



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ  
**ГУМАНИТАРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ**

**Учебно-методическая документация**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### **ЕН.02 МАТЕМАТИКА**

Специальность:

**40.02.01 Право и организация социального обеспечения**

Квалификация выпускника: юрист  
( углублённая подготовка)

**Разработчик:**

Ефимова Татьяна Николаевна, преподаватель колледжа

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы приняты на заседании предметной цикловой комиссии Гуманитарно-экономического колледжа,

протокол № 1 от 31.08.17

Председатель предметной (цикловой) комиссии  / Н.Х. Федорова

## Содержание

Пояснительная записка.....	4
Тематический план.....	5
Содержание самостоятельной работы.....	9
Информационное обеспечение обучения .....	38
Лист регистрации изменений.....	39

## Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся частью учебно-методического комплекса по учебной дисциплине ЕН.02 «Математика», составлены в соответствии с:

- 1 Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности СПО 40.02.01 Право и организация социального обеспечения;
- 2 Рабочей программой учебной дисциплины;
- 3 Положением о планировании и организации самостоятельной работы студентов колледжей МПК НовГУ.

Методические рекомендации включают внеаудиторную работу обучающихся, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объёме 38 часов.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **уметь**:

- использовать методы линейной алгебры;
- производить действия над элементами комбинаторики;
- вычислять вероятность события;
- определять математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **знать**:

- основные понятия и методы линейной алгебры,
- основные понятия дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.

### **Критерии оценки расчётно-графических работ:**

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок;

оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока сдачи

Знания и умения проверяются во время выполнения индивидуальных домашних заданий, тестов и контрольных работ.

**Тематический план и содержание учебной дисциплины**  
*Математика*

<b>Наименование разделов и тем</b>	<b>Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся</b>	<b>Объем часов</b>	<b>Уровень освоения</b>
1	2	3	4
<b>Раздел 1. Линейная алгебра</b>		<b>18</b>	
<b>Тема 1.1. Определители и матрицы</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Определители и их вычисление. Свойства определителей. Миноры.	2	1,2,3
	Матрицы и действия над ними. Различные способы вычисления обратных матриц.	2	
	<b>Практическое занятие № 1.</b> Выполнение действий над матрицами, вычисление определителей. Вычисление обратной матрицы.	2	
<b>Тема 1.2. Системы линейных уравнений</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	2	1,2,3
	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2	
	Решение систем линейных уравнений матричным методом.	2	
	<b>Практическое занятие № 2.</b> Решение систем линейных уравнений различными методами.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 1.</b> Решение СЛУ по формулам Крамера. Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными. Решение определенные и неопределенные СЛУ	4	
<b>Раздел 2. Основные понятия и методы математического анализа</b>		<b>16</b>	
<b>Тема 2.1. Функция</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Аргумент и функция. Область определения и область значения функции. Способы задания функции: табличный, графический, аналитический, словесный	2	1,2,3
	Свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Основные элементарные функции, их свойства и графики.	2	
	<b>Практическое занятие № 3.</b> Решение задач по темам: «Свойства функции», «Способы задания функции», «Основные элементарные функции».	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 2.</b> Изучение материала по учебно-методической литературе, выполнение домашних заданий по теме «Функция».	2	

<b>Тема 2.2.</b> Пределы и непрерывность	<b>Содержание учебного материала</b> Числовая последовательность и ее предел. Предел функции на бесконечности и в точке. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точки разрыва первого и второго рода.	2	1,2,3
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 3.</b> Решение задачи по темам «Первый и второй замечательные пределы», «Точки разрыва первого и второго рода», «Числовая последовательность и ее предел».	4	
<b>Раздел 3.</b> <b>Дифференциальное исчисление</b>		<b>22</b>	
<b>Тема 3.1</b> Производная функции	<b>Содержание учебного материала</b> Определение производной. Геометрический смысл производной.	2	1,2,3
	Механический смысл производной. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков.	4	
	<b>Практическое занятие № 4.</b> Решение задач по производным основных элементарных функций.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 4.</b> Решение задач на темы «Производные высших порядков», «Геометрический смысл производной», «Механический смысл производной».	4	
<b>Тема 3.2.</b> Приложение производной	<b>Содержание учебного материала</b> Исследование функции с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функции.	2	1,2,3
	Асимптоты. Исследование функций.	2	
	<b>Практическое занятие № 5.</b> Нахождение производных. Составление уравнения касательной к графику функций. Исследование функций при помощи производных.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 5.</b> Решение задачи по теме «Исследование функций».	4	
<b>Раздел 4.</b> <b>Интегральное исчисление</b>		<b>18</b>	
<b>Тема 4.1.</b> Неопределённый интеграл	<b>Содержание учебного материала</b> Первообразная и интеграл. Основные методы интегрирования.	2	1,2,3
	Интегрирование дробно-рациональных функций.	2	
	<b>Практическое занятие № 6.</b> Вычисление неопределенных интегралов.	2	

<b>Тема 4.2.</b> Определённый интеграл	<b>Содержание учебного материала</b> Задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.	2	1,2,3
	Формула Ньютона- Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Вычисление площади.	4	
	<b>Практическое занятие № 7.</b> Вычисление определенных интегралов, площади фигуры при помощи определенного интеграла, нахождение длины пути по данной скорости.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 6.</b> Решение задач по вычислению определенных интегралов.	4	
<b>Раздел 5.</b> <b>Комплексные числа</b>		<b>10</b>	
<b>Тема 5.1.</b> Комплексные числа	<b>Содержание учебного материала</b> Определение комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.	2	1,2,3
	Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргументы комплексного числа.	4	
	<b>Практическое занятие № 8.</b> Решение задачи по темам «Арифметические операции над комплексными числами», « Модуль и аргументы комплексного числа».	4	
<b>Раздел 6.</b> <b>Теория вероятностей и математическая статистика</b>		<b>12</b>	
<b>Тема 6.1.</b> Теория вероятностей	<b>Содержание учебного материала</b> Случайные события и их вероятность. Формулы сложения и умножения вероятностей.	2	1,2,3
	Формула полной вероятности, формула Байеса.	2	
	Случайная величина и ее закон распределения, основные характеристики распределения случайных величин.	2	
	<b>Практическое занятие № 9.</b> Вычисление вероятностей случайных событий.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 7.</b> Решение задачи по теме размещения, перестановки.	4	
<b>Раздел 7.</b> <b>Дискретная математика</b>		<b>8</b>	

<b>Тема 7.1.</b> Дискретная математика	<b>Содержание учебного материала</b> Предмет дискретной математики.	2	1,2,3
	Место и роль дискретной математики в системе математических наук и в решении задач, связанных с обеспечением информационной безопасности.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 8.</b> Решение задачи по теме Место и роль дискретной математики.	4	
<b>Раздел 8.</b> <b>Прикладные задачи в области профессиональной деятельности</b>		<b>10</b>	
<b>Тема 8.1.</b> Прикладные задачи в области профессиональной деятельности	<b>Содержание учебного материала</b> Прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	4	1,2,3
	<b>Самостоятельная работа обучающихся № 9.</b> Выполнение расчётно-графической работы «Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности».	6	
<b>Всего:</b>		<b>114</b>	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

- 1 – **ознакомительный** (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
- 2 – **репродуктивный** (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
- 3 – **продуктивный** (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

## Содержание самостоятельной работы

### Раздел 1. Линейная алгебра

#### Тема 1.2. Системы линейных уравнений

##### Самостоятельная работа обучающихся № 1.

Решение СЛУ по формулам Крамера. Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными. Решение определенные и неопределенные СЛУ

Объем учебного времени: 4 часа.

Цель самостоятельной работы: обобщить, систематизировать, закрепить знания, полученные на теоретическом и практическом занятиях.

В результате изучения темы обучающийся должен:

**знать:**

- определения и смысл используемых терминов;

**уметь:**

- доказать теоремы;

- вывести формулы;

- решать уравнения.

#### Содержание заданий:

##### 1 Проработать лекционный материал:

вначале внимательно прочтите определения и осознайте смысл используемых терминов; затем прочтите формулировки теорем, которые задают свойства изучаемых объектов разберите доказательства теорем и выводы формул в завершение, прочтите теоретический материал еще раз, чтобы убедиться, что он освоен.

##### 2 Пройти тестирование на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru):

выберете в режиме «Самообучение» тему «Основы линейной алгебры» и решите тест; закрепите материал в режиме «Самоконтроль»;

пройдите контрольное тестирование по логинам и паролям, выданным преподавателем

##### 3 Выполнить домашнее задание по разделу «Основы линейной алгебры»:

выполнить свой вариант, соответствующий номеру в журнале.

№1 Решить уравнение

$$1) \begin{vmatrix} 2x & 3 & -1 \\ 4 & x & 2 \\ 12 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$2) \begin{vmatrix} 7 & 2-x & 3 \\ x & -1 & 2 \\ 11 & -2 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$3) \begin{vmatrix} 5-x & x & 1 \\ 2 & x+3 & -1 \\ 4 & 9 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$4) \begin{vmatrix} 2 & x+1 & -3 \\ 3-x & 3 & x \\ 9 & 8 & -9 \end{vmatrix} = 0$$

$$5) \begin{vmatrix} 14 & 8 & -5 \\ 4 & -x & 1 \\ 2x+1 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$6) \begin{vmatrix} 11 & 4 & 11 \\ -1 & x+1 & 3 \\ x+7 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$7) \begin{vmatrix} 14 & 8 & -5 \\ 4 & -x & 1 \\ 2x+1 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$8) \begin{vmatrix} 5 & x-3 & x+4 \\ x & 4 & -1 \\ 12 & -14 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$9) \begin{vmatrix} 5 & x+1 & 2 \\ 7 & -1 & x-2 \\ 3 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$10) \begin{vmatrix} 16 & 3 & 17 \\ -4 & x & 7 \\ x+5 & -1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$11) \begin{vmatrix} 3 & x & 0 \\ x+1 & 5 & 7-x \\ 9 & 12 & 10 \end{vmatrix} = 0$$

$$12) \begin{vmatrix} -13 & 7 & 12 \\ -3 & x & 4 \\ 5-2x & 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$$

$$13) \begin{vmatrix} x+3 & x-1 & 0 \\ 2x & 3 & 5-x \\ 18 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad 14) \begin{vmatrix} -22 & 19 & 14 \\ x+3 & 4 & 1-x \\ 2x+1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0 \quad 15) \begin{vmatrix} x+4 & -3 & 11 \\ 2x-1 & x & -4 \\ 16 & -8 & 29 \end{vmatrix} = 0$$

$$16) \begin{vmatrix} x+5 & 1-x & 7 \\ x & 4 & 0 \\ 7 & 13 & 21 \end{vmatrix} = 0 \quad 17) \begin{vmatrix} 5 & 2x+3 & -1 \\ x & 4 & 5 \\ 11 & 19 & 14 \end{vmatrix} = 0 \quad 18) \begin{vmatrix} 5-2x & 1 & -4 \\ 7 & x+1 & 3 \\ 3x-1 & 11 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$19) \begin{vmatrix} 2+x & -1 & 4 \\ 5 & x+4 & x \\ 15 & 5 & 11 \end{vmatrix} = 0 \quad 20) \begin{vmatrix} 4 & x+3 & -5 \\ x+3 & -4 & x \\ 14 & -7 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

2. В вариантах 1-10 найти матрицу  $C = (mA + nB)(mB + nA)$  и обратную матрицу  $A^{-1}$ .

В вариантах 11-20 найти матрицу  $C = sA^{-1}B + BA$

$$1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -3 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 6 & 1 & 7 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}, m = 3, n = -4$$

$$2 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 4 & -3 & 7 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 6 & -2 \\ 6 & 4 & -1 \end{pmatrix}, m = 5, n = -2$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 4 & -5 & 7 \\ 8 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 2 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, m = -4, n = 3$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 9 & -5 & 3 \end{pmatrix}, m = 6, n = -2$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \\ 7 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 4 \\ 5 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, m = -2, n = 4$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 6 \\ 0 & 9 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, m = -3, n = 5$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 4 & -5 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 9 \\ 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}, m = 6, n = 2$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \\ -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}, m = -4, n = 2$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -4 \\ 1 & 5 & 7 \\ -3 & 2 & 6 \end{pmatrix}, m = 2, n = -3$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & 7 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}, m = 5, n = 2$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, s = 7$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}, s = 62;$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, s = 9$$

$$14. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, s = 29$$

$$15. A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, s = -14$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}, s = -16$$

$$17. A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, s = -6$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, s = -14$$

$$19 \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}, s = -18$$

$$20 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, s = 12$$

№ 3. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) методом Крамера; 2) с помощью обратной матрицы.

$$1. \begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ 2x + y - 3z = 1, \\ 3x + 4y - z = 10. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x + 2y - 2z = -1, \\ 2x + y - 3z = -7, \\ x + 3y + z = 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - y + 3z = 16, \\ x - 2y + z = 7, \\ -x + 3y + 2z = -1. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - 4y + 2z = -8, \\ -3x + y - z = -4, \\ x - 2y + z = -3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - 2y - 2z = -1, \\ 2x - y - z = 4, \\ 3x + 3y + z = 13. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -2x + y + z = 5, \\ x - 2y - 3z = -4, \\ 5x - y + 2z = -11. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 4y - z = 11, \\ 2x - 3y + z = -3, \\ x - 3y - 3z = -1. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 2, \\ -x + 4y - z = -14, \\ 3x - y + 2z = 19. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x + 2y - 5z = -12, \\ 2x - y + 3z = 5, \\ x + 4y + 4z = 19. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ 5x + 2y + z = 15, \\ x - 3y + 2z = 10. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 5x_2 = -3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x - y + z = 4 \\ 2x - 5y - 3z = -17 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -x + 2y - z = 4 \\ -2x + 3y + 4z = 11 \\ 4x + 3y - 2z = 11 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29 \\ 3x + 3y + z = 10 \end{cases}$$

№ 4. Решить систему методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \\ 8x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 7x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = 5 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3 \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases} \quad 11. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 11x_4 = -13 \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 10x_4 = -11 \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -8 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 13x_4 = -14 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} -4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 7 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = -2 \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 9x_4 = 7 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 5 \end{cases} \quad 16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -3 \\ 4x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 10x_4 = -11 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -8 \end{cases} \quad 18. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 9x_4 = 7 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 7x_4 = 3 \end{cases} \quad 19. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 11x_4 = -13 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 8 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -8 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 13x_4 = -14 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases} \quad 21. \begin{cases} -4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 7 \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 + 8x_4 = 5 \end{cases} \quad 22. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 5 \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 7x_4 = 3 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -3 \\ 4x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 10x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 8 \end{cases} \quad 24. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -3 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -8 \end{cases} \quad 26. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 9x_4 = 7 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 7 \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 + 8x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

**Требования к результатам работы:** решённый тест, выполненное индивидуальное домашнее задание по данной теме

**Форма контроля:** письменная работа, работа на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)

**Критерии оценки:**

*Критерии оценки теста:*

оценка 5 (отлично) ставится, если выполнено 90 - 100 % заданий;  
оценка 4 (хорошо) ставится, если выполнено 70 - 89 % заданий;  
оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если выполнено 50 – 69 % заданий;  
оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если выполнено менее 50 % заданий.

*Критерии оценки индивидуального домашнего задания*

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок  
оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

### **Список рекомендуемой литературы:**

1 . Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Протасов Ю.М. - М.: ФЛИНТА, 2017. – 168 с. – Режим доступа-

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976509566.html>

2. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : матрицы и системы уравнений [Электронный ресурс] / Шерстов С.В. - М.: МИСиС, 2015. -17 с. – Режим доступа -

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876239709.html>

### **Дополнительные источники:**

1. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
2. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.
3. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.

## **Раздел 2. Основные понятия и методы математического анализа**

### **Тема 2.1. Функция**

#### **Самостоятельная работа обучающихся № 2.**

**Изучение материала по учебно-методической литературе, выполнение домашних заданий по теме «Функция»**

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** повторить понятия: область определения функции, множество значений, способы задания функции, преобразования графиков функций.

В результате изучения темы студент должен

**знать:**

- определение числовой функции, способы её задания;

**уметь:**

- находить область определения функции;
- строить графики изученных функций.

### ***Краткий теоретический материал***

**Область определения и множество значений функции**

1. Соответствие между множествами  $X$  и  $Y$  будет функцией, если каждому элементу множества  $X$  соответствует один и только один элемент множества  $Y$ .

Множество  $X$  называют областью определения функции  $f$ . Тот факт, что  $x$  отображается на  $\frac{1}{x}$ , записывают так:

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Будем рассматривать функции, у которых область определения и множество значений состоят из действительных чисел. Такие функции называются числовыми. Например,  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = 2x + 3$  и т.д.

Обозначения:  $D(f)$  – область определения функции,  $E(f)$  – множество значений функции.

Часто, задавая функцию  $f$ , область её определения явно не указывают.

### Способы задания функции

I. Аналитический:

$$y = ax^2, y = \frac{1}{x^2}, y = \frac{2x+1}{3x-2}, S = \frac{gt^2}{2}, f(x) = 2x^2 - 3x + 1.$$

II. Графический (задается график функции)

Множество точек плоскости  $(x, f(x))$  называется графиком функции  $y=f(x)$ .

III. Табличный:

$x$	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
$y$	9	4	1	0	1	4	9	16

IV. Словесный (дается словесное описание функции).

### Задание для самостоятельной работы

Подготовка сообщения об использовании функциональных зависимостей и графиков функций при изучении физики и химии.

#### Структура сообщения:

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

#### Критерии оценки доклада.

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

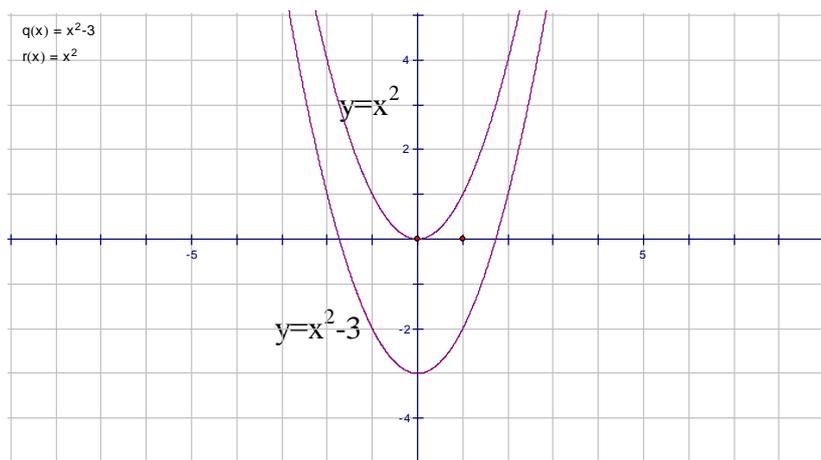
Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема доклада не раскрыта.

## Преобразования графиков функций

1. Для построения графика функции  $f(x)+b$ , где  $b$  – постоянное число, надо перенести график  $f$  на вектор  $(0;b)$  вдоль оси ординат.

**Пример 1.** Построить график функции:  $y = x^2 - 3$ .



Построение осуществляется переносом параболы  $y = x^2$  на вектор  $(0;-3)$ , т. е. вниз по оси  $Oy$ .

2. Для построения графика функции  $y = kf(x)$  надо растянуть график функции  $y = f(x)$  в  $k$  раз вдоль оси ординат.

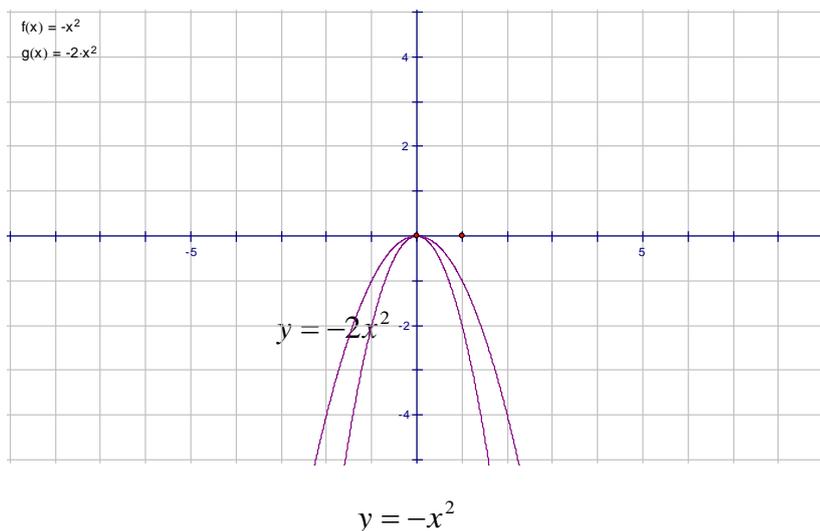
**Пример 2.** Построить график функции  $y = -2x^2$

**Замечание.** Если  $0 < |k| < 1$ , то растяжение с коэффициентом  $k$  часто называют *сжатием*.

Например, растяжение с коэффициентом  $\frac{1}{2}$  называют сжатием в 2 раза.

Отметим также, что если  $k < 0$ , то для построения графика функции  $y = kf(x)$  надо сначала растянуть график  $f$  в  $|k|$  раз вдоль оси ординат, а затем отразить его симметрично относительно оси абсцисс.

Построение осуществляется из графика функции  $y = x^2$  растяжением в 2 раза вдоль оси ординат, затем отображением симметрично относительно оси абсцисс.

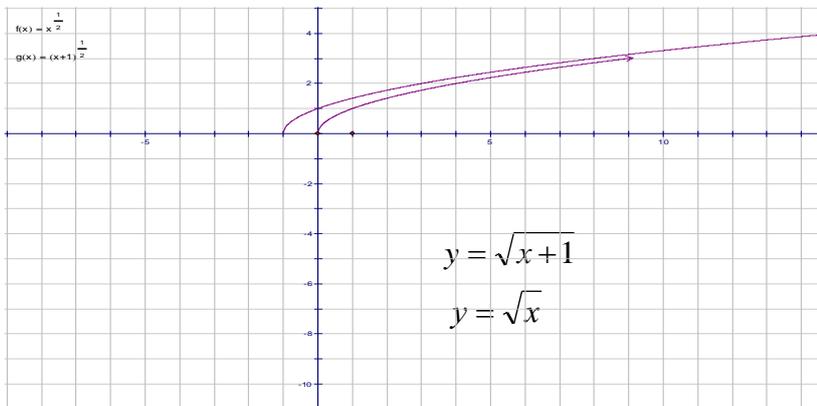


**3. График функции  $y = f(x - a)$  получается из графика  $f$  переносом (вдоль оси абсцисс) на вектор  $(a; 0)$ .**

Обратите внимание: если  $a > 0$ , то вектор  $(a; 0)$  направлен в положительном направлении оси абсцисс, а при  $a < 0$  – в отрицательном.

**Пример 3.** Построить график функции  $y = \sqrt{x + 1}$ .

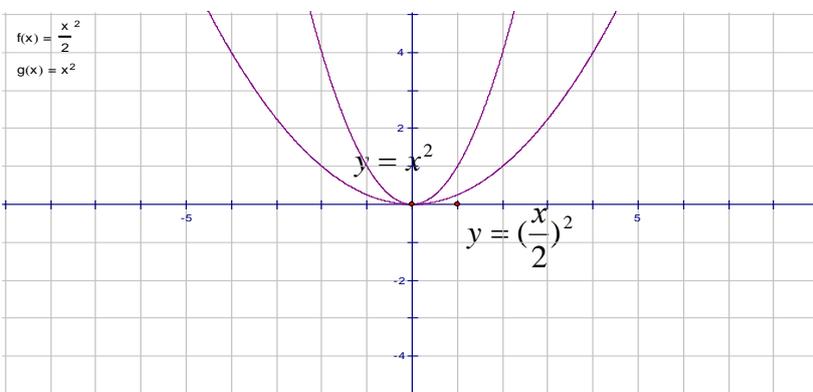
Построение графика функции  $y = \sqrt{x + 1}$  осуществляется переносом графика функции  $y = \sqrt{x}$  на вектор  $(-1; 0)$  влево.



**4. Для построения графика функции  $y = f\left(\frac{x}{k}\right)$  надо подвергнуть график функции  $f$  растяжению с коэффициентом  $k$  вдоль оси абсцисс.**

**Пример 4.** Построить график функции  $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$ .

Построение осуществляется из графика функции  $y = x^2$  растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс.



**Задания для самостоятельной работы**

**Оформить альбом “Свойства и графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков функций”.**

**Структура альбома:**

- титульный лист;
- введение;

- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

### Требования.

Основная часть должна содержать:

1). Определения, свойства и графики следующих функций:

- прямая пропорциональность  $y = kx$ ;
- обратная пропорциональность  $y = \frac{k}{x}$ ;
- линейная функция  $y = ax + b$ ;
- функция, заданная формулой  $y = ax^2 + bx + c$ ;
- функция, заданная формулой  $y = ax^3$ ;
- функция, заданная формулой  $y = \sqrt{x}$ ;
- функция, заданная формулой  $y = x^n$ .

2). Построение графиков функций в одной системе координат:

$$a) y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{x} + 3, y = \frac{1}{x-3};$$

$$b) y = -x^2, y = 5 - x^2, y = -(x-1)^2.$$

3) Построение графиков функций в разных системах координат:

$$a) y = \frac{1}{x-2};$$

$$b) y = (x-1)^2 - 4;$$

$$в) y = 2 + \frac{1}{x}.$$

### Методические рекомендации.

Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).
5. Координаты пересечения графика функции с осью  $Ox$ .
6. Координаты пересечения графика функции с осью  $Oy$ .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.
14. Максимумы функции.

**Требования к результатам работы:** сроки выполнения задания - 10–14 дней с момента выдачи задания. Ориентированный объем работы - 8-10 листов формата А 4, оформленных машинописным способом 14 шрифтом.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки:**

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объеме;

- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объеме, но могут быть незначительные помарки;

- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объем;

- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;

- нарушены сроки и ориентированный объем;

- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

**Дополнительные источники:**

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)
3. Гусев В.А. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / В.А. Гусев, С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина. – М.: Издательский центр «Академия», 2012 – 384 с.
4. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
5. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

**Раздел 2. Основные понятия и методы математического анализа**

**Тема 2.2. Пределы и непрерывность**

**Самостоятельная работа обучающихся № 3.**

**Решение задач по темам «Первый и второй замечательные пределы», «Точки разрыва первого и второго рода», «Числовая последовательность и ее предел»**

**Объем учебного времени:** 4 часа

**Цель самостоятельной работы:** обобщить, систематизировать, закрепить знания, полученные на теоретическом и практическом занятиях

В результате изучения темы обучающийся должен:

**знать:**

- определения и смысл используемых терминов;
- формулировки теорем

**уметь:**

- доказать теоремы;
- вывести формулы;
- решать примеры по теме.

**Содержание заданий:****1 Проработать лекционный материал:**

- ✓ вначале внимательно прочтите определения и осознайте смысл используемых терминов;
- ✓ затем прочтите формулировки теорем, которые задают свойства изучаемых объектов
- ✓ разберите доказательства теорем и выводы формул
- ✓ в завершение, прочтите теоретический материал еще раз, чтобы убедиться, что он освоен.

**2 Пройти тестирование на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru):**

- ✓ выберете в режиме «Самообучение» тему «Теория пределов» и решите тест;
- ✓ закрепите материал в режиме «Самоконтроль»;
- ✓ пройдите «Контрольное тестирование» по логинам и паролям, выданным преподавателем

**3 Выполнить домашнее задание по теме «Теория пределов функций»:**

- ✓ выполнить свой вариант, соответствующий номеру в журнале. Работу сделать на отдельных листочках, срок выполнения – неделя.

## Вариант 1

1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}$

2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+1}}$

3  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3-5})n\sqrt{n}$

4  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}$

5  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$

6  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$

## Вариант 2

1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 + (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}$

2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3+1} - \sqrt{n-1}}$

3  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)} - \sqrt{n^4-9})$

4  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+2}{2n^2+1} \right)^{n^2}$

5  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$

6  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

## Вариант 3

1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}$

2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+n+1} - n}$

3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5-8} - n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}$

4  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1} \right)^{-n+1}$

5  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^3) - (1+3x)}{x+x^5}$

6  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}$

Вариант 4

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} + \sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[3]{n-n}} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{4-n^3})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{n/2} \quad 5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}$$

Вариант 5

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[5]{n} + \sqrt[3]{125n^3+n}}{(n + \sqrt[4]{n})\sqrt{9+n^2}} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{4-n^3})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1} \quad 5 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$$

Вариант 6

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{4n^4+1} - \sqrt[3]{n^4-1}} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2-2n+3})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2} \quad 5 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$$

Вариант 7

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5} \quad 5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$$

Вариант 8

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5+1}}{\sqrt{4n^6+3} - n} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt{n(n^4-1)} - \sqrt{n^5-8})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2} \quad 5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$$

Вариант 9

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3} \quad 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[5]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7} - n} \quad 3 \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[3]{5+8n^3} - 2n)$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3} \right)^n \quad 5 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2} \quad 6 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

Вариант 10

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \sqrt{3n+1} + \sqrt{81n^4 - n^2} + 1}{(n + \sqrt[3]{n}) \sqrt{5-n+n^2}}$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3})$$

$$5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$$

Вариант 11

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^2 + (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2-3}}{\sqrt[3]{n^5-4} - \sqrt[4]{n^4+1}}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2 + 3n - 1}{5n^2 + 3n + 3} \right)^n$$

$$5 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}$$

Вариант 12

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+3} - \sqrt{n-3}}{\sqrt[5]{n^5+3} + \sqrt{n-3}}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}$$

Вариант 13

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8} + 1}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+3n-2} - \sqrt{n^2-3})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 7n - 1}{2n^2 + 3n - 1} \right)^{-n^3}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$$

Вариант 14

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3+4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5+n}}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2+x} - \sqrt{2x}}$$

Вариант 15

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{7n} - \sqrt[4]{81n^8} - 1}{(n+4\sqrt{n}) \sqrt{n^2-5}}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5+9)} - \sqrt{(n^4-1)(n^2+5)}}{n}$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^3}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3+x} - \sqrt{2x}}$$

**Требования к результатам работы:** решённый тест, выполненное индивидуальное домашнее задание по данной теме

**Форма контроля:** письменная работа, работа на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)

**Критерии оценки:**

*Критерии оценки теста:*

оценка 5 (отлично) ставится, если выполнено 90 - 100 % заданий;

оценка 4 (хорошо) ставится, если выполнено 70 - 89 % заданий;

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если выполнено 50 – 69 % заданий;

оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если выполнено менее 50 % заданий.

*Критерии оценки индивидуального домашнего задания*

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок

оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

**Дополнительные источники:**

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)
3. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
4. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление**

#### **Тема 3.1 Производная функции**

##### **Самостоятельная работа обучающихся № 4.**

**Решение задач на темы «Производные высших порядков», «Геометрический смысл производной», «Механический смысл производной»**

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** обобщить, систематизировать, закрепить знания, полученные на теоретическом и практическом занятиях

В результате изучения темы обучающийся должен:

**знать:**

- определения и смысл используемых терминов;
- формулировки теорем

**уметь:**

- доказать теоремы;
- вывести формулы;
- решать примеры по теме.

## Содержание заданий:

### 1 Проработать лекционный материал:

вначале внимательно прочтите определения и осознайте смысл используемых терминов; затем прочтите формулировки теорем, которые задают свойства изучаемых объектов разберите доказательства теорем и выводы формул в завершение, прочтите теоретический материал еще раз, чтобы убедиться, что он освоен.

### 2 Пройти тестирование на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru):

выберете в режиме «Самообучение» тему «Дифференциальное исчисление» и решите тест;

закрепите материал в режиме «Самоконтроль»;

пройдите «Контрольное тестирование» по логинам и паролям, выданным преподавателем

### 3 Выполнить домашнее задание по разделу «Дифференциальное исчисление»:

выполнить свой вариант, соответствующий номеру в журнале. Работу сделать на отдельных листочках, срок выполнения – неделя.

№ 1 Найти производные данных функций:

- |    |  |  |  |
|----|--|--|--|
| 1  | a) $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$ ;     | б) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$ ;    | в) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ;                         |
| 2  | a) $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$ ;            | б) $y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$ ;       | в) $y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$                      |
| 3  | a) $y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1-x^3}}$ ;    | б) $y = \frac{e^{x^3}}{1+x^3}$ ;                                 | в) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln(2 + \sqrt{x})$ ;                |
| 4  | a) $y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}$ ;          | б) $y = x + \frac{8}{1+e^{x/4}}$ ;                               | в) $y = \ln^2(x + \cos x)$ ;                             |
| 5  | a) $y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}$ ;         | б) $y = \frac{e^{x^2}}{1+x^2}$ ;                                 | в) $y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}$ ;                         |
| 6  | a) $y = \frac{x^6 + 8x^3 - 128}{\sqrt{8-x^3}}$ ; | б) $y = \operatorname{arctg}(e^x - e^{-x})$ ;                    | в) $y = \ln \arccos \sqrt{1-e^{4x}}$ ;                   |
| 7  | a) $y = 3 \frac{\sqrt[3]{x^2+x+1}}{x+1}$ ;       | б) $y = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{1+2^x}{1-2^x}$ ;               | в) $y = \ln \left( \arccos \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ ; |
| 8  | a) $y = \frac{x^2+2}{2\sqrt{1-x^4}}$ ;           | б) $y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x}+1) - 2\operatorname{arctg} e^x$ ; | в) $y = \ln^3(1+\cos x)$ ;                               |
| 9  | a) $y = \frac{3x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+2}}$ ;      | б) $y = e^{\sin x} \left( x - \frac{1}{\cos x} \right)$ ;        | в) $y = \log_3 \frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$ ;                 |
| 10 | a) $y = \frac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$ ;          | б) $y = x + \frac{1}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$ ;                      | в) $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$ ;                     |
| 11 | a) $y = \frac{3x+1}{\cos 2x}$ ;                  | б) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\sin 2x+x}$ ;                 | в) $y = 3^{\cos^2 x}$ ;                                  |
| 12 | a) $y = \frac{1-2x}{\operatorname{tg} 3x}$ ;     | б) $y = \arccos^2(\sqrt{x+1}+x)$ ;                               | в) $y = \frac{4 \ln x}{1-\ln x}$ ;                       |

- 13 а)  $y = \frac{\operatorname{arccctg} \sqrt{x}}{2x+1}$ , б)  $y = \operatorname{ctg}^4(\log_2 \cos 3x)$ ; в)  $y = x \cdot e^{-x}$ ;
- 14 а)  $y = \frac{\sin 2x}{\sqrt{2x+1}}$ , б)  $y = \ln^2(x \cos^2 \sqrt{x})$ ; в)  $y = \arcsin(\operatorname{tg} x)$ ;
- 15 а)  $y = \frac{(2x+1)^2}{\arccos \sqrt{x}}$ , б)  $y = \operatorname{arctg}^3(x + \sqrt{\ln x})$ ; в)  $y = 5^{\arcsin \sqrt{3x}}$ ;

№ 2 Провести полное исследование функций и построить их график (вариант называет преподаватель):

- 1 а)  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ ; б)  $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ ;
- 2 а)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ ; б)  $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$ ;
- 3 а)  $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$ ; б)  $y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}$ ;
- 4 а)  $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$ ; б)  $y = \frac{1}{x^4 - 1}$ ;

**Требования к результатам работы:** решённый тест, выполненное индивидуальное домашнее задание по данной теме

**Форма контроля:** письменная работа, работа на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)

**Критерии оценки:**

*Критерии оценки теста:*

оценка 5 (отлично) ставится, если выполнено 90 - 100 % заданий;

оценка 4 (хорошо) ставится, если выполнено 70 - 89 % заданий;

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если выполнено 50 – 69 % заданий;

оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если выполнено менее 50 % заданий.

*Критерии оценки индивидуального домашнего задания*

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок

оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

**Дополнительные источники:**

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)
3. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.

4. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление**

#### **Тема 3.2. Приложение производной**

#### **Самостоятельная работа обучающихся № 5.**

#### **Решение задачи по теме «Исследование функций»**

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** обобщение, систематизация, закрепление знаний о числовых функциях, простейших преобразованиях графиков функций; формирование умений по определению значений функции по значению аргумента, нахождению области определения функции, построению графиков функций, применению геометрических преобразований при построении графиков.

Требования к знаниям и умениям студентов:

**знать:**

- определение числовой функции, способы её задания;
- простейшие преобразования графиков функций.

**уметь:**

- находить область определения функции;
- определять значение функции по значению аргумента;
- строить графики изученных функций;
- применять геометрические преобразования (сдвиг и симметрию) при изучении графиков.

#### **Содержание заданий:**

1. Прочитайте п.3, стр. 21 – 27. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2008.– 383с.

2. Выполните задания №№ 40 – 49(а, б) стр. 28– 30. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2008.– 383с.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

#### **Критерии оценки:**

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок  
оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

#### **Дополнительные источники:**

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)
3. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
4. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.
5. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2008.– 383с.

## Раздел 4. Интегральное исчисление

### Тема 4.2. Определённый интеграл

#### Самостоятельная работа обучающихся № 6.

#### Решение задач по вычислению определенных интегралов

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** обобщить, систематизировать, закрепить знания, полученные на теоретическом и практическом занятиях

В результате изучения темы обучающийся должен:

**знать:**

- определения и смысл используемых терминов;
- формулировки теорем

**уметь:**

- доказать теоремы;
- вывести формулы;
- решать примеры по теме.

#### Содержание заданий:

##### 1 Проработать лекционный материал:

- ✓ вначале внимательно прочтите определения и осознайте смысл используемых терминов;
- ✓ затем прочтите формулировки теорем, которые задают свойства изучаемых объектов
- ✓ разберите доказательства теорем и выводы формул
- ✓ в завершение, прочтите теоретический материал еще раз, чтобы убедиться, что он освоен.

##### 2 Пройти тест на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru):

- ✓ выберете в режиме «Самообучение» тему «Интегральное исчисление» и решите тест;
- ✓ закрепите материал в режиме «Самоконтроль»;
- ✓ пройдите контрольное тестирование по логинам и паролям, выданным преподавателем

##### 3 Выполнить домашнее задание по разделу «Интегральное исчисление»:

- ✓ выполнить свой вариант, соответствующий номеру в журнале. Работу сделать на отдельных листочках, срок выполнения – неделя.

**Задача 1** а) найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям;

б) найти неопределенные интегралы методом подстановки

$$1.1 \text{ а) } \int (4-3x)e^{-3x} dx, \quad \text{б) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4-\sin^2 x}}, \quad (t = \sin x)$$

1.2 a) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x-1} dx,$	б) $\int \frac{dx}{\sin^2 x (\operatorname{ctg}^2 x + 9)}, \quad (t = \operatorname{ctg} x)$
1.3 a) $\int (3x+4)e^{3x} dx,$	б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}, \quad (t = \ln x)$
1.4 a) $\int (4x-2)\cos 2x dx,$	б) $\int e^{2x} \sqrt{1-e^{2x}} dx, \quad (t = \sqrt{1-e^{2x}})$
1.5 a) $\int (4-16x)\sin 4x dx,$	б) $\int \frac{\arccos^2 3x dx}{\sqrt{1-9x^2}}, \quad (t = \arccos 3x)$
1.6 a) $\int (5x-2)e^{3x} dx,$	б) $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx, \quad (t = \sqrt{e^x-1})$
1.7 a) $\int (1-6x)e^{2x} dx,$	б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}, \quad (t = \frac{1}{x})$
1.8 a) $\int \ln(x^2+4) dx,$	б) $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx, \quad (t = \frac{1}{x})$
1.9 a) $\int \ln(4x^2+1) dx,$	б) $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{1-4^x}}, \quad (t = 2^x)$
1.10 a) $\int (2-4x)\sin 2x dx,$	б) $\int \frac{2x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (t = \arcsin x)$
1.11 a) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{6x-1} dx,$	б) $\int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx; \quad (t = 2 + \ln(x-1))$
1.12 a) $\int (4x-3)e^{-2x} dx,$	б) $\int \frac{x + \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx; \quad (\text{ПОДЕЛИТЬ ПОЧЛЕННО, } t_1 = 1+x^2, t_2 = \operatorname{arctg} 2x)$
1.13 a) $\int (2-9x)e^{-3x} dx,$	б) $\int \frac{1 - \sqrt{2 + \ln x}}{x} dx; \quad (t = \sqrt{2 + \ln x})$
1.14 a) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} dx,$	б) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x+2}} dx; \quad (t = e^x)$
1.15 a) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x-1} dx,$	б) $\int \frac{(\arcsin x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad (t = \arcsin x)$
1.16 a) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{5x-1} dx,$	б) $\int \frac{x^2-1}{(x^3-3x+4)^2} dx; \quad (t = x^3-3x+4)$
1.17 a) $\int (5x+6)\cos 2x dx,$	б) $\int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^3} dx; \quad (t = x \sin x)$

$$1.18 \text{ a) } \int (3x-2) \cos 5x dx, \quad \text{б) } \int t g x \ln \cos x dx; (t = \ln \cos x)$$

$$1.19 \text{ a) } \int (x\sqrt{2}-3) \cos 2x dx, \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1-x^2}}; (t = \arcsin x)$$

$$1.20 \text{ a) } \int (4x+7) \cos 3x dx, \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sin^2 x (3ctgx+1)}; (t = ctgx)$$

$$1.21 \text{ a) } \int (4-6x) \sin(4x+1) dx, \quad \text{б) } \int e^{-3x} \sqrt{1-e^{-3x}} dx, (t = \sqrt{1-e^{-3x}})$$

$$1.22 \text{ a) } \int (7x-3)e^{(3-2x)} dx, \quad \text{б) } \int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx (t = \sqrt{x})$$

$$1.23 \text{ a) } \int (4-5x)e^{(3-7x)} dx, \quad \text{б) } \int \frac{x - (\arctg x)^4}{1+x^2} dx \text{ (поделить почленно, } t_1 = \arctg x, t_2 = 1+x^2)$$

**Задача 2** Найти интегралы от дробно-рациональных функций:

$$1 \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx \quad 2 \int \frac{3x^3+1}{x^2-1} dx \quad 3 \int \frac{x^3-17}{x^2-4x+3} dx \quad 4 \int \frac{2x^3+5}{x^2-x-2} dx$$

$$5 \int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6} dx \quad 6 \int \frac{3x^3+25}{x^2+3x+2} dx \quad 7 \int \frac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx$$

$$8 \int \frac{3x^3+2x^2+1}{(x+2)(x-2)(x-1)} dx \quad 9 \int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx \quad 10 \int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)(x-2)} dx$$

$$11 \int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)x} dx \quad 12 \int \frac{4x^3+x^2+2}{x(x-1)(x-2)} dx \quad 13 \int \frac{3x^2-2}{x^3-x} dx \quad 14 \int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-2)x} dx$$

$$15 \int \frac{x^5-x^3+1}{x^2-x} dx \quad 16 \int \frac{x^5+3x^3-1}{x^2+x} dx \quad 17 \int \frac{2x^5-8x^3+3}{x^2-2x} dx \quad 18 \int \frac{3x^5-12x^3-7}{x^2+2x} dx$$

$$19 \int \frac{-x^5+9x^3+4}{x^2+3x} dx \quad 20 \int \frac{-x^5+25x^3+1}{x^2+5x} dx \quad 21 \int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx$$

$$22 \int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{(x-3)(x-1)x} dx \quad 23 \int \frac{2x^4-5x^2-8x-8}{x(x-2)(x+2)} dx$$

**Задача 3** Вычислить определённые интегралы

$$1 \int_{-2}^0 (x^2+5x+6) \cos 2x dx \quad 2 \int_{-2}^0 (x^2-4) \cos 3x dx \quad 3 \int_{-1}^0 (x^2+4x+3) \cos x dx$$

$$4 \int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x dx \quad 5 \int_{-4}^0 (x^2+7x+12) \cos x dx \quad 6 \int_0^{\pi} (2x^2+4x+7) \cos 2x dx$$

$$\begin{array}{lll}
7 \int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx & 8 \int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx & 9 \int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx \\
10 \int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx & 11 \int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx & 12 \int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx \\
13 \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx & 14 \int_0^3 (x^2 - 2x) \sin 2x dx & 15 \int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx \\
16 \int_0^{\pi/2} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx & 17 \int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx & 18 \int_0^{\pi/4} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx \\
19 \int_0^{\pi/2} (1 - 5x^2) \sin x dx & 20 \int_{\pi/4}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx & 21 \text{ а) } \int_1^2 x \ln^2 x dx \\
22 \int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}} & 23 \text{ а) } \int_1^8 \frac{\ln^2 x dx}{3\sqrt{x^2}} &
\end{array}$$

**Задача 4** Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$\begin{array}{ll}
1 \ y = (x-2)^3, \ y = 4x-8. & 2 \ y = x\sqrt{9-x^2}, \ y = 0, \ (0 \leq x \leq 3). \\
3 \ y = 4-x^2, \ y = x^2-2x. & 4 \ y = \sin x \cos^2 x, \ y = 0, \ (0 \leq x \leq \pi/2). \\
5 \ y = \sqrt{4-x^2}, \ y = 0, \ x = 0, \ x = 1. & 6 \ y = x^2\sqrt{4-x^2}, \ y = 0, \ (0 \leq x \leq 2). \\
7 \ y = \cos x \sin^2 x, \ y = 0, \ (0 \leq x \leq \pi/2). & 8 \ y = \sqrt{e^x-1}, \ y = 0, \ x = \ln 2. \\
9 \ y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, \ y = 0, \ x = 1, \ x = e^3. & 10 \ y = \arccos x, \ y = 0, \ x = 0. \\
11 \ y = (x+1)^2, \ y^2 = x+1. & 12 \ y = 2x-x^2+3, \ y = x^2-4x+3. \\
13 \ y = x\sqrt{36-x^2}, \ y = 0 \ (0 \leq x \leq 6). & 14 \ y = \arccos y, \ x = 0, \ y = 0. \\
15 \ y = x \arctg x, \ y = 0, \ x = \sqrt{3}. & 16 \ y = x^2\sqrt{8-x^2}, \ y = 0 \ (0 \leq x \leq 2\sqrt{2}). \\
17 \ y = \sqrt{e^y-1}, \ x = 0, \ y = \ln 2. & 18 \ y = x\sqrt{4-x^2}, \ y = 0 \ (0 \leq x \leq 2). \\
19 \ y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, \ y = 0, \ x = 1. & 20 \ y = \frac{1}{1+\cos x}, \ y = 0, \ x = \pi/2, \ x = -\pi/2. \\
21 \ x = (y-2)^3, \ x = 4y-8. & 22 \ y = \cos^5 x \sin 2x, \ y = 0, \ (0 \leq x \leq \pi/2). \\
23 \ y = \frac{x}{(x^2+1)^2}, \ y = 0, \ x = 1. &
\end{array}$$

**Требования к результатам работы:** решённый тест, выполненное индивидуальное домашнее задание по данной теме

**Форма контроля:** письменная работа, работа на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)

**Критерии оценки:**

*Критерии оценки теста:*

оценка 5 (отлично) ставится, если выполнено 90 - 100 % заданий;

оценка 4 (хорошо) ставится, если выполнено 70 - 89 % заданий;

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если выполнено 50 – 69 % заданий;

оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если выполнено менее 50 % заданий.

*Критерии оценки индивидуального домашнего задания*

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок

оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

**Дополнительные источники:**

6. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.

7. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)

8. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.

9. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.

10. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2008.– 383с.

## **Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика**

### **Тема 6.1. Теория вероятностей**

#### **Самостоятельная работа обучающихся № 7.**

#### **Решение задача по теме размещения, перестановки**

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях теории вероятностей; формирование умений применять формулы для вычисления вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

В результате изучения темы студент должен

**знать:**

- аксиоматическое и классическое определения вероятности;
- теоремы сложения и умножения вероятностей;
- формулу полной вероятности;

**уметь:**

• вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

Указание.

Рассмотрите пример решения задачи.

**Пример.** Стрелок производит 3 выстрела по мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности того, что в результате этих выстрелов окажется

- а) ни одного попадания;
- б) хотя бы одно попадание;
- в) ровно одно попадание;
- г) ровно три попадания.

Считать, что выстрелы производятся независимо друг от друга.

*Решение*

Заполним таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие из задачи.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие предложенному алгоритму
1	2	3
1.	Обозначить все события, указанные в задаче, и известные вероятности	$A_1$ – попал при 1-м выстреле; $P(A_1) = 0,9$ $A_2$ – попал при 2-м выстреле; $P(A_2) = 0,8$ $A_3$ – попал при 3-м выстреле; $P(A_3) = 0,7$ $B$ – ни одного попадания $C$ – хотя бы одно попадание $D$ – ровно одно попадание $E$ – ровно три попадания
1	2	3
2.	Установить связи между событиями	$B = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$ ; $C = \bar{B}$ ; $C = A_1 + A_2 + A_3$ ; $D = A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + A_2 \cdot \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_3 + A_3 \cdot \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2$ ; $E = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$
3.	Используя теоремы сложения и умножения вероятностей, а также формулу для вычисления противоположного события, вычислить требуемые вероятности	$P(B) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) =$ $= [1 - P(A_1)] \cdot [1 - P(A_2)] \cdot [1 - P(A_3)] = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,006$ . $P(C) = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,006 = 0,994$ . $P(D) = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) + P(A_2) \cdot P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_3) +$ $+ P(A_3) \cdot P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,3 +$ $+ 0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,2 = 0,092$ . $P(E) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504$ .

### Задания для самостоятельной работы

Решить самостоятельно следующие задачи:

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающих стандарту.

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найдите вероятность того, что все цифры различные.

3. Для повышения надёжности прибора он дублируется двумя такими же приборами. Надёжность (вероятность безотказной работы) каждого прибора равна 0,6. Определить надёжность системы, состоящей из этих трёх приборов.

4. В мастерской два мотора работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение дня первый мотор не потребует ремонта, равна 0,8, а для второго мотора эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что в течение дня

- а) ни один мотор не потребует ремонта;
- б) хотя бы один мотор потребует ремонта.

5. Два студента ищут нужную книгу в магазинах. Вероятность того, что книга будет найдена первым студентом равна 0,6, а вторым – 0,7. Какова вероятность того, что

- а) только один из студентов найдёт книгу?
- б) хотя бы один из них найдёт книгу?

### **Методические рекомендации.**

При выполнении задания используйте основные понятия теории вероятностей, теоремы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности и формулу Бернулли.

**Требования к результатам работы:** письменная работа, сроки выполнения задания 7 – 10 дней с момента выдачи задания.

**Форма контроля:** индивидуальный.

#### **Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

### Дополнительные источники:

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2000.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т.1-2. М., 1984.

## Раздел 7. Дискретная математика

### Тема 7.1. Дискретная математика

#### Самостоятельная работа обучающихся № 8.

#### Решение задач по теме Место и роль дискретной математики

**Объем учебного времени:** 4 часа.

**Цель самостоятельной работы:** научиться выполнять действия с множествами, находить их прямое произведение.

Студент должен:

**знать:** основные понятия теории множеств; числовые множества; способ задания множества с помощью характеристического свойства; операции над множествами; определения операций над множествами; определение прямого произведения множеств; формулы для нахождения числа перестановок из  $n$  элементов, числа сочетаний и числа размещений

**уметь:** устанавливать соотношения между числовыми множествами и исследовать числа на принадлежность числовым множествам; применять основные понятия теории множеств при решении задач и оформлении математических записей; различать конечные и бесконечные множества, читать характеристическое свойство множества; выполнять операции над множествами; применять определения операций над множествами при решении задач; находить прямое произведение множеств; применять формулы для нахождения числа перестановок из  $n$  элементов, числа сочетаний и числа размещений при решении задач

#### Содержание заданий и рекомендации по их выполнению

**Задача 1.** Изобразить множества

$A = \{x | x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 4\}$  и  $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 2 \leq x \leq 6\}$  на числовой прямой. Выполнить операции:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $\bar{A}$ ,  $A \times B$ . Записать результат каждой операции с указанием характеристического свойства.

*Решение.*

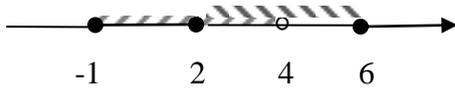
$$1) \quad \begin{aligned} A &= \{x | x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 4\} = [-1; 4) \\ B &= \{x | x \in \mathbb{R}, 2 \leq x \leq 6\} = [2; 6] \end{aligned}$$



Если изобразить множества  $A$  и  $B$  на числовой прямой, то объединение  $A \cup B$  есть часть оси, где имеется хотя бы одна штриховка, т.е.

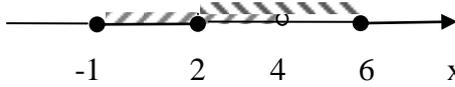
$$A \cup B = [-1; 6] = \{x | x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 6\}.$$

2) Пересечение множеств  $A \cap B$  есть часть оси, где есть двойная штриховка, т.е.



$$A \cap B = [2; 4) = \{x | x \in R, 2 \leq x < 4\}.$$

3) Разность  $A \setminus B$  есть часть множества  $A$ , отмеченная лишь одной штриховкой, т.е.



$$A \setminus B = [-1; 2) = \{x | x \in R, -1 \leq x < 2\}.$$

Точка  $x = 2 \in B$  и поэтому  $2 \notin A \setminus B$ .

4) Найдем  $\bar{A}$ , считая универсальным множеством всех действительных чисел, т.е.  $\bar{A} = R \setminus A$ .

Дополнение множества  $A$  есть часть оси, где нет штриховки, т.е.



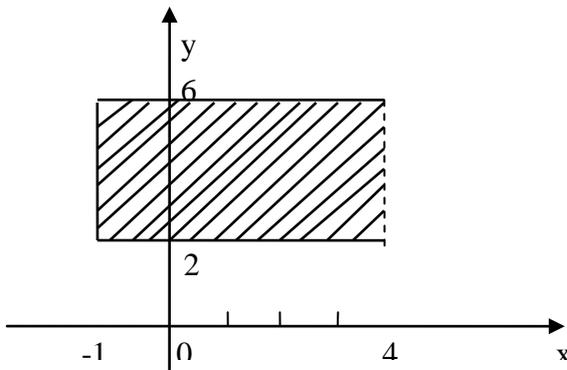
$$\bar{A} = (-\infty; -1) \cup [4; +\infty) = \{x | x \in R, x < -1 \text{ или } x \geq 4\}.$$

Точка  $x = -1 \notin \bar{A}$ , так как  $x = -1 \in A$ , точка

$x = 4 \in A$ , так как  $x = 4 \notin \bar{A}$ .

5) Множество  $A = [-1; 4)$  изобразим на оси  $Ox$ , множество  $B = [2; 6]$  на оси  $Oy$ . Тогда декартово произведение изобразится заштрихованным прямоугольником, но без его левой стороны, т.е.

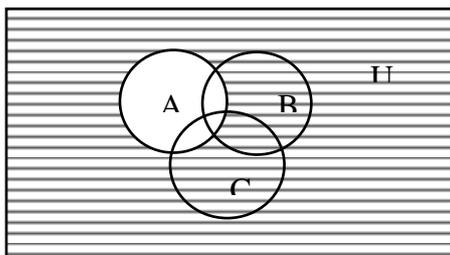
$$A \times B = \{(x, y) | x, y \in R, -1 \leq x < 4 \text{ и } 2 \leq y \leq 6\}.$$



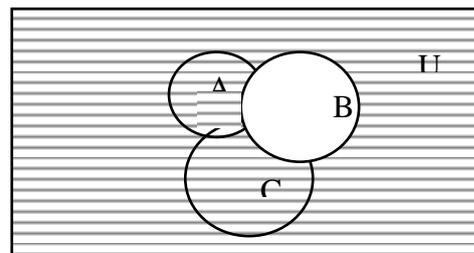
**Задача 2.** Изобразить множество  $M = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$  на диаграммах Эйлера-Венна.

*Решение.* Множество  $M$  является результатом операций над множествами  $A, B$  и  $C$ .

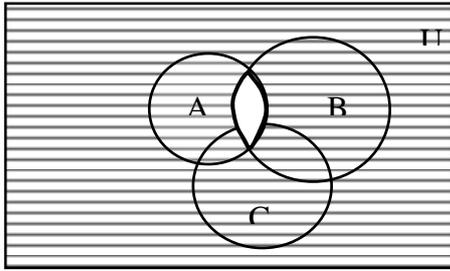
Изобразим результат выполнения этих операций последовательно.



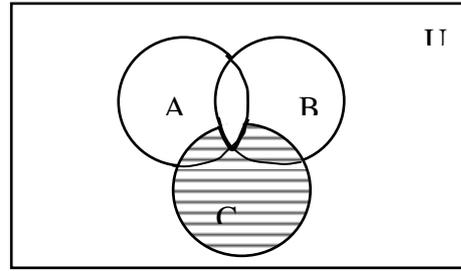
1.  $\bar{A}$



2.  $\bar{B}$



$$3. \bar{A} \cup \bar{B}$$



$$4. (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C = M$$

**Задача 3.** Упростить выражение  $A \cap (\bar{A} \cup B) \cup (B \cup C) \cup B$ , пользуясь законами алгебры множеств.

*Решение.* Поскольку операция пересечения множеств имеет более высокий приоритет, чем объединение множеств, то, если нет скобок, изменяющих приоритет, сначала выполняется пересечение, а затем объединение. Пользуясь этим правилом и законом ассоциативности определим порядок действий  $(A \cap (\bar{A} \cup B)) \cup ((B \cup C) \cup B)$ .

Выполним преобразования, указывая номер закона над знаком равенства:

$$1) \quad A \cap (\bar{A} \cup B) \stackrel{3}{=} (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) \stackrel{4}{=} \emptyset \cup (A \cap B) \stackrel{4}{=} A \cap B;$$

$$2) \quad (B \cup C) \cup B \stackrel{1}{=} (C \cup B) \cup B \stackrel{2}{=} C \cup (B \cup B) \stackrel{7}{=} C \cup B;$$

$$3) \quad (A \cap B) \cup (C \cup B) \stackrel{1}{=} (A \cap B) \cup (B \cup C) \stackrel{2}{=} ((A \cap B) \cup B) \cup C \stackrel{9}{=} (B \cup (B \cap A)) \cup C \stackrel{9}{=} B \cup C.$$

Итак,  $A \cap (\bar{A} \cup B) \cup (B \cup C) \cup B = B \cup C$ .

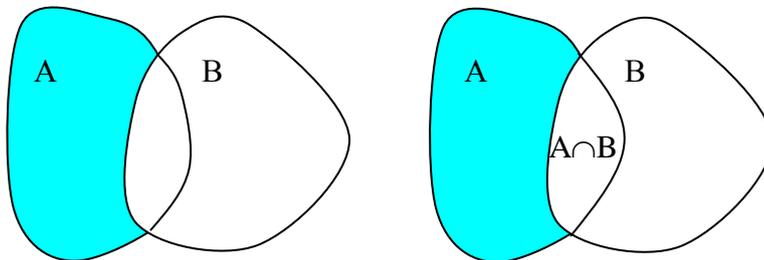
**Задача 4.** Исходя из определения равенства множеств и операций над множествами, доказать тождество и проверить его с помощью диаграммы Эйлера - Вейна.

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$$

*Доказательство.* Из записанных выше соотношений видно, что

$$A \setminus (A \cap B) = (A \setminus A) \cup (A \setminus B) = \emptyset \cup (A \setminus B) = A \setminus B. \text{ Что и требовалось доказать.}$$

Для иллюстрации полученного результата построим диаграммы Эйлера – Вейна



**Задача 5.** Исходя из определения равенства множеств и операций над множествами, доказать тождество  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

*Решение.* Если некоторый элемент  $x \in A \setminus (B \cup C)$ , то это означает, что этот элемент принадлежит множеству A, но не принадлежит множествам B и C.

Множество  $A \setminus B$  представляет собой множество элементов множества A, не принадлежащих множеству B.

Множество  $A \setminus C$  предстает собой множество элементов множества A, не принадлежащих множеству C.

Множество  $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$  представляет собой множество элементов, которые принадлежат множеству A, но не принадлежат ни множеству B, ни множеству C.

Таким образом, тождество можно считать доказанным.

**Задача 6.** Найти декартово произведение  $X \times Y$  множеств  $X = \{a, b\}$  и  $Y = \{a, c\}$  равно  
*Решение.* Декартово произведение множеств – это множество, состоящее из упорядоченных пар элементов, первым элементом которых являются элементы первого множества, вторым – элементы второго, то есть  $X \times Y = \{(a, a); (a, c); (b, a); (b, c)\}$

**Требования к результатам работы:** письменно оформленная расчётно-графическая работа

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки:**

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок

оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

**Дополнительные источники:**

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2000.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т.1-2. М., 1984.
8. 1 Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)

**Раздел 8. Прикладные задачи в области профессиональной деятельности**

**Тема 8.1. Прикладные задачи в области профессиональной деятельности**

**Самостоятельная работа обучающихся № 9.**

**Выполнение расчётно-графической работы «Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности»**

**Объем учебного времени:** 6 часов.

**Цель самостоятельной работы:** применить знания и умения при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности.

В результате изучения темы обучающийся должен:

**знать:**

- разделы математики;
- модель Леонтьева многоотраслевой экономики;

- использование производной.

**уметь:**

- использовать производную;
- применять функций в экономике;
- выполнять расчётно-графическую работу.

**Содержание заданий:**

1 Выполнить расчётно-графическую работу «Решение прикладных задач в области профессиональной деятельности»:

- сформулировать задачу на математическом языке
- перечислить разделы математики, которые будут применяться при решении задачи
- оформить решение с подробными пояснениями

- 1 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ)
- 2 Применение функций в экономике. Интерполирование функций
- 3 Непрерывное начисление процентов
- 4 Экономический смысл производной. Использование производной в экономике
- 5 Использование понятия определённого интеграла в экономике

Задачи выбираются преподавателем из источника

**Требования к результатам работы:** решённый тест, выполненное индивидуальное домашнее задание по данной теме.

**Форма контроля:** письменная работа, работа на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)

**Критерии оценки расчётно-графических работ:**

*Критерии оценки теста:*

- оценка 5 (отлично) ставится, если выполнено 90 - 100 % заданий;
- оценка 4 (хорошо) ставится, если выполнено 70 - 89 % заданий;
- оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если выполнено 50 – 69 % заданий;
- оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если выполнено менее 50 % заданий.

*Критерии оценки расчётно-графических работ:*

оценка 5 (отлично) ставится, если все задания выполнены верно и сданы в срок  
оценка 4 (хорошо) ставится, если все задания выполнены верно, но работа сдана не в срок или работа сдана в срок, но часть заданий были выполнены не верно (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если не все задания выполнены верно и работа сдана не в срок (в этом случае работа возвращается на доработку);

оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если работа была не сдана спустя две недели после срока сдачи

**Список рекомендуемой литературы:**

Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с.  
– Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

## Информационное обеспечение обучения

### Основные источники:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Протасов Ю.М. - М.: ФЛИНТА, 2017. – 168 с. – Режим доступа - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976509566.html>
2. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : матрицы и системы уравнений [Электронный ресурс] / Шерстов С.В. - М.: МИСиС, 2015. -17 с. – Режим доступа - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876239709.html>
3. Математический анализ [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М.: ФЛИНТА, 2015. – 361 с. – Режим доступа- <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520677.html>

### Дополнительные источники:

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия»; Мастерство, 2002. – 304 с.
2. Алгебра и геометрия. Ч. 1 : учеб. пособие / сост. Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев (<https://novsu.bibliotech.ru>)
3. Гусев В.А. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля: учебник для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / В.А. Гусев, С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина. – М.: Издательский центр «Академия», 2012 – 384 с.
4. Дадаян А.А. Математика: учебник – М.: ФОРУМ, 2008. – 544 с.
5. Миронова Н.П. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для студентов техникумов и колледжей / Д: Феникс, 2005. – 224 с.
6. Шипачев В.С. Начала высшей математики: Учеб. пособие для вузов, - 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004. – 384 с.
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., 2000.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., 1998.
9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей, задачи и упражнения. М., 1973.
10. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., 1988.
11. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т.1-2. М., 1984.

### Периодические издания:

Учебно-методический журнал «Математика» издательский дом «Первое сентября».

### Интернет-ресурсы:

- 1 [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)
- 2 <http://www.mathematica.ru>
- 3 <http://window.edu.ru>

### Перечень методических указаний, разработанных преподавателем:

1. Методические рекомендации по практическим занятиям
2. Методические рекомендации по оценке качества подготовки обучающихся

### ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Номер изме- нения	Номер листа				Всего листов в документе	ФИО и подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения	Дата введения изменения
	измененного	замененного	нового	изъяттого				