



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
ГУМАНИТАРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ
Учебно-методическая документация

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ОУД.03 МАТЕМАТИКА:
АЛГЕБРА, НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ**

Специальности:

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Квалификация выпускника: бухгалтер, специалист по налогообложению
(углублённая подготовка)

38.02.07 Банковское дело

Квалификация выпускника: специалист банковского дела
(углублённая подготовка)

43.02.11 Гостиничный сервис

Квалификация выпускника: менеджер
(базовая подготовка)

Разработчик:

Королева О.Е., преподаватель колледжа

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы приняты на заседании предметной цикловой комиссии преподавателей общеобразовательных, общих гуманитарных и социально-экономических, математических и естественнонаучных дисциплин Гуманитарно-экономического колледжа,

Протокол № 1 от 01.09.2015

Председатель предметной (цикловой) комиссии  / Федорова Н.Х.

Содержание

Пояснительная записка	4
Тематический план	7
Содержание самостоятельной работы:	
Самостоятельная работа № 1	18
Самостоятельная работа № 2	21
Самостоятельная работа № 3	23
Самостоятельная работа № 4	24
Самостоятельная работа № 5	27
Самостоятельная работа № 6	29
Самостоятельная работа № 7	32
Самостоятельная работа № 8	33
Самостоятельная работа № 9	36
Самостоятельная работа № 10	37
Самостоятельная работа № 11	39
Самостоятельная работа № 12	40
Самостоятельная работа № 13	44
Самостоятельная работа № 14	47
Самостоятельная работа № 15	49
Самостоятельная работа № 16	52
Самостоятельная работа № 17	54
Самостоятельная работа № 18	56
Самостоятельная работа № 19	58
Самостоятельная работа № 20	59
Самостоятельная работа № 21	61
Самостоятельная работа № 22	63
Самостоятельная работа № 23	64
Самостоятельная работа № 24	66
Самостоятельная работа № 25	67
Самостоятельная работа № 26	69
Самостоятельная работа № 27	71
Самостоятельная работа № 28	73
Самостоятельная работа № 29	76
Самостоятельная работа № 30	80
Самостоятельная работа № 31	82
Самостоятельная работа № 32	84
Самостоятельная работа № 33	85
Приложение	88
Информационное обеспечение обучения	89
Лист регистрации изменений	91

Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся составной частью учебно-методического комплекса по дисциплине ОУД.03 «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия», составлены в соответствии с:

1. Федеральными государственными образовательными стандартами по специальностям СПО: 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), 38.02.07 Банковское дело, 43.02.11 Гостиничный сервис;
2. Рабочей программой учебной дисциплины;
3. Примерной программой учебной дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»;
4. Положением о планировании и организации самостоятельной работы студентов колледжей МПК НовГУ.

Методические рекомендации включают внеаудиторную работу студентов, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объеме 126 часов.

Формами внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- самостоятельное изучение теоретического материала и составление конспекта;
- изучение теоретического материала и ответы на поставленные вопросы;
- решение домашних контрольных работ;
- написание рефератов;
- подготовка к экзамену.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **знать/понимать**:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

АЛГЕБРА

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

Начала математического анализа

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- находить производные элементарных функций;

- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;

- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для построения и исследования простейших математических моделей.

КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

- анализа информации статистического характера.

ГЕОМЕТРИЯ

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;

- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;

- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;

- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
 - решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
 - использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
 - проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**
- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
 - вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Тематический план и содержание учебной дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объём часов	Уровень освоения
1	2	3	4
Введение	Содержание учебного материала Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики в учреждениях начального и среднего профессионального образования.	2	1
Раздел 1 Развитие понятия о числе		14	
Тема 1.1 Действительные числа	Содержание учебного материала Целые и рациональные числа. Действительные числа.	4	1,2
Тема 1.2. Приближенные вычисления	Практическое занятие № 1: Арифметические действия над числами, нахождение приближённых значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.	4	1,2
Тема 1.3. Комплексные числа	Самостоятельная работа № 1: Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Нахождение сопряженного комплексного числа. Выполнение арифметических действий над комплексными числами. Самостоятельная работа № 2: Решение квадратных уравнений.	4 2	
Раздел 2. Функции, их свойства и графики		14	
Тема 2.1. Функции, их графики	Содержание учебного материала Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами.	2	1,2
	Практическое занятие № 2: Определение функций. Построение и чтение графиков функций.	2	
Тема 2.2. Основные свойства функций	Содержание учебного материала Свойства функции: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума.	2	1,2,3
	Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.		

	Практическое занятие № 3: Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций.	2	
	Самостоятельная работа № 3: Подготовка сообщения об использовании функциональных зависимостей и графиков функций при изучении физики и химии.	4	
Тема 2.3. Сложные функции	Практическое занятие № 4: Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция). Обратные функции.	2	1,2,3
Раздел 3. Корни, степени и логарифмы		56	
Тема 3.1. Корни и степени	Содержание учебного материала Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительными показателями.	4	1,2
	Практическое занятие № 5: Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчётов с радикалами. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней.	2	
	Самостоятельная работа № 4: Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n -й степени.	4	
	Самостоятельная работа № 5: Тождественные преобразования выражений, содержащих степени.	2	
Тема 3.2. Логарифм	Содержание учебного материала Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.	4	1,2
	Практическое занятие № 6: Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений. Приближённые вычисления и решение прикладных задач.	4	
Тема 3.3. Преобразование алгебраических выражений	Содержание учебного материала Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.	2	1,2,3

	Практическое занятие № 7: Тождественные преобразования алгебраических выражений.	2	
	Самостоятельная работа № 6: Тождественные преобразования алгебраических выражений содержащих логарифм.	4	
Тема 3.4. Степенные, показательные, логарифмические функции	Содержание учебного материала Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Показательная функция, её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график.	2	1,2
	Практическое занятие № 8: Построение графика степенной функции. Построение графика показательной функции. Построение графика логарифмической функции.	2	
	Самостоятельная работа № 7: Оформление альбома «Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций».	4	
Тема 3.5. Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Содержание учебного материала Рациональные, иррациональные, показательные уравнения и системы. Основные приемы их решения. Рациональные, иррациональные, показательные неравенства. Основные приемы их решения. Основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств.	6	1,2,3
	Практическое занятие № 9: Решение иррациональных уравнений и неравенств. Решение показательных уравнений и неравенств.	4	
	Практическое занятие № 10: Решение упражнений на нахождение области допустимых значений переменной логарифмических уравнений и неравенств.	2	
	Практическое занятие № 11: Решение логарифмических уравнений и неравенств.	4	
	Самостоятельная работа № 8: Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.	4	
Раздел 4. Прямые и плоскости в пространстве		28	1,2,3

Тема 4.1. Параллельность прямых и плоскостей	Содержание учебного материала Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Параллельное проектирование и его свойства. Изображение пространственных фигур.	4	
	Практическое занятие № 12: Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости. Признаки и свойства параллельных плоскостей.	6	
	Самостоятельная работа № 9: Подготовка реферата на тему: «Геометрия у древних египтян».	4	
Тема 4.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	Содержание учебного материала Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.	4	1,2,3
	Практическое занятие № 13: Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трёх перпендикулярах. Признаки и свойства перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.	6	
	Самостоятельная работа № 10: Использование признаков перпендикулярности при решении задач.	4	
Раздел 5. Основы тригонометрии		54	
Тема 5.1. Основные понятия	Содержание учебного материала Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 14: Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.	2	
	Самостоятельная работа № 11: Подготовка реферата по теме: «История числа π ».	4	

Тема 5.2. Основные тригонометрические тождества	Содержание учебного материала Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения.	4	1,2
	Практическое занятие № 15: Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения.	4	
Тема 5.3. Преобразования простейших тригонометрических выражений	Содержание учебного материала Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 16: Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.	4	
Тема 5.4. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.	4	1,2
	Практическое занятие № 17: Непрерывные и периодические функции. Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики. Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи.	4	
	Самостоятельная работа № 12: Оформление альбома «Свойства и графики тригонометрических функций. Простейшие преобразования графиков функций».	6	
Тема 5.5. Тригонометрические уравнения	Содержание учебного материала Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс. Простейшие тригонометрические уравнения.	4	1,2,3
	Практические занятия № 18: Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.	4	
	Практические занятия № 19: Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.	4	
	Самостоятельная работа № 13: Выполнение домашней контрольной работы.	6	
Раздел 6. Начала математического анализа		68	
Тема 6.1. Последовательности	Содержание учебного материала Способы задания и свойства числовых последовательностей. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.	2	1,2

	Практическое занятие № 20: Числовая последовательность, способы её задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	4	
Тема 6.2. Производная	Содержание учебного материала Понятие о производной функции, её геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций.	4	1,2,3
	Практическое занятие № 21: Производная: механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной в общем виде.	4	
	Практическое занятие № 22: Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций.	4	
	Самостоятельная работа № 14: Нахождение производных функций разными способами. Составление уравнений касательных к графику функции в заданных точках. Нахождение скорости и ускорения в заданный момент времени. Дифференцирование сложных функций.	6	
Тема 6.3. Применение производной	Содержание учебного материала Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, её геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.	6	1,2,3
	Практические занятия № 23: Исследование функции с помощью производной.	4	
	Практическое занятие № 24: Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.	4	
	Самостоятельная работа № 15: Нахождение промежутков монотонности функций. Нахождение экстремумов функций. Исследование функций и построение графиков.	6	

Тема 6.4. Первообразная и интеграл	Содержание учебного материала Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.	8	1,2,3
	Практические занятия № 25: Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона-Лейбница.	4	
	Практические занятия № 26: Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.	4	
	Самостоятельная работа № 16: Нахождение первообразных функций. Вычисление площадей криволинейных трапеций. Самостоятельная работа № 17: Вычисление площадей фигур.	4	
Раздел 7. Многогранники		14	
Тема 7.1. Призма	Содержание учебного материала Вершины, рёбра, грани многогранника. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 27: Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения. Развёртки многогранников. Площадь поверхности.	2	
Тема 7.2. Пирамида	Содержание учебного материала Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 28: Виды симметрий в пространстве. Симметрия многогранников.	2	
Тема 7.3. Правильные многогранники	Содержание учебного материала Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).	2	1
	Самостоятельная работа № 18: Изготовление моделей многогранников.	4	
Раздел 8. Тела и поверхности вращения		22	
Тема 8.1. Цилиндр	Содержание учебного материала Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Сечения цилиндра.	2	1,2,3

	Практическое занятие № 29: Решение задач на нахождение радиуса, образующей, высоты в цилиндре.	2	
	Самостоятельная работа № 19: Изготовление моделей круглых тел.	4	
Тема 8.2. Конус	Содержание учебного материала Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Усеченный конус. Сечения конуса.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 30: Решение задач на нахождение радиуса, образующей, высоты в конусе.	2	
	Самостоятельная работа № 20: Изготовление моделей круглых тел.	2	
Тема 8.3. Шар и сфера	Содержание учебного материала Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 31: Симметрия тел вращения.	2	
	Самостоятельная работа № 21: Составление кроссворда.	4	
Раздел 9. Измерения в геометрии		12	
Тема 9.1. Объёмы и площади поверхностей тел	Содержание учебного материала Объем и его измерение. Интегральная формула объема. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.		1,2,3
	Практическое занятие № 32: Вычисление площадей и объёмов.	2	
	Самостоятельная работа № 22: Нахождение различных измерений для тел в пространстве.	4	
Тема 9.2. Подобие тел	Содержание учебного материала Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.		1,2
	Практическое занятие № 33: Нахождение отношений площадей поверхностей и объемов подобных тел.	2	
	Самостоятельная работа № 23: Подготовка реферата по теме «Преобразования в геометрии».	4	

Раздел 10. Уравнения и неравенства		32	
Тема 10.1. Уравнения и системы уравнений	Содержание учебного материала Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).	2	1,2,3
	Практическое занятие № 34: Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений.	6	
	Самостоятельная работа № 24: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений.	4	
	Самостоятельная работа № 25: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических систем уравнений.	4	
Тема 10.2. Неравенства	Содержание учебного материала Рациональные, иррациональные, показательные неравенства. Основные приемы их решения.	2	1,2,3
	Самостоятельная работа № 26: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств.	4	
Тема 10.3. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств	Содержание учебного материала Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.	2	1,2,3
	Практическое занятие № 35: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.	6	
Тема 10.4. Прикладные задачи	Содержание учебного материала Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.	2	1,2,3

Раздел 11. Координаты и векторы		24	
Тема 11.1. Координаты в пространстве	Содержание учебного материала Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой.	4	1,2,3
	Практическое занятие № 36: Декартова система координат в пространстве. Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками.	4	
	Самостоятельная работа № 27: Решение задач на вычисление координат.	4	
Тема 11.2. Векторы в пространстве	Содержание учебного материала Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.	4	1,2,3
	Практическое занятие № 37: Векторы. Действия с векторами. Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.	4	
	Самостоятельная работа № 28: Вычисление координат вектора. Самостоятельная работа № 29: Выполнение действий над векторами. Вычисление угла между векторами.	2 2	
Раздел 12. Комбинаторика		16	
Тема 12.1. Элементы комбинаторики	Содержание учебного материала Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчёт числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.	4	1,2

	Практическое занятие № 38: История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бинома Ньютона. Треугольник Паскаля. Прикладные задачи.	6	
	Самостоятельная работа № 30: Вычисление количества перестановок, размещений и сочетаний. Решение комбинаторных задач.	2	
	Самостоятельная работа № 31: Разложение двучлена с помощью бинома Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов, при определенных условиях. Вычисление биномиальных коэффициентов с помощью треугольника Паскаля.	4	
Раздел 13. Элементы теории вероятностей и математической статистики		18	
Тема 13.1. Элементы теории вероятностей	Содержание учебного материала Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.	2	1,2
	Практическое занятие № 39: Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи.	4	
	Самостоятельная работа № 32: Подготовка реферата на тему «Теория вероятностей».	2	
	Самостоятельная работа № 33: Нахождение вероятности события. Составление и решение практических задач с применением вероятностных методов.	4	
Тема 13.2. Элементы математической статистики	Содержание учебного материала Представление данных (таблицы, диаграммы, графики).	2	1,2
	Практическое занятие № 40: Представление числовых данных. Прикладные задачи.	4	
Всего:		376	

Содержание самостоятельной работы

Раздел 1. Развитие понятия о числе

Тема 1.3. Комплексные числа

Самостоятельная работа № 1 (4 час.)

Изображение комплексных чисел на координатной плоскости.

Нахождение сопряженного комплексного числа.

Выполнение арифметических действий над комплексными числами

Цель: изучить вопросы:

- изображение комплексных чисел на координатной плоскости;
- нахождение сопряженного комплексного числа;
- выполнение арифметических действий над комплексными числами;

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение комплексного числа;
- определения сопряженных чисел.

Уметь:

- изображать комплексные числа на координатной плоскости;
- выполнять арифметические действия с комплексными числами в алгебраической форме;

Краткий теоретический материал

Основные определения.

Арифметические действия над комплексными числами

1. Существует элемент i (мнимая единица) такой, что $i^2 = -1$.

2. Символ $a + bi$ называют комплексным числом с действительной частью a и мнимой частью bi , где a и b – действительные числа, b – коэффициент мнимой части.

Комплексное число $a + 0i$ отождествляется с действительным числом a , т.е. $a + 0i = a$, в частности, $0 + 0i = 0$. Числа вида bi называют чисто мнимыми.

Например, комплексное число $2 + 3i$ имеет действительную часть – действительное число 2 и мнимую часть $3i$, действительное число 3 – коэффициент мнимой части.

Комплексное число $2 - 3i$ имеет действительную часть число 2, мнимую часть $-3i$, число -3 – коэффициент при мнимой части.

3. Правило равенства. Два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны коэффициенты мнимых частей.

Т.е., если $a + bi = c + di$, то $a = c$, $b = d$; и, наоборот, если $a = c$, $b = d$, то $a + bi = c + di$.

4. Правило сложения и вычитания комплексных чисел.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

Например:

$$(2 + 3i) + (5 + i) = (2 + 5) + (3 + 1)i = 7 + 4i;$$

Вычитание комплексных чисел определяется как операция, обратная сложению, и выполняется по формуле:

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

Например:

$$(5 - 8i) - (2 + 3i) = (5 - 2) + (-8 - 3)i = 3 - 11i;$$

5. Правило умножения комплексных чисел.

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Например:

$$(-1 + 3i)(2 + 5i) = (-2 - 15) + (-5 + 6)i = -17 + i$$

Произведение двух чисто мнимых чисел – действительное число.

Например: $5i \cdot 3i = 15i^2 = -15$; $-2i \cdot 3i = -6i^2 = 6$, и вообще $bi \cdot di = bdi^2 = -bd$.

6. Деление комплексного числа $a + bi$ на комплексное число $c + di$ определяется как операция обратная умножению и выполняется по формуле:

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$$

Формула теряет смысл, если $c + di = 0$, так как тогда $c^2 + d^2 = 0$, т. е. деление на нуль и во множестве комплексных чисел исключается.

Обычно деление комплексных чисел выполняют путем умножения делимого и делителя на число, сопряженное делителю.

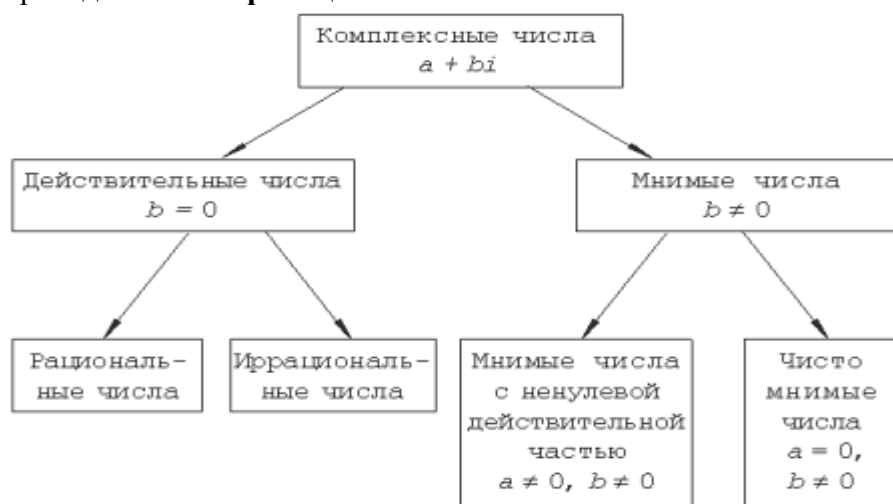
Например,

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{1+1} = \frac{(1+i)^2}{2} = \frac{1+2i+i^2}{2} = i;$$

$$\frac{3+2i}{2+i} = \frac{(3+2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{8+i}{2^2+1^2} = \frac{8}{5} + \frac{1}{5}i.$$

Для комплексных чисел справедливы коммутативный, ассоциативный и дистрибутивный законы. Кроме того, применение операций сложения, умножения, вычитания и деления к двум комплексным числам снова приводит к комплексным числам. Комплексное число $a + bi$ при $b = 0$ отождествляется с действительным числом $a = a + 0i$.

Приведем **классификацию** комплексных чисел:



Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Геометрическая интерпретация комплексных чисел состоит в том, что каждому комплексному числу $z = x + yi$ ставится в соответствие точка (x, y) координатной плоскости таким образом, что действительная часть комплексного числа представляет собой абсциссу, а коэффициент при мнимой части – ординату точки.

Таким образом, устанавливается взаимно однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек координатной плоскости.

На рисунке 1 изображена координатная плоскость. Числу $2 + 3i$ соответствует точка $A(2, 3)$ плоскости; числу $2 - 3i$ – точка $B(2, -3)$; числу $-2 + 3i$ – точка $C(-2, 3)$; числу $-2 - 3i$ – точка $D(-2, -3)$. Числу $3i$ соответствует точка $E(0, 3)$; а числу $-3i$ – точка $F(0, -3)$. Итак, каждому комплексному числу соответствует единственная точка координатной плоскости и, наоборот, каждой точке координатной плоскости соответствует единственное комплексное число, при этом двум различным комплексным числам соответствуют две различные точки координатной плоскости. Ясно, что действительным числам $x + 0i$ соответствуют точки оси абсцисс, а чисто мнимым числам $0 + yi$, где y не равен 0 – точки оси ординат.

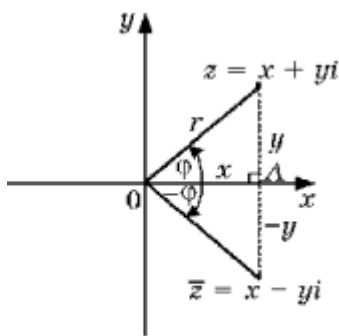


Рис. 2

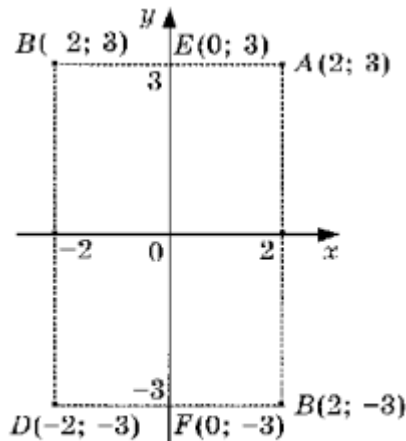


Рис. 1

Поэтому ось Oy называют мнимой, а ось Ox – действительной. Спряженным комплексным числам $z = x + yi$ и $\bar{z} = x - yi$ соответствуют точки, симметричные относительно оси абсцисс (рис. 2).

Задание для самостоятельной работы

Решить № 16.1 (б, г, е); № 16.2 (б, е); №16.4
стр.487 учебник Математика А.А.Дадаян.

Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные теоретические положения и формулы для вычисления суммы, разности, произведения и частного двух комплексных чисел.

Требования к результатам работы:

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 1 Развитие понятия о числе

Тема 1.3. Комплексные числа

Самостоятельная работа № 2 (2 часа)

Решение квадратных уравнений

Цель: изучить вопрос:

– решение квадратных уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение комплексного числа;
- определения сопряженных чисел.

Уметь:

- решать квадратные уравнения во множестве комплексных чисел.

Краткий теоретический материал

Решение квадратных уравнений

Одна из причин введения комплексных чисел состояла в том, чтобы добиться разрешимости любого квадратного уравнения, в частности уравнения

$$x^2 = -1.$$

Покажем, что во множестве комплексных чисел, каждое квадратное уравнение разрешимо, т.е. имеет решение. Так, уравнение $x^2 = -1$ имеет два решения: $x_1 = i$, $x_2 = -i$.

Это нетрудно установить проверкой: $i \cdot i = i^2 = -1$, $(-i) \cdot (-i) = i^2 = -1$.

Квадратным уравнением называют уравнение вида:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где x – неизвестная, a , b , c – действительные числа, соответственно первый, второй коэффициенты и свободный член, причем a не равно 0. Решим это уравнение

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Найдем значения неизвестной:

Теперь можно исследовать полученное решение. Оно зависит от значения подкоренного выражения, называемого дискриминантом квадратного уравнения. Если $b^2 - 4ac > 0$, то

$b^2 - 4ac > 0$, то $\sqrt{b^2 - 4ac}$ есть действительное число и квадратное уравнение имеет действительные корни. Если же $b^2 - 4ac < 0$, то $\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{-(4ac - b^2)} = \sqrt{4ac - b^2} i$ – мнимое число, квадратное уравнение имеет мнимые корни.

Значение дискриминанта $b^2 - 4ac$	Корни уравнения
$b^2 - 4ac > 0$	Уравнение имеет два различных действительных корня: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$b^2 - 4ac = 0$	Уравнение имеет два равных действительных корня: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$b^2 - 4ac < 0$	Уравнение имеет два различных мнимых корня: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} i}{2a};$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac} i}{2a},$ корни – сопряженные комплексные числа

Задание для самостоятельной работы

Решить № 16.3 , 16.7 стр.487 учебник Математика А.А.Дадаян.

Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные теоретические положения и формулы для нахождения корней квадратного уравнения.

Требования к результатам работы:

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опiski, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Раздел 2. Функции, их свойства и графики

Тема 2.2. Основные свойства функций

Самостоятельная работа № 3 (4 часа)

Подготовка сообщения об использовании функциональных зависимостей и графиков функций при изучении физики и химии

Цель: Повторить понятия: область определения функции, множество значений, способы задания функции, преобразования графиков функций.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение числовой функции, способы её задания;

Уметь:

- находить область определения функции;
- строить графики изученных функций.

Краткий теоретический материал

Область определения и множество значений функции

1. Соответствие между множествами X и Y будет функцией, если каждому элементу множества X соответствует один и только один элемент множества Y .

Множество X называют областью определения функции f . Тот факт, что x отображается на $\frac{1}{x}$, записывают так:

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Будем рассматривать функции, у которых область определения и множество значений состоят из действительных чисел. Такие функции называются числовыми. Например, $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x + 3$ и т.д.

Обозначения: $D(f)$ – область определения функции, $E(f)$ – множество значений функции.

Часто, задавая функцию f , область её определения явно не указывают.

Способы задания функции

I. Аналитический:

$$y = ax^2, y = \frac{1}{x^2}, y = \frac{2x+1}{3x-2}, S = \frac{gt^2}{2}, f(x) = 2x^2 - 3x + 1.$$

II. Графический (задается график функции)

Множество точек плоскости $(x, f(x))$ называется графиком функции $y=f(x)$.

III. Табличный:

x	3	2	1	0	–	–	–	–
y	9	4	1	0	1	4	9	1

IV. Словесный (дается словесное описание функции).

Задание для самостоятельной работы

Подготовить сообщение об использовании функциональных зависимостей и графиков функций при изучении физики и химии.

Структура письменной работы:

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки письменной работы

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема доклада не раскрыта.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др. «Математика 8: Алгебра. Функции. Анализ данных»: Учебник для общеобразовательной школы. – М.: Дрофа, 2001.
2. С.М. Никольский. «Элементы математического анализа», Москва «Наука», 2006.

Раздел 3. Корни, степени и логарифмы

Тема 3.1. Корни и степени

Самостоятельная работа № 4 (4 ч.)

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n -й степени

Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о корне n -й степени и его свойствах;
- сформировать умения по выполнению преобразований преобразования выражений, содержащих корень n -й степени, используя свойства корня.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение корня n -й степени;

- свойства корня n -й степени.

Уметь:

- вычислять корни n -й степени;
- выполнять преобразования выражений, содержащих корень n -й степени, используя

свойства.

Краткий теоретический материал

Понятие корня n -ой степени

Алгебраические выражения, содержащие операцию извлечения корня, называются **иррациональными**.

Корнем n -й степени из числа a называется такое число b , n -я степень которого равна a ($n \geq$

2). Обозначается $\sqrt[n]{a}$, где a - подкоренное выражение (или число), n - показатель корня ($n \geq 2$; $n \in \mathbb{N}$).

По определению $\sqrt[n]{a} = b$, если $b^n = a$, или $(\sqrt[n]{a})^n = a$.

Основные свойства корня

Если n, k, m – натуральные числа, $a \geq 0, b \geq 0$ то:

$$1^\circ \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2^\circ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ если } b \neq 0.$$

Замечание. Если $a < 0, b < 0$, то свойства 1° и 2° принимают вид

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{|a|} \cdot \sqrt[n]{|b|}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}}$$

$$3^\circ \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$4^\circ (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$5^\circ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} = a^{\frac{1}{nk}}$$

$$6^\circ \sqrt[mn]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

Замечание. Если показатели корней нечетные числа, то свойства $1^\circ - 6^\circ$ выполняются для $a < 0, b < 0$ и $ab < 0$.

$$7^\circ \text{ Если } n - \text{четное число т.е. } n = 2k, \text{ то } \sqrt[n]{a^{2k}} = |a|$$

Пример. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2|$ т.к. $\sqrt{3} < 2$, то $\sqrt{3}-2 < 0$, тогда по определению модуля $|\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = 2-\sqrt{3}$ и $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = 2-\sqrt{3}$.

Пример 1. Упростить выражение: $A = (\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98})(\sqrt{72} - \sqrt{500} - \sqrt{8})$

Решение.

1) Сначала, используя свойства арифметического корня, упростить каждый из имеющихся радикалов:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$A = (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})(6\sqrt{2} - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = (3\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(4\sqrt{2} - 10\sqrt{5}) =$$

$$2) = 6(\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{2} - 5\sqrt{5})$$

3) Раскроем скобки и приведем подобные

$$A = 6(2\sqrt{10} - \sqrt{5} \cdot 5\sqrt{5} - \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 5\sqrt{5}) = 6(2\sqrt{10} - 25 - 4 + 5\sqrt{10}) = 6(7\sqrt{10} - 29)$$

Ответ: $A = 6(7\sqrt{10} - 29)$

Пример 2. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $A = \frac{1}{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}$.

Решение:

В знаменателе имеем иррациональность 2-ой степени, поэтому домножим и числитель, и знаменатель дроби на сумму чисел $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{2}$, тогда в знаменателе будем иметь разность квадратов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A = \frac{1 \cdot (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{(\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{7 - 8} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$$

Ответ: $A = -\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$.

Пример 3. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

Решение:

Имеем иррациональность 3-ей степени, поэтому и числитель, и знаменатель умножим на неполный квадрат чисел $\sqrt[3]{2}$ и 1, тогда в знаменателе получим разность кубов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A = \frac{1 \cdot \left((\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} \cdot 1 + 1 \right)}{(\sqrt[3]{2} - 1) \left((\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} \cdot 1 + 1 \right)} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

Ответ: $A = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$

Задания для самостоятельной работы

Задание. Решить следующие задания:

Упростить выражение

№1. $0,8 \cdot \sqrt[3]{0,064} - 0,5 \cdot \sqrt{0,64} + 0,01 \cdot \sqrt[4]{81}$

№2. $\sqrt{4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}$

№3. $f(x) = \left(\frac{1 + x^{1,5}}{1 - x^{0,5} + x} - x^{0,5} \right) \cdot \frac{1 - x}{1 - x^{0,5}}$

$$\text{№4.} \left(\frac{a \sqrt[3]{a} - 2a \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a^2 b^2}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab}} + \frac{\sqrt[3]{a^2 b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right) : \sqrt[3]{a} = f(a, b)$$

$$\text{№5.} f(a) = \left(\frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}} - (1-a)^{-1} \right) \cdot \frac{1+a(a-2)}{a^2-a+1} \cdot \sqrt{\frac{1}{(a+1)^2}}$$

Методические рекомендации.

При выполнении задания рассмотрите разобранные примеры, используйте основные теоретические положения по данной теме.

Требования к результатам работы:

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 3. Корни, степени и логарифмы

Тема 3.1. Корни и степени

Самостоятельная работа № 5 (2 ч.)

Тождественные преобразования выражений, содержащих степени.

Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о степени и его свойствах;

- сформировать умения по выполнению преобразований преобразования выражений, содержащих степень, используя свойства.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение степени с рациональным показателем;
- свойства степени с рациональным показателем.

Уметь:

- вычислять степень;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем, используя свойства.

Краткий теоретический материал

Степенью числа называется произведение равных сомножителей.

$$a^n = b,$$

a – основание степени

n – показатель степени

b – степень

$$\text{Например } 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 \quad 3^5 = 243$$

Следующие свойства справедливы для любых положительных чисел a и b и любых действительных чисел α и β .

1. $a^0 = 1$;
2. $a^{\alpha + \beta} = a^{\alpha} \cdot a^{\beta}$;
3. $a^{\alpha - \beta} = \frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}$;
4. $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$;
5. $(ab)^{\alpha} = a^{\alpha} \cdot b^{\alpha}$;
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha} = \frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$;
7. $a^{-\alpha} = \frac{1}{a^{\alpha}}$.

Замечание 1. Отметим, что отрицательные числа также можно возводить в некоторые степени (целые и, более общо, рациональные вида $\frac{m}{2n-1}$ где m – целое, n – натуральное).

Задания для самостоятельной работы

Задание. Решить следующие задания:

Упростить выражение

1. Возвести в степень:

$$1. \left(\frac{4a^3b^5}{3c^7d^2}\right)^4 \quad 2. \left(\frac{5u^{-4}v^3t^{-5}}{2^{-2}u^{-3}v^{-1}t^3}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad 3. \left(\frac{2x^{-3}y^2}{3x^4y^{-5}}\right)^{-2}$$

2. Упростить выражение

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 y^2} = f(x, y)$$

$$\text{№ 1. } \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) \left(1 - \frac{2x}{y} + \frac{y^2}{x^2}\right)$$

$$\text{№ 2. } \frac{(a^2 + 2a)^2 - (2a + 4)^2}{(a^2 - 2a)^2 - (2a - 4)^2} : \left(2 : \frac{a^2 + 5a + 6}{a^2 + a - 6}\right) = f(a)$$

$$\text{№ 3. } \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = f(a, b, c)$$

Методические рекомендации.

При выполнении задания рассмотрите разобранные примеры, используйте основные теоретические положения по данной теме.

Требования к результатам работы:

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 3. Корни, степени и логарифмы

Тема 3.3. Преобразование алгебраических выражений

Самостоятельная работа № 6 (4 час.)

Тождественные преобразования алгебраических выражений содержащих логарифм.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о логарифмах, свойствах логарифмов.
- Формирование умений выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений, содержащих логарифм.

В результате изучения темы студент должен

Знать:

- определение логарифма числа;
- свойства логарифмов.
- основное логарифмическое тождество;
- формула для перехода к логарифму с другим основанием.

Уметь:

- вычислять значения логарифмических выражений с помощью основных тождеств, свойств логарифма и вычислительных средств.

Краткий теоретический материал

$\log_a b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0$) - логарифм числа b по основанию a .
 $a^{\log_a b} = b.$

Основное логарифмическое тождество:

$\lg b$ - десятичный логарифм (логарифм по основанию 10): $10^{\lg b} = b.$

$\ln b$ - натуральный логарифм (логарифм по основанию e): $e^{\ln b} = b.$

Переход от одного основания к другому:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}, \ln b = \frac{\lg b}{\lg e} = \frac{\lg b}{M}$$

В частности,

$M = \lg e = \frac{1}{\ln 10} \approx 0,4343$
(- модуль перехода от натуральных логарифмов к десятичным).

Свойства логарифмов ($u, v > 0$):

$$\log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0, \quad \log_a (uv) = \log_a u + \log_a v,$$

$$\log_c \frac{1}{v} = -\log_c v, \quad \log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v,$$

$$\log_a u^\alpha = \alpha \log_a u, \quad \log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \neq 1.$$

Задания для самостоятельной работы

Задание

Решить один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1

1. Найдите значения выражений:

а) $27^{-\frac{1}{3} \log_3 \frac{1}{2} - \log_{27} 2}$;

б) $\frac{\log_2^2 14 + (\log_2 14)(\log_2 7) - 2 \log_2^2 7}{\log_2 14 + 2 \log_2 7}$;

2. Вычислить $\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a} + \log_{\sqrt{ab}} b + \log_a \sqrt[3]{b}$, если известно, что $\log_a b = 2$.

Вариант 2

1. Найдите значения выражений:

а) $49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - \frac{1}{2} \log_{49} 64}$;

б) $\frac{2 \log_3 12 - 4 \log_3^2 2 + \log_3^2 12 + 4 \log_3 2}{3 \log_3 12 + 6 \log_3 2}$;

2. Вычислить $\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} + \log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) + \frac{1}{4} \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt[5]{a}$, если известно, что $\log_a b = \frac{1}{2}$.

Вариант 3

1. Найдите значения выражений:

а) $2^{2\log_2 5 + \log_{0,5} 9}$

б) $\frac{\log_5^2 15 - \log_5^2 3 + 2\log_5 15 + 2\log_5 3}{\log_5 15 + \log_5 3};$

в) $\left(2^{2 + \frac{1}{\log_3 2}} + 25^{\frac{1}{2\log_3 5}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}.$

Вариант 4

1. Найдите значения выражений:

а) $\frac{\log_7^2 14 + (\log_7 14)(\log_7 2) - 2\log_7^2 2}{\log_7 14 + 2\log_7 2}.$

б) $49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - \frac{1}{2} \log_{49} 64};$

в) $(\log_3 2 + \log_2 81 + 4)(\log_3 2 - 2\log_{18} 2)\log_2 3 - \log_3 2.$

Методические рекомендации.

При решении заданий самостоятельной работы воспользуйтесь определением логарифма, свойствами логарифмов.

Требования к результатам работы:

Сроки выполнения задания - 4 дня с момента выдачи задания.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 2 заданий.

Оценка “4” ставится за правильное решение 2 заданий с незначительными ошибками.

Оценка “3” ставится за правильное решение 1 задания.

Оценка “2” ставится, если при решении допущены грубые ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. «Математика. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике и алгебре и началам анализа за курс средней школы». Г.В. Дорофеев. Москва «Дрофа», 2004 г.
2. «Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 кл.» Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд. Москва. «Просвещение» 2000г.

Раздел 3. Корни, степени и логарифмы

Тема 3.4. Степенные, показательные, логарифмические функции

Самостоятельная работа № 7 (4 ч.)

Оформление альбома “Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций»

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках показательной, логарифмической и степенной функций;
- формирование умений по построению графиков показательной и логарифмической функций, преобразованию этих графиков путём сдвига и симметрии.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- понятие степени с действительным показателем и её свойства;
- определение логарифма числа, свойства логарифмов;
- свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций.

Уметь:

- строить графики показательных, логарифмических функций при различных основаниях и на них иллюстрировать свойства функций;
- преобразовывать эти графики путём сдвига и симметрии;
- вычислять значения показательных и логарифмических выражений с помощью основных тождеств и вычислительных средств.

Задания для самостоятельной работы

Задание

Оформление альбома “Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций”.

Структура альбома:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Методические рекомендации.

1. Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).
5. Координаты пересечения графика функции с осью Ox .
6. Координаты пересечения графика функции с осью Oy .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.

14. Максимумы функции.

2. Графики функций могут быть выполнены одним из следующих способов:

- от руки – цветными фломастерами или карандашами;
- с помощью компьютерной программы по математике Advanced Grapher, изданной на дисках CD-ROM и опубликованной на сайтах Интернета (эта программа размещена в разделе “Образование” на бесплатном сайте <http://www.freeware.ru>).

Требования к результатам работы:

Основная часть должна содержать

1) Определения, свойства и графики следующих функций:

- показательная функция $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$);
- логарифмическая функция $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$);
- степенная функция $y = x^n$.

2) Построение графиков функций :

а) $y = a^x$; $y = \log_n x$; $y = x^n$ ($n = 3, n = 4, n = \frac{1}{2}, n = \frac{2}{3}$),

б) $y = 2^x + 2$, $y = 3^{x-1}$, $y = \log_5 x - 3$, $y = \log_2(x + 1)$.

Требования к оформлению

5 – 7 листов формата А 4, оформленных машинописным способом шрифтом Times New Roman 14размера.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объёме;
- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объёме, но могут быть незначительные помарки;
- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объём;
- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;
- нарушены сроки и ориентированный объём;
- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 3. Корни, степени и логарифмы

Тема 3.5. Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Самостоятельная работа № 8 (4 ч.)

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о способах решения показательных и логарифмических уравнений;
- формирование умений по решению показательных и логарифмических уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать определение иррационального, показательного и логарифмического уравнения;

- основные способы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уметь:

- находить область допустимых значений переменной логарифмических уравнений;
- решать иррациональные, показательные и логарифмические уравнения.

Задания для самостоятельной работы

Решить один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

Проверочная работа

Вариант 1

1. Решить уравнения:

1) $\sqrt{3^x} \cdot \sqrt{5^x} = 225$;

2) $9^{3-5x} \cdot 7^{5x-3} = 1$;

3) $\log_5(2 + \log_3(3 + x)) = 0$;

4) $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$.

2. Решить неравенства:

1) $4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0$;

2) $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 3) > 0$.

Вариант 2

1. Решить уравнения:

1) $2^{3x} \cdot 5^x = 1600$;

2) $25^x + 24 \cdot 5^{x-1} - 1 = 0$;

3) $\lg(5 - x) - \frac{1}{3} \lg(35 - x^3) = 0$;

4) $\lg(3x^2 + 12x + 19) - \lg(3x + 4) = 1$.

2. Решить неравенства:

1). $25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50$;

2). $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 \leq 0$.

Вариант 3

1. Решить уравнения:

1) $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{7}{4}\right)^{2+x}$;

2) $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$;

$$3) \lg^2 x + \lg x^2 = 3;$$

$$4) \log_{\sqrt{5}}(4^x - 6) - \log_{\sqrt{5}}(2^x - 2) = 2.$$

2. Решить неравенства:

$$1) \log_2^2(2 - x) - 8 \log_{0,25}(2 - x) \geq 5.$$

$$2) \log_{\frac{1}{5}} \frac{2}{x-2} < \log_{\frac{1}{5}}(5 - x).$$

Вариант 4

1. Решить уравнения:

$$1) 4^x - 3 \cdot 2^{x+2} = 64;$$

$$2) 3^{2x-1} \cdot 5^{3x+2} = \frac{9}{5} \cdot 5^{2x} \cdot 3^{3x}$$

$$3) \lg^3 x - \lg^2 x - 6 \lg x = 0;$$

$$4) x^{2+\log_3 x} = 3^8.$$

2. Решить неравенства:

$$1) 25^x + 24 \cdot 5^{x-1} - 1 \leq 0;$$

$$2) 4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0.$$

Методические рекомендации.

При решении заданий самостоятельной работы воспользуйтесь определением логарифма и степени, свойствами логарифмов и степеней, способами решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Проверочная работа приведена в четырех вариантах, с двумя уровнями сложности.

I уровень сложности (Вариант 1–2)

II уровень сложности (Вариант 3–4)

Оценка “5” ставится студенту, если:

- работа написана аккуратно, без помарок, разборчивым почерком;
- правильно выполнены все задания работы вариантов 3-4;

Оценка “4” ставится студенту:

- при выполнении всех заданий вариантов 1–2;
- правильно выполнены задания 1, 2, 3 вариантов 3-4;
- к выполнению задания 4 не приступали или допустили ошибки в решении;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- правильно выполнены задания 1, 2;
- допущены ошибки в решениях заданий 3, 4 или отсутствуют решения заданий 3, 4;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- работа оформлена небрежно;
- решены только задания 1, 2 и в решениях допущены ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. «Математика. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике и алгебре и началам анализа за курс средней школы». Г.В. Дорофеев. Москва «Дрофа», 2004 г.

2. «Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 кл.» Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд. Москва. «Просвещение» 2000г.

Раздел 4. Прямые и плоскости в пространстве

Тема 4.1. Параллельность прямых и плоскостей

Самостоятельная работа № 9 (4 ч.)

Подготовка реферата на тему: «Геометрия у древних египтян».

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях стереометрии, аксиомах стереометрии и следствиях из них, взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения параллельности;

- формирование умений по применению основных теорем о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- символы, принятые в стереометрии;
- основные понятия стереометрии;
- аксиомы стереометрии и следствия из них;
- основные теоремы о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей.

Уметь:

- по словесному описанию взаимного расположения точек, прямых и плоскостей выполнять рисунки и записывать его с помощью символов;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- применять основные теоремы о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей к вычислению расстояний в пространстве.

Задания для самостоятельной работы

Требования к результатам работы:

Подготовить реферат на тему: «Геометрия у древних египтян».

Структура реферата:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Форма контроля: индивидуальный.

Требования к оформлению: реферат должен состоять из 10-15 печатных листов 14 шрифтом.

Критерии оценки реферата.

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, глубину проработки материала, логическое структурирование материала, умение использовать систему аргументации, наличие примеров, иллюстрирующих теоретические положения; за выражение своего мнения по проблеме.

Оценка “4” соответствие содержания теме, глубину проработки материала, обоснованность утверждений, за логическое структурирование материала.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, отсутствие списка литературы.

Оценка “2” ставится, если реферат содержит недостаточное количество материала, содержание не соответствует теме.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Г.И. Глейзер «История математики в школе, IX-X классы.»: Пособие для учителей. Москва. Просвещение. 1999г.

Раздел 4. Прямые и плоскости в пространстве

Тема 4.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве

Самостоятельная работа № 10 (4 ч.)

Использование признаков перпендикулярности при решении задач.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения перпендикулярности;
- формирование умений по применению признака перпендикулярности прямой и плоскости, теоремы о трёх перпендикулярах, признака перпендикулярности плоскостей для вычисления углов и расстояний в пространстве.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- признаки и свойства перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей;
- определение перпендикуляра и наклонной;
- теорему о трёх перпендикулярах;
- определение угла между прямой и плоскостью.

Уметь:

- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- применять основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности двух плоскостей к вычислению углов и расстояний в пространстве.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1

Выучить определения:

1. перпендикулярных прямых в пространстве;
2. перпендикулярной прямой к плоскости;
3. перпендикуляра к плоскости;
4. наклонной к плоскости;
5. проекции наклонной.

Выучить доказательства:

1. признака перпендикулярности двух плоскостей в пространстве;
2. признака перпендикулярности прямой и плоскости;

- теоремы о трех перпендикулярах;
- признака перпендикулярности двух плоскостей.

Задание 2

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1

- Из некоторой точки проведены к данной плоскости две равные наклонные. Угол между ними равен 60° , угол между их проекциями прямой. Найдите угол между наклонной и её проекцией.
- Концы отрезка AB , не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 2,4 м и 7,6 м. Найдите расстояние от середины M отрезка AB до этой плоскости.
- Два равносторонних треугольника ABC и ADC лежат в перпендикулярных плоскостях. Найдите BD , если $AC = 1$ см.
- Угол между плоскостями α и β , пересекающимися по прямой MN , равен 60° . Точка A , лежащая в плоскости α , удалена от прямой MN на a ($AD = a$), а точка B , лежащая в плоскости β , – на b ($BC = b, b > a$). Найдите длину AB , если $DC = c$.

Вариант 2

- Концы данного отрезка, не пересекающего плоскость, удалены от неё на 0,3 м и 0,5 м. Как удалена от плоскости точка, делящая данный отрезок в отношении 3 : 7?
- Точки A и B расположены по одну сторону плоскости и удалены от неё на расстояния, равные a и b . Проекции A_1 и B_1 данных точек на плоскость α различны. Найдите расстояние от точки пересечения прямых AB_1 и BA_1 до плоскости α .
- AB – общий перпендикуляр скрещивающихся прямых a и b . Точки A и C лежат на прямой a , точки B и D лежат на прямой b ; $AC = BD$. Докажите, что $\angle ACD = \angle BDC$.
- Через центр O правильного треугольника ABC к его плоскости проведён перпендикуляр OD . Найдите угол между плоскостями ABC и ABD , если $AB = BD$.

Вариант 3

- Точка A находится на расстоянии a от вершин равностороннего треугольника со стороной a . Найдите расстояние от точки A до плоскости треугольника.
- В равнобедренном треугольнике ABC боковая сторона равна 15 см, а основание $AC = 6$ см. Из точки O центра вписанного в него круга проведён к плоскости треугольника перпендикуляр OK , равный 2 см. Найдите расстояния от точки K до сторон треугольника и до вершины B .
- Через гипотенузу a прямоугольного треугольника проведена плоскость α , образующая с катетами углы в 30° и 45° . Найдите расстояние от вершины прямого угла до гипотенузы и до плоскости α .
- Отрезок AB наклонён к плоскости π под углом 45° . Другой отрезок BC находится в плоскости π и составляет с проекцией AB на плоскость π угол 30° . Вычислите угол BAC .

Вариант 4

- Переключатель длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
- Из точек A и B опущены перпендикуляры на плоскость α . Найдите расстояние между точками A и B , если перпендикуляры равны 3 м и 2 м, расстояние между их основаниями равно 2,4 м, а отрезок AB не пересекает плоскость.
- Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2 см. Найдите расстояние между прямыми AB и $B_1 D$.

4. Из точки K , взятой вне плоскости ромба, опущены на стороны ромба перпендикуляры, наклонённые к плоскости ромба под углом 60° . Найдите расстояние от точки K до плоскости ромба, если его диагонали равны 15 см и 20 см.

Методические рекомендации.

При решении задач используйте:

- признаки: перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей;
- определения: перпендикуляра к плоскости, наклонной к плоскости и проекции наклонной на плоскость;
- теорему о трёх перпендикулярах;
- определения угла: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- определения расстояний: между прямыми в пространстве (в том числе скрещивающимися), между прямой и плоскостью, между плоскостями.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Алгоритмический подход к решению геометрических задач: Книга для учащихся / Габович И.Г. – М.: АО “Учебная литература”, 1996.

Раздел 5. Основы тригонометрии

Тема 5.1. Основные понятия

Самостоятельная работа № 11 (4 ч.)

Подготовка реферата по теме: «История числа π ».

Цель:

- Повторить основные формулы тригонометрии: формулы приведения, формулы сложения, двойного аргумента, формулы суммы и разности синусов (косинусов).

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение радиана, формулы перевода градусной меры угла в радианную и обратно;
- определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа;
- основные формулы тригонометрии, перечисленные в содержании материала;

Уметь:

- преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы.

Задания для самостоятельной работы

Подготовить реферат по теме: «История числа π ».

Требования к результатам работы:

Структура реферата:

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки реферата:

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема реферата не раскрыта.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная

1. Г.И. Глейзер «История математики в школе, IX-X классы.»: Пособие для учителей. Москва. Просвещение. 1999г.

Раздел 5. Основы тригонометрии

Тема 5.4. Тригонометрические функции

Самостоятельная работа № 12 (6 ч.)

Оформление альбома «Свойства и графики тригонометрических функций. Простейшие преобразования графиков функций».

Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о тригонометрических функциях и их свойствах;
- самостоятельно изучить свойства обратных тригонометрических функций;
- сформировать умения по построению графиков тригонометрических функций и обратных тригонометрических функций.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$;
- свойства тригонометрических функций и их графики;
- простейшие преобразования графиков функций.

Уметь:

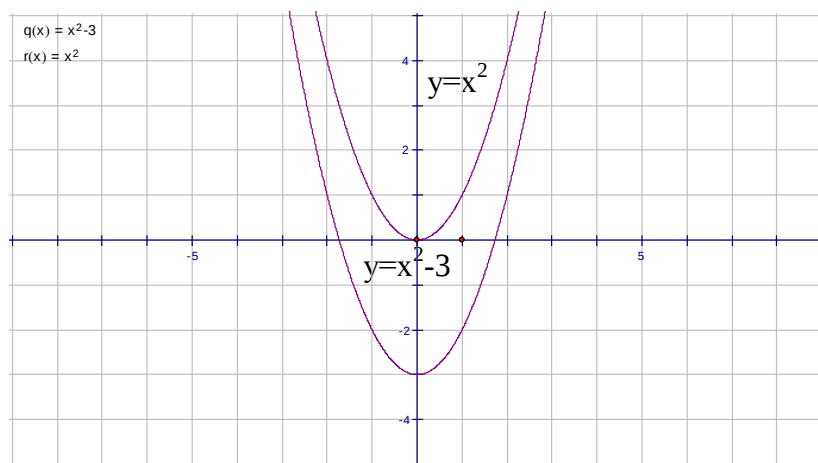
- строить графики тригонометрических функций и на них иллюстрировать свойства функций;
- применять геометрические преобразования (сдвиг и симметрию) при построении графиков.

Краткий теоретический материал

Преобразования графиков функций

1. Для построения графика функции $f(x) + b$, где b – постоянное число, надо перенести график f на вектор $(0; b)$ вдоль оси ординат.

Пример 1. Построить график функции: $y = x^2 - 3$.



Построение осуществляется переносом параболы $y = x^2$ на вектор $(0; -3)$, т. е. вниз по оси Oy .

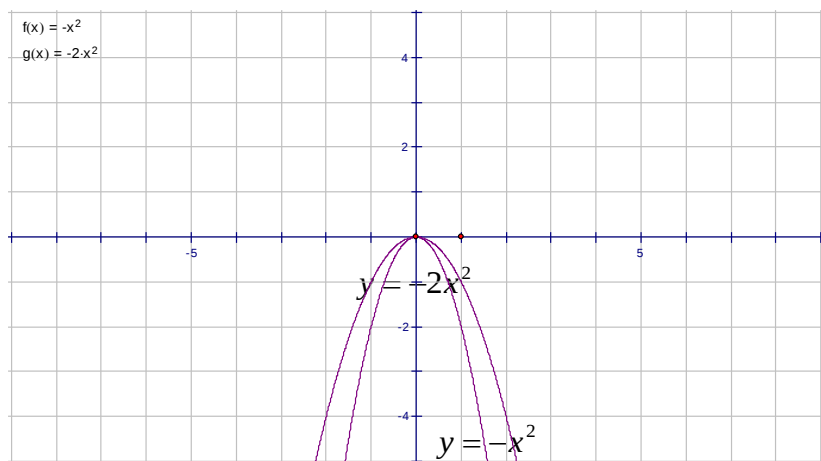
2. Для построения графика функции $y = kf(x)$ надо растянуть график функции $y = f(x)$ в k раз вдоль оси ординат.

Пример 2. Построить график функции $y = -2x^2$

Замечание. Если $0 < |k| < 1$, то растяжение с коэффициентом k часто называют *сжатием*. Например, растяжение с коэффициентом $\frac{1}{2}$ называют сжатием в 2 раза.

Отметим также, что если $k < 0$, то для построения графика функции $y = kf(x)$ надо сначала растянуть график f в $|k|$ раз вдоль оси ординат, а затем отразить его симметрично относительно оси абсцисс.

Построение осуществляется из графика функции $y = x^2$ растяжением в 2 раза вдоль оси ординат, затем отображением симметрично относительно оси абсцисс.

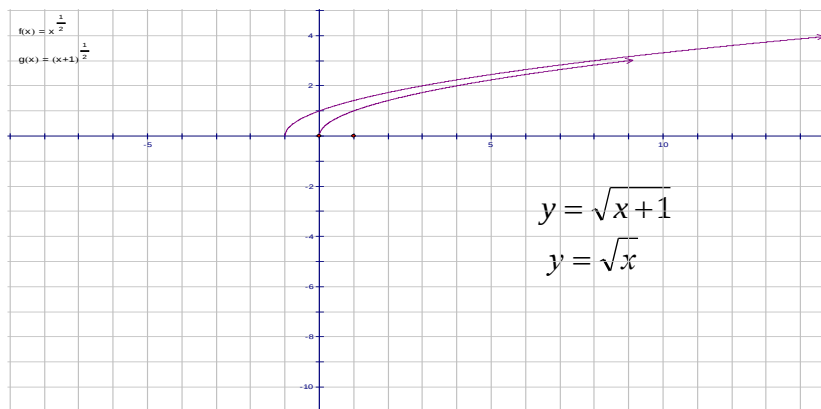


3. График функции $y = f(x-a)$ получается из графика f переносом (вдоль оси абсцисс) на вектор $(a;0)$.

Обратите внимание: если $a > 0$, то вектор $(a;0)$ направлен в положительном направлении оси абсцисс, а при $a < 0$ – в отрицательном.

Пример 3. Построить график функции $y = \sqrt{x+1}$.

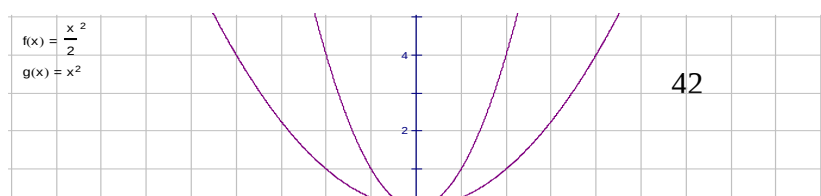
Построение графика функции $y = \sqrt{x+1}$ осуществляется переносом графика функции $y = \sqrt{x}$ на вектор $(-1;0)$ влево.



4. Для построения графика функции $y = f\left(\frac{x}{k}\right)$ надо подвергнуть график функции f растяжению с коэффициентом k вдоль оси абсцисс.

Пример 4. Построить график функции $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$.

Построение осуществляется из графика функции $y = x^2$ растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс.



Задания для самостоятельной работы

Задание

Оформить альбом «Свойства и графики тригонометрических функций. Простейшие преобразования графиков функций».

Структура альбома:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Методические рекомендации.

1. Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).
5. Координаты пересечения графика функции с осью Ox .
6. Координаты пересечения графика функции с осью Oy .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.
14. Максимумы функции.

2. Графики функций могут быть выполнены одним из следующих способов:

- от руки – цветными фломастерами или карандашами;
- с помощью компьютерной программы по математике Advanced Grapher, изданной на дисках CD-ROM и опубликованной на сайтах Интернета (эта программа размещена в разделе “Образование” на бесплатном сайте <http://www.freeware.ru>).

Требования к результатам работы:

Основная часть должна содержать определения, свойства и графики следующих функций:

- 1) - функция синус $y = \sin x$;
- функция косинус $y = \cos x$;
- функция тангенс $y = \operatorname{tg} x$;
- функция котангенс $y = \operatorname{ctg} x$;
- функция арксинус $y = \arcsin x$;
- функция арккосинус $y = \arccos x$;
- функция арктангенс $y = \operatorname{arctg} x$;
- функция арккотангенс $y = \operatorname{arcctg} x$.
- 2) Построение графиков функций одной и той же системе координат :
 - a) $y = \sin x$, $y = \sin x - 2$, $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, $y = \operatorname{tg} x + 2$

$$b) y = \cos x, y = \cos x - 1, y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right), y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Требования к оформлению

8 – 10 листов формата А 4, оформленных машинописным способом шрифтом Times New Roman 14 размера.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объёме;

- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объёме, но могут быть незначительные помарки;

- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть не принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объём;

- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;

- нарушены сроки и ориентированный объём;

- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 5. Основы тригонометрии

Тема 5.5. Тригонометрические уравнения

Самостоятельная работа № 13 (6 ч.)

Выполнение домашней контрольной работы

Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о способах решения простейших тригонометрических уравнений, основных методах решения тригонометрических уравнений;
- сформировать умения по решению простейших тригонометрических уравнений, а также несложных уравнений, сводящихся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- понятия обратных тригонометрических функций;
- формулы корней уравнений: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$;
- способы решения простейших тригонометрических уравнений;

• основные методы решения несложных тригонометрических уравнений, сводящихся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

Уметь:

- вычислять значения обратных тригонометрических функций;
- решать простейшие тригонометрические уравнения;
- решать несложные тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить домашнюю контрольную работу.

Домашняя контрольная работа даётся после разбора ошибок, допущенных при проведении контроля знаний по теме “Тригонометрические уравнения”.

Задание. Решить один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

Контрольная работа

Вариант 1

Решите уравнения 1–14.

1. $\cos 3x = \frac{1}{2}$.

2. $\sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

4. $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.

5. $3\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 5$.

6. $\cos \frac{2x}{3} - 5\cos \frac{x}{3} - 2 = 0$.

7. $\cos 2x + 4\sqrt{2}\sin x - 4 = 0$.

8. $\sin 2x - \cos x = 0$.

9. $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \cos 3x$.

10. $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{-\sin x} = 0$.

11. $\frac{2\sin x - \sqrt{2}}{2\cos x + \sqrt{2}} = 0$.

12. $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$.

Вариант 2

Решите уравнения 1–14.

1. $\sin 3x = \frac{1}{2}$.

2. $\cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

4. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

5. $3\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x = 1$.

6. $\cos \frac{2x}{3} + 5\sin \frac{x}{3} + 2 = 0$.

7. $\cos 2x - 4\sqrt{2}\cos x + 4 = 0$.

8. $\sin 2x + \sin x = 0$.

$$9. \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 3x.$$

$$10. (2 \sin x + 1) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$11. \frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0.$$

$$12. \sin^2 x - \sin^2 2x - \sin^2 3x + \sin^2 4x = 0.$$

Вариант 3

Решите уравнения 1–14.

$$1. \cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2. \sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3. \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$4. 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$$

$$5. 4 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 7.$$

$$6. \cos \frac{2x}{5} + 5 \cos \frac{x}{5} - 2 = 0.$$

$$7. \cos 2x - 4\sqrt{2} \sin x - 4 = 0.$$

$$8. 2 \cos x - 5 \sin x = 0.$$

$$9. \sin 2x + 2 \cos x = 0.$$

$$10. \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \cos 5x.$$

$$11. (2 \cos x + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{-\sin x} = 0.$$

$$12. \frac{2 \sin x + \sqrt{2}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0.$$

Вариант 4

Решите уравнения 1–14.

$$1. \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2. \cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3. \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$4. 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

$$5. 4 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 1.$$

$$6. \cos \frac{2x}{5} - 5 \sin \frac{x}{5} + 2 = 0.$$

$$7. \cos 2x + 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0.$$

$$8. 5 \cos x + 2 \sin x = 0.$$

$$9. \sin 2x - \sin x = 0.$$

$$10. \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 5x.$$

$$11. (2 \sin x + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$12. \frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0.$$

Методические рекомендации.

При решении заданий контрольной работы воспользуйтесь формулами корней простейших тригонометрических уравнений и основными методами решения тригонометрических уравнений.

Требования к результатам работы:

Контрольная работа должна быть оформлена на двойных листах в клетку.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 12 уравнений.

Оценка “4” ставится за правильное решение 11 уравнений.

Оценка “3” ставится за правильное решение 8 уравнений.

Оценка “2” ставится, если решено менее 8 уравнений.

Список рекомендуемой литературы:**Основная:**

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 6. Начала математического анализа**Тема 6.2. Производная****Самостоятельная работа № 14 (6 ч.)**

Нахождение производных функций разными способами.

Составление уравнений касательных к графику функции в заданных точках.

Нахождение скорости и ускорения в заданный момент времени.

Дифференцирование сложных функций.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о производной, формулах и правилах дифференцирования основных элементарных функций;
- формирование умений по нахождению производной по определению, дифференцированию элементарных функций, вычислению значения производной функции в указанной точке.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение производной, её физический и геометрический смысл;
- формулы дифференцирования основных элементарных функций;
- правила дифференцирования функций, перечисленные в содержании учебного материала.

Уметь:

- находить производную функции по определению;
- дифференцировать элементарные функции, применяя правила дифференцирования, используя справочные материалы;
- вычислять значение производной функции в указанной точке.

Задания для самостоятельной работы

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1

1. Заполните таблицу:

$f(x)$	C	x	x^2	$-\frac{1}{x}$	x^3	$3x^2 + 4x - 1$
$\Delta f(x)$						
$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$						
$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$						
$f'(2)$						

2. Найдите производную функции $y = 3x^2 + 5$, пользуясь определением производной.

3. Установите соответствие между функциями и их производными.

Функции	Производные функций
1	2
1. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$	1. $y' = 2 \sin(5 - 2t)$
2. $y = 5\sqrt{\cos x}$	2. $y' = -\sin^3 x$
3. $y = \cos x - \frac{\cos^3 x}{3}$	3. $y' = \frac{1}{3\cos^2 \frac{x}{3}}$
1	2
4. $y = -\frac{\sin 2x}{6}$	4. $y' = -\frac{1}{3} \cos 2x$
5. $y = \cos(5 - 2t)$	5. $y' = -\frac{5 \sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

Вариант 2

1. Заполните таблицу:

$f(x)$	C	$-x$	x^2	$\frac{1}{x}$	$2x^3$	$5x^2 + x + 6$
$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$						
$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$						
$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$						
$f'(2)$						

2. Найдите производную функции $y = -2x^2 + 4$, пользуясь определением производной.

3. Установите соответствие между функциями и их производными.

Функции	Производные функций
---------	---------------------

1	2
1. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$	1. $y' = 3\sin(1-3t)$
1	2
2. $y = \sqrt{\cos x}$	2. $y' = \cos^3 x$
3. $y = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3}$	3. $y' = \frac{1}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$
4. $y = -\frac{\cos 2x}{4}$	4. $y' = \frac{1}{2} \sin 2x$
5. $y = \cos(1-3t)$	5. $y' = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

Методические рекомендации.

При решении заданий используйте определение производной, формулы и правила дифференцирования основных элементарных функций.

Форма контроля: индивидуальный.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Зив Б.Г. Задачи по алгебре и началам анализа от простейших до более сложных. Учебное пособие для учителей и учащихся. – С.-Петербург, 1997. – НПО «Мир и семья-95».

Раздел 6. Начала математического анализа

Тема 6.3. Применение производной

Самостоятельная работа № 15 (6 ч.)

Нахождение промежутков монотонности функций.

Нахождение экстремумов функций.

Исследование функций и построение графиков.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о геометрическом смысле производной, признаках возрастания и убывания функции, существования экстремума, уравнении касательной к графику функции;
- формирование умений по нахождению углового коэффициента и угла наклона касательной, составлению уравнения касательной к графику функции в данной точке, по исследованию функции на монотонность, экстремум, по нахождению наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- уравнение касательной;
- достаточные признаки возрастания и убывания функции, существования экстремума;
- общую схему построения графиков функций с помощью производной;
- правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке;
- определение второй производной, её физический смысл.

Уметь:

- находить угловой коэффициент и угол наклона касательной, составлять уравнение касательной к графику функции в данной точке;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность;
- находить наибольшие и наименьшие значения функций;
- строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
- находить производные второго порядка, применять вторую производную для решения физических задач.

Задания для самостоятельной работы

Решить один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

Проверочная работа

Вариант 1

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе $f(x) = -2x^2 + 6x + 9$ в точках с абсциссами $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{4}$.

2. Найдите уравнения касательных к графикам функций $y = 3x^3 - 2x^2 + 3$ и $y = -3x^3 + 12x^2 - 15x + 27$ в точке с абсциссой $x = 1$.

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а) $v(x) = 3x^2 - 12x + 1$;

б) $l(x) = -x^3 + 3x$;

в) $k(x) = \frac{5}{x-2}$.

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а) $y = x^2 - 3x$;

б) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

б) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, x \in [-4; 3]$;

в) $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2]$.

Вариант 2

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе $f(x) = 6x^2 + 3x + 1$ в точках с абсциссами

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{3}{4}.$$

2. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = 2x^3 - 3x^2 + 6$ и в точке с абсциссой $x = 3$.

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а) $v(x) = 2x^2 - 3x + 1$;

б) $g(x) = -x^3 + 12x$;

в) $k(x) = \frac{5}{x+2}$.

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а) $y = x^2 - x - 2$;

б) $y = x^3 - 3x$;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, x \in [-4; 3]$;

б) $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2]$.

Вариант 3

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе $f(x) = -7x^2 + 14x + 9$ в точках с абсциссами $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 0$.

2. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = -3x^3 + 12x^2 - 15x + 27$ в точке с абсциссой $x = 1$.

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а) $v(x) = 2x^2 - 3x + 1$;

б) $z(x) = \frac{3}{x}$;

в) $g(x) = -2x^2 + 8$;

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а) $y = x^3 - 9x$;

б) $y = x^2 - x - 2$;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а) $f(x) = 2x^4 - x^2 + 3, x \in [-4; 0]$;

б) $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2]$.

Вариант 4

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ в точках с абсциссами $x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = 0$.

2. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = 4x^3 + 15x^2 - 156x + 270$ в точке с абсциссой $x = 3$.

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а) $v(x) = 2x^2 - 3x + 1$;

б) $z(x) = \frac{2}{x}$;

в) $g(x) = -x^2 + 4$;

г) $l(x) = x^2 - 2x$;

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а) $y = x^2 - x - 2$;

б) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а) $f(x) = x + \frac{1}{x}, x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right]$;

б) $f(x) = x^3 + 9x, x \in [-1; 2]$.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

Форма контроля: индивидуальный.

Методические рекомендации.

При решении заданий используйте формулы и правила дифференцирования основных элементарных функций.

Критерии оценки:

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

Список рекомендуемой литературы:**Основная:**

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Зив Б.Г. Задачи по алгебре и началам анализа от простейших до более сложных. Учебное пособие для учителей и учащихся. – С.-Петербург, 1997. – НПО «Мир и семья-95».

Раздел 6. Начала математического анализа**Тема 6.4. Первообразная и интеграл****Самостоятельная работа № 16 (4 часа.)****Нахождение первообразных функций.****Вычисление площадей криволинейных трапеций.****Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной и её основном свойстве, формулах и правилах нахождения первообразных основных элементарных функций;
- формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, с применением правил нахождения первообразных, с использованием справочных материалов.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение первообразной и её основное свойство;
- таблицу первообразных элементарных функций;
- простейшие правила нахождения первообразных.

Уметь:

- находить первообразные элементарных функций, применяя правила нахождения первообразных, используя справочные материалы;
- выделять первообразную, удовлетворяющую заданным начальным условиям;
- восстанавливать закон движения по заданной скорости, скорость по ускорению.

Задания для самостоятельной работы

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1	Вариант 2
1. Найдите первообразные функций	
а) $\sqrt{x}$;	а) $\sqrt[3]{x^2}$.
б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	б) $\frac{1}{\sqrt{x}}$
в) $x^{\frac{3}{2}}$	в) $x^{\frac{3}{2}}$
г) $\frac{2}{1 + \cos 2x}$	г) $\frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$
Вариант 1	Вариант 2
д) $5x^3 - 3x\sqrt{x}$	д) $15\sin x - \frac{1}{\cos^2 x}$.
е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x^3} - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}}$	е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \cdot (x^4 + 5 \cdot \sqrt[3]{x} + 6)$
ж) $\sin(5 - 2x)$	ж) $\cos(7x - 3)$
з) $\sin\left(\frac{x}{2} - 1\right)$	з) $\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x - 1\right)$
2. Для функции $f(x) = \cos x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right)$	2. Для функции $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

Методические рекомендации.

При решении заданий используйте формулы и правила нахождения первообразных основных элементарных функций.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка "5" (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;

- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;

- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опiski, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;

- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Раздел 6. Начала математического анализа

Тема 6.4. Первообразная и интеграл

Самостоятельная работа № 17 (4 часа.)

Вычисление площадей фигур.

Цель:

• обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной, о формулах и правилах нахождения первообразных основных элементарных функций, интеграле, применении интеграла в физике и геометрии;

• формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, , вычислению в простейших случаях площади с использованием первообразной.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

• понятие криволинейной трапеции, способы вычисления площадей криволинейных трапеций с помощью первообразной

Уметь:

• вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;

• вычислять объёмы тел с использованием интеграла.

Задания для самостоятельной работы

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1

1. Вычислите интеграл $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.

2. Вычислите интеграл $\int_0^2 x(3-x)dx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 1 - x^2$ и осью Ox .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = \frac{x^3}{4}, y = 3, x = 3, y = 0$;

2) $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$;

3) $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$;

4) $y = 2 \cos x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Вариант 2

1. Вычислите интеграл $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

2. Вычислите интеграл $\int_0^2 x(2+x)dx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и осью Ox .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = \frac{x^2}{4}, y = 2, x = 3, y = 0$;

2) $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$;

3) $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$;

4) $y = 3 \sin x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Методические рекомендации.

При решении заданий используйте формулы интегрирования основных элементарных функций, формулу для нахождения определенного интеграла и площади криволинейной трапеции.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 7. Многогранники

Тема 7.3. Правильные многогранники

Самостоятельная работа № 18 (4 часа.)

Изготовление моделей многогранников.

Цель: научиться выполнять модели правильных многогранников

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

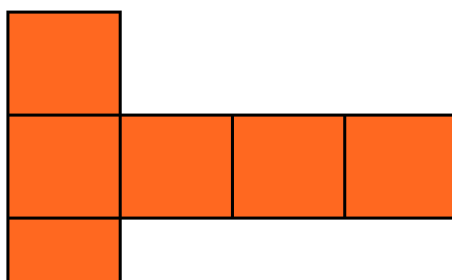
- понятие многогранника;
- понятие призмы;
- виды призм.

Уметь:

- изображать призмы;
- называть призмы;
- выполнять модели простейших правильных многогранников.

Методические рекомендации:

Развертка куба

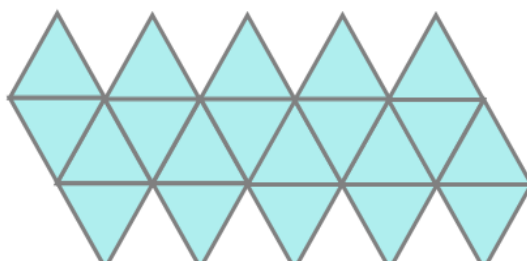
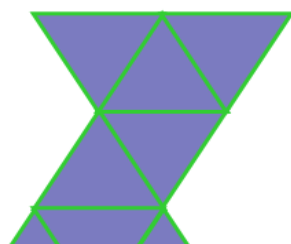


Развертка октаэдра



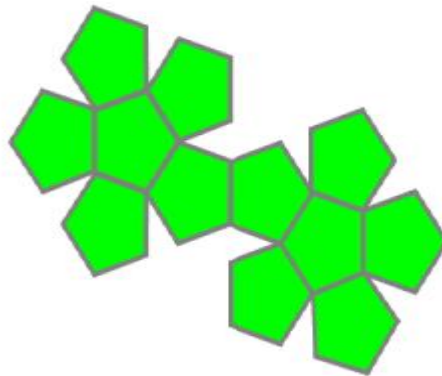
а)

б)

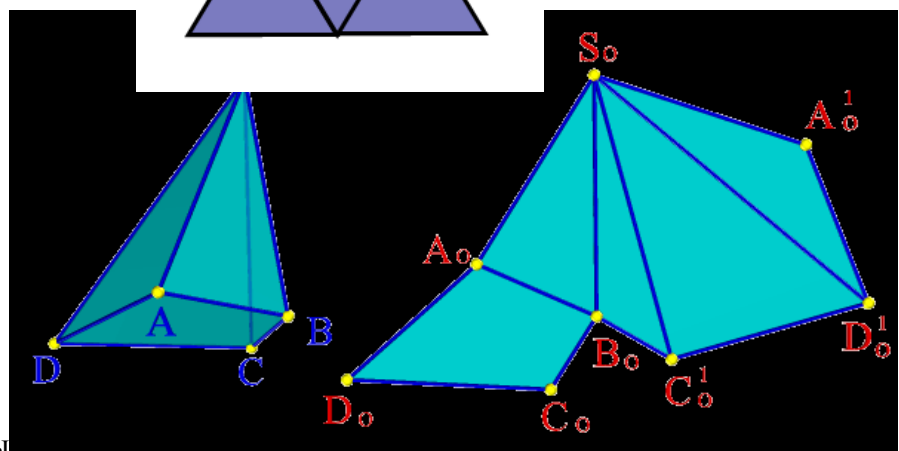
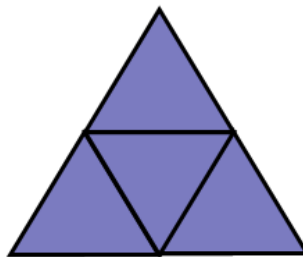


Разверстка
икосаэдра

Разверстка
додекаэдра



Разверстка тетраэдра



Разверстка пирамиды

Задания для самостоятельной работы

Выполнить из цветного картона модель многогранника (модель указывает преподаватель)

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

- модель изготовлена правильно, аккуратно, достаточного для изучения размера, не помята, в указанные сроки.

Оценка “4” ставится студенту, если

- модель выполнена правильно, аккуратно, маленького размера или сдана не в срок;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- модель сделана не аккуратно, не соответствующего размера, не в указанный срок;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- модель не сделана.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Раздел 8. Тела и поверхности вращения**Тема 8.1. Цилиндр****Самостоятельная работа № 19 (4 часа.)****Изготовление моделей круглых тел.**

Цель: научиться выполнять модели цилиндров.

В результате изучения темы **студент должен**

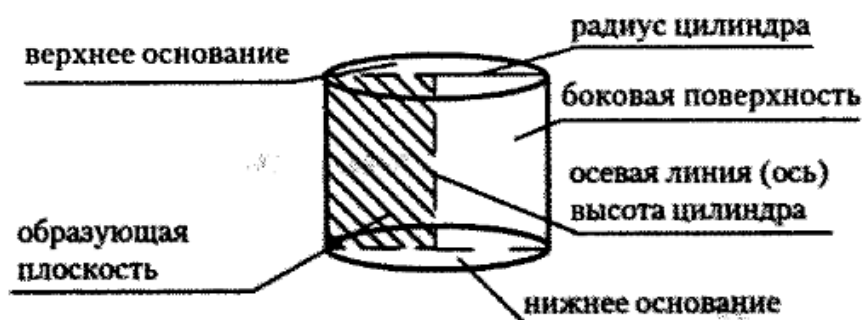
Знать:

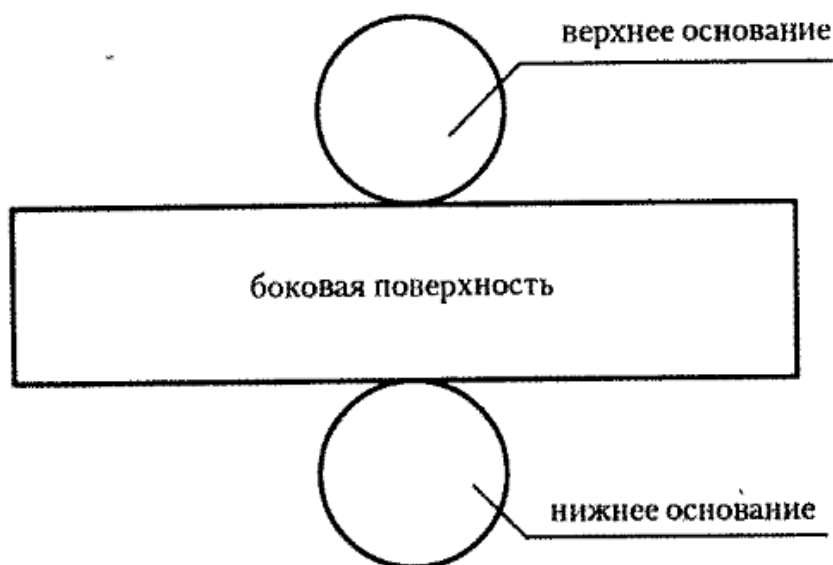
- понятие цилиндра;
- понятие образующей, цилиндрической поверхности;
- формулы для нахождения площади полной и боковой поверхности цилиндра.

Уметь:

- изображать цилиндр;
- изображать сечения цилиндра;
- изготавливать модель цилиндра.

Методические рекомендации:





Развертка представляет собой плоскую фигуру, составленную из развернутой в плоскость боковой поверхности цилиндра - прямоугольника, одна сторона которого равна высоте H цилиндра, а другая длине окружности основания (πD), и двух оснований - кругов, диаметр которых равен диаметру окружности основания.

При построении развертки надо придерживаться следующего порядка:

- а) определить длину окружности основания;
- б) построить развертку боковой поверхности (прямоугольник);
- в) пристроить основания

Задания для самостоятельной работы

Выполнить из цветного картона модель цилиндра. Высота цилиндра должна быть в пределах от 15 до 25 см.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

- модель изготовлена правильно, аккуратно, достаточного для изучения размера, не помята, в указанные сроки.

Оценка “4” ставится студенту, если

- модель выполнена правильно, аккуратно, маленького размера или сдана не в срок;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- модель сделана не аккуратно, не соответствующего размера, не в указанный срок;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- модель не сделана.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Раздел 8. Тела и поверхности вращения

Тема 8.2. Конус

Самостоятельная работа № 20 (2 ч.)

Изготовление моделей круглых тел.

Цель: научиться выполнять модели конусов

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

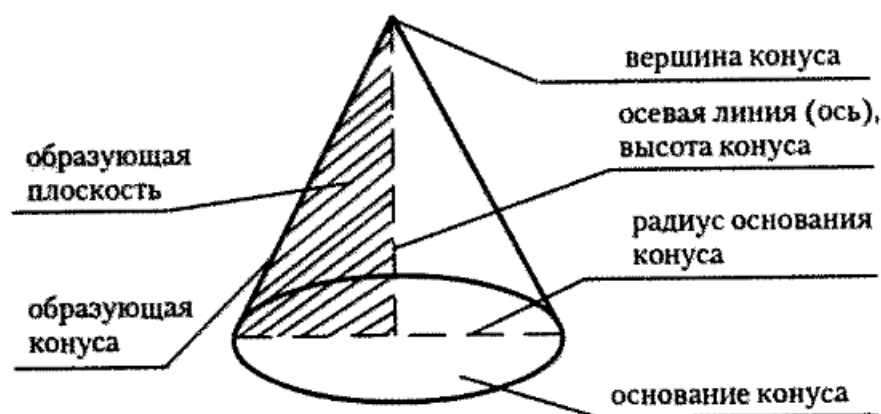
- понятие прямого конуса;
- понятие усеченного конуса;
- понятие образующей, боковой поверхности конуса;
- формулы для нахождения площади полной и боковой поверхности конуса.

Уметь:

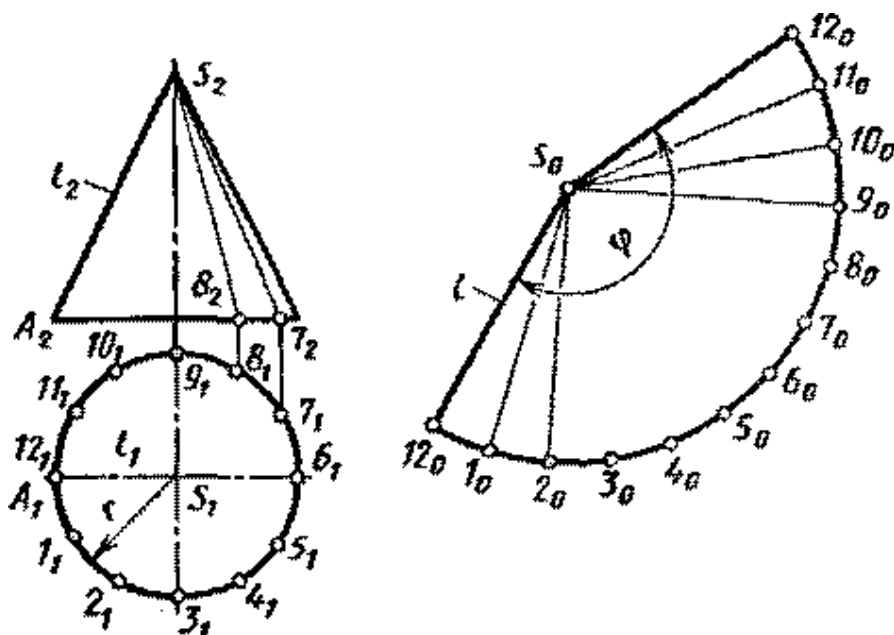
- изображать конус;
- изображать сечения конуса;
- изготавливать модель прямого конуса.

Методические рекомендации:

Конус - тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность. Иногда конусом называют часть такого тела, полученную объединением всех отрезков, соединяющих вершину и точки плоской поверхности (последнюю в таком случае называют основанием конуса, а конус называют опирающимся на данное основание).



Если задана поверхность прямого кругового конуса, то развертка его боковой поверхности представляет собой круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конической поверхности $l=|SA|$, а центральный угол $\varphi=2\pi r/l$, где r — радиус окружности основания конуса (рис.).



Выполнить из цветного картона модель конуса. Высота конуса должна быть в пределах от 15 до 25 см.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

- модель изготовлена правильно, аккуратно, достаточного для изучения размера, не помята, в указанные сроки.

Оценка “4” ставится студенту, если

- модель выполнена правильно, аккуратно, маленького размера или сдана не в срок;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- модель сделана не аккуратно, не соответствующего размера, не в указанный срок;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- модель не сделана.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. — М.: Просвещение, 2012. — 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. — М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. — 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. — М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. — 552 с. — (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. — М.: Просвещение, 2012. — 384с.

Раздел 8. Тела и поверхности вращения

Тема 8.3. Шар и сфера

Самостоятельная работа № 21 (4 ч.)

Составление кроссворда.

Цель: систематизировать знания по теме «Тела вращения»

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- понятие прямого кругового цилиндра, его элементов;
- понятие прямого конуса, его элементов;
- понятие усеченного конуса;
- понятие шара, сферы, его элементов

Уметь:

- изображать тела вращения;
- изображать сечения тел вращения;
- изготавливать модели тел вращения.

Задания для самостоятельной работы

Составить кроссворд или сканворд по теме «Тела вращения».

Методические рекомендации.

Количество слов – от 12- до 17.

Общие требования при составлении кроссвордов:

При составлении кроссвордов необходимо придерживаться принципов наглядности и доступности.

1. Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда.
2. Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения.
3. Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа.
4. Не допускаются аббревиатуры (ЗиЛ и т.д.), сокращения (детдом и др.).
5. Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов.
6. Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.

Требования к результатам работы:

Требования к оформлению.

1. Рисунок кроссворда должен быть четким.
2. Сетки всех кроссвордов должны быть выполнены в двух экземплярах:
1-й экз. - с заполненными словами;
2-й экз. - только с цифрами позиций.

Ответы на кроссворд. Они публикуются отдельно. Ответы предназначены для проверки правильности решения кроссворда и дают возможность ознакомиться с правильными ответами на нерешенные позиции условий, что способствует решению одной из основных задач разгадывания кроссвордов — повышению эрудиции и увеличению словарного запаса.

Составление условий кроссворда. Итак, вы закончили первый этап работы — составили фигуру кроссворда и заполнили ее словами. Теперь приступайте к определениям записанных вами слов, их толкованию. Во-первых, они должны быть строго лаконичными. Не следует делать их пространными, излишне исчерпывающими, многословными, несущими избыточную информацию. Например, слово «футбол». Вот образцы неправильных определений: "командная спортивная игра, в которой игроки стремятся забить мяч в ворота противника"; или "игра, в которой мяч бьют только ногами и головой".

Сканворд

Вопросы к словам записываются внутри сетки, в клетках не занятых буквами. Соответствие вопросов словам указывается стрелками. Если стрелки только горизонтальные и вертикальные - тип сканворда готика. Если есть стрелки и по диагонали, то италика

О составлении сканвордов.

1. Рисуются сетка.
2. Заполняется сетка словами.

3. Подбираются определения.
4. Готовые сканворды распечатываются и проходят еще одну проверку.

у	а	з	у	г	о	л	ь	в
м	р	н	о	с	н	о	л	ы
н	о	ж	е	т	ь	т	и	ч
д	е	л	н	и	е	а	о	е
у	с	е	н	п	л	е	м	ь
м	м	а	и	е	о	щ	а	д

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

- кроссворд или сканворд сдан вовремя, выполняются все требования к составлению, работа выполнена аккуратно.

Оценка “4” ставится студенту, если

- кроссворд или сканворд сдан вовремя, нарушено 1 из 6 требований к составлению, работа выполнена аккуратно.

Оценка “3” ставится студенту, если:

- кроссворд или сканворд сдан не вовремя, нарушены 3 из 6 требований к составлению, работа выполнена небрежно.

Оценка “2” ставится студенту, если:

- кроссворд или сканворд сдан не вовремя, нарушено более трех требований.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Раздел 9. Измерения в геометрии

Тема 9.1. Объёмы и площади поверхностей тел

Самостоятельная работа № 22 (4 ч.)

Нахождение различных измерений для тел в пространстве.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об объёме геометрического тела; о формулах для вычисления объёмов куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы, прямого кругового цилиндра; конуса;

- формирование умений по нахождению объёмов куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы, прямого кругового цилиндра; конуса.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- понятия объёма геометрического тела;
- формулы для вычисления объёмов, перечисленных в содержании учебного материала.

Уметь:

- находить объём прямой призмы, пирамиды, прямого кругового цилиндра и конуса, шара.

Задания для самостоятельной работы

Решить задачи:

1. Дана правильная треугольная призма, у которой a – сторона основания, h – высота, S – площадь основания, V – объём призмы. Заполните пустые ячейки в табл. 1.

Таблица 1.

№	a	h	S	V
1	4	$2\sqrt{3}$		
2	8			$80\sqrt{3}$
№	a	h	S	V
3		$4\sqrt{3}$	$18\sqrt{3}$	
4		9		$324\sqrt{3}$
5			$144\sqrt{3}$	$1440\sqrt{3}$

2. Определите объём правильной треугольной пирамиды, у которой сторона основания равна a , а боковые рёбра попарно перпендикулярны.

3. В основании пирамиды лежит ромб со стороной 6 см и углом 60° . Высота пирамиды равна 10 см. Найдите её объём.

4. Осевое сечение цилиндра – квадрат со стороной a . Найдите объём цилиндра.

5. Дан прямой круговой цилиндр, у которого буквой r обозначен радиус основания, h – высота, $S_{\text{осн.}}$ – площадь основания, $S_{\text{бок.}}$ и S – соответственно площадь боковой поверхности и площадь полной поверхности, V – объём цилиндра. Заполните пустые ячейки в табл. 2.

Необходимые формулы:

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi rh, S_{\text{осн.}} = \pi r^2, S = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}, V = \pi r^2 h.$$

Таблица 2.

№	r	h	$S_{\text{осн.}}$	$S_{\text{бок.}}$	S	V
1	5	7				
2	4			40π		
3		11	4π			
4		20				1280π

6. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник с площадью, равной 9 м^2 . Найдите объём конуса.

Методические рекомендации.

При решении задач используйте определения цилиндра, конуса, шара, сферы и свойства перечисленных выше тел, формулы объёмов призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 5 задач.

Оценка “4” ставится за правильное решение 4 задач

Оценка “3” ставится за правильное решение 3 задач.

Оценка “2” ставится, если решено менее 3 задач.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Раздел 9. Измерения в геометрии

Тема 9.2. Подобие тел

Самостоятельная работа № 23 (4 ч.)

Подготовка реферата по теме «Преобразования в геометрии».

Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания по теме «Подобие тел»

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- виды преобразований;
- свойства преобразования подобия
- признаки подобия треугольников.

Уметь:

- определять вид преобразования.

Задания для самостоятельной работы

Подготовить реферат по теме: «Преобразования в геометрии».

Требования к результатам работы:

Структура реферата:

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Сообщение должно состоять из 5-10 листов печатного текста, шрифт 14.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки реферата.

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема реферата не раскрыта.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадамян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Геометрия: Учебное пособие для студентов физ. мат. факультетов пед.институт. - М.: Просвещение, 1987. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.
2. Атанасян Л. С., Денисова Н. С., Силаев Е.В. Курс элементарной геометрии. - М.:Сантакс-Пресс,1997,ч.1.6.
3. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия. Санкт-Петербург: Специальная литература, 1997, часть 1
4. Гусева Т.М. Признаки подобия треугольников.- М.// Первое сентября, приложение «Математика», 1999, №28
5. Зив Б.Г., Мейлер В.М., Баханский А.Т. Задачи по геометрии. - М.: Просвещение, 2000.
6. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Т.2-М.: Наука,1968
7. Моденов П.С. Геометрия преобразования. - М.: Издательство московского университета, 1961
8. Никольский С.Н. Подобные треугольники. - М.//1-ое сентября, приложения «Математика», 1999, №3
9. Перепёлкин Д.И. Курс элементарной геометрии. - М.: Гостехиздат,1949
10. Погорелов А.В. Геометрия 7-11.-М.: Просвещение, 1993
11. Погорелов А.В. Элементарная геометрия. - М: Наука,1974
12. Преобразования и построения: учебное пособие. / Л. В. Львова. - Барнаул: Изд-во БГПУ, 2002.
13. Шапиро И.М. Практикум по дидактике математики.- Барнаул: издательство БГПУ, 1997

Раздел 10. Уравнения и неравенства

Тема10.1. Уравнения и системы уравнений

Самостоятельная работа № 24 (4 час.)

Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о способах решения рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений;

- формирование умений по решению вышеперечисленных уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать определение иррационального, показательного и тригонометрического уравнения;

- основные способы решения иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений.

Уметь:

- находить область допустимых значений уравнений;

- решать иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения.

Задания для самостоятельной работы

Решите уравнения:

1. $\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1-x}};$
2. $|2\sqrt{x}+1-x| + |x-2\sqrt{x}+2| = 7;$
3. $9 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 5 \cdot 6^{\frac{1}{x}} = 4 \cdot 9^{\frac{1}{x}};$
4. $\cos^3 x - 3\cos^2 x + \cos x + \sin 2x = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{n}{4}\right) \sin\left(\frac{3x}{2} - \frac{n}{4}\right);$
5. $\sqrt{5\sin 2x - 2} = \sin x - \cos x.$

Методические рекомендации.

При решении заданий самостоятельной работы воспользуйтесь определением корня и степени, свойствами корней и степеней, способами решения иррациональных, тригонометрических и показательных уравнений.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится студенту, если:

- работа написана аккуратно, без помарок, разборчивым почерком;
- правильно выполнены все задания контрольной работы вариантов 3-4;

Оценка “4” ставится студенту:

- при выполнении всех заданий вариантов 1-2;
- правильно выполнены задания 1, 2, 3 вариантов 3-4;
- к выполнению задания 4 не приступали или допустили ошибки в решении;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- правильно выполнены задания 1, 2;
- допущены ошибки в решениях заданий 3, 4 или отсутствуют решения заданий 3, 4;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- работа оформлена небрежно;
- решены только задания 1, 2 и в решениях допущены ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. «Математика. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике и алгебре и началам анализа за курс средней школы». Г.В. Дорофеев. Москва «Дрофа», 2004 г.
2. «Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 кл.» Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд. Москва. «Просвещение» 2000г.

Раздел 10. Уравнения и неравенства

Тема 10.1. Уравнения и системы уравнений

Самостоятельная работа № 25 (4 час.)

Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических систем уравнений.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о системах уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- методы решения систем уравнений.

Уметь:

- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем.

Методические рекомендации.

Рассмотрите решение примера:

Пример. Найти решения системы уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}, \\ \sqrt{\frac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}. \end{cases}$$

Решение. Перемножим почленно данные уравнения:

$$\sqrt{\frac{20y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{16x}{5y}} = (\sqrt{x+y})^2 - (\sqrt{x-y})^2, \text{ т.е. } 8 = x+y - x+y, \text{ т.е. } 2y=8, y=4.$$

Теперь сложим почленно данные уравнения:

$$\sqrt{\frac{20y}{x}} + \sqrt{\frac{16x}{5y}} = 2\sqrt{x+y},$$

отсюда, возведя в квадрат, получаем

$$\frac{20y}{x} + 2 \cdot 8 + \frac{16x}{5y} = 4(x+y), \text{ т.е. } \frac{5y}{x} + 4 + \frac{4x}{5y} = x+y.$$

Но $y=4$. Стало быть, $\frac{20}{x} + 4 + \frac{x}{5} = x+4$, т.е. $\frac{20}{x} = \frac{4x}{5}$, отсюда $x^2=25$, $x_{1,2}=\pm 5$. Проверкой убеждаемся, что решением является $x=5, y=4$.

Ответ: (5;4).

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Решить системы уравнений 1 – 5.

$$\begin{array}{ll} 1. \begin{cases} x(y+z)=5, \\ y(x+z)=8, \\ z(x+y)=9. \end{cases} & 4. \begin{cases} x+y-z=7, \\ x^2+y^2-z^2=37, \\ x^3+y^3-z^3=1. \end{cases} \end{array}$$

(Указание: сложить уравнения системы.)

$$\begin{array}{ll} 2. \begin{cases} xy(x+y)=-2, \\ x^3+y^3=7. \end{cases} & 5. \begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=2\sqrt{xy}, \\ x+y=20. \end{cases} \end{array}$$

$$3. \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{y+1} = 1-z, \\ 2\sqrt{xy+x+2y+2} = z^2 + 2z + 5. \end{cases}$$

Задание 2. Выполнить задания выборочно (номера заданий указывает преподаватель).

$$1. \begin{cases} 2^{\sqrt{xy}-2} + 4^{\sqrt{xy}-1} = 5, \\ \frac{3(x+y)}{x-y} + \frac{5(x-y)}{x+y} = 8. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} (x^2 + y) \cdot 2^{y-x^2} = 1, \\ 9(x^2 + y) = 6^{x^2-y}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 11^{xz} - 2 \cdot 5^y = 71, \\ 11^z + 2 \cdot 5^{\frac{y}{2}} = 21, \\ 11^{(x-1)z} + 5^{\frac{y}{2}} = 16. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} y = 1 + \log_4 x, \\ x^y = 4^6. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y - \log_3 x = 1, \\ x^y = 3^{12}. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x^{x-3y} = 36, \\ 4(x-2y) + \log_6 x = 8. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} (x+y)3^{y-x} = \frac{5}{27}, \\ 3\log_5(x+y) = x-y. \end{cases}$$

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задания выполнены аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задания выполнены аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задания выполнены не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задания выполнены небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Зив Б.Г. Задачи по алгебре и началам анализа от простейших до более сложных. Учебное пособие для учителей и учащихся. – С.-Петербург, 1997. – НПО «Мир и семья-95».

2. Громов А.И., Савчин В.М. Пособие-репетитор по математике. Подготовка к письменному экзамену: Учебное пособие. – Ростов н./Д: Феникс, 2001.

Раздел 10. Уравнения и неравенства

Тема 10.2. Неравенства

Самостоятельная работа № 26 (4 ч.)

Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках степенной, показательной и тригонометрических функций, о способах решения простейших и сводящихся к ним неравенств;

- формирование умений по решению рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств основными методами.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- способы решения неравенств.

Уметь:

- использовать свойства и графики степенной, показательной и тригонометрической функций к решению неравенств;

- решать простейшие и сводящиеся к ним иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства основными методами.

Задания для самостоятельной работы

Задание

1. Указание

Внимательно прочитайте приведённый ниже теоретический материал.

Простейшими *показательными неравенствами* являются неравенства вида

$$a^x > b, \quad a^x < b, \quad (1)$$

где a и b – некоторые действительные числа ($a > 0, a \neq 1$).

В зависимости от значений параметров a и b множество решений неравенства $a^x > b$ представляется в виде:

1) при $a > 1, b > 0$ $x \in (\log_a b; +\infty)$;

2) при $0 < a < 1, b > 0$ $x \in (-\infty; \log_a b)$;

3) при $a > 0, b < 0$ $x \in R$.

Множество решений неравенства $a^x < b$ в зависимости от значений a и b представляется в виде:

1) при $a > 1, b > 0$ $x \in (-\infty; \log_a b)$;

2) при $0 < a < 1, b > 0$ $x \in (\log_a b; +\infty)$;

3) при $a > 0, b < 0$ $x = \emptyset$ (т.е. неравенство решений не имеет).

Множество решений нестрогих неравенств $a^x \geq b$ и $a^x \leq b$ находится как объединение множеств решений соответствующих строгих неравенств и уравнения $a^x = b$.

Неравенства вида (1) могут быть обобщены на случай, когда в показателе степени стоит некоторая функция от x . Так, множество решений неравенства

$$2^{f(x)} > 3 \quad (2)$$

находится как множество решений неравенства

$$f(x) > \log_2 3,$$

эквивалентного неравенству (2).

Методы сведения более сложных показательных неравенств к неравенствам вида (1), (2) аналогичны методам, используемым при решении показательных уравнений. Так, например, решение показательного неравенства вида

$$P(a^x) > 0,$$

где $P(a^x)$ – многочлен указанного аргумента, заменой $a^x = y$ сводится к последовательному решению неравенства $P(y) > 0$ и решению простейших показательных неравенств вида (1) или систем простейших показательных неравенств.

2. Проанализируйте решение неравенства.

Пример. Решить неравенство

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 \leq 0.$$

Решение. Обозначим $3^x = y$. Так как $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$, то $9^x = y^2$, и данное неравенство для переменного y принимает вид

$$y^2 - 10y + 9 \leq 0.$$

Решение этого квадратного неравенства:

$$1 \leq y \leq 9.$$

Это двойное неравенство эквивалентно системе двух неравенств: $y \geq 1$, $y \leq 9$, которая для неизвестного x принимает вид

$$\begin{cases} 3^x \geq 1, \\ 3^x \leq 9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Ответ. $x \in [0; 2]$.

3. Решите неравенства:

$$1. 4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0.$$

$$2. 4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0.$$

$$3. 25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50.$$

$$4. 4^{x^2} - 3 \cdot 2^{x^2} + 1 \geq 0.$$

$$5. 2 \cdot 3^{2x^2} + 4 \leq 3^{x^2+2}.$$

$$6. \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}.$$

$$7. 98 - 7^{x^2+5x-48} \geq 49^{x^2+5x-48}.$$

$$8. 5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x \leq 7 \cdot 10^x.$$

$$9. \sqrt{13^x - 5} \leq \sqrt{2 \cdot (13^x + 12)} - \sqrt{13^x + 5}.$$

$$10. 9^{\sqrt{x^2-3}} + 3 < 3^{\sqrt{x^2-3}-1} \cdot 28.$$

$$11. \sin^2 x + 2 \sin x > 0.$$

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, но работа содержит незначительные помарки;

- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объеме;

- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Зив Б.Г. Задачи по алгебре и началам анализа от простейших до более сложных. Учебное пособие для учителей и учащихся. – С.-Петербург, 1997. – НПО «Мир и семья-95».

2. Громов А.И., Савчин В.М. Пособие-репетитор по математике. Подготовка к письменному экзамену: Учебное пособие. – Ростов н./Д: Феникс, 2001.

Раздел 11. Координаты и векторы

Тема 11.1. Координаты в пространстве

Самостоятельная работа № 27 (4 ч.)

Решение задач на вычисление координат.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об аппарате метода координат и векторной алгебры;
- формирование умений по вычислению расстояния между двумя точками, заданными своими координатами, координат середины отрезка.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- понятие прямоугольной декартовой системы координат в пространстве;
- формулу для вычисления расстояния между двумя точками;
- формулу координат середины отрезка.

Уметь:

- вычислять расстояние между двумя точками, заданными своими координатами.

Задания для самостоятельной работы

Решить задачи:

1. Даны один конец отрезка $A(2,3,-1)$ и его середина $C(1,1,1)$. Найдите второй конец отрезка $B(x, y, z)$.

2. Точки $A(2,0,0), B(0,0,0), C(0,2,0), B_1(0,0,2)$ являются вершинами куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите координаты точек C_1 и D_1 .

3. Точки $M(2,0,0), H(0,0,0), P(0,4,0), H_1(0,0,4)$ являются вершинами прямоугольного параллелепипеда $MHPK M_1 H_1 P_1 K_1$. Найдите координаты точек M_1 и K_1 .

4. Построить (в аксонометрической проекции) следующие точки по их декартовым координатам: $A(3; 4; 6), B(-5; 3; 1), C(1; -3; -5), D(0; -3; 5), E(-3; -5; 0), F(-1; -5; -3)$.

5. Найти координаты проекций точек $A(4; 3; 5)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(2; -3; 0)$, $D(0; 0; -3)$: 1). На плоскость Oxy ; 2). На плоскость Oxz ; 3). На плоскость Oyz ; 4). На ось абсцисс; 5). На ось ординат; 6). На ось аппликата.

6. Найти координаты точек, симметричных точкам $A(2; 3; 1)$, $B(5; -3; 2)$, $C(-3; 2; 1)$, $D(a; b; c)$ относительно: 1). Плоскости Oxy ; 2). Плоскости Oxz ; 3). Плоскости Oyz ; 4). Оси абсцисс; 5). Оси ординат; 6). Оси аппликата; 7). Начала координат.

7. Даны четыре вершины куба $A(-a; -a; -a)$, $B(a; -a; -a)$, $C(-a; a; -a)$, $D(a; a; a)$. Определить его остальные вершины.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 7 задач.

Оценка “4” ставится за правильное решение 6 задач Оценка “3” ставится за правильное решение 4 задач.

Оценка “2” ставится, если решено менее 4 задач.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Алгоритмический подход к решению геометрических задач: Книга для учащихся / Габович И.Г. – М.: АО «Учебная литература», 1996.

Раздел 11. Координаты и векторы

Тема 11.2. Векторы в пространстве

Самостоятельная работа № 28 (2 час.)

Вычисление координат вектора.

Цель:

• обобщение, систематизация, закрепление знаний об аппарате метода координат и векторной алгебры;

В результате изучения темы студент должен

Знать:

- определение вектора;
- определение модуля вектора;
- определение координат вектора;
- определение равных векторов;
- определение коллинеарных векторов;

Уметь:

- находить координаты вектора;
- вычислять модуль вектора;
- определять коллинеарность векторов.

Краткий теоретический материал

Координаты вектора

Прямоугольный базис $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

$$1) \vec{i} \perp \vec{j}, \vec{i} \perp \vec{k}, \vec{j} \perp \vec{k};$$

$$2) |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1;$$

$$3) \vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1;$$

$$4) \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0.$$

Координаты вектора:

$$1) \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = (1, 1, 1);$$

$$2) \vec{OA} = x\vec{i}; \vec{OB} = y\vec{j}; \vec{OC} = z\vec{k};$$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k};$$

$$\vec{a} = (x, y, z), \text{ где } x, y, z - \text{координаты вектора } \vec{a};$$

$$3) \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}; \vec{c} = (1, 1, -1).$$

Вектором называется направленный отрезок. Обозначается вектор $\vec{a}$ или AB . Вектор имеет начало и конец. Считается, что вектор направлен от начала к концу.

Длина отрезка, изображающего вектор называется его длиной (или модулем) и обозначается $|AB|$ или $|\vec{a}|$.

Нулевой вектор – вектор, начало и конец которого совпадает. Обозначается $\vec{0}$. Длина нулевого вектора равна нулю, координаты равны 0.

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным вектором*.

Единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора $\vec{a}$, называется *ортом* вектора $\vec{a}$.

Два ненулевых вектора называются *противоположными*, если они имеют одинаковую длину и противоположно направлены.

Координаты вектора

Координатами вектора называются числа, равные разности соответствующих координат конца и начала.

Координатой точки A по оси x будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка OA_x : положительное, если точка A лежит на положительной полуоси x , и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси.

Аналогично можно определить координаты y и z точки A . Координаты точки A записываются в скобках рядом с названием этой точки: $A(x; y; z)$.

- Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным векторам: $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
- Коэффициенты разложения определяются единственным образом и называются координатами вектора $\vec{a}$ в данной системе координат.

Формулы

$$\text{Координаты вектора: } \vec{a}(x_a; y_a; z_a) \Leftrightarrow \vec{a} = x_a\vec{i} + y_a\vec{j} + z_a\vec{k}$$

$$\text{Длина вектора: } |\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$$

$$\text{Умножение вектора на число: } \lambda\vec{a} = (\lambda x_a; \lambda y_a; \lambda z_a)$$

$$\text{Угол между векторами: } \vec{a} = (x_a; y_a; z_a), \vec{b} = (x_b; y_b; z_b) \Rightarrow \cos \gamma = \frac{x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} \sqrt{x_b^2 + y_b^2 + z_b^2}}$$

$$\text{Перпендикулярность векторов: } \vec{a} = (x_a; y_a; z_a), \vec{b} = (x_b; y_b; z_b) \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b = 0$$

$$\text{Коллинеарность векторов: } \vec{a} = (x_a; y_a; z_a), \vec{b} = (x_b; y_b; z_b) \Rightarrow x_b x_a = y_b y_a = z_b z_a \text{ если координаты векторов не равны нулю.}$$

Задания для самостоятельной работы

Решить один из двух вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

Проверочная работа

Вариант 1

1. а) Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$.

б) Коллинеарны ли $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

1) $\vec{a} = (-3, 6, 2), \vec{b} = (3, -6, -2)$;

2) $\vec{a} = (4, -10, 2), \vec{b} = (2, -5, 1)$;

3) $\vec{a} = (1, 4, -3), \vec{b} = (2, 2, -1)$?

2. При каких значениях x и y векторы $\vec{a} = (x, -3, 2)$ и $\vec{b} = (3, y, -1)$ коллинеарны?

Вариант 2

1. а) Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.

б) Коллинеарны ли $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

1) $\vec{a} = (-2, 6, 7), \vec{b} = (2, -6, -7)$;

2) $\vec{a} = (3, -10, -2), \vec{b} = (1, 5, -5, -1)$;

3) $\vec{a} = (1, 4, -6), \vec{b} = (2, 2, -3)$?

2. При каких значениях x и y векторы $\vec{a} = (x, -4, 1)$ и $\vec{b} = (2, y, -1)$ коллинеарны?

Вариант 3

1. а) Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$, если $\vec{a} = 5 - 4\vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.

б) Коллинеарны ли $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

1) $\vec{a} = (-1, -4, 7), \vec{b} = (1, 4, -7)$;

2) $\vec{a} = (12, -10, -5), \vec{b} = (3, -2, 5, -1)$;

3) $\vec{a} = (2, 4, -6), \vec{b} = (4, 8, -12)$?

2. При каких значениях x и y векторы $\vec{a} = (x, -2, 3)$ и $\vec{b} = (2, y, -1)$ коллинеарны?

Вариант 4

1. а) Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = 7\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$.

б) Коллинеарны ли $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

1) $\vec{a} = (-8, 6, 7), \vec{b} = (8, -6, -7)$;

2) $\vec{a} = (3, -9, -2), \vec{b} = (1, 5, -4, 5, -1)$;

3) $\vec{a} = (1, 8, -6), \vec{b} = (2, 16, -3)$?

2. При каких значениях x и y векторы $\vec{a} = (x, -12, 3)$ и $\vec{b} = (2, y, -1)$ коллинеарны?

Методические рекомендации.

При решении задач используйте определения и формулы для вычисления длины вектора, условия коллинеарности векторов.

Форма контроля: индивидуальный.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Б.М. Беккер, В.Б. Некрасов. Применение векторов для решения задач: Учебное пособие. – С.-Петербург, НПО «Мир и семья-95», 1997. – 128с. с илл. (Серия учебной литературы «Магистр»).

Раздел 11. Координаты и векторы

Тема 11.2. Векторы в пространстве

Самостоятельная работа № 29 (2 час.)

Выполнение действий над векторами.

Вычисление угла между векторами.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об аппарате метода координат и векторной алгебры;
- формирование умений по выполнению действий над векторами, разложению вектора на составляющие, вычислению угла между векторами, длины вектора.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- определение вектора, действий над векторами;
- правила действий над векторами, заданными координатами;
- формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами;

Уметь:

- выполнять действия над векторами;

- разлагать вектор на составляющие;
- вычислять угол между векторами, длину вектора.

Краткий теоретический материал

Координаты вектора

Прямоугольный базис $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

- 1) $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{i} \perp \vec{k}, \vec{j} \perp \vec{k}$;
- 2) $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$;
- 3) $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$;
- 4) $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$.

Координаты вектора:

- 1) $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = (1, 1, 1)$;
- 2) $\vec{OA} = x\vec{i}; \vec{OB} = y\vec{j}; \vec{OC} = z\vec{k}$;
 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$;
 $\vec{a} = (x, y, z)$, где x, y, z – координаты вектора $\vec{a}$;
- 3) $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}; \vec{c} = (1, 1, -1)$.

Правила действий над векторами

Общий вид	Пример
1	2
$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1), \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$	$\vec{a} = (-3, 0, 2), \vec{b} = (4, -2, 5)$
Сумма двух векторов $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$	$\vec{a} + \vec{b} = (-3 + 4, 0 - 2, 2 + 5),$ $\vec{a} + \vec{b} = (1, -2, 7)$
1	2
Разность двух векторов $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$	$\vec{a} - \vec{b} = (-3 - 4, 0 + 2, 2 - 5),$ $\vec{a} - \vec{b} = (-7, 2, -3)$
Произведение вектора на число $p\vec{a} = (px_1, py_1, pz_1)$	$-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(-\frac{1}{3} \cdot (-3), -\frac{1}{3} \cdot 0, -\frac{1}{3} \cdot 2\right),$ $-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(1, 0, -\frac{2}{3}\right)$
Скалярное произведение двух векторов $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 4 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 5,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

Задания для самостоятельной работы

Домашняя контрольная работа является подготовительной перед проведением контроля знаний по теме “Векторы в пространстве”. Контрольная работа состоит из четырёх вариантов одинаковой трудности.

Задание. Решить один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

Из четырёх ответов выберите правильный:

Вариант 1

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб?

Ответ. 1) $\overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$; 2) $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{B_1C_1}$; 3) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}$; 4) $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{A_1D_1}$.

2. Найдите сумму векторов $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ и $\vec{b} = (5; -1; 4)$.

Ответ. 1) $(4; -3; 12)$; 2) $(-4; 3; 6)$; 3) $(4; -3; 7)$; 4) $(6; -3; 7)$.

3. Найдите длину вектора $\vec{c} = (-3; 4; 0)$.

Ответ. 1) 3; 2) -5; 3) $\sqrt{7}$; 4) 5.

4. Найдите длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{j}$.

Ответ. 1) $\sqrt{40}$; 2) 7; 3) 4; 4) $\sqrt{23}$.

5. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ по координатам точек $A(3; -2; 6)$ и $B(0; 0; 5; 3)$.

Ответ. 1) $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 5; -3)$; 2) $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 5; -3)$; 3) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 5; 9)$; 4) $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5; 3)$.

6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$.

7. Даны четыре точки: $A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0), D(2, -3, 1)$. Найдите косинус угла φ между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

8. Даны три точки: $A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0)$. Найдите косинус угла C треугольника ABC .

Вариант 2

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб?

Ответ. 1) $\overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{B_1C_1}, \overrightarrow{AD}$; 2) $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{AB}$; 3) $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DD_1}, \overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{C_1D_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$.

2. Найдите сумму векторов $\vec{a} = (-3; 0; 2)$ и $\vec{b} = (4; -2; 3)$.

Ответ. 1) $(-1; 2; 5)$; 2) $(1; -2; 5)$; 3) $(7; -2; 5)$; 4) $(1; 0; 5)$.

3. Найдите длину вектора $\vec{c} = (2; -1; 3)$.

Ответ. 1) 4; 2) 12; 3) 3; 4) $\sqrt{14}$.

4. Найдите длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, где $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{k}$.

Ответ. 1) $\sqrt{46}$; 2) $\sqrt{38}$; 3) 7; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ по координатам точек $A(-4; -1; 3)$ и $B(0; -2; 5)$.

Ответ. 1) $\overrightarrow{AB} = (-4; -1; 2)$; 2) $\overrightarrow{AB} = (-4; -3; 8)$; 3) $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 2)$; 4) $\overrightarrow{AB} = (4; 1; -2)$.

6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$.

7. Даны четыре точки: $A(0, -1, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 1, 3), D(-2, 3, 1)$. Найдите косинус угла φ между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

8. Даны три точки: $A(0, 1, 1), B(1, -1, -2), C(-3, 1, 0)$. Найдите косинус угла C треугольника ABC .

Вариант 3

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб?

Ответ. 1) $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{C_1C}, \overrightarrow{CD}$; 2) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$; 3) $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$; 4) $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{A_1B_1}$.

2. Найдите сумму векторов $\vec{a} = (-3; 2; 0)$ и $\vec{b} = (-1; 4; -2)$.

Ответ. 1) $(-4; 6; -2)$; 2) $(4; 6; 2)$; 3) $(-4; 6; 0)$; 4) $(4; 6; -2)$.

3. Найдите длину вектора $\vec{c} = (-2; 3; 5)$.

Ответ. 1) 30; 2) $\sqrt{38}$; 3) 6; 4) -5.

4. Найдите длину вектора $\vec{c} = -\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$.

Ответ. 1) $\sqrt{41}$; 2) 0; 3) -7; 4) 7.

5. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ по координатам точек $A(5; -1; -3)$ и $B(2; 0; -1)$.

Ответ. 1) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -2)$; 2) $\overrightarrow{AB} = (7; -1; -4)$; 3) $\overrightarrow{AB} = (-3; 1; 2)$; 4) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$.

6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 2 + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j}$.

7. Даны четыре точки: $A(0, -1, 2)$, $B(-3, 1, 2)$, $C(0, 6, 3)$, $D(-1, 3, 1)$.

Найдите косинус угла φ между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

8. Даны три точки: $A(0, 1, 1)$, $B(1, -1, -2)$, $C(-3, 1, 0)$. Найдите косинус угла B треугольника ABC .

Вариант 4

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб?

Ответ. 1) $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$; 2) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{C_1C}$; 3) $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{C_1D_1}, \overrightarrow{CC_1}$; 4) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1C_1}, \overrightarrow{DD_1}$.

2. Найдите сумму векторов $\vec{a} = (4; -1; 5)$ и $\vec{b} = (0; 2; -8)$.

Ответ. 1) $(4; 1; -3)$; 2) $(0; 1; -3)$; 3) $(4; -1; -3)$; 4) $(4; 1; 3)$.

3. Найдите длину вектора $\vec{c} = (-1; 2; 4)$.

Ответ. 1) 19; 2) 4; 3) $\sqrt{21}$; 4) 11.

4. Найдите длину вектора $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

Ответ. 1) $\sqrt{37}$; 2) $\sqrt{46}$; 3) 6; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ по координатам точек $A(-3; 5; 0)$ и $B(2; -1; 2)$.

Ответ. 1) $\overrightarrow{AB} = (-1; 4; 2)$; 2) $\overrightarrow{AB} = (-5; 6; -2)$; 3) $\overrightarrow{AB} = (5; 6; 0)$; 4) $\overrightarrow{AB} = (5; -6; 2)$.

6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 9\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ и $\vec{b} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$.

7. Даны четыре точки: $A(0, -1, 1)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(0, 1, 3)$, $D(-2, 3, 1)$. Найдите косинус угла φ между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.

8. Даны три точки: $A(0, 1, 1)$, $B(1, -1, -2)$, $C(-3, 1, 0)$. Найдите косинус угла A треугольника ABC .

Методические рекомендации.

При решении задач используйте правила действий над векторами, заданными координатами, и формулу для вычисления длины вектора.

Требования к результатам работы:

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку рукописным способом чёрной или синей пастой. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;

- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опiski, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Б.М. Беккер, В.Б. Некрасов. Применение векторов для решения задач: Учебное пособие. – С.-Петербург, НПО «Мир и семья-95», 1997. – 128с. с илл. (Серия учебной литературы «Магистр»).

Раздел 12. Комбинаторика

Тема 12.1. Элементы комбинаторики

Самостоятельная работа № 30 (2 час.)

Вычисление количества перестановок, размещений и сочетаний.

Решение комбинаторных задач.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях комбинаторики;
- закрепление, расширение области умений по решению комбинаторных задач с применением формул для вычисления числа перестановок, сочетаний, размещений.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- основные понятия комбинаторики;
- формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний, размещений;

Уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

Решение комбинаторных задач

Указание.

Рассмотрите примеры решения аналогичных задач.

Пример 1. Студент знает ответ на 30 вопросов из 50. Какова вероятность ответить правильно на билет, состоящий из 3 вопросов?

Решение.

Заполним таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие из задачи.

№ п/п	Алгоритмы	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1	2	3
1.	Дать описание стохастического эксперимента, в результате которого может произойти событие A	Студент вытаскивает билет, состоящий из трёх вопросов. $A = \{\text{студент знает ответ на все три вопроса}\}$
2.	Вычислить общее число N исходов данного стохастического эксперимента	$N = C_{50}^3$ – число способов выбрать три вопроса из 50 исходных.
3.	Вычислить число исходов M , благоприятствующих событию A	$M = C_{30}^3$ – число способов выбрать три вопроса из 30 известных студенту.
4.	Вычислить вероятность события $P(A) = \frac{M}{N}$	$P(A) = \frac{C_{30}^3}{C_{50}^3} = \frac{30!}{3! \cdot 27!} : \frac{50!}{3! \cdot 47!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28}{50 \cdot 49 \cdot 48} = \frac{24360}{117600} \approx 0,207$

Пример 2. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны?

Решение. Обозначим A – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадал их правильно. M – число правильных вариантов, очевидно, что $M = 1$; N – число различных цифр, $N = A_{10}^2 = \frac{10!}{8!} = 90$.

$$\text{Таким образом, } P(A) = \frac{M}{N} = \frac{1}{90}.$$

Пример 3. В урне 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

Решение. Обозначим: A – событие, состоящее в появлении белых шаров; N – число способов вытащить 2 шара из 7; $N = C_7^2$; M – число способов вытащить 2 белых шара из имеющихся 3 белых шаров; $M = C_3^2$. $P(A) = \frac{M}{N} = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{2!5!}{7!2!} = \frac{3!}{7 \cdot 6} = \frac{1}{7}$.

Задания для самостоятельной работы

Решить самостоятельно следующие задачи:

1. В партии из 40 изделий 10 бракованных. Случайным образом отобрано 4 изделия. Какова вероятность того, что они все без брака?

2. В мастерской 12 измерительных приборов, из которых 6 проходили настройку. Настройщик наугад берёт 2 прибора. Какова вероятность того, что они уже проходили настройку?

3. На полке 26 книг, из которых 17 на русском языке. Наугад берутся 3 книги. Какова вероятность того, что они все на русском языке?

4. В урне 11 белых шаров и 9 красных. Наугад выбирают 2 шара. Какова вероятность того, что они белые?

5. В аквариуме плавают 24 рыбки, из которых половину составляют гуппи. Кот случайным образом поймал 4 рыбки. Какова вероятность того, что ему достались только гуппи?

Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные понятия комбинаторики и формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний, размещений.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;

- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;

- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опiski, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;

- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.

2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.

3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2004.

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. М., 2005.

3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.

4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.

5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.

Раздел 12. Комбинаторика

Тема 12.1. Элементы комбинаторики

Самостоятельная работа № 31 (4 час.)

Разложение двучлена с помощью бинома Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов, при определенных условиях. Вычисление биномиальных коэффициентов с помощью треугольника Паскаля.

Цель:

- закрепление знаний об основных понятиях комбинаторики;
- закрепление умений по разложению двучлена с помощью бинома Ньютона, по вычислению биномиальных коэффициентов разными способами.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- формулу бинома Ньютона;
- правило вычисления коэффициентов в треугольнике Паскаля;

Уметь:

- раскладывать двучлен с помощью бинома Ньютона;
- вычислять биномиальные коэффициенты разными способами.

Бином Ньютона. Это формула, представляющая выражение $(a + b)^n$ при положительном целом n в виде многочлена:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n.$$

Заметим, что сумма показателей степеней для a и b постоянна и равна n .

Формула для нахождения

биномиальных коэффициентов - $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + \frac{3!}{1! \cdot 2!} ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Пример 1.

(См. формулу суммы кубов двух чисел).

Пример 2. $(1+x)^6 = 1 + 6x + 15x^2 + 20x^3 + 15x^4 + 6x^5 + x^6$.

(Вычислите это сами!)

$$C^1, C^2, C^3, \dots, C^{n-1}$$

Числа n n n n называются биномиальными коэффициентами.

Их можно вычислить, применяя только сложение, если пользоваться следующей схемой.

В верхней строке пишем две единицы. Все последующие строки начинаются и заканчиваются единицей. Промежуточные числа в этих строках получаются суммированием соседних чисел из предыдущей строки. Эта схема называется треугольником Паскаля

					1				
				1		1			
			1		2		1		
		1		3		3		1	
	1		4		6		4		1
1		5		10		10		5	
	1		6		15		15		6
		1		7		21		7	
			1		8		28		8
				1		9		36	

Первая строка в этой таблице содержит биномиальные коэффициенты для $n = 1$; вторая - для $n = 2$; третья - для $n = 3$ и т.д. Поэтому, если необходимо, например, разложить выражение:

$$(a + b)^7,$$

мы можем получить результат моментально, используя таблицу:

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

Задания для самостоятельной работы

1. Разложите следующие двучлены, используя формулу бинома Ньютона :

a) $(a+1)^3$ б) $(2+x)^4$ в) $(z-3)^5$.

2. Используя формулу $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$ найдите третий член разложения бинома $(x+5)^4$.

3. Запишіть трикутник Паскаля при $n = 10$.

4. Найти член разложения бинома $(x + y)^5$, не содержащий x .

Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте формулу бинома Ньютона для разложения двучлена и формулу нахождения биномиальных коэффициентов.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опуски, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2004.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. М., 2005.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.

Раздел 13. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Тема 13.1. Элементы теории вероятностей

Самостоятельная работа № 32 (2 час.)

Подготовка реферата на тему «Теория вероятностей».

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях теории вероятностей;
- формирование умений применять формулы для вычисления вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- аксиоматическое и классическое определения вероятности;
- теоремы сложения и умножения вероятностей;
- формулу полной вероятности;

Уметь:

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

Задания для самостоятельной работы

Задание

Подготовить реферат по теме: «Теория вероятности».

Требования к результатам работы:

Структура сообщения:

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Сообщение должно состоять из 5-10 листов печатного текста, шрифт 14.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки реферата:

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема реферата не раскрыта.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. - 3-е изд., суц. перераб и доп. - М: Эдиториал УРСС, 1999. — 472 с. ISBN 5-901006-66-6
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. - 576 с.
3. Вероятность. Информация. Статистика.-М.: Едиториал УРСС, 2004, 216с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика - М., Высш.шк., 2003.- 479 с.
5. Козлов М.В. Элементы теории вероятности в примерах и задачах. - М., Изд. МГУ, 1990. - 344 с.
6. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. -448 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XVIII).

7. Максимов Ю.Д. Теория вероятностей. Детализированный конспект.- СПбГПУ, 2002. - 98 с.

8. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие.— 2-е изд., исправл. и дополн.— М.: Физматлит, 2002.- 496 с.

Раздел 13. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Тема 13.1. Элементы теории вероятностей

Самостоятельная работа № 33 (4 час.)

Нахождение вероятности события.

Составление и решение практических задач с применением вероятностных методов.

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях теории вероятностей;
- формирование умений применять формулы для вычисления вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

В результате изучения темы **студент должен**

Знать:

- аксиоматическое и классическое определения вероятности;
- теоремы сложения и умножения вероятностей;
- формулу полной вероятности;

Уметь:

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

Указание.

Рассмотрите пример решения задачи.

Пример. Стрелок производит 3 выстрела по мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности того, что в результате этих выстрелов окажется

- а) ни одного попадания;
- б) хотя бы одно попадание;
- в) ровно одно попадание;
- г) ровно три попадания.

Считать, что выстрелы производятся независимо друг от друга.

Решение

Заполним таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие из задачи.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие предложенному алгоритму
1	2	3
1.	Обозначить все события, указанные в задаче, и известные вероятности	A_1 – попал при 1-м выстреле; $P(A_1) = 0,9$ A_2 – попал при 2-м выстреле; $P(A_2) = 0,8$ A_3 – попал при 3-м выстреле; $P(A_3) = 0,7$ B – ни одного попадания C – хотя бы одно попадание D – ровно одно попадание E – ровно три попадания
1	2	3

2.	Установить связи между событиями	$B = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3};$ $C = \overline{B}; C = A_1 + A_2 + A_3;$ $D = A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} + A_2 \cdot \overline{A_1} \cdot \overline{A_3} + A_3 \cdot \overline{A_1} \cdot \overline{A_2};$ $E = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$
3.	Используя теоремы сложения и умножения вероятностей, а также формулу для вычисления противоположного события, вычислить требуемые вероятности	$P(B) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) =$ $= [1 - P(A_1)] \cdot [1 - P(A_2)] \cdot [1 - P(A_3)] = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,006.$ $P(C) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,006 = 0,994.$ $P(D) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) + P(A_2) \cdot P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_3}) +$ $+ P(A_3) \cdot P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,3 +$ $+ 0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,2 = 0,092.$ $P(E) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504.$

Задания для самостоятельной работы

Решить самостоятельно следующие задачи:

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающих стандарту.

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найдите вероятность того, что все цифры различные.

3. Для повышения надёжности прибора он дублируется двумя такими же приборами. Надёжность (вероятность безотказной работы) каждого прибора равна 0,6. Определить надёжность системы, состоящей из этих трёх приборов.

4. В мастерской два мотора работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение дня первый мотор не потребует ремонта, равна 0,8, а для второго мотора эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что в течение дня

- ни один мотор не потребует ремонта;
- хотя бы один мотор потребует ремонта.

5. Два студента ищут нужную книгу в магазинах. Вероятность того, что книга будет найдена первым студентом равна 0,6, а вторым – 0,7. Какова вероятность того, что

- только один из студентов найдёт книгу?
- хотя бы один из них найдёт книгу?

Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные понятия теории вероятностей, теоремы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности и формулу Бернулли.

Форма контроля: индивидуальный.

Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;

- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

Список рекомендуемой литературы:

Основная:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2012. – 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012. – 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012. – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2012. – 384с.

Дополнительная:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2004.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. М., 2005.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.

Рекомендации по работе над математической книгой

Математическую книгу необходимо читать с карандашом в руках, самостоятельно проделывая на бумаге главные выкладки. Не спешите прочесть текст, добивайтесь ясного понимания каждой фразы, абзаца, параграфа. Не пропускайте материал в связном тексте, т.к. можете не понять дальнейшее. Особое внимание обратите на формулировки теоремы, не приступая к ее доказательству и на определения.

Если в тексте что-то доказывается, или надо найти какую-то величину, сначала установите, что дано и что надо доказать. Если вы читаете о геометрических фигурах, представьте их себе в отдельности и в той зависимости, в которой о них идет речь. Используйте готовые модели, их много вокруг вас: комната (параллельные и скрещивающиеся прямые), спичечные коробки (параллелепипед), стакан, свернутый лист бумаги и т.д. Изготавливайте модели сами, они помогут лучше понять условие задачи и теоремы. Не спешите читать доказательство теоремы, попытайтесь сами доказать ее. Если вы даже не сумеете, то сама попытка принесет вам несомненную пользу.

Если необходимо **составить конспект**, то воспользуйтесь следующей памяткой:

1. Прочитайте текст с ознакомительной целью.
2. Прочитайте текст вдумчиво с использованием пометок.
3. Составьте план прочитанного.
4. Отберите из текста главный материал по каждому пункту плана.
5. Запишите содержание отобранного материала своими словами.

При работе с учебником необходимо:

1. Прочитать содержимое пункта (параграфа).
2. Выделить непонятные слова и выяснить их значение (в учебнике, справочнике, у преподавателя).
3. Выделить основные понятия.
4. Выделить основные теоремы или правила.
5. Изучить определения понятий.
6. Изучить теоремы (правила).
7. Провести самостоятельно доказательство теоремы.
8. Разобрать примеры в тексте.
9. Запомнить материал, используя пересказ по плану, повторение трудных мест.
10. Ответить на вопросы в тексте.

Как искать решение задачи

1. Необходимо понять предложенную задачу. Что гласит задача? Что дано? Что нужно найти? Определено ли неизвестное данными задачи? Нельзя ли сформулировать задачу иначе? Нельзя ли найти связь между данной задачей и какой-нибудь задачей с известным решением? Все ли данные задачи были уже использованы? Эти вопросы нужно повторять каждый раз, когда в ходе решения наступает заминка.

2. Найти путь от неизвестного к данным, рассмотрев промежуточные задачи (анализ). Сформулировать отношения между неизвестными и данными. Преобразовать неизвестные элементы. Попытаться ввести новые неизвестные, более близкие к данным задачи. Преобразовать данные элементы, пытаясь получить новые элементы, более близкие к искомым неизвестным. Решить только часть задачи. Удовлетворить только части условий: насколько неопределенным тогда окажется неизвестное? Обобщить. Рассмотреть частные случаи. Применить аналогию.

3. Реализовать найденную идею решения (синтез). Испытывать правильность каждого шага, принимая лишь то, «что укладывается с полной ясностью или выводится с полной достоверностью» (Р. Декарт)

4. Решение проверить и оценить его критически. Правдоподобен ли результат? Почему? Нельзя ли сделать проверку? Нет ли другого, более прямого, пути, ведущего к полученному результату?

Советы по подготовке к зачету и экзамену

Материал по математике необходимо повторять в той последовательности, в которой он изучался.

Повторение нужно начать с теории. Прочитав формулировку теоремы, постараться вспомнить ее доказательство, а затем правильность своих суждений проверить по книге или конспекту. Если удалось произвести доказательство по памяти, то можно быть уверенным, что теорема усвоена. Если этого не удастся, нужно прочитать внимательно по учебнику все то, что не усвоено, делая попутно записи, затем, закрыв книгу, полностью доказать все на бумаге. Если вы будете знать теорию, то свободно примените ее на практике при решении задачи.

Затем необходимо составить устно план решения нескольких задач на применение данной теоремы и одну – две полностью решить. Хорошо самим научиться составлять задачи на данную теорему.

Те же рекомендации можно применять и при повторении алгебры. Изучив теорию по какой-либо теме, необходимо рассмотреть несколько задач по этой теме.

Информационное обеспечение обучения

Основные источники:

1. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2012.– 365 с.
2. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник.– М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2012.– 304 с.
3. Дадаян А.А. Математика: Учебник.– М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012.– 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
4. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2012.– 384с.

Дополнительные источники:

1. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы / А.В. Погорелов.– М.: Просвещение, 2004.– 384с.
1. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса / Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд.– М.: Просвещение, 2008.– 176 с.
2. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 11 класса / Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд.– М.: Просвещение, 2008.– 192 с.
3. Математика: 2600 тестов и проверочных заданий для школьников и поступающих в вузы / П.И. Алтынов, Л.И. Звавич, А.И. Медяник и др.– М.: Дрофа, 2007.– 304 с.
4. Геометрия. Тесты. 10-11 кл.: Учебно-метод. пособие / П.И. Алтынов.– М.: Дрофа, 1998.– 80 с.
5. Дидактические материалы по геометрии для 10 класса / С.Б. Веселовский, В.Д. Рябчинская.– М.: Просвещение, 2007.– 80с.
6. Дидактические материалы по геометрии для 11 класса / С.Б. Веселовский, В.Д. Рябчинская.– М.: Просвещение, 2007.– 80с.
7. Дидактические материалы по геометрии для 10 класса / Б.Г. Зив.– М.: Просвещение, 2006.– 144 с.
8. Задачи по алгебре и началам анализа от простейших до более сложных. Учебное пособие для учителей и учащихся / Б.Г.Зив.– Санкт-Петербург, 2005.– НПО «Мир и Семья-95».– 320 с.

9. Математика -11. Уроки повторения. (Пособие для подготовки к экзаменам по алгебре и началам анализа и по геометрии в 11-м классе.) / Б.Г. Зив.– Санкт-Петербург, 2007.– НПО «Мир и Семья-95».– 352 с.

10. За страницами учебника математики: Арифметика. Алгебра. Геометрия. Книга для учащихся 10-11 классов общеобразовательных заведений / Н.Я. Виленкин, Л.П. Шибасов, З.Ф. Шибасова.– М.: Просвещение: АО «Учебная литература», 2004.– 320 с.

11. Пособие-репетитор по математике. Подготовка к письменному экзамену: Учебное пособие / Громов А.И., Савчин В.М.– Ростов н/Д: Феникс, 2001.– 408 с.

12. Обучение началам стереометрии: Методические рекомендации / Е.М. Кондрушенко.– НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Новгород, 1996.– 73 с.

13. Применение векторов для решения задач: Учебное пособие / Б.М. Беккер, В.Б. Некрасов.– Санкт-петербург, НПО «Мир и Семья-95», 1997.– 128 с.

14. Геометрия без репетитора / Т.Т. Фискович.– Издат. Отдел УНЦ ДО МГУ, 1998.– 152 с.

15. Экзаменационные вопросы и ответы. Геометрия 9 и 11 выпускные классы / В.В. Комарова.– М.: АСТ-ПРЕСС, 1999.– 448 с.

Интернет-ресурсы:

1. Математика on-line (www.mathem.h1.ru/)
2. www.mathtest.ru/

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

[illegible]