и _____ координатных четвертях.
6. Нечётными тригонометрическими функциями являются: _____.
7. Функция косинус имеет период, равный _____.
8. Функция тангенс имеет период, равный : _____.
9. Котангенс угла α не существует при $\alpha =$ _____.
10. Углом в один радиан называют _____.
11. Градусная мера угла в n радиан равна: _____.

II Вариант

1. Угол поворота считаю отрицательным, если поворот осуществляют _____ часовой _____.
2. Пусть при повороте около точки O на угол α начальный радиус OA переходит в радиус OB , тогда косинус угла α отношение _____ к _____.
2. Пусть при повороте около точки O на угол α начальный радиус OA переходит в радиус OB , тогда котангенсом угла α отношение _____ к _____.
4. Косинус отрицателен в _____ и _____ координатных четвертях.
5. Тангенс положителен в _____ и _____ координатных четвертях.
6. Чётными тригонометрическими функциями являются: _____.
7. Функция синус имеет период, равный _____.
8. Функция котангенс имеет период, равный _____.
9. Тангенс угла α не существует при $\alpha =$ _____.
10. Углом в один градус называют _____.
11. Радианная мера угла в n радиан равна: _____.

Тригонометрические преобразования

І вариант

І часть

1. Чему равен $\sin 105^\circ$?

- а) $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}+1)$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}(2+\sqrt{3})$;
в) $\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2}-1)$; г) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$.

2. Вычислите

$$\frac{\cos 120^\circ \cos 50^\circ + \sin 120^\circ \sin 50^\circ}{\cos 25^\circ \cos 45^\circ - \sin 25^\circ \sin 45^\circ}:$$

- а) 0; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. Упростите выражение

$$1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2 \sin x}.$$

4. Докажите что верно равенство

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x.$$

5. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin 3x \cdot \cos 2x = \sin 2x \cdot \cos 3x,$$

принадлежит промежутку $[-\pi; \pi]$:

- а) 2π ; б) 0; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) π .

6. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sin^2 2x = -\cos 4x$.

ІІ часть

7. Упростите выражение

$$\frac{\cos^4 t - \sin^4(t + \pi)}{ctgt - \sin 2t}:$$

- а) $tg t$; б) $\frac{1}{\cos t}$; в) $\frac{\cos 2t}{\sin t}$; г) $ctgt$.

8. Укажите одно положительное решение неравенства $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} \leq -\frac{1}{2}$.

9. Чему равно значение произведения

$$\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{23\pi}{48}?$$

Ответ поясните:

- а) $\frac{1}{24}$; б) $\frac{1}{16}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{7}{48}$.

10. Решите уравнение

$$4 \cos^2 1,5x - \cos x = 2 - \sqrt{3} \sin x.$$

ІІ вариант

ІІ часть

1. Чему равен $\cos 75^\circ$?

- а) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{2}-1)$; в) $\frac{\sqrt{3}}{4}(1-\sqrt{2})$; г)
 $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$.

2. Вычислите $\frac{\sin 5^\circ \cos 15^\circ + \cos 5^\circ \sin 15^\circ}{\cos 80^\circ \cos 150^\circ - \sin 80^\circ \sin 150^\circ}:$

- а) -1; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. Упростите выражение $2 \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{2 \sin 2x} - 2$.

4. Докажите что верно равенство

$$\sin^2 x + \sin^4 x + \cos^2 x - \cos^4 x = 1 - \cos 2x.$$

5. Найдите сумму корней

$$\text{уравнения } \cos 2x \sin 5x = \sin 2x \cos 5x,$$

принадлежит промежутку $(0; \pi)$:

- а) 2π ; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{\pi}{3}$; г) π .

6. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos^2 3x = -\cos 6x$.

ІІ часть

7. Упростите выражение

$$\frac{2 \cos 2t}{\sin 2t + 2 \sin^2 t} - ctg(\pi - t):$$

- а) $\frac{1}{\sin t}$; б) $tg t$; в) 0; г) -1.

8. Укажите одно отрицательное решение неравенства

$$\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \geq -\frac{1}{4}.$$

9. Чему равно значение произведения

$$\cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{15\pi}{32}?$$

Ответ поясните:

- а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{5}{32}$; в) $\frac{1}{8\sqrt{2}}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

10. Решите уравнение

$$2\sqrt{2} \sin^2 2,5x + \sin 3x = \cos 3x + \sqrt{2}$$

Построить график тригонометрических функций с помощью геометрических преобразований.

Вариант	1 уровень	2 уровень	3 уровень
1	$1. y = 2\sin x$ $2. y = -\cos x$ $3. y = 3\tan x$	$1. y = 2\sin x + 2$ $2. y = -\cos(x-1)$ $3. y = 3\operatorname{arccot} 2x + 1$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
2	$1. y = -\sin x$ $2. y = -2\cos x$ $3. y = \frac{1}{2}\cot x$	$1. y = 2\arcsin x - 4$ $2. y = -\cos 2x + 2$ $3. y = 3\tan(x-4)$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
3	$1. y = 3\sin x$ $2. y = -3\cos x$ $3. y = 2\tan x$	$1. y = 2\sin x + 1$ $2. y = -\arccos(x+1)$ $3. y = 3\tan\frac{1}{2}x + 3$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
4	$1. y = \frac{2}{3}\sin x$ $2. y = 4\cos x$ $3. y = \frac{3}{2}\tan x$	$1. y = -\arcsin 3x + 1$ $2. y = 2\cos(x-3)$ $3. y = \cot 2x + 1$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
5	$1. y = -2\sin x$ $2. y = \frac{4}{3}\cos x$ $3. y = -3\cot x$	$1. y = -\sin 2x - 1$ $2. y = -3\arccos x + \frac{1}{2}$ $3. y = 3\tan(x-2)$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
6	$1. y = -2\sin x$ $2. y = -\cos x$ $3. y = \frac{3}{4}\tan x$	$1. y = 2\sin(x+3)$ $2. y = -\cos 3x + 1$ $3. y = 3\operatorname{arccot} x + 5$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».
7	$1. y = 2\sin x$ $2. y = -3\cos x$ $3. y = -2\cot x$	$1. y = 2\sin x - 1$ $2. y = -\arccos\frac{3}{2}x + 2$ $3. y = 3\tan(x+1)$	Исследовательская работа «Сложение гармонических колебаний».

Тригонометрические уравнения

I вариант I часть

1. Найдите корень уравнения $\cos t = -\frac{1}{2}$ на

промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$:

а) $-\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $-\frac{\pi}{6}$; г) корней нет.

2. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. Чему равен $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{7\pi}{6}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{3}$.

4. Составьте тригонометрическое уравнение, корни которого задаются формулой $x = 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

5. Укажите какие-нибудь три корня уравнения $\operatorname{ctgx} + \sqrt{3} = 0$.

6. Решите уравнение $\sin^2 x - 3 \sin x = 0$:

а) $(-1)^k \arcsin 3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
б) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $(-1)^k \arcsin 3 + \pi k, k \in \mathbb{Z};$;
г) корней нет.

II часть

7. Косинус одного из острых углов прямоугольного треугольника равен 0,8. Чему равен другой острый угол?

8. Вычислите $\operatorname{ctg}\left(\arccos \frac{4}{5}\right)$:

а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{4}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{5}{4}$.

9. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения $7 \sin^2(5\pi + x) - \cos(1,5\pi + x) \cos(x - 7\pi) = 6$

10. Определите число корней уравнения $\sin x = 0,1x$:
а) 3; б) 5; в) 10; г) 7.

II вариант I часть

1. Найдите корень уравнения $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на

промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$:

а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $-\frac{2\pi}{3}$; г) корней нет.

2. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

3. Чему равен $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$?

а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{7\pi}{6}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{3}$.

4. Составьте тригонометрическое уравнение, корни которого задаются формулой $x = \pm \frac{3\pi}{4} 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

5. Укажите какие-нибудь три корня уравнения $2 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$.

6. Решите уравнение $2 \cos x - \cos^2 x = 0$:

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \pm \arccos 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \pm \arccos 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; г) корней нет.

II часть

7. Синус одного из острых углов прямоугольного треугольника равен 0,6. Чему равен другой острый угол?

8. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{3}{5}\right)$:

а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{5}{4}$; г) $\frac{4}{3}$.

9. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней уравнения $2 \cos^2(7\pi - x) + \sin(2,5\pi - x) \sin(x - 3\pi) = 2$

10. Определите число корней уравнения $\cos x = 0,2x$:
а) 3; б) 4; в) 2; г) 5.

Тригонометрические уравнения

12 совершенно равных вариантов. Каждый вариант содержит 12 тригонометрических уравнений основных типов: **1-3** – уравнения, сводящиеся к квадратным относительно $\sin x$, $\cos x$ или $\operatorname{tg} x$; **4** – однородное уравнение первой степени; **5-8** – уравнения, решаемые разложением левой части на множители, причём уравнение 6 решается с использованием формул суммы и разность синусов(или косинусов); **9** – уравнение, сводящиеся к виду $\cos^2 x = a$ или $\sin^2 x = a$; **10** – уравнение, сводящиеся к квадратному относительно $\sin x$ или $\cos x$; **11-12** – уравнения, сводящиеся к однородным второй степени.

Вариант 1 1) $5\cos^2 x + 7\cos x - 6 = 0$ 2) $8\cos^2 x - 10\sin x - 11 = 0$ 3) $10\operatorname{tg}^2 x + 11\operatorname{tg} x - 6 = 0$ 4) $\cos x - 3\sin x = 0$ 5) $3\sin^2 x - \sin x = 0$ 6) $\sin 3x - \sin 5x = 0$ 7) $2\sin 2x + 5\sin x = 0$ 8) $\sin 2x + 4\cos^2 x = 0$ 9) $5\cos 2x - 6\cos^2 x + 4 = 0$ 10) $9\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$ 11) $5\sin 2x - 18\cos^2 x + 14 = 0$ 12) $3\cos x + 11\sin x + 9 = 0$	Вариант 2 1) $5\sin^2 x + 21\sin x + 4 = 0$ 2) $5\sin^2 x - 7\cos x + 1 = 0$ 3) $8\operatorname{tg}^2 x + 10\operatorname{tg} x + 3 = 0$ 4) $\cos x - 2\sin x = 0$ 5) $\cos^2 x + 4\cos x = 0$ 6) $\sin 3x - \sin 7x = 0$ 7) $7\sin 2x - 2\sin x = 0$ 8) $\sin 2x + 10\cos^2 x = 0$ 9) $5\cos 2x - 14\cos^2 x + 8 = 0$ 10) $3\cos 2x - 14\cos x + 7 = 0$ 11) $11\sin 2x + 6\cos^2 x + 6 = 0$ 12) $16\cos x - 11\sin x - 4 = 0$	Вариант 3 1) $2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$ 2) $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$ 3) $18\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 10 = 0$ 4) $5\cos x - 2\sin x = 0$ 5) $4\cos^2 x + 3\cos x = 0$ 6) $\cos 3x - \cos x = 0$ 7) $2\sin 2x + 3\cos x = 0$ 8) $5\sin 2x + 8\sin^2 x = 0$ 9) $3\cos 2x - 31\cos^2 x + 27 = 0$ 10) $3\cos 2x - 22\sin x - 15 = 0$ 11) $19\sin 2x + 6\cos^2 x - 12 = 0$ 12) $9\cos x + \sin x - 1 = 0$
Вариант 4 1) $8\cos^2 x + 10\cos x + 3 = 0$ 2) $10\cos^2 x - 11\sin x - 4 = 0$ 3) $3\operatorname{tg} x + 6\operatorname{ctg} x + 11 = 0$ 4) $6\cos x + 5\sin x = 0$ 5) $\cos^2 x - 3\cos x = 0$ 6) $\cos 3x + \cos 9x = 0$ 7) $5\sin 2x - 4\cos x = 0$ 8) $2\sin 2x + 3\sin^2 x = 0$ 9) $\cos 2x - 3\cos^2 x + 2 = 0$ 10) $5\cos 2x - 2\cos x - 3 = 0$ 11) $21\sin 2x + 2\sin^2 x + 8 = 0$ 12) $9\cos x - 5\sin x - 5 = 0$	Вариант 5 1) $10\cos^2 x + 11\cos x - 6 = 0$ 2) $3\cos^2 x - 11\sin x - 9 = 0$ 3) $7\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 5 = 0$ 4) $4\cos x + 5\sin x = 0$ 5) $5\sin^2 x + 6\sin x = 0$ 6) $\sin 5x + \sin 7x = 0$ 7) $\sin 2x - 8\sin x = 0$ 8) $5\sin 2x + 4\cos^2 x = 0$ 9) $6\cos 2x - 3\cos^2 x + 5 = 0$ 10) $3\cos 2x - 19\cos x + 6 = 0$ 11) $7\sin 2x - 22\cos^2 x + 10 = 0$ 12) $\cos x - 21\sin x - 9 = 0$	Вариант 6 1) $6\cos^2 x - 19\cos x + 3 = 0$ 2) $8\cos^2 x + 10\sin x - 5 = 0$ 3) $2\operatorname{tg} x + 5\operatorname{ctg} x - 11 = 0$ 4) $3\cos x - 5\sin x = 0$ 5) $5\sin^2 x + \sin x = 0$ 6) $\cos 5x + \cos x = 0$ 7) $5\sin 2x + 2\cos x = 0$ 8) $\sin 2x - 2\sin^2 x = 0$ 9) $6\cos 2x + 8\sin^2 x - 5 = 0$ 10) $4\cos 2x + 10\cos x + 7 = 0$ 11) $3\sin 2x + 56\sin^2 x - 20 = 0$ 12) $\cos x + 7\sin x - 5 = 0$

Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9
1) $3\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0$	1) $7\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0$	1) $3\cos^2 x + 11\cos x + 6 = 0$
2) $18\sin^2 x - 3\cos x - 8 = 0$	2) $5\sin^2 x - 212\cos x - 9 = 0$	2) $7\cos^2 x - 5\sin x - 5 = 0$
3) $5\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 4 = 0$	3) $5\operatorname{tg} x - 6\operatorname{ctg} x + 7 = 0$	3) $5\operatorname{tg} x + 4\operatorname{ctg} x + 21 = 0$
4) $2\cos x + 3\sin x = 0$	4) $4\cos x + \sin x = 0$	4) $\cos x - 6\sin x = 0$
5) $5\cos^2 x - 2\cos x = 0$	5) $\sin^2 x - 6\sin x = 0$	5) $5\sin^2 x + 4\sin x = 0$
6) $\cos 7x - \cos x = 0$	6) $\cos 6x + \cos 4x = 0$	6) $\sin 6x + \sin 2x = 0$
7) $\sin 7x + 5\sin x = 0$	7) $\sin 2x - 2\sin x = 0$	7) $5\sin 2x - 6\cos x = 0$
8) $\sin 2x - 5\cos^2 x = 0$	8) $3\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$	8) $3\sin 2x + 4\cos^2 x = 0$
9) $3\cos 2x + 10\sin^2 x - 6 = 0$	9) $7\cos 2x + 18\sin^2 x - 9 = 0$	9) $4\cos 2x + 44\sin^2 x - 29 = 0$
10) $7\cos 2x - 10\sin x - 3 = 0$	10) $\cos 2x + 11\sin x - 6 = 0$	10) $4\cos 2x - 10\cos x + 1 = 0$
11) $5\sin 2x - 11\sin^2 x + 3 = 0$	11) $11\sin 2x + 32\sin^2 x - 12 = 0$	11) $5\sin 2x + 5\sin^2 x + 3 = 0$
12) $3\cos x + 19\sin x - 9 = 0$	12) $5\cos x - 10\sin x - 11 = 0$	12) $11\cos x - 7\sin x + 1 = 0$

Тема 2.1

Векторы на плоскости и в пространстве

Требования к знаниям и умениям:

- выполнять действия над векторами;
- выполнять разложение вектора на составляющие;
- решать задачи на векторы;
- определять координаты векторов, их длины, углы между векторами;

I. Вычислить длину вектора, скалярное произведение и угол между векторами если векторы заданы координатами:

$$\vec{a} = (3; 2; 1)$$

$$\vec{a} = (-7; 3; 1)$$

$$\vec{b} = (-2; 5; 6)$$

$$\vec{b} = (4; -2; 5)$$

2. Определите вид треугольника, вычислите его площадь и вычислите величину угла A, если известны координаты вершины треугольника:

$$A (2; -3; 4)$$

$$A (2; 4; 5)$$

$$B (1; 2; -1)$$

$$B (-3; 2; 2)$$

$$C (3; -2; 1)$$

$$C (-1; 0; 3)$$

3. Изобразите три вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, так :

$$\vec{a} \parallel \vec{b}$$

$$\vec{a} \parallel \vec{c}$$

$$\vec{b} \uparrow \uparrow \vec{c}$$

$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$$

и изобразить геометрически

$$1) \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$1) \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$2) \vec{a} - \vec{b}$$

$$2) \vec{a} - \vec{c}$$

$$3) \vec{b} + \vec{c}; \vec{b} - \vec{c}$$

$$3) \vec{a} + \vec{c}; \vec{a} - \vec{c}$$

4. Зная координаты векторов: $\vec{a} = (2; 3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$ и $\vec{c} = (3; 0; 2)$, найдите координаты векторов:

$$а) \vec{a} + \vec{b}$$

$$а) \vec{a} + \vec{c}$$

$$б) \vec{a} \times \vec{b}$$

$$б) -\vec{a} + 2\vec{c}$$

$$в) \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$в) 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$$

5. Зная координаты точек А (4; -3; 2) и

2. Вычислите длину вектора $\vec{AB}$, если

В (-2; 4; -3), найдите координаты вектора

А (5; 3; 1) и В (4; 5; -1).

$$\left| \vec{AB} \right| \text{ и } \vec{AB}$$

6. Дан тетраэдр ABCD. Найдите сумму векторов:

1) $\vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CB}$

1) $\vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA}$

7. Найдите косинусы углов, которые образуют с базисными векторами следующие векторы:

$$\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = (4; 3; 0)$$

Действия над векторами.

I вариант

1. Найдите угол между векторами $\vec{i}$ и $\vec{n}$ $= -2\vec{j} + \vec{k}$. а) 180°; б) 45°; в) <i>определить нельзя</i>; г) 90°; д) 0°. 2. Вектор $\vec{a}$ составляет с положительным направлением оси Oy угол 150°. Найдите ординату вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = 2\sqrt{3}$ а) <i>Определить нельзя</i>; б) $-\sqrt{3}$; в) 3; г) $\sqrt{3}$; д) -3. 3. Даны точки $A(5; -8; -1)$, $B(6; -8; -2)$, $C(7; -5; -11)$, $D(7; -7; -9)$. Найдите угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$. а) 120°; б) 60°; в) 45°; г) 30°; д) 150°. 4. Угол между единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60°. Найдите длину вектора $2\vec{a} + \vec{b}$. а) $\sqrt{5}$; б) 7; в) $-\sqrt{5}$; г) $\sqrt{3}$; д) $\sqrt{6}$. 5. Выберите верное утверждение. а) Если угол между векторами равен 90°, то векторы называются перпендикулярными; б) скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на синус угла между ними; в) скалярный квадрат любого вектора есть число положительное; г) от перемены мест сомножителей скалярное произведение изменяется; д) скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x; y; z\}$ и $\vec{b}\{m; n; p\}$ выражается формулой $\vec{a}\vec{b} = xm + yn + zp$.	6. Все ребра пирамиды $HPMKE$ равны. Упростите выражение $(\vec{PH} + \vec{MK}) \cdot (\vec{PH} - \vec{MK}) + \vec{HK} \cdot (\vec{MK} + \vec{KE})$ а) 2; б) <i>определить нельзя</i>; в) -1; г) 0; д) 1. 7. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4. Вычислите угол между векторами $\vec{MB}$ и $\vec{AA_1}$, если M - центр грани $ADD_1 A_1$. а) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; б) $180^\circ - \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; в) $\arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; г) $-\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; д) 90°. 8. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4. Вычислите угол между прямыми $A_1 B$ и AD_1. а) 90°; б) 120°; в) 60°; г) 150°; д) 30°. 9. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4, M - центр грани $ADD_1 A_1$. Вычислите угол между прямой MB и плоскостью ABC. а) $\arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; б) $180^\circ - \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; г) $-\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; д) 90°. 10. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4. Вычислите расстояние между серединами AB_1 и BC_1. а) $4\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2}$; в) $2\sqrt{3}$; г) $2\sqrt{2}$; д) 4.
--	--

Действия над векторами.

II вариант

1. Найдите угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{m} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. а) 0°; б) <i>определить нельзя</i>; в) 45°; г) 90°; д) 180°. 2. Вектор $\vec{a}$ составляет с положительным направлением оси Ox угол 135°. Найдите абсциссу вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = 2$. а) 2; б) -2; в) $-\sqrt{2}$; г) $\sqrt{2}$; д) <i>определить нельзя</i>. 3. Даны точки $A(3; -2; 4)$, $B(4; -1; 2)$, $C(6; -3; 2)$, $D(7; -3; 1)$. Найдите угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$. а) 150°; б) 30°; в) 45°; г) 60°; д) 120°. 4. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60°. Найдите длину вектора $2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = 4$, $\vec{b} = 2$. а) $2\sqrt{13}$; б) 10; в) $5\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{21}$; д) $2\sqrt{17}$. 5. Выберите верное утверждение. а) Угол между векторами не может быть тупым; б) скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины; в) скалярное произведение нулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны; г) ненулевой вектор называется направляющим вектором прямой, если он лежит на прямой, перпендикулярной к данной прямой; д) скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x; y; z\}$ и $\vec{b}\{m; n; p\}$ выражается формулой $\vec{a}\vec{b} = xp + yn + zp$.	6. $DABC$ - правильный тетраэдр. Упростите выражение $(\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot (\vec{AB} - \vec{BC}) + \vec{AD} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB})$. а) 2; б) 1; в) -1; г) <i>определить нельзя</i>; д) 0. 7. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 2. Вычислите угол между векторами $\vec{MD}$ и $\vec{BB}_1$, если M - центр грани $BCC_1 B_1$. а) $\arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; б) $180^\circ - \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; в) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; г) $-\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; д) 90°. 8. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 2. Вычислите угол между прямыми AB_1 и BC_1. а) 120°; б) 90°; в) 60°; г) 150°; д) 30°. 9. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2, M - центр грани $BCC_1 B_1$. Вычислите угол между прямой MD и плоскостью ABC. а) $\arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; б) $180^\circ - \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$; в) $-\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; г) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{6}$; д) 90°. 10. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 2. Вычислите расстояние между серединами отрезков AB_1 и BC_1. а) $2\sqrt{2}$; б) $0,5\sqrt{2}$; в) $\sqrt{3}$; г) $\sqrt{2}$; д) 2.
---	---

Метод координат

1. Выберите верное утверждение. а) Расстояние между точками $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле $d = x_2 - x_1 + y_2 - y_1 + z_2 - z_1$; б) каждая координата середины отрезка равна модулю полуразности соответствующих координат его концов; в) только координатные векторы являются единичными; г) каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала; д) любая точка пространства имеет неотрицательные координаты. 2. На каком расстоянии от плоскости Oxy находится точка $B(-3; 2; -5)$? а) 2; б) 5; в) $\sqrt{38}$; г) 10; д) 3. 3. Даны точки $A(3; -1; -4)$ и $B(1; -4; 2)$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{BA}$. а) 7; б) $3\sqrt{5}$; в) 1; г) -3; д) $3\sqrt{2}$. 4. Даны точки $A(2; -1; 3)$ и $B(1; -2; 1)$. Разложите вектор $\overrightarrow{BA}$ по координатным векторам. а) $\overrightarrow{BA} = -\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$; г) $\overrightarrow{BA} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$; б) $\overrightarrow{BA} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$; д) $\overrightarrow{BA} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ в) $\overrightarrow{BA} = -\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ 5. Выберите неверное утверждение. а) Если векторы равны, то их координаты равны; б) если вектор $\vec{a} = n\vec{i} + p\vec{j} + m\vec{k}$, то вектор $\vec{a}$ имеет координаты $\vec{a}\{m; n; p\}$; в) каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов; г) любая точка пространства имеет три координаты; д) длина вектора $\vec{a}\{x; y; z\}$ вычисляется по формуле $\vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.	6. Точки $A(3; -4; 2)$, $B(-3; 2; -4)$ и $C(1; 3; -1)$ являются вершинами треугольника. Найдите длину медианы, проведенной из точки C. а) $2\sqrt{14}$; б) $2\sqrt{5}$; в) определить нельзя; г) $\sqrt{17}$; д) 3. 7. Вычислите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $A(6; 14; -8)$, $B(10; -6; 4)$, $C(2; 6; -20)$. а) $56\sqrt{10}$; б) определить нельзя; в) 62720; г) $56\sqrt{35}$; д) $56\sqrt{14}$. 8. Даны векторы $\vec{m}\{x^2 - y^2; 4; 3\}$, $\vec{n}\{3; 4; x - y\}$. Найдите x и y, если $\vec{m} = \vec{n}$. а) $x = -2$, $y = 1$; б) $x = 2$, $y = 1$; в) $x = -2$, $y = -1$; г) $x = 2$, $y = -1$; д) определить нельзя. 9. Из предложенных векторов выберите коллинеарные векторы. а) $\vec{a}\{1; -1; 3\}$, $\vec{b}\{2; 3; 15\}$; б) $\vec{i}$, $\vec{k}$; в) $\vec{m}\{0; 0; 0\}$, $\vec{n}\{-2; 9; 1\}$; г) $\vec{g}\{2; 0; -1\}$, $\vec{c}\{-5; 1; 0\}$; д) $\vec{i}$, $\vec{j}$. 10. В основании пирамиды с вершиной в точке $E(-1; 2; -1)$ лежит ромб. Точки $L(0; 0; 4)$, $B(0; 4; 4)$, $C(4; 4; 0)$, $D(4; 0; 0)$ являются основаниями высот боковых граней. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания. а) $\arcsin 0,2\sqrt{10}$; б) $\arctg 0,2\sqrt{10}$; в) $\arccos 0,2\sqrt{10}$; г) $\text{arcctg } 0,2\sqrt{10}$; д) определить нельзя.
---	---

Тема 2.2

Прямая на плоскости и её уравнения.

Требования к знаниям и умениям:

- знать определение уравнения прямой;
- знать способы задания прямой;
- составлять уравнение прямой;

Домашняя контрольная работа

I. Пример решения задач:

Даны вершины треугольника ABC: A (-4;8), B (5;-4), C (10;6).

Найти: 1. Длину стороны AB; 2. Уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты;
3. Внутренний угол A в радианах с точностью до 0,01; 4. Уравнение высоты CD и её длину;
5. Уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр; 6. Систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC.

Решение:

1. Расстояние d между точками $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$ определяется по формуле:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Подставив в эту формулу координаты точек A и B, имеем:

$$AB = \sqrt{[5 - (-4)]^2 + (-4 - 8)^2} = \sqrt{81 + 144} = 15 \quad (1)$$

2. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$, имеет вид:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad (2)$$

$$x_2 - x_1 \quad y_2 - y_1$$

Подставив в (2) координаты точек A и B, получим уравнение прямой AB:

$$\frac{x - (-4)}{5 - (-4)} = \frac{y - 8}{-4 - 8}, \quad \frac{x + 4}{9} = \frac{y - 8}{-12}, \quad \frac{x + 4}{9} = \frac{y - 8}{-12}, \quad 3y - 24 = -4x - 16, \quad 4x + 3y - 8 = 0 \text{ (AB)}.$$

$$5-(-4) \quad -4-8 \quad 9 \quad -12 \quad 3 \quad -4$$

Для нахождения углового коэффициента k_{AB} прямой АВ разрешим полученное уравнение относительно y : $y = -4/3 * x + 8/3$. Отсюда $k_{AB} = -4/3$. Подставив в формулу (2) координаты точек А и С, найдём уравнение прямой АС.

$$\underline{x-(-4) = y-8}, \quad \underline{x+4 = y-8}, \quad \underline{x+4 = y-8}, \quad x+7y-52=0 \text{ (АС)}.$$

$$10-(-4) \quad 6-8 \quad 14 \quad -2 \quad 7 \quad -1$$

Отсюда $k_{AC} = -1/7$

3. Угол α между двумя прямыми, угловые коэффициенты которых равны k_1 и k_2 , определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}. \quad (3)$$

Угол А, образованный прямыми АВ и АС, найдём по формуле (3), подставив в неё $k_1 = k_{AB} = -4/3$,

$$k_2 = k_{AC} = -1/7.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-1/7 - (-4/3)}{1 + (-1/7) * (-4/3)} = \frac{4/3 - 1/7}{1 + 4/24} = \frac{25/21}{25/21} = 1$$

4. Так как высота CD перпендикулярна стороне АВ, то угловые коэффициенты этих прямых обратны по величине и противоположны по знаку, т.е.

$$k_{CD} = -1/k_{AB} = -1/(-4/3) = 3/4.$$

Уравнение прямой, проходящее через данную точку $M_1(x_1; y_1)$ в заданном угловым коэффициентом k направлении, имеет вид:

$$y - y_1 = k(x - x_1). \quad (4)$$

Подставив в (4) координаты точки С и $k_{CD} = 3/4$, получим уравнение высоты CD:

$$y - 6 = 3/4(x - 30), \quad 4y - 24 = 3x - 90, \quad 3x - 4y - 6 = 0 \text{ (CD)}. \quad (5)$$

Для нахождения длины CD определим координаты точки D, решив систему уравнений (AB) и (CD):

$$4x+3y-8=0$$

$$3x-4y-6=0, \text{ откуда } x=2, y=0, \text{ то есть } D(2;0).$$

Подставим в формулу (1) координаты точек С и D, находим:

$$CD = \sqrt{(10-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{64+36} = 10.$$

5. Уравнение окружности радиуса R с центром в точке E (a;b) имеет вид:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2. \quad (6)$$

Так как CD является диаметром искомой окружности, то её центр E есть середина отрезка CD. Воспользовавшись деления отрезка пополам, получим:

$$x_E = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{10+2}{2} = 6, \quad y_E = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{6+0}{2} = 3.$$

Следовательно, E (6;3) и $R = CD/2 = 5$. Используя формулу (6), получаем уравнение искомой окружности:

$$(x-6)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

6. Множество точек треугольника ABC есть пересечение трёх полуплоскостей, первая из которых ограничена прямой AB и содержит точку C, вторая ограничена прямой BC и содержит точку A, а третья ограничена прямой AC и содержит точку B.

Для получения неравенства, определяющего полуплоскость, ограниченную прямой AB и содержащую точку C, подставим в уравнение прямой AB координаты точки C:

$$4 \cdot 10 + 3 \cdot 6 - 8 = 50 > 0.$$

Поэтому искомое неравенство имеет вид: $4x+3y-8 \geq 0$.

Для составления неравенства, определяющего полуплоскость, ограниченную прямой BC и содержащую точку A, найдём уравнение прямой BC, подставив в формулу (2) координаты точек B и C:

$$\frac{x-5}{10-5} = \frac{y-(-4)}{6-(-4)}; \quad \frac{x-5}{10} = \frac{y+4}{10}; \quad x-5 = y+4; \quad 2x-y-14=0 \quad (BC).$$

$$10-5 \quad 6-(-4) \quad 5 \quad 10 \quad 1 \quad 2$$

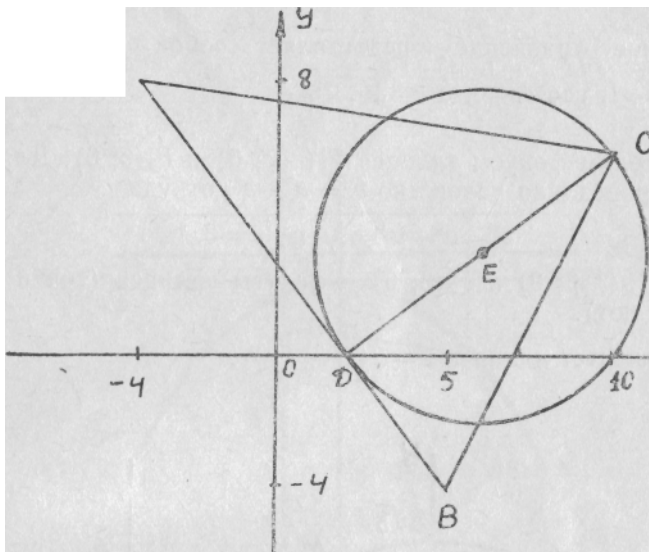
Подставим в последнее уравнение координаты точки A, имеем: $2 \cdot (-4) - 8 - 14 = -30 < 0$. Искомое неравенство будет $2x-y-14 \leq 0$. Подобным образом составим неравенство, определяющее полуплоскость, ограниченную прямой AC и содержащую точку B: $5+7 \cdot (-4) - 52 = -75 < 0$. Третье искомое неравенство $x+7y-52 \leq 0$. Итак, множество точек треугольника ABC определяется системой неравенств

$$4x+3y-8 \geq 0,$$

$$2x - y - 14 \leq 0,$$

$$x + 7y - 52 \leq 0.$$

На рис.1 в декартовой прямоугольной системе координат xOy изображён треугольник ABC ,



высота CD , окружность с центром в точке E

II. Самостоятельно:

Дано: вершины треугольника ABC .

Найти: 1) длину стороны AB ; 2) уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты; 3) внутренний угол A в радианах с точностью до 0.01 ; 4) уравнение высоты CD и её длину; 5) уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр; 6) систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC ; 7) вычислить площадь и периметр треугольника.

1 вариант	2 вариант
1. $A(-5;0)$, $B(7;9)$, $C(5;-5)$	1. $A(-7;2)$, $B(5;11)$, $C(3;-3)$
2. $A(-5;-3)$, $B(7;6)$, $C(5;-8)$	2. $A(-6;-2)$, $B(6;7)$, $C(4;-7)$
3. $A(-8;-4)$, $B(4;5)$, $C(2;-9)$	3. $A(0;-1)$, $B(12;8)$, $C(10;-6)$
4. $A(-6;1)$, $B(6;10)$, $C(4;-4)$	4. $A(-2;-4)$, $B(10;5)$, $C(8;-9)$
5. $A(-3;0)$, $B(9;9)$, $C(7;-5)$	5. $A(-9;-2)$, $B(3;7)$, $C(1;-7)$
6. $A(-5;2)$, $B(7;-7)$, $C(5;7)$	6. $A(-7;5)$, $B(5;-4)$, $C(3;10)$
7. $A(-7;1)$, $B(5;-8)$, $C(3;6)$	7. $A(0;3)$, $B(12;-6)$, $C(10;8)$
8. $A(-8;4)$, $B(4;-5)$, $C(2;9)$	8. $A(-2;2)$, $B(10;-7)$, $C(8;7)$
9. $A(1;2)$, $B(13;-7)$, $C(11;7)$	9. $A(-4;1)$, $B(8;-8)$, $C(6;6)$
10. $A(-7;-1)$, $B(-5;-10)$, $C(3;4)$	10. $A(-3;3)$, $B(9;-6)$, $C(7;8)$

Тема 2.4

Многогранники.

Тела и поверхности вращения.

Измерения в геометрии.

Требования к знаниям и умениям:

- вычислять и изображать основные элементы прямых призм, пирамид, цилиндра, конуса и шара;
- знать определения многогранников, правильных многогранников;
- знать понятие тела вращения и поверхности вращения;
- знать свойства геометрических тел и их поверхностей.
- находить объемы прямой призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара и его частей;
- находить площади поверхностей геометрических тел;
- знать понятия объема и поверхности геометрического тела;
- знать формулы для вычисления объемов и поверхностей геометрических тел.

Прямоугольный параллелепипед

I вариант

1. Выберите неверное утверждение. а) За единицу измерения объемов принимается куб, ребро которого равно единице измерения отрезков; б) тела, имеющие равные объемы, равны; в) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений; г) объем куба равен кубу его ребра; д) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. 2. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 6 см, ширина - 7 см, а диагональ - 11 см. а) 252 см³; б) 126 см³; в) 164 см³;	6. Найдите площадь диагонального сечения куба, если его объем равен $4\sqrt[4]{2}$ а) $2\sqrt[3]{2}$; б) $2\sqrt{2}$; в) 4; г) $\sqrt[4]{2^3}$; д) 2. 7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 2. Эта диагональ составляет с боковой гранью, содержащей сторону, равную 1, угол 45°. Найдите объем параллелепипеда. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sqrt{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{8}$; д) 1 8. Ребро куба равно 3 см. Найдите сторону квадрата, равновеликого данному кубу. а) 3 см; б) $3\sqrt{3}$ см; в)
--	---

з) 462 см^3; д) 294 см^3. 3. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ которого равна 6. Через диагональ основания и противоположающую вершину верхнего основания проведена плоскость под углом 45° к нижнему основанию. Найдите объем параллелепипеда. а) 108; б) 216; в) 27; з) 54; д) 81. 4. Площадь полной поверхности куба равна 150 см^2. Найдите объем куба. а) 150 см^3; б) 25 см^3; в) 250 см^3; з) 105 см^3; д) 125 см^3. 5. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6 и 8. Через диагональ основания проведена плоскость, параллельная диагонали параллелепипеда. Проведенная плоскость составляет с плоскостью основания	$3\sqrt{2} \text{ см}$; з) 6 см; д) <i>определить нельзя</i>. 9. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся, как 1 : 2 : 3, а его объем равен 96 см^3. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда. а) 72 см^2; б) 144 см^2; в) $72\sqrt{2} \text{ см}^2$; з) 288 см^2; д) $72\sqrt[3]{4} \text{ см}^2$. 10. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 5 см и 12 см, диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите объем параллелепипеда. а) $390\sqrt{2} \text{ см}^3$; б) $390\sqrt{3} \text{ см}^3$; в) $780\sqrt{2} \text{ см}^3$; з) $780\sqrt{3} \text{ см}^3$; д) 780 см^3
---	---

II вариант

1. Выберите верное утверждение. а) За единицу измерения объемов принимается квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков; б) если тело составлено из нескольких тел, имеющих общие внутренние точки, то его объем равен сумме объемов этих тел; в) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений на длину диагонали параллелепипеда; з) равные тела имеют равные объемы; д) наибольшей единицей измерения объемов является 1 м^3. 2. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, длина которого равна 2 см, ширина - 6 см, а диагональ - 7 см. а) 36 см^3; б) 18 см^3; в) 84 см^3; з) 21 см^3; д) 72 см^3. 3. Диагональ прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равна 2, она составляет угол 30° с плоскостью боковой грани. Найдите объем параллелепипеда. а) $108\sqrt{2}$; б) 216; в) $432\sqrt{2}$; з) $216\sqrt{2}$; д) 432. 4. Объем куба равен 27 см^3. Найдите площадь полной поверхности куба. а) 36 см^2; б) 9 см^2; в) 108 см^2; з) 27 см^2; д) 54 см^2. 5. Через диагональ основания и вершину B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена плоскость, удаленная от вершины B на расстояние, равное 2,4. Найдите объем параллелепипеда, если $AB = 6$, $BC = 2,4\sqrt{5}$. а) 216; б) $43,2\sqrt{5}$; в) $216\sqrt{5}$; з) $72\sqrt{5}$; д) <i>определить нельзя</i>.	6. Найдите объем куба, если площадь его диагонального сечения равна 2. а) $\sqrt[4]{2^3}$; б) $2\sqrt{2}$; в) 4; з) $2\sqrt[3]{2}$; д) 2. 7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 4. Эта диагональ составляет с боковой гранью, содержащей сторону, равную 2, угол 45°. Найдите объем параллелепипеда. а) $4\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2}$; в) $8\sqrt{2}$; з) $2\sqrt{2}$; д) 2. 8. Сторона квадрата равна 3 см. Найдите ребро куба, равновеликого данному квадрату. а) 3 см; б) <i>определить нельзя</i>; в) $\sqrt[3]{3} \text{ см}$; з) 9 см; д) $\sqrt[3]{9} \text{ см}$. 9. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся, как 1 : 2 : 3, площадь его боковой поверхности равна $36\sqrt{2} \text{ см}^2$. Найдите объем параллелепипеда. а) 72 см^3; б) 48 см^3; в) $96\sqrt[3]{2} \text{ см}^3$; з) 192 см^3; д) $96\sqrt{2} \text{ см}^3$. 10. Боковое ребро и одна из сторон основания прямоугольного параллелепипеда равны соответственно $\frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ см}$ и 16 см, его диагональ составляет с плоскостью основания угол 30°. Найдите объем параллелепипеда. а) $640\sqrt{2} \text{ см}^3$; б) $640\sqrt{3} \text{ см}^3$; в) $1280\sqrt{2} \text{ см}^3$; з) $1280\sqrt{3} \text{ см}^3$; д) 1280 см^3.
---	--

Прямая призма

I вариант

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $2\sqrt{3}$ см, а высота - 5 см. Найдите объем призмы. а) $15\sqrt{3}$ см³; б) 45 см³; в) $10\sqrt{3}$ см³; г) $12\sqrt{3}$ см³; д) $18\sqrt{3}$ см³. 2. Выберите неверное утверждение. а) Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту; б) объем правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V = 0,25a^2h\sqrt{3}$, где a - сторона основания, h - высота призмы; в) объем прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту; г) объем правильной четырехугольной призмы вычисляется по формуле $V = a^2 \cdot h$, где a - сторона основания, h - высота призмы; д) объем правильной шестиугольной призмы вычисляется по формуле $V = 1,5a^2h\sqrt{3}$, где a - сторона основания, h - высота призмы. 3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $\sqrt{3}$ см. Через сторону основания и противоположащую вершину верхнего основания проведена плоскость, которая находится под углом 45° к основанию. Найдите объем призмы. а) $9\sqrt{3}$ см³; б) 9 см³; в) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ см³; г) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ см³; д) $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ см³. 4. Основанием прямой призмы является ромб, сторона которого равна 13 см, а одна из диагоналей - 24 см. Найдите объем призмы, если диагональ боковой грани равна 14 см. а) $720\sqrt{3}$ см³; б) $360\sqrt{3}$ см³; в) $180\sqrt{3}$ см³; г) $540\sqrt{3}$ см³; д) $60\sqrt{3}$ см³. 5. Найдите объем правильной шестиугольной призмы со стороной основания, равной 2, и высотой, равной $\sqrt{3}$. а) $18\sqrt{3}$; б) 36; в) $9\sqrt{3}$; г) 18; д) $6\sqrt{3}$.	6. Основанием прямой призмы служит треугольник со сторонами 10, 10, 12. Диагональ меньшей боковой грани составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите объем призмы. а) $480\sqrt{3}$; б) $960\sqrt{3}$; в) $240\sqrt{3}$; г) 480; д) 240. 7. Основание прямой призмы — параллелограмм, диагонали которого пересекаются под углом 30°. Найдите объем призмы, если площади его диагональных сечений равны 16 см² и 12 см², а высота равна 4 см. а) 8 см³; б) 12 см³; в) 16 см³; г) 24 см³; д) $12\sqrt{3}$ см³. 8. Вычислите с точностью до 0,001 объем правильной восьмиугольной призмы со стороной основания, равной 2, и высотой, равной $\sqrt{3}$. а) 33,450; б) 5,740; в) 5,739; г) 33,452; д) 33,453. 9. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник. Катеты основания и боковое ребро относятся между собой, как 3 : 4 : 4. Объем призмы равен 24. Найдите площадь боковой поверхности призмы. а) 24; б) 55; в) 48; г) 39; д) 12. 10. Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = \alpha$, $AC = a$, BC_1 составляет с плоскостью основания угол β. а) $V = 0,25a^2 \sin 2\alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$; б) $V = a^3 \sin 2\alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$; в) $V = 0,25a^3 \sin 2\alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$; г) $V = 0,5a^3 \sin 2\alpha \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$; д) $V = 0,25a^3 \sin 2\alpha \sin \beta \operatorname{tg} \alpha$.
---	--

II вариант

1. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно $4\sqrt{3}$ см, сторона - 5 см. Найдите объем призмы. а) $75\sqrt{3}$ см³; б) 75 см³; в) $50\sqrt{3}$ см³; г) 50 см³; д) 51,6 см³. 2. Выберите верное утверждение. а) Объем прямой призмы, основанием которой является правильный восьмиугольник, вычисляется по формуле $V = a^2h(2\sqrt{2}+2)$, где a	6. Основанием прямой призмы служит треугольник со сторонами 5, 5, 6. Диагональ меньшей боковой грани составляет с плоскостью основания угол 30°. Найдите объем призмы. а) $40\sqrt{3}$; б) $60\sqrt{3}$; в) 20; г) 40; д) $20\sqrt{3}$. 7. Основание прямой призмы — параллелограмм, диагонали которого пересекаются под углом 60°. Найдите объем призмы, если площади его диагональных
--	---

- сторона основания, h - высота призмы; б) объем правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V = a^2 h \sqrt{3}$, где a - сторона основания, h - высота призмы; в) объем прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту; г) объем правильной четырехугольной призмы вычисляется по формуле $V = 2a^2 \cdot h$, где a - сторона основания, h - высота призмы; д) объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен половине произведения площади основания на высоту. 3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2 см. Через сторону основания и противоположающую вершину верхнего основания проведена плоскость, которая находится под углом 60° к основанию. Найдите объем призмы. а) $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ см}^3$; б) 3 см^3; в) $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ см}^3$; г) $3\sqrt{3} \text{ см}^3$; д) $\frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ см}^3$. 4. Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является параллелограмм $ABCD$, $AB = 12 \text{ см}$, $AD = 15 \text{ см}$, $DC_1 = 13 \text{ см}$. Найдите объем призмы, если $\angle BAD = 45^\circ$. а) $180\sqrt{3} \text{ см}^3$; б) $900\sqrt{2} \text{ см}^3$; в) $180\sqrt{2} \text{ см}^3$; г) $450\sqrt{3} \text{ см}^3$; д) $450\sqrt{2} \text{ см}^3$. 5. Найдите объем правильной четырехугольной призмы со стороной основания, равной 2, и высотой, равной $\sqrt{3}$. а) $2\sqrt{3}$; б) 12; в) $8\sqrt{3}$; г) $4\sqrt{3}$; д) 6.	сечений равны 18 см^2 и 24 см^2, а высота равна 3 см. а) $36\sqrt{3} \text{ см}^3$; б) 12 см^3; в) $18\sqrt{3} \text{ см}^3$; г) 18 см^3; д) $12\sqrt{3} \text{ см}^3$. 8. Найдите с точностью до 0,001 объем правильной шестиугольной призмы со стороной основания, равной $\sqrt[4]{2} + 2$, и высотой, равной 3. а) 14,402; б) 14,401; в) 26,611; г) 26,612; д) 14,40. 9. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник. Катеты основания и боковое ребро относятся между собой, как 3 : 4 : 2. Объем призмы равен 96. Найдите площадь боковой поверхности призмы. а) 180; б) 96; в) 132; г) 160; д) 48. 10. Найдите объем прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$, если $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB = \alpha$, $BC = a$ и двугранный угол $ABCA_1$ равен φ. а) $V = 0,5a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi$; б) $V = 0,25a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi$; в) $V = 0,5a^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi$; г) $V = a^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi$; д) $V = 0,5a^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi \cdot \operatorname{tg} \alpha$.
---	---

Пирамида I вариант

1. Найдите объем правильного тетраэдра, если его ребро равно $2\sqrt{2} \text{ см}$. а) $\frac{16}{3} \text{ см}^3$; б) - см^3; в) 2 см^3; г) 4 см^3; д) 8 см^3. 2. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если все ее ребра равны $2\sqrt{2} \text{ см}$. а) 2 см^3; б) $\frac{8}{3} \text{ см}^3$; в) $\frac{16}{3} \text{ см}^3$; г) 8 см^3; д) 4 см^3. 3. Выберите верное утверждение. а) Объем пирамиды равен произведению одной третьей площади основания на высоту; б) объем правильного тетраэдра вычисляется по формуле $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$, где a - ребро тетраэдра; в) объем усеченной пирамиды, высота которой равна h, а	6. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катеты которого равны 3 и 4. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45°. Найдите объем пирамиды. а) 1; б) 4; в) 6; г) 2; д) <i>определить нельзя</i>. 7. Объем правильной треугольной пирамиды равен 6. Найдите угол между высотой и боковым ребром пирамиды, если сторона основания равна $2\sqrt{2}$. а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) 15°; д) 75°. 8. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 4 см, а сторона основания - 2 см. Найдите объем пирамиды. а) 9 см^3; б) 6 см^3; в) 12 см^3; г) 18 см^3; д) <i>определить нельзя</i>. 9. В каком отношении параллельная основанию плоскость делит объем пирамиды, если она делит высоту в отношении 2 : 3?
--	---

площади оснований равны S и M, вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}h(S + M + \sqrt{S \cdot M})$; з) объем правильной треугольной пирамиды, ребро основания которой равно a и все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом φ, вычисляется по формуле $V = \frac{1}{2}a^3 \sin \varphi$; д) объем правильной четырехугольной пирамиды, ребро основания которой равно a и все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом φ, вычисляется по формуле $V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 \operatorname{tg} \varphi$. 4. Найдите объем усеченной пирамиды, площади оснований которой равны 3 см^2 и 12 см^2, а высота равна 2 см. а) <i>Определить нельзя</i>; б) 7 см^3; в) 42 см^3; з) 14 см^3; д) 56 см^3. 5. Основанием пирамиды $MABC$ служит треугольник со сторонами $AB = 5 \text{ см}$, $BC = 12 \text{ см}$, $AC = 13 \text{ см}$. Найдите объем пирамиды, если $MB \perp ABC$ и $MB = 10 \text{ см}$. а) 300 см^3; б) 260 см^3; в) 780 см^3; з) <i>определить нельзя</i>; д) 100 см^3.	а) $2:3$; б) $8:117$; в) $8:27$; з) $27:98$; д) $27:8$. 10. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с гипотенузой c и острым углом α. Все боковые ребра наклонены к основанию под углом β. Найдите объем пирамиды. а) $V = \frac{1}{4}c^3 \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$; б) $V = \frac{1}{8}c^3 \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$; в) $V = \frac{1}{24}c^3 \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\beta$; з) $V = c \sin \alpha \operatorname{tg} 3$; д) $V = \frac{1}{8}c^3 \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \alpha$.
--	--

II вариант

1. Объем правильного тетраэдра равен 9 см^3. Найдите его ребро. а) 4 см; б) $2\sqrt{3} \text{ см}$; в) $3\sqrt{2} \text{ см}$; з) 6 см; д) 3 см. 2. Найдите ребро правильной четырехугольной пирамиды, если ее объем равен 18 см^3, а все ребра имеют одинаковую длину. а) 2 см; б) $2\sqrt{3} \text{ см}$; в) $3\sqrt{2} \text{ см}$; з) 4 см; д) 3 см. 3. Выберите неверное утверждение. а) Объем пирамиды равен произведению одной третьей площади основания на высоту; б) объем правильного тетраэдра вычисляется по формуле $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$, где a - ребро тетраэдра; в) объем усеченной пирамиды, высота которой равна h, а площади оснований равны S и M, вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}h(S + M + \sqrt{S \cdot M})$; з) объем правильной треугольной пирамиды, ребро основания которой равно a и все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом φ, вычисляется по формуле $V = \frac{1}{12}a^3 \operatorname{tg} \varphi$; д) объем правильной шестиугольной пирамиды, ребро основания которой равно a и все боковые ребра наклонены	6. Основанием пирамиды служит ромб с углом 30° и стороной, равной $2\sqrt{3}$. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60°. Найдите объем пирамиды. а) 1; б) 9; в) 6; з) 3; д) <i>определить нельзя</i>. 7. Объем правильной треугольной пирамиды равен 3. Найдите угол между высотой и апофемой пирамиды, если сторона основания равна $2\sqrt{3}$. а) 15°; б) 30°; в) 45°; з) 60°; д) 75°. 8. В правильной шестиугольной пирамиде апофема и сторона основания равны 6 см. Найдите объем пирамиды. а) $18\sqrt{3} \text{ см}^3$; б) $162\sqrt{3} \text{ см}^3$; в) $54\sqrt{3} \text{ см}^3$; з) $108\sqrt{3} \text{ см}^3$; д) <i>определить нельзя</i>. 9. В каком отношении параллельная основанию плоскость делит объем пирамиды, если она делит высоту в отношении $3:4$? а) $27:316$; б) $27:347$; в) $3:4$; з) $64:27$; д) $27:64$. 10. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с гипотенузой p и острым углом φ. Все боковые ребра образуют с высотой угол α. Найдите объем пирамиды. а) $V = \frac{1}{8}p^3 \sin 2\varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha$; б) $V = \frac{1}{24}p^3 \sin$
--	---

к плоскости основания под углом φ, вычисляется по формуле $V = \frac{\sqrt{3}}{13} a^3 \operatorname{tg} \varphi$. 4. Найдите объем усеченной пирамиды, площади оснований которой равны 28 см^2 и 7 см^2, а высота равна 3 см. а) 49 см^3; б) 56 см^3; в) 98 см^3; г) 14 см^3; д) <i>определить нельзя</i>. 5. Основанием пирамиды $SKLM$ служит треугольник со сторонами $KL = 9 \text{ см}$, $KM = 15 \text{ см}$, $LM = 12 \text{ см}$. Найдите объем пирамиды, если $SK \perp MKL$ и $SK = 4 \text{ см}$. а) 216 см^3; б) 240 см^3; в) 72 см^3; г) <i>определить нельзя</i>; д) 120 см^3.	$2\varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha$; в) $V = \frac{1}{24} p^3 \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha$; г) $V = \frac{1}{24} p^3 \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha$; д) $V = \frac{1}{8} p^3 \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \varphi$.
---	---

Цилиндр

I вариант

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $\sqrt{61} \text{ см}$, а радиус основания -3 см. Найдите высоту цилиндра. а) $\sqrt{52} \text{ см}$; б) 12 см; в) 5 см; г) $\sqrt{58} \text{ см}$; д) $\sqrt{55} \text{ см}$. 2. Площадь осевого сечения равностороннего цилиндра равна 4 см^2. Найдите площадь основания цилиндра. а) $2\pi \text{ см}^2$; б) $\pi \text{ см}^2$; в) $4\pi \text{ см}^2$; г) $0,5\pi \text{ см}^2$; д) <i>определить нельзя</i>. 3. Радиус цилиндра равен x, его высота -2, площадь боковой поверхности равна y, площадь полной поверхности $-2y$. Найдите x и y. а) $x = 2$, $y = 8\pi$; б) $x = 1$, $y = 4\pi$; в) $x = 2$, $y = 8$; г) $x = 6$, $y = 24$; д) $x = 4$, $y = 16\pi$. 4. Диагональ сечения цилиндра, параллельного оси, равна $8\sqrt{3}$, она наклонена к плоскости основания под углом 60°. Это сечение в основании отсекает дугу в 120°. Найдите площадь осевого сечения цилиндра. а) <i>Определить нельзя</i>; б) 48; в) $16\sqrt{3}$; г) $96\sqrt{3}$; д) 96. 5. Выберите верное утверждение. а) Длина образующей цилиндра называется радиусом цилиндра; б) цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра; в) сечение цилиндра, перпендикулярное оси цилиндра, называется осевым; г) площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{\text{бок}} = \pi r^2 h$;	6. Сечение проведено параллельно оси цилиндра и отстоит от нее на расстояние, равное 3. Найдите площадь сечения, если радиус цилиндра равен 5, а его высота равна 10. а) 40; б) 80; в) 60; г) 30; д) $10\sqrt{91}$. 7. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания $1,25 \text{ м}$ и высоту $1,44 \text{ м}$, если на один квадратный метр расходуется $0,25 \text{ кг}$ краски (найдите с точностью до $0,1 \text{ кг}$)? а) $2,0 \text{ кг}$; б) $2,1 \text{ кг}$; в) 2 кг; г) $1,9 \text{ кг}$; д) $2,03 \text{ кг}$. 8. Развертка боковой поверхности цилиндра - квадрат со стороной 1. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до $0,001$. а) $7,283$; б) $0,159$; в) $1,318$; г) $1,159$; д) $0,318$. 9. Основание прямой призмы служит треугольник со сторонами 6, 8 и 10. Высота призмы равна 4. Найдите площадь боковой поверхности описанного около призмы цилиндра. а) 40π; б) 40; в) 32π; г) 20π; д) 32. 10. Радиус r основания цилиндра в 3 раза меньше его высоты h. Площадь полной поверхности цилиндра равна $288\pi \text{ см}^2$. Найдите r и h. а) $r = 18 \text{ см}$, $h = 6 \text{ см}$; б) $r = 6 \text{ см}$, $h = 18 \text{ см}$; в) $r = 2 \text{ см}$, $h = 6 \text{ см}$; г) <i>определить нельзя</i>; д) $r = 12 \text{ см}$, $h = 36 \text{ см}$.
--	--

д) цилиндр может быть получен в результате вращения треугольника вокруг одной из сторон.	
--	--

Цилиндр II вариант

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $\sqrt{89}$ см, а высота - 5 см. Найдите радиус цилиндра. а) $\sqrt{114}$ см; б) 8 см; в) 4 см; г) $\sqrt{57}$ см; д) 16 см. 2. Площадь основания равностороннего цилиндра равна 2π см². Найдите площадь осевого сечения цилиндра. а) 8π см²; б) 8 см²; в) 2 см²; г) 4 см²; д) <i>определить нельзя</i>. 3. Радиус цилиндра равен 2, его высота - x, площадь боковой поверхности равна y, площадь полной поверхности равна $2y$. Найдите x и y. а) $x = 2, y = 8\pi$; б) $x = 1, y = 4\pi$; в) $x = 2, y = 8$; г) $x = 6, y = 24$; д) $x = 4, y = 16\pi$. 4. Сечение цилиндра плоскостью, параллельное оси, удалено от нее на $\sqrt{3}$. Это сечение отсекает в основании дугу в 60°. Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если площадь данного сечения равна 8. а) <i>Определить нельзя</i>; б) 8; в) $16\sqrt{3}$; г) $8\sqrt{3}$; д) 16. 5. Выберите верное утверждение. а) Радиус цилиндра не может равняться высоте цилиндра; б) площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению площади основания цилиндра на его высоту; в) сечение цилиндра, параллельное оси цилиндра, называется осевым; г) площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{\text{цил.}} = \pi r(h + r)$; д) цилиндр может быть получен в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон.	6. В цилиндре параллельно его оси проведено сечение. Диагональ сечения, равная 16, составляет угол 60° с плоскостью основания. Радиус основания цилиндра равен 5. Найдите расстояние от оси цилиндра до плоскости сечения. а) 3; б) 4; в) 8; г) 5; д) $4\sqrt{3}$. 7. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания 1,44 м и высоту 1,25 м, если на один квадратный метр расходуется 0,25 кг краски (найдите с точностью до 0,1 кг)? а) 2,0 кг; б) 2,2 кг; в) 2,3 кг; г) 2,1 кг; д) 2,23 кг. 8. Развертка боковой поверхности цилиндра - квадрат со стороной 2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до 0,001. а) 5,141; б) 0,159; в) 4,637; г) 2,159; д) 0,318. 9. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб со стороной, равной 4, и углом 60°. Высота параллелепипеда равна 5. Найдите площадь боковой поверхности вписанного в параллелепипед цилиндра. а) $20\pi\sqrt{3}$; б) $10\sqrt{3}$; в) 10π; г) 20π; д) $10\sqrt{3}$. 10. Площадь боковой поверхности цилиндра вдвое больше площади основания, а площадь полной поверхности равна 256π см². Найдите радиус r и высоту цилиндра h. а) $r = 8$ см, $h = 6$ см; б) $r = 6$ см, $h = 6$ см; в) $r = 6$ см, $h = 8$ см; г) $r = 8$ см, $h = 8$ см; д) <i>определить нельзя</i>.
---	--

Конус I вариант

1. Выберите верное утверждение. а) Конус может быть получен в результате вращения равностороннего треугольника вокруг его стороны; б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса; в) разверткой боковой поверхности конуса является круговой сегмент; г) площадь боковой	6. Радиусы оснований усеченного конуса равны 12 см и 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите высоту усеченного конуса. а) 4 см; б) 3 см; в) 12 см; г) <i>определить нельзя</i>; д) 6 см. 7. Полуокруг свернут в конус. Найдите
---	---

поверхности усеченного конуса равна произведению суммы длин окружностей оснований на образующую; д) сечение конуса, проходящее через ось, есть круг. 2. Образующая конуса, равная 8 см, наклоне к плоскости основания под углом 30°. Найдите площадь осевого сечения конуса. а) $2\sqrt{3} \text{ см}^2$; б) $4\sqrt{3} \text{ см}^2$; в) $16\sqrt{3} \text{ см}^2$; г) $8\sqrt{3} \text{ см}^2$; д) $32\sqrt{3} \text{ см}^2$. 3. Радиус основания конуса равен 10 см, а высота равна 15 см. Найдите площадь сечения конуса плоскостью, параллельной основанию и находящейся на расстоянии 2 см от вершины конуса. а) $\frac{16\pi}{9} \text{ см}^2$; б) $\frac{9\pi}{16} \text{ см}^2$; в) $\frac{17\pi}{10} \text{ см}^2$; г) $5625 \pi \text{ см}^2$; д) $9 \pi \text{ см}^2$. 4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 2 см. Эта хорда стягивает дугу в 90°. Угол между образующими в сечении равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности конуса. а) $2 \pi \text{ см}^2$; б) $2 \pi \sqrt{2} \text{ см}^2$; в) $4\pi \text{ см}^2$; г) $4 \pi \sqrt{2} \text{ см}^2$; д) $8 \pi \text{ см}^2$. 5. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 60°, сумма длин его высоты и образующей равна 2 см. Найдите площадь полной поверхности конуса. а) $\frac{4\pi}{3} \text{ см}^2$; б) $12 \pi (7 - 4\sqrt{3}) \text{ см}^2$; в) $\frac{4}{9} \pi (3 + 2\sqrt{3}) \text{ см}^2$; г) $\pi \text{ см}^2$; д) $\frac{4\pi}{9} \text{ см}^2$.	угол при вершине осевого сечения конуса. а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) 90°; д) 120°. 8. Длина образующей усеченного конуса равна 29 см, высота - 20 см, радиусы оснований от носятся, как 5 : 9. Найдите периметр осевого сечения усеченного конуса. а) 205 см; б) 102,5 см; в) 47,25 см; г) 26,25 см; д) 73,5 см. 9. В усеченный конус, радиусы оснований которого равны 2 и 4, вписан шар. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса. а) <i>Определить нельзя</i>; б) 9 π; в) 72 π; г) 18 π; д) 36 π. 10. Радиус верхнего основания, высота, образующая и радиус нижнего основания усеченного конуса составляют арифметическую прогрессию с разностью 4. Вычислите площадь полной поверхности усеченного конуса. а) 144 π; б) 1256 π; в) 1584 π; г) 1440 π; д) 360 π.
---	---

II вариант

1. Выберите неверное утверждение. а) Конус может быть получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов; б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса; в) площадь боковой поверхности конуса может быть вычислена по формуле $S_{\text{бок}} = \pi r(r + l)$; г) осевым сечением усеченного конуса является равнобедренная трапеция; д) конус называется равносторонним, если его осевое сечение - правильный треугольник. 2. Образующая конуса, равная 4 см, наклонена к плоскости основания под углом	6. Радиусы оснований усеченного конуса равны $10\sqrt{3}$ см и $6\sqrt{3}$ см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите высоту усеченного конуса. а) 4 см; б) 6 см; в) 12 см; г) <i>определить нельзя</i>; д) 3 см. 7. Найдите угол между высотой и образующей конуса, если площадь боковой поверхности конуса равна 2, а площадь полной его поверхности равна 3. а) 120°; б) 90°; в) 60°; г) 45°; д) 30°. 8. Длина образующей усеченного конуса равна 13 см, высота - 12 см. Найдите радиусы оснований, если периметр осевого сечения
---	--

60°. Найдите площадь осевого сечения конуса. а) $8\sqrt{3} \text{ см}^2$; б) $\sqrt{3} \text{ см}^2$; в) $16\sqrt{3} \text{ см}^2$; г) $4\sqrt{3} \text{ см}^2$; д) $2\sqrt{3} \text{ см}^2$. 3. Радиус основания конуса и его высота равны 7 см. Найдите площадь сечения конуса плоскостью, проходящей параллельно основанию на расстоянии 4 см от его вершины. а) $16\pi \text{ см}^2$; б) $12\pi \text{ см}^2$; в) $8\pi \text{ см}^2$; г) $49\pi \text{ см}^2$; д) $3,0625\pi \text{ см}^2$. 4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 2 см. Эта хорда стягивает дугу в 60°. Угол между образующими в сечении равен 90°. Найдите площадь боковой поверхности конуса. а) $2\pi \text{ см}^2$; б) $2\pi\sqrt{2} \text{ см}^2$; в) 4 см^2; г) $4\pi\sqrt{2} \text{ см}^2$; д) $8\pi \text{ см}^2$. 5. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 60°, сумма длин его радиуса и образующей равна 2 см. Найдите площадь полной поверхности конуса. а) $\pi \text{ см}^2$; б) $4(2\sqrt{3}+3) \text{ см}^2$; в) $4\pi(2\sqrt{3}-3) \text{ см}^2$; г) $\frac{4\pi}{3} \text{ см}^2$; д) $4\pi \text{ см}^2$.	усеченного конуса равен 56 см. а) 6 см и 12 см; б) 5 см и 10 см; в) 5 см и 15 см; г) 10 см и 12 см; д) 12 см и 13 см. 9. В усеченный конус, образующая которого равна 6, вписан шар. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса. а) <i>Определить нельзя</i>; б) 9π; в) 72π; г) 18π; д) 36π. 10. Найдите площадь полной поверхности усеченного конуса, если его радиусы равны 21 и 11, а длина диагонали осевого сечения равна 40. а) 1394π; б) 832π; в) 1273π; г) 953π; д) 562π.
--	--

Сфера и шар

I вариант

1. Найдите расстояние от центра шара с радиусом 6 см до плоскости сечения, радиус которого равен $3\sqrt{3} \text{ см}$. а) $2\sqrt{3} \text{ см}$; б) 3 см; в) 4 см; г) $3\sqrt{3} \text{ см}$; д) 6 см. 2. Даны шары с радиусами 4 см и 3 см, расстояние между их центрами равно 5 см. Найдите длину линии, по которой пересекаются их поверхности.	6. Выберите неверное утверждение. а) Сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг ее диаметра; б) тело, ограниченное сферой, называется шаром; в) сечение шара плоскостью есть круг; г) площадь сферы можно вычислить по формуле $S = 4\pi r^2$; д) если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, то эта
--	---

а) Определить нельзя; б) 2,4 см; в) 4,8π см; г) 1,2 см; д) 2,4π см. 3. Какая из указанных сфер имеет координаты центра (-3; 2; 4) и радиус, равный 5? а) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 25$; б) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 5$; в) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 25$; г) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 5$; д) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 25$. 4. Сфера задана уравнением $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z = 0$. Определите координаты ее центра и радиус. а) $O(1; 0; 1)$, $R = \sqrt{2}$; г) $O(1; 0; -1)$, $R = \sqrt{2}$; б) $O(-1; 0; 1)$, $R = 2$; д) $O(1; 0; -1)$, $R = 2$. в) $O(-1; 0; 1)$, $R = \sqrt{2}$. 5. Через точку A(3; 4; 12), принадлежащую сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 169$, проведена плоскость, перпендикулярная оси Oz. Найдите радиус сечения. а) 12; б) 5; в) 3; г) 4; д) 13.	плоскость является касательной к сфере. 7. Сфера задана уравнением $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 5)^2 = 25$. Тогда сфера касается: а) Oz и Oz; б) Ox и Oy; в) Oxz и Ox; г) Oxy и Ox; д) Ozy и Ox. 8. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 3. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 45°. Найдите площадь описанной около пирамиды сферы. а) Определить нельзя; б) 3π; в) 4π√3; г) 12π; д) 36π. 9. Сечения шара двумя параллельными плоскостями, между которыми лежит центр шара, имеют площади 144π и 25π. Найдите площадь сферы, если расстояние между сечениями равно 17. а) 100π; б) 169π; в) 676π; г) 576π; д) 119π. 10. Диаметр шара разделен на три части в отношении 1 : 3 : 2, через точки деления проведены перпендикулярные ему плоскости. Найдите площадь сферы, если сумма площадей сечений равна 52π см². а) 36π см²; б) 144π см²; в) 72π см²; г) 324π см²; д) 100π см²
--	--

Сфера и шар II вариант

1. Найдите радиус шара, если расстояние от центра шара до плоскости сечения равно 3 см, а радиус сечения равен $\sqrt{5}$ см. а) $3\sqrt{2}$ см; б) 3 см; в) $\sqrt{2}$ см; г) 4 см;	6. Выберите неверное утверждение. а) В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром C(x₀; y₀; z₀) имеет вид $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$; б) если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы
---	--

д) 2 см.

2. Даны шары с радиусами 8 см и 6 см, расстояние между их центрами равно 10 см. Найдите длину линии, по которой пересекаются их поверхности.

а) $9,6\pi$ см; б) $2,4\pi$ см; в) определить нельзя; г) $4,8\pi$ см.

3. Какая из указанных сфер имеет координаты центра (5; 4; -2) и радиус, равный 9?

- а) $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 81$;
б) $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 81$;
в) $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$;
г) $(x+5)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$;
д) $(x+5)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

4. Сфера задана уравнением $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z = 1$.

Определите координаты ее центра и радиус.

а) $O(-1; 0; -2)$, $R = \sqrt{6}$; б) $O(-1; -2; 0)$, $R = \sqrt{6}$;

в) $O(1; 0; 2)$, $R = \sqrt{6}$; г) $O(-1; 0; -2)$, $R = 6$;

д) $O(1; 0; 2)$, $R = 6$.

5. Через точку $A(12; 4; 3)$, принадлежащую сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 169$, проведена перпендикулярная оси Ox плоскость. Найдите радиус сечения.

а) 12; б) 5; в) 3; г) 4; д) 13.

есть "окружность"; в) плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью к сфере; г) радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, параллелен касательной плоскости; д) радиус шара совпадает с радиусом сферы, ограничивающей данный шар.

7. Сфера задана уравнением $(x+3)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 25$.

Тогда сфера касается:

а) Oxz и Oz ; б) Oxy и Oy ; в) Ozy и Ox ; г) Oxy и Ox ; д) Ozx и Ox .

8. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4.

Боковые ребра наклонены к основанию под углом 45° . Найдите площадь описанной около пирамиды сферы.

а) 32π ; б) 64π ; в) $16\pi\sqrt{2}$; г) 16π ; д) определить нельзя.

9. Сечения сферы двумя параллельными плоскостями имеют длины 10π и 24π , расстояние между сечениями равно 7, их центры лежат на одном радиусе. Найдите площадь сферы.

а) 100π ; б) 169π ; в) 144π ; г) 576π ; д) 676π .

10. Радиус сферы разделен на три равные части и через точки деления проведены перпендикулярные ему плоскости. Найдите площадь сферы, если разность длин сечений равна $6(2\sqrt{2} - \sqrt{5})\pi$ см.

а) 36π см²; б) 144π см²; в) 324π см²;

г) 72π см²; д) 100π см².

Тема 3.1

Предел и непрерывность функции.

Требования к знаниям и умениям:

- знать определение предела функции в точке;
- знать основные свойства предела;
- вычислять пределы функции;

Вычислите предел функции.

а) 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9};$

6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1};$

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16};$

7) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9};$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1};$

4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 25};$

9) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4};$

5) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 25};$

10) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9};$

б) 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{5 - x^3};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x}{6x^2 + 4x^3};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - x^4}{6 + x^4};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 6x}{2 + 3x^5};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x}{x^3};$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 3}{4x + x^3 + 5};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x^3}{x^3 + 5};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7}{7 + 3x^2};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2x + 3 - x^2};$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1};$

Тема 3.2

Дифференциальное исчисление.

Требования к знаниям и умениям:

- знать определения производной, дифференциала функции, их геометрический и физический смысл;
- знать правила и формулы дифференцирования функций;
- знать условия монотонности функции;
- уметь дифференцировать функции, используя таблицу производных и правила дифференцирования, находить производные сложных функций вида $f(ax + b)$;
- находить угловой коэффициент касательной, составлять уравнения касательной и нормали к графику функции в данной точке;
- применять производную для исследования функции и для построения ее графика;
- находить дифференциал функции и с его помощью вычислять приближенные значения функции, погрешностей;
- решать несложные задачи на экстремум.

Найти значение производной данной функции в данной точке.

1) $y = 2x^2 - 3x + 5$, $x = 0$;

2) $y = 7x^3 - 6 + 3x^2$, $x = 0$;

3) $y = 12 - 3x^3 + 2x^2$, $x = 0$;

4) $y = x^3 - 4x^2 + x$, $x = 0$;

5) $y = 21x + 3x^5 + 7x^2 - 5$, $x = 0$;

6) $y = x^3 \cdot 3x^{0.5}$, $x = 1$;

7) $y = (x + 1) \cdot 2x^3$, $x = 1$;

16) $y = (x - 3x^2 + 5)^3$, $x = 0$;

17) $y = (7x - 1 + 4x^3)^5$, $x = 0$;

18) $y = (x^3 + 1)^2$, $x = 0$;

19) $y = (1 - 2x)^7$, $x = 0$;

20) $y = (4x + 5x^2 - 7)^2$, $x = 0$;

21) $y = \sqrt{x + 1}$, $x = 0$;

22) $y = \sqrt{2x^2 + 3}$, $x = 0$;

$$8) y = 4x \cdot (7x^2 + 5), x = 1;$$

$$23) y = \sqrt{4 - 7x^2}, x = 0;$$

$$9) y = (2x^2 + 3x) \cdot (x - 1), x = 1;$$

$$24) y = \sqrt{3x^3}, x = 1;$$

$$10) y = (6x - 3x^2) \cdot (x^2 + 2), x = 1;$$

$$25) y = \sqrt{2x^5}, x = 1;$$

$$11) y = \frac{x + 1}{x^2}, x = 1;$$

$$26) y = \frac{1}{x + 1}, x = 0;$$

$$12) y = \frac{x}{x - 1}, x = 0;$$

$$27) y = \frac{1}{3 - 2x}, x = 0;$$

$$13) y = \frac{2x^2}{3x + 5}, x = 0;$$

$$28) y = \frac{1}{4x - 3x^2}, x = 1;$$

$$14) y = \frac{7 - 2x}{x^3}, x = 1;$$

$$29) y = \frac{1}{5x^3 + 3}, x = 0;$$

$$15) y = \frac{7x}{3 - 2x^2}, x = 0;$$

$$30) y = \frac{1}{6 - 7x^2}, x = 0.$$

Найдите значение дифференциала данной функции.

$$1) f(x) = x^2 - 3x + 5, x = 10, \Delta x = 0,01;$$

$$2) f(x) = x^2 \cdot (x - 1), x = 10, \Delta x = 0,01;$$

$$3) f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 1, x = 10, \Delta x = 0,01;$$

$$4) f(x) = (x - 5) \cdot 3x^2, x = 10, \Delta x = 0,01;$$

$$5) f(x) = 7x - 3x^2 + 2, x = 10, \Delta x = 0,01.$$

Найдите точки экстремума функции.

$$1) f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1;$$

$$2) f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3;$$

$$3) f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1;$$

$$4) f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2;$$

$$5) f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2.$$

Исследуйте функцию и постройте ее график :

1. $y = \frac{1}{6}\chi^3 + \chi^2 + 1$

6. $y = -\chi^3 + \chi$

2. $y = \chi^3 - 3\chi^2$

7. $y = -\chi^4 + 8\chi^2 + 9$

3. $y = \chi^3 - 2\chi^2 + \chi$

8. $y = \chi - \sqrt{\chi}$

4. $y = \chi^4 - 2\chi^2 + 5$

9. $y = \chi \ln \chi$

5. $y = \chi^3 + 2\chi^2 - 4\chi$

10. $y = (\chi - 1)e^x$

Тема 3.3

Интегральное исчисление

Требования к знаниям и умениям:

- находить неопределенные интегралы, сводящиеся к табличным, с помощью основных свойств и простейших преобразований;
- выделять первообразную, восстанавливать закон движения по заданной скорости, скорость по ускорению, работу по переменной силе и т.д.;
- вычислять определенный интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница;
- находить площади плоских фигур;
- решать простейшие прикладные задачи, сводящиеся к нахождению интеграла.

Найдите интеграл непосредственно.

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| 1) $\int 3x^2 dx$; | 6) $\int (4x^4 - 2x) dx$; |
| 2) $\int x^4 dx$; | 7) $\int (x^3 - 6x^5) dx$; |
| 3) $\int 4t^3 dt$; | 8) $\int (2x^3 + 2x^2) dx$; |
| 4) $\int x^5 dx$; | 9) $\int (5x - 3) dx$; |
| 5) $\int 2x^3 dx$; | 10) $\int (2x^2 + 5) dx$. |

Найдите интеграл способом подстановки.

- | | | |
|---------------------------|-------------------------------|--|
| 1) $\int (5 + 7x)^3 dx$; | 6) $\int \sqrt{5 + 7x} dx$; | 11) $\int \sin(2x - 3) dx$; |
| 2) $\int (2x - 3)^4 dx$; | 7) $\int \sqrt{2x - 3} dx$; | 12) $\int \cos(1 + 3x) dx$; |
| 3) $\int (1 + 3x)^2 dx$; | 8) $\int \sqrt{1 + 3x} dx$; | 13) $\int \frac{dx}{5 + 7x}$; |
| 4) $\int (5x + 3)^5 dx$; | 9) $\int \sqrt{5x + 3} dx$; | 14) $\int \frac{dx}{\sin^2(5x + 3)}$; |
| 5) $\int (4x - 1)^6 dx$; | 10) $\int \sqrt{4x - 1} dx$; | 15) $\int \frac{dx}{\cos^2(4x - 1)}$. |

Вычислите определенный интеграл.

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| 1) $\int_0^2 3x^2 dx$; | 6) $\int_0^1 (4x^4 - 2x) dx$; |
| 2) $\int_0^1 x^4 dx$; | 7) $\int_0^1 (x^3 - 6x^5) dx$; |
| 3) $\int_0^1 4t^3 dt$; | 8) $\int_0^1 (2x^3 + 2x) dx$; |
| 4) $\int_0^1 x^5 dx$; | 9) $\int_0^1 (5x - 3) dx$; |

$$5) \int_0^1 2x^3 dx;$$

$$10) \int_0^1 (2x^2 + 5) dx.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, используя определенный интеграл. Сделайте чертеж.

$$1. y = x^2 \text{ и } y^3 = x$$

$$6. x - y - 5 = 0, 2x - 3y - 6 = 0, y = 0$$

$$2. y = x^2 - x, y = 0, x = 0, x = 2$$

$$7. y = x^2 + 1, x = 0, x = 2, y = 0$$

$$3. y = x^2 - 4x, y = 0, x = 0, x = 5$$

$$8. y = 5x - x^2 + 6, y = 0$$

$$4. y = x^2 + 2, y = 2x + 2$$

$$9. y = 6x - x^2 - 5, y = 0$$

$$5. x + 2y + 1 = 0, x + y - 5 = 0, y = 0$$

$$10. y = -x^2 + 4x, y = 0$$

Раздел 4

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики

Требования к знаниям и умениям:

- знать основные понятия комбинаторики;
- знать определение событий и его вероятности;
- иметь представление об основных задачах математической статистике;
- уметь решать простейшие комбинаторные задачи;
- подсчитывать вероятность события;
- вычислять математическое ожидание случайной величины по закону её распределения;

Решить простейшие комбинаторные задачи

1. Сколькими способами колода в 52 карты может быть роздана 13-ти игрокам так, чтобы каждый игрок по одной карте каждой масти?
2. Сколькими способами можно расставить 10 книг на полке так, чтобы две определенные книги не стояли рядом?
3. Сколькими различными способами можно рассадить за круглым столом 10 гостей? Один способ отличается от другого, если у кого-то из гостей меняется хотя бы один сосед.
4. Имеется пять кусков материи разных цветов. Сколько различных флагов можно скроить из этих кусков, если каждый флаг состоит из трех горизонтальных полос разного цвета?

5. Каждая из n различных коммерческих организаций намеревается принять на работу одного из n выпускников коммерческого отделения факультета МЭО. В каждой из этих организаций выпускнику предлагается на выбор одна из k должностей. Сколько существует вариантов распределения этих n выпускников на работу?
6. Сколько можно составить различных семизначных телефонных номеров. Сколько будет номеров, у которых все цифры разные?
7. Каждый участник лотереи “6 из 49” должен записать в специальной карточке 6 любых чисел от 1 до 49. При розыгрыше лотереи комиссия случайным образом отбирает 6 чисел из чисел $1, 2, \dots, 49$.
Участник, правильно угадавший все 6 чисел, получает большой приз. Участник, угадавший лишь 5 чисел, получает малый приз. Участник, угадавший лишь 4 числа, получает поощрительный приз. Сколькими различными способами можно заполнить карточку, чтобы получить малый приз? Чтобы получить поощрительный приз?
8. У одного человека есть 7 книг, а у другого – 9 книг. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
9. Бригада строителей состоит из 16-ти штукатуров и 4-х маляров. Сколькими способами бригаду можно разделить на две бригады, чтобы в одной из них было 10 штукатуров и 2 маляра, а в другой 6 штукатуров и 2 маляра?
10. Из отряда солдат в 50 человек, среди которых есть два рядовых - однофамильца Ивановы, назначают в караул 4-х человек. Сколькими различными способами может быть составлен караул? В скольких случаях в карауле будут два Ивановых? В скольких случаях в карауле будет один Иванов? Хотя бы один Иванов?
11. Сколькими способами можно разложить 10 книг на 5 бандеролей по две книги в каждой (порядок бандеролей не принимается во внимание).
12. У деда мороза в мешке 10 различных подарков. Сколькими способами эти подарки могут быть розданы 7-ми детям? Решить ту же задачу в предположении, что все подарки одинаковы.
13. Сколькими способами можно разложить 6 одинаковых шаров по трем ящикам, если каждый ящик может вместить все шары?
14. В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 12 открыток?
15. Нужно провести 4 экзамена по различным дисциплинам в течение 20-ти дней. Сколько существует вариантов расписания экзаменов, если временной промежуток между экзаменами должен быть не меньше трех дней?

16. Имеется n_1 разных книг одного автора, n_2 - второго, и n_3 - третьего. Каким числом способов можно выбрать:
- а) две книги одного автора;
 - б) три книги одного автора;
 - в) одну книгу первого автора, две - второго, три - третьего?
17. На одной из двух параллельных прямых зафиксировано n точек, а на другой - m точек. Сколько имеется:
- а) треугольников;
 - б) четырехугольников с вершинами в данных точках?
18. Каким числом способов из 10 человек можно выбрать три комиссии, если в первой и во второй должно быть по 3 человека, а в третьей - 5 человек, и ни один из членов первой комиссии не должен входить во вторую и третью?

Найти вероятность случайного события:

1. Шеститомное собрание сочинений Н. В. Гоголя поместили на полку в случайном порядке. Какова вероятность того, что тома стоят в порядке возрастания номеров?
2. Карточка содержит 49 чисел. В тираже участвуют 6 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано 6 чисел?
3. Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет нечетное число? что выпадет шестерка?
4. Имеется 100 деталей, из которых возможны 4% бракованных. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь - бракованная?
5. Карточка содержит 49 чисел. В тираже участвуют 6 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано 5 чисел?
6. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово. Ребенок рассыпал буквы и собрал в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что у него снова получится слова крыша.
7. В урне 7 красных и 6 синих шаров. Из урны наугад вынимаются два шара. Найдите вероятность того, что они разного цвета.
8. Карточка Спортлото содержит 36 чисел. В тираже участвуют 5 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано 4 числа?
9. Экзаменационные билеты пронумерованы от 1 до 35. Какова вероятность того, что наудачу взятый билет, имеет номер, кратный пяти?
10. В партии из 20 лампочек 3 бракованных. Из партии выбираются наугад 5 лампочек. Найдите вероятность того, что среди этих пяти лампочек окажется две бракованных.

11. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых 3 в мягком переплёте. Библиотекарь взяла два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в мягком переплёте?

12. Студент знает ответа на 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что он знает ответы на предложенные ему экзаменатором три вопроса.

13. Для некоторой местности в июле шесть пасмурных дней. Найти вероятность того, что первого и второго июля будет ясная погода?

14. Из 200 рабочих норму выработки норму не выполняют 15 человек. Найти вероятность того, что два случайно выбранных рабочих не выполняют норму?

15. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первым равно 0.6, вторым-0.7, третьим-0.8. Найти вероятность того, что при одном выстреле попадут в цель: а) все три стрелка; б) попадёт хотя бы один из них?

16. В ящике лежат 20 электрических лампочек, из которых 2 нестандартные. Найти вероятность того, что взятые одна за другой две лампочки окажутся стандартными?

17. Одновременно бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что на каждой кости появится нечётное количество очков?

18. Вероятность всхожести пшеницы равна 0.8. Какова вероятность того, что из 5 семян взойдёт не менее 3?

19. Найдите вероятность случайного события, если в партии из 24 деталей 5 бракованных. Из партии выбирают наугад 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди этих 6 деталей 2 окажутся бракованными. (Событие В).

$$P(A) = \frac{C_{S-T}^{8-t} \cdot C_T^t}{C_S^8}$$

Решение

Число равновозможных независимых исходов равно :

$$n = C_{24}^6 = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 134596$$

Подсчитаем число ш-исходов, благоприятных событию В. Среди 6 взятых наугад деталей 2 бракованных и 4 стандартных. Две бракованные можно выбрать из 5: $N_5^2 = 10$ способами, а 4 стандартных - из 19: $N_{19}^4 = 3876$ способами.

Каждая комбинация бракованных может сочетаться с каждой комбинацией стандартных деталей, поэтому:

$$m = C_5^2 \cdot C_{19}^4 = 3876 \cdot 10 = 38760$$

$$\text{Следовательно : } P(B) = \frac{C_5^2 \cdot C_{19}^4}{C_{24}^6} = \frac{38760}{134596} \approx 0,3$$

Числовые характеристики случайной величины:

1. Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z=3x+3y$, если известно, что $D(x)=5$, $D(y)=6$.

2. Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z=3x+3y$, если известно, что $D(x)=4$, $D(y)=5$.

3. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

А)

X	-5	2	3	4
P	0.4	0.3	0.1	0.2

Б)

X	4,3	5,1	10,6
P	0.2	0.3	0.5

В)

X	131	140	160	180
P	0.05	0.1	0.25	0.6

4. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,2.

5. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа отказов элемента некоторого устройства в десяти независимых опытах, если вероятность отказа элемента в каждом опыте равна 0,9.

6. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $M(x)=1,2$.

7. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $M(x)=0,9$.

8. В задачах задан закон распределения дискретной случайной величины X (и первой строке указаны возможные значения величины X , во второй строке даны вероятности p этих значений). Найти: 1) математическое ожидание $M(x)$; 2) дисперсию $D(x)$; 3) среднее квадратическое отклонение σ .

1	X	8	4	6	5
	p	0.1	0.3	0.2	0.4
2	X	23	25	27	29

	p	0.2	0.1	0.3	0.4
3	X	10	8	6	9
	p	0.4	0.1	0.3	0.4
4	X	32	40	37	35
	p	0.1	0.3	0.4	0.2
5	X	42	41	43	45
	p	0.3	0.3	0.2	0.2
6	X	15	11	13	12
	p	0.2	0.5	0.2	0.1
7	X	52	54	57	51
	p	0.1	0.4	0.3	0.2
8	X	21	20	22	26
	p	0.5	0.2	0.2	0.1
9	X	34	30	32	36
	p	0.2	0.4	0.3	0.1

Практические работы.

1. Построение графиков функций методом элементарных преобразований;
2. Простейшие преобразования графиков тригонометрических функций;
3. Сечение многогранника плоскостью;
4. Изготовление развёрток геометрических тел;
5. Изготовление стереометрических моделей к задачам;
6. Расчёт сметы ремонта комнаты;

Презентации.

1. Сложные проценты в экономике;
2. Гармоники . Сложение гармонических колебаний;
3. Правильные и полуправильные многогранники. Тела Платона;
4. Правильные многогранники в быту и в природе;
5. Сечение конуса в науке и технике
6. Производная и интеграл в экономике;
7. Комплексные числа в экономике
8. Основные понятия и задачи математической статистики в диаграммах и графиках

Рефераты

Математика в быту;

Математика и музыка;

Математика в архитектуре:

- Московского кремля

- города Великого Новгорода

Математика и философия;

Математика и химия

Информационное обеспечение обучения

Основные источники:

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник для сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 10-е изд., стер. - М. : Академия, 2014. - 256 с.
2. Башмаков, М. И. Математика : задачник : учеб. пособие для сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., стер. - М. : Академия, 2014. - 416 с.
3. Башмаков, М. И. Математика : сборник задач профильной направленности : учеб. пособие для сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., стер. - М. : Академия, 2014. - 208 с.

Дополнительные источники:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике - М.: Высшая школа, 2002.- 495с.
2. Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа. – М.: Просвещение, 1998.
3. Валуцэ И.М., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов на базе средней школы. – М: Наука, 1980.
4. Глаголев А.А., Солнцева Т.В. Курс высшей математики. – М.: Высшая математика, 1971.
5. Гмурман В. Е. Руководство по решению задач по высшей математике и математической статистике.- М.: Высш.образование, 2009.- 404 с.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики. – М: Высшая школа, 1970.
7. Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учеб.для сред.проф.образования.- М.:Академия,2008.-320 с.
8. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М. и др. Алгебра и начало анализа (10-11 кл.) – М.: Высшая школа, 1995.
9. Конспекты лекций по высшей математике / Власов В.Г. – М.: Айрис, 1997.
10. Лузин Н.И. Дифференциальное исчисление.- М.: Высшая школа, 1961.
11. Математика для техникумов. Алгебра и начало анализа. Ч. 1, 2 / под ред. Г.Н.Яковлева. – М.: Наука, 1978.
12. Математика для техникумов. Геометрия. / под ред Г.Н.Яковлева. – М.: Наука, 1989.
13. Подольский В.А., Сухобский А.М. Сборник задач по высшей математике. – М.: Высшая школа, 1974.
14. Рудник А.Е., Ключева Л.А., Мосолова М.С. Сборник задач по элементарной математике.- М.: Наука, 1974.
15. Слободская В.А. Краткий курс высшей математики. – М.: Высшая школа, 1968.

Перечень методических рекомендаций, разработанных преподавателем:

1. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы. Авт./сост. Ледащева Т.А., ПТК НовГУ, 2011.
2. Методические рекомендации по оценке качества подготовки обучающихся. Авт./сост. Ледащева Т.А., ПТК НовГУ, 2011.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Номер изме- нения	Номер листа				Всего листов в документе	ФИО и подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения	Дата введения изменения
	измененного	замененного	нового	изъятого				

