

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт информационных и электронных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

Методы МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебный модуль по направлению подготовки
11.03.04 –электроника и нанoeлектроника

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Принято на заседании
Ученого совета ИЭИС
Протокол № 41 от 25.05 2017
г.

Директор института
С.И. Эминов С.И. Эминов

Разработал
Доцент кафедры ПМИ
О.Н.Барсов
Бар
« 01 » 03 2017 г.

Принято на заседании кафедры ПМИ
Протокол № 7 от 01.03, 2017 г.

Заведующий кафедрой ПМИ
А.В. Колногоров А.В. Колногоров

Паспорт фонда оценочных средств

по учебному модулю (дисциплине) «Методы математической физики» для на-
правления подготовки 11.03.04 –электроника и наноэлектроника

№ п/п	Модуль, раздел (в соответствии с РП)	Контролируемые Компетенции (или их части)	ФОС	
			Вид оценочного средства	Количество Вариантов заданий
1	Приведение линейных уравнений второго порядка к каноническому виду, задача Коши для уравнений гиперболического типа.	ПК-1	Индивидуальное домашнее задание(ИДЗ 1)	10
2	Метод Фурье решения смешанных задач для уравнений гиперболического типа.	ПК-1	Контрольная Работа (КР)	10
3	Уравнения параболического и эллиптического типа.	ПК-1	Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ 2)	10

Характеристика оценочного средства № 1

Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ 1)

Общие сведения об оценочном средстве

Индивидуальное домашнее задание является одним из средств текущего контроля в освоении учебной дисциплины «Методы математической физики».

ИДЗ используется для проверки и оценивания знаний, умений и навыков студентов после завершения изучения раздела 1 и содержит 5 заданий.

ИДЗ выполняется в письменном виде во время внеаудиторной самостоятельной работы в течение 1–2 недель. В это время преподаватель проводит консультации по темам ИДЗ и осуществляет текущий контроль выполнения ИДЗ. Количество вариантов соответствует количеству студентов в группе. Максимальное количество баллов, которые может получить студент, равно 50 баллам. Итоговая аттестация – зачёт осуществляется в конце учебного семестра суммированием баллов студента по всем трём оценочным средствам (ИДЗ 1, КР, ИДЗ 2)

Параметры оценки выполнения ИДЗ 1

Критерии оценки ИДЗ: полнота и правильность решения каждого задания.

Условия оценки индивидуального домашнего задания	
Предел длительности контроля знаний	2 недели

Предлагаемо количество задач	5
Критерии оценки:	
«удовлетворительно»	25 – 37 баллов – испытывает трудности при выполнении заданий, самостоятельно решены 2 – 3 примера
«хорошо»	38 – 45 баллов – допускает неточности при выполнении заданий, самостоятельно решены 3 – 4 примера
«отлично»	46 – 50 баллов – демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий, выполнены 4 – 5 заданий

Характеристика оценочного средства № 2

Контрольная работа (КР)

Общие сведения об оценочном средстве

Контрольная работа является одним из средств текущего контроля в освоении учебной дисциплины «Методы математической физики». Контрольная работа используется для проверки и оценивания знаний, умений и навыков студентов после завершения изучения раздела 2 УМ. Контрольная работа проводится в письменном виде во время аудиторной самостоятельной работы на 9 неделе. Количество вариантов соответствует количеству студентов в группе. Контрольная работа охватывает весь теоретический и практический материал второго раздела модуля. Максимальное количество баллов, которые может получить студент, равно 50 баллам. В случае неудовлетворительной сдачи контрольной работы студенту разрешается ее переписать до итоговой аттестации.

Параметры оценки выполнения КР

Предел длительности контроля знаний	2 акад. часа
Предлагаемое количество задач	4
Критерии оценки:	
«удовлетворительно»	25 – 37 баллов – решено правильно только 2 задания
«хорошо»	38 – 45 баллов – решено правильно 3 задания
«отлично»	46 – 50 баллов – решено 4 задания, возможно с небольшими неточностями

Характеристика оценочного средства № 3

Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ 2)

Общие сведения об оценочном средстве

Индивидуальное домашнее задание является одним из средств текущего контроля в освоении учебной дисциплины «Методы математической физики».

ИДЗ используется для проверки и оценивания знаний, умений и навыков студентов после завершения изучения раздела 3 и содержит 5 заданий.

ИДЗ выполняется в письменном виде во время внеаудиторной самостоятельной работы в течение 1–2 недель. В это время преподаватель проводит консультации по темам ИДЗ и осуществляет текущий контроль выполнения ИДЗ. Количество вариантов соответствует количеству студентов в группе. Максимальное количество баллов, которые может получить студент, равно 50 баллам.

Параметры оценки выполнения ИДЗ 2

Критерии оценки ИДЗ: полнота и правильность решения каждого задания.

Условия оценки индивидуального домашнего задания	
Предел длительности контроля знаний	2 недели
Предлагаемо количество задач	5
Критерии оценки:	
«удовлетворительно»	25 – 37 баллов – испытывает трудности при выполнении заданий, самостоятельно решены 2 – 3 примера
«хорошо»	38 – 45 баллов – допускает неточности при выполнении заданий, самостоятельно решены 3 – 4 примера
«отлично»	46 – 50 баллов – демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий, выполнены 4 – 5 заданий

Варианты заданий для ИДЗ 1 в соответствии с паспортом ФОС

Вариант 1

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xy} + u_{xz} + u_{yz} - u_y + u_x = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$yu_{xx} + u_{yy} = 0.$$

4. Решить задачу Коши для уравнения колебаний бесконечной струны, используя формулу Даламбера

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + e^{-t}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = \cos x, & -\infty < x < \infty \end{cases}.$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x^3, \quad u_t(x, 0) = \cos x, \\ u(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} + u_{xy} + u_{xz} + u_{yz} + u_x = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_x + 2u_{xy} - 4u_{yy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + yu_{yy} = 0.$$

4. Решить задачу Коши для уравнения колебаний бесконечной струны, используя формулу Даламбера

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + e^{-t}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = \cos x, & -\infty < x < \infty \end{cases}.$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x^3, \quad u_t(x, 0) = \sqrt{x}, \\ u(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{xz} + 4u_{yy} + u_{zz} + 3u_x = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{yy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$xu_{xx} + yu_{yy} + 2u_x = 0.$$

4. Решить задачу Коши для уравнения колебаний бесконечной струны, используя формулу Даламбера

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + t, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = \cos^2 x, & -\infty < x < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x^2, \quad u_t(x, 0) = \sqrt{x}, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} - 2u_{xy} + 3u_{yy} - 2u_{xz} - 2u_{yz} + 3u_{zz} = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$y^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + x^2 u_{yy} = 0.$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Пуассона

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & -\infty < x, y < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = 3x^2 + 2y^2, \quad u_t|_{t=0} = 0, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sqrt{x}, \quad u_t(x, 0) = x, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} - 2u_{xy} - 2u_{yz} + 4u = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - (1 + y^2)^2 u_{yy} - 2y(1 + y^2)u_y = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 4u_{xy} + 10u_{yy} - 24u_x = 0.$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Пуассона

$$\begin{cases} u_{it} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & -\infty < x, y < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = x^2 + y^2, \quad u_t|_{t=0} = x, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + x^2 t, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sqrt{x}, \quad u_t(x, 0) = 1, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{zz} - 2u_{yz} + 4u = 0.$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$e^{2x}u_{xx} + 2e^{x+y}u_{xy} + e^{2y}u_{yy} - xu = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{xz} + u_{yy} = 0.$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Пуассона

$$\begin{cases} u_{it} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & -\infty < x, y < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = y^2, \quad u_t|_{t=0} = xy, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + xt, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sqrt{x}, \quad u_t(x, 0) = x^2, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{xz} + u_{yy} = 0,$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$xu_{xx} + yu_{yy} + 2\sqrt{xy}u_{xy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} + 2u = 0.$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Пуассона

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & -\infty < x, y < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = y^2, \quad u_t|_{t=0} = x, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2u_{xx} + x, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} - 2u_{xy} - 2u_{yz} + 4u = 0,$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - 6u_{xy} + 13u_{yy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$xy^2u_{xx} - 2x^2yu_{xy} + x^3u_{yy} - y^2u_x = 0$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Кирхгофа

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, & -\infty < x, y, z < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = x^2 + z^2, \quad u_t|_{t=0} = z, & -\infty < x, y, z < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2u_{xx} + x, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1, \\ u(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$3u_{xy} - 2u_{xz} + u_{yy} - u_{yz} - u = 0,$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$(x-y)u_{xy} - u_x + u_y = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{yy} = 0.$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Кирхгофа

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, & -\infty < x, y, z < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = z^2, \quad u_t|_{t=0} = y, & -\infty < x, y, z < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} + xt^2, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = x^2 - 1, \\ u(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xy} - 2u_{xz} + u_{yy} - 4u_{yz} - u_x = 0,$$

2. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - xu_{yy} = 0.$$

3. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xy} + u_{xz} - u_{yz} - u = 0,$$

4. Решить задачу Коши, используя формулу Кирхгофа

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, & -\infty < x, y, z < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = z^2, \quad u_t|_{t=0} = x, & -\infty < x, y, z < \infty. \end{cases}$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения начальных данных на всю ось OX .

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} + xt^2, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \cos x, \quad u_t(x, 0) = x^2 - 1, \\ u_x(0, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Варианты заданий для КР

Вариант 1

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = t^2, \quad u(\pi, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике:

$$\begin{cases} u_{tt} = 64\Delta u, & 0 < x < 6, \quad 0 < y < 3, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0, & 0 \leq y \leq 3, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=3} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = x(3-y), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad 0 \leq y \leq 3. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебания круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = 25\Delta u, & 0 \leq r < 2, \quad 0 < t < +\infty, \quad t > 0, \\ u(r, 0) = \frac{1}{8} \left[1 - \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right], & u_t(r, 0) = 0, \quad u(2, t) = 0. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = t, \quad u(\pi, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + t \sin x, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике:

$$\begin{cases} u_{tt} = 64\Delta u + t \sin \pi x, & 0 < x < 6, \quad 0 < y < 3, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0, & 0 \leq y \leq 3, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=3} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = x(3-y), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad 0 \leq y \leq 3. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебания круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < 1, \quad 0 < t < +\infty, \quad t > 0, \\ u(r, 0) = r, \quad u_t(r, 0) = r^2, \quad u(1, t) = 0. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} + x(x-l), & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = t, \quad u(\pi, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике:

$$\begin{cases} u_{tt} = 64\Delta u + t \sin \pi x \sin \pi y, & 0 < x < 6, 0 < y < 3, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0, & 0 \leq y \leq 3, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=3} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = x(3-y), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 3. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебания круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < 1, \quad 0 < t < +\infty, \quad t > 0, \\ u(r, 0) = 0, \quad u_t(r, 0) = r^2, \quad u(1, t) = 0. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin \frac{2\pi}{l} x, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = x, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = t, \quad u(l, t) = 1, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике:

$$\begin{cases} u_{tt} = 64\Delta u + t \sin \pi x \sin \pi y, & 0 < x < 6, 0 < y < 3, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0, & 0 \leq y \leq 3, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=3} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 3. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебания круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < 1, \quad 0 < t < +\infty, \quad t > 0, \\ u(r, 0) = 0, \quad u_t(r, 0) = r, \quad u(1, t) = 0. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = \sin \frac{5\pi}{2l} x, \quad u_t(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2l} x, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + e^{-t} \sin \frac{\pi}{l} x, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + (t+1) \sin x \sin y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u + J_0\left(\frac{\mu_1}{a} r\right), & 0 \leq r < a, t > 0, \\ u(r, 0) = 0, \quad u_t(r, 0) = 0, & 0 \leq r \leq a, \quad u(a, t) = 0, t \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + e^{-t} \cos \frac{\pi}{2l} x, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u_x(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + xe^{-t}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + \sin t \sin x \sin y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u + J_0\left(\frac{\mu_1}{a}r\right), & 0 \leq r < a, t > 0, \\ u(r,0) = J_0\left(\frac{\mu_2}{a}r\right), \quad u_t(r,0) = 0, & 0 \leq r \leq a, \quad u(a,t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + \sin t, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = t, & t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + t, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(l,t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + t \cos 3x \cos 4y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u_y|_{y=0} = u_y|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < a, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad t > 0, \\ u(a,\varphi,t) = 0, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = J_3\left(\frac{\mu_k}{a}r\right) \cos 3\varphi, & 0 \leq r \leq a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x,0) = x - \pi, & u_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0,t) = 0, & u_x(\pi,t) = t, \quad t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + t, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 0, & u_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \\ u_x(0,t) - hu(0,t) = t, & u_x(l,t) = t, \quad t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + \cos x \cos 5y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u_y|_{y=0} = u_y|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, & u_t|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < a, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad t > 0, \\ u(a, \varphi, t) = \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, & u_t|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq r \leq a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + t, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x,0) = x - \pi, & u_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0,t) = t, & u_x(\pi,t) = 0, \quad t > 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 0, & u_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \\ u_x(0,t) - hu(0,t) = t, & u_x(l,t) = 0, \quad t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + \cos x \cos 5y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u_y|_{y=0} = u_y|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, & u_t|_{t=0} = 2 \cos 5y, \quad 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u, & 0 \leq r < a, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad t > 0, \\ u(a, \varphi, t) = \sin 2\varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq r \leq a, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = \sin \frac{\pi}{2l} x + \sin \frac{3\pi}{2l} x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = \cos \frac{\pi}{2l} x, \quad u_t(x, 0) = \cos \frac{3\pi}{2l} x + \cos \frac{5\pi}{2l} x, & 0 \leq x \leq l, \\ u_x(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу о вынужденных колебаниях мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + t \cos x \cos 5y, & 0 < x, y < \pi, \quad t > 0, \\ u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0, & 0 \leq y \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u_y|_{y=0} = u_y|_{y=\pi} = 0, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 2 \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебаний круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = \Delta u + t J_0\left(\frac{\mu_1}{a} r\right) \sin\left(\frac{2\pi}{h} z\right), & 0 \leq r < a, \quad 0 < z < h, \quad t > 0, \\ u(r, 0, t) = 0, u(r, h, t) = 0, u(a, z, t) = 0, & t \geq 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq r \leq a, \quad 0 \leq z \leq h. \end{cases}$$

Варианты заданий для ИДЗ 2

Вариант 1

1. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, & t > 0, \quad -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, & \text{если } |x| < h, \\ 0, & \text{если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

2. Решить краевую задачу, продолжив функцию $\varphi(x)$ на всю ось x

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - hu, & t > 0, \quad 0 < x < +\infty, \\ u(0, t) = 0, & t > 0, \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 < x < +\infty. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u_x(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = x, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

4. Перейти к полярным координатам в операторе Лапласа $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$.

5. Построить функцию Грина для полукруга и решить соответствующую задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

Вариант 2

1. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} x, \text{ если } |x| < h, \\ 0, \text{ если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

2. Решить краевую задачу, продолжив функцию $\varphi(x)$ на всю ось x

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - hu, t > 0, 0 < x < +\infty, \\ u(0, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = 1, 0 < x < +\infty. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = x, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

4. Перейти к цилиндрическим координатам в операторе Лапласа

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}.$$

5. Построить функцию Грина для полусферы и решить соответствующую задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

Вариант 3

1. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u + t \sin \frac{2\pi x}{l}, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в цилиндре

$$\begin{cases} u_t = a^2 \Delta u, & 0 < r < R, 0 < z < h, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = J_0\left(\frac{\mu_5}{R} r\right) \sin\left(\frac{2\pi}{h} z\right), & 0 \leq r \leq R, \quad 0 \leq z \leq h, \\ u(r, 0, t) = u(r, h, t) = 0, & u(R, z, t) = 0. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - u, & t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u_x(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} h > 0, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{если } x > 1. \end{cases} \end{cases}$$

4. Перейти к сферическим координатам в операторе Лапласа $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$.

5. Решить внутреннюю задачу Дирихле в круге

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & r < 1, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, & t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u_x(l, t) = 0, & t > 0, u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{2l}, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в цилиндре

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 \Delta u, & 0 < r < R, \quad t > 0, \\ u(r, 0) = 1 - \frac{r^2}{R^2}, & 0 \leq r \leq R, \\ u(R, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + t \sin x, & t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, & \text{если } |x| < h, \\ 0, & \text{если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

4. Найти фундаментальные решения операторе Лапласа $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$.

5. Решить внутреннюю задачу Дирихле в круге

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & r < 1, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u_x(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = 1, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{3\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + t \cos x, t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, & \text{если } |x| < h, \\ 0, & \text{если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

4. Найти фундаментальные решения операторе Лапласа $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$.

5. Решить внешнюю задачу Дирихле в круге

$$\begin{cases} \Delta u = 0, r < 1, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решить смешанную задачу

$$\text{Д} \begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u_x(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = l - x, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + (2t + 1) \sin \frac{\pi x}{p} \sin \frac{4\pi y}{q}, & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{3\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + \sin t \cos x, t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, \text{ если } |x| < h, \\ 0, \text{ если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

4. Найти фундаментальные решения операторе Лапласа $\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$.

5. Решить внешнюю задачу Дирихле в круге

$$\begin{cases} \Delta u = 0, r < 1, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решить смешанную задачу

$$D \begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u_x(0, t) = u(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = l - x, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2 (u_{xx} + u_{yy}) + \sin t \sin \frac{\pi x}{p} \sin \frac{4\pi y}{q}, & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{3\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + \cos t \cos x, t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, \text{ если } |x| < h, \\ 0, \text{ если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

4. Решить задачу Дирихле в кольце

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 1 < r < 2, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = 0, u(2, \varphi) = \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

5. Решить внешнюю задачу Дирихле в секторе

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 0 < r < R, 0 < \varphi < \alpha < 2\pi, \\ u(r, 0) = u(r, \alpha) = 0, 0 \leq r \leq R, u(R, \varphi) = \varphi, 0 \leq \varphi \leq \alpha. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решить смешанную задачу

$$\text{Д} \begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, t > 0, 0 < x < l, \\ u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = l - x, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + \cos t \sin \frac{2\pi x}{p} \sin \frac{4\pi y}{q}, & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{3\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + sht \cos x, t > 0, -\infty < x < +\infty, \\ u(x, 0) = \begin{cases} A, & \text{если } |x| < h, \\ 0, & \text{если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

4. Решить задачу Дирихле в кольце

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 1 < r < 2, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(1, \varphi) = \cos \varphi, u(2, \varphi) = \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

5. Решить внутреннюю задачу Неймана для круга

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 0 < r < R, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = \cos^3 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + t, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = 0, u_x(l, t) = 1, t \geq 0, u(x, 0) = x \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + (2t - 1) \sin \frac{2\pi x}{p} \sin \frac{4\pi y}{q}, & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} 8u_t = \Delta u + 1, -\infty < x < +\infty, t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-(x-y)^2}, -\infty < x < +\infty. \end{cases}$$

4. Решить задачу Дирихле в кольце

$$\begin{cases} \Delta u = 0, a < r < b, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(a, \varphi) = 1, u(b, \varphi) = 2, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

5. Решить внутреннюю задачу Неймана для круга

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 0 < r < R, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + t^2, t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = 1, u_x(l, t) = 0, t \geq 0, u(x, 0) = x \leq x \leq l. \end{cases}$$

2. Решить задачу распространения тепла в прямоугольнике

$$\begin{cases} u_t = a^2(u_{xx} + u_{yy}) + (t+1) \sin \frac{2\pi x}{p} \sin \frac{2\pi y}{q}, & 0 < x < p, 0 < y < q, t > 0, \\ u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, & 0 \leq y \leq q, t \geq 0, \\ u|_{y=0} = u|_{y=q} = 0, & 0 \leq x \leq p, t \geq 0, u(x, y, 0) = \sin \frac{5\pi x}{p} \sin \frac{\pi y}{q}. \end{cases}$$

3. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = \Delta u, & -\infty < x < +\infty, t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-(x-y)^2}, & -\infty < x < +\infty. \end{cases}$$

4. Решить задачу Дирихле в кольце

$$\begin{cases} \Delta u = 0, a < r < b, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ u(a, \varphi) = 1, u(b, \varphi) = \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

5. Решить внутреннюю задачу Неймана для круга

$$\begin{cases} \Delta u = 0, 0 < r < R, 0 \leq \varphi < 2\pi, \\ \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

