Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

Новгородский государственный университет

имени Ярослава Мудрого

ЗУБРИЦКАС И.И., ЛЫСУХО П.В.

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ И ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ. КУРС ЛЕКЦИЙ.

Великий Новгород

2017 г.

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

Новгородский государственный университет

имени Ярослава Мудрого

ЗУБРИЦКАС И.И., ЛЫСУХО П.В.

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ И ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ. КУРС ЛЕКЦИЙ.

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Великий Новгород

2017 г.

УДК 621.865.8:658.512.011

ББК

Зубрицкас И.И., Лысухо П.В. Теория надежности и основы работоспособности. Курс лекций: Учебное пособие / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, 2017 г. - 88 с.

Рецензенты: к.т.н., доцент Гудилов С.В.

к.т.н., доцент Чадин А.Н.

Предлагаемое учебное пособие составлено в соответствии с образовательным стандартом по программе учебного модуля «Теория надежности и основы работоспособности».

Цель данного учебного пособия – ознакомить будущего специалиста с основными положениями теории надежности.

В учебном пособии рассмотрены вопросы: основы теории надежности и работоспособности ТиТТМО, обработки информации о надежности ТиТТМО, статистической обработки информации.

Учебное пособие отвечает новым образовательным стандартам и предназначено для подготовки по направлению 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» профиля подготовки «Автомобили и автомобильное хозяйство» квалификации – бакалавр.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое учебное пособие составлено в соответствии с образовательным стандартом подготовки бакалавра по направлению 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» по профилю подготовки «Автомобили и автомобильное хозяйство» по программе учебного модуля «Теория надежности и основы работоспособности».

Цель данного учебного пособия – ознакомить будущего специалиста с основными положениями теории надежности.

В учебном пособии рассмотрены вопросы: основы теории надежности, обработки информации о надежности автомобилей, статистической обработки информации.

ОСНОВНАЯ НОРМАТИВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 4У15.004-91 Практическое руководство по обеспечению надежности при проектировании;
- ISO/TR 15801:2009 Системы электронного документооборота. Управление документацией. Информация, сохраняемая в электронном виде. Рекомендации по обеспечению достоверности и надежности;
- ГОСТ 27.002-2015 Надежность в технике. Термины и определения;
- ГОСТ 27.003-90 Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности;
- ГОСТ 27.004-85 Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения;
- ГОСТ 27.202-83 Надежность в технике. Технологические системы. Методы оценки надежности по параметрам качества изготовляемой продукции;
- ГОСТ 27.203-83 Надежность в технике. Технологические системы. Общие требования к методам оценки надежности;
- ГОСТ 27.204-83 Надежность в технике. Технологические системы. Технические требования к методам оценки надежности по параметрам производительности;
- ГОСТ 27.301-95 Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения;
- ГОСТ 27.310-95 Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения;
- ГОСТ 27.402-95 Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Часть 1. Экспоненциальное распределение;

- ГОСТ 27.503-81 Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности;
- ГОСТ 27.507-2015 Надежность в технике. Запасные части, инструменты и принадлежности. Оценка и расчет запасов;
- ГОСТ 27883-88 Средства измерения и управления технологическими процессами. Надежность. Общие требования и методы испытаний;
- ГОСТ Р 27.001-2009 Надежность в технике. Система управления надежностью. Основные положения;
- ГОСТ Р 27.003-2011 Надежность в технике. Управление надежностью. Руководство по заданию технических требований к надежности;
- ГОСТ Р 27.004-2009 Надежность в технике. Модели отказов;
- ГОСТ Р 27.202-2012 Надежность в технике. Управление надежностью. Стоимость жизненного цикла;
- ГОСТ Р 27.203-2012 Надежность в технике. Управление устареванием;
- ГОСТ Р 27.301-2011 Надежность в технике. Управление надежностью. Техника анализа безотказности. Основные положения;
- ГОСТ Р 27.302-2009 Надежность в технике. Анализ дерева неисправностей;
- ГОСТ Р 27.403-2009 Надежность в технике. Планы испытаний для контроля вероятности безотказной работы;
- ГОСТ Р 27.404-2009 Надежность в технике. Планы испытаний для контроля коэффициента готовности;
- ГОСТ Р 27.405-2011 Надежность в технике. Отбраковочные испытания на ранние отказы сложных систем, изготавливаемых в единичных экземплярах;
- ГОСТ Р 27.601-2011 Надежность в технике. Управление надежностью. Техническое обслуживание и его обеспечение;
- ГОСТ Р 27.606-2013 Надежность в технике. Управление надежностью. Техническое обслуживание, ориентированное на безотказность;

- ГОСТ Р 27.607-2013 Надежность в технике. Управление надежностью. Условия проведения испытаний на безотказность и статистические критерии и методы оценки их результатов;
- ГОСТ Р 54471-2011 Системы электронного документооборота. Управление документацией. Информация, сохраняемая в электронном виде. Рекомендации по обеспечению достоверности и надежности;
- ГОСТ Р МЭК 61650-2007 Надежность в технике. Методы сравнения постоянных интенсивностей отказов и параметров потока отказов;
- ОСТ 108.001.114-80 Надежность изделий энергомашиностроения. Система сбора и обработки информации с мест эксплуатации, ремонта и с предприятий-изготовителей. Основные положения;
- Р 50-109-89 Рекомендации. Надежность в технике. Обеспечение надежности изделий. Общие требования;
- Р 50-54-80-88 Рекомендации. Надежность в технике. Комплексные испытания изделий машиностроения на надежность. Общие положения;
- РД 50-204-87 Методические указания. Надежность в технике. Сбор и обработка информации о надежности изделий в эксплуатации. Основные положения;
- РД 50-423-83 Методические указания. Надежность в технике. Методика прогнозирования остаточного ресурса машин и деталей, подверженных изнашиванию;
- РД 50-424-83 Методические указания. Надежность в технике. Ускоренные испытания. Основные положения;
- РД 50-476-84 Методические указания. Надежность в технике. Интервальная оценка надежности технического объекта по результатам испытаний составных частей. Общие положения;
- РД 50-519-84 Методические указания. Надежность в технике. Испытания на ремонтопригодность с моделированием отказов;

- РД 50-686-89 Методические указания. Надежность в технике. Методы ускоренных испытаний на усталость для оценки пределов выносливости материалов, элементов машин и конструкций;
- РД 50-690-89 Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным;
- РД 50-699-90 Методические указания. Надежность в технике. Общие правила классификации отказов и предельных состояний.

ЛЕКЦИЯ 1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Введение

Надежность машин и оборудования всегда остается одной из основных инженерных проблем. В связи с повышением требований к качеству, точности, долговечности, с увеличением сложности современной техники, с усилением интенсивности работы элементов и систем, а также с полной или частичной автоматизации процессов проблема надежности только усилилась. Проблема надежности – комплексная проблема, решать ее нужно от проекта до списания технического объекта.

1.1. Общие понятия и терминология

Процесс совершенствования и создания новых конструкций автомобилей неразрывно связан с повышением их качества и надежности.

Под *качеством* понимается совокупность характеристик и свойств, определяющих степень пригодности технического объекта к выполнению заданных функций при использовании ее по назначению.

В теории надежности используется обобщенное понятие объекта, которое в зависимости от решаемых задач может обозначать изделие, элемент или систему элементов.

Понятие качества и показатели качества конкретного технического объекта зависят от назначения, области использования, классификационных характеристик, которые включают в себя специфические свойства данного объекта. Качество технического объекта – комплексное свойство.

Для промышленной продукции установлены следующие показатели качества: назначения, экономичности, безопасности, надежности, эргономические, эстетические, экологические, унификации и стандартизации, патентно-правовые и др. Однако для любых технических изделий обязательной составляющей качества является свойство надежности.

Основные термины и определения, используемые в теории надежности, регламентированы ГОСТ 27.002 – 2015 «Надежность в технике. Термины и определения». [2]

Надежность – свойство объекта выполнять и сохранять во времени заданные функции в установленных эксплуатационных условиях и режимах, технического обслуживания (ТО), ремонтов, хранения и транспортирования.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации может включать *безотказность, долговечность, ремонтопригодность* и *сохраняемость* в отдельности или определенное сочетание этих свойств, как для объекта, так и для его частей. [1]

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого промежутка времени или некоторой наработки.

Безотказность отражает основное содержание надежности и поэтому свойство безотказности иногда называют *эксплуатационной надежностью* или даже отождествляют с надежностью вообще.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения его отказов, повреждений и устранению их последствий путем проведения ремонтов и технического обслуживания.

Сохраняемость – свойство объекта непрерывно сохранять исправное и работоспособное состояние после хранения или транспортирования и (или) после него.

Перечисленные свойства имеют различную значимость в зависимости от вида объектов, назначения, условий эксплуатации и времени существования объекта (этапа «жизненного цикла»). Для некоторых неремонтируемых объектов (электрические лампочки, поршневые кольца и др.) определяющим свойством является безотказность. Для машин кратковременного или сезонного действия большое значение приобретают сохраняемость и безотказность. Для ремонтируемых объектов длительного пользования одним из важнейших свойств надежности является ремонтопригодность.

Количественно надежность объекта оценивается с помощью показателей, которые выбираются и определяются с учетом особенностей объекта режимов и условий его эксплуатации.

В течение всего срока службы объекты могут находиться в одном из нескольких состояний: исправном, неисправном, работоспособном, неработоспособном и предельном состояниях.

Исправное состояние – это состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям, установленным нормативно-технической и конструкторской документацией (НТ и КД).

Неисправное состояние – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований, установленных НТ и КД.

Работоспособное состояние – состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах, установленных НТ и КД.

Неработоспособное состояние – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного заданного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям, установленным НТД.

Предельное состояние – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация должна быть прекращена из-за неустранимого нарушения требований безопасности или: неустранимого ухода заданных параметров за установленные пределы; неустранимого снижения эффективности эксплуатации ниже допустимой; необходимости проведения среднего или капитального ремонта.

Признаки предельного состояния устанавливаются НТД на данный объект. Типичными критериями предельного состояния являются отказ одного или нескольких элементов, восстановление или замена которых на месте эксплуатации не предусмотрена, износ ответственных деталей или снижение характеристик материалов до предельно допустимых значений, повышение интенсивности отказов выше допустимого уровня, превышение установленного уровня текущих затрат на ТО и ремонты, и другие признаки, определяющие экономическую целесообразность дальнейшей эксплуатации автомобиля.

Понятие “исправность” шире, чем понятие “работоспособность”. Работоспособный объект, в отличии от исправного, удовлетворяет только тем требованиям нормативной документации, которые обеспечивают его нормальное функционирование. Работоспособный объект может быть неисправным, однако его неисправность не настолько существенна, чтобы нарушить нормальную работу (небольшие вмятины на облицовке, повреждение лакокрасочного покрытия и др.). Исправный объект всегда работоспособен.

Переход объекта из одного состояния в другое происходит вследствие повреждений и отказов, восстановления и ремонта.

Повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправности объекта или его составных частей вследствие влияния внешних воздействий, превышающих уровни, установленные в НТД на объект. Повреждение может быть существенным и являться причиной нарушения работоспособности и несущественным, при котором работоспособность объекта сохраняется.

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта. Признаки (критерии) отказов должны устанавливаться в НТД. Отказ является более узким понятием, чем повреждение.

Все объекты делятся на неремонтируемые, ремонтируемые, восстанавливаемые и невосстанавливаемые объекты.

Ремонтируемый объект – это объект, исправность и работоспособность которого в случае возникновения отказа или повреждения подлежит восстановлению.

Другими словами, *ремонт* – восстановление исправного или работоспособного состояния объекта.

Ремонты разделяют на *текущий* и *капитальный*. *Текущий ремонт* направлен для устранения отказов и неисправностей, возникающих при эксплуатации, *капитальный* – на восстановление частично или полностью израсходованного ресурса объекта.

Переходы технических объектов из одного состояния в другое могут быть обратимыми и необратимыми. Различные состояния и переходы из одного состояния в другое могут быть описаны с помощью графа (Рис 1.1), вершины которого отражают состояние объекта, а ребра – переходы. [1]

В соответствии с ГОСТ 27.002 – 2015 «Надежность в технике. Термины и определения» объекты разделяются на восстанавливаемые и невосстанавливаемые, ремонтируемые и неремонтируемые, обслуживаемые и необслуживаемые.

Восстанавливаемый объект – это объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению.

Невосстанавливаемый объект – это объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит.

Ремонтируемый объект – объект, для которого проведение ремонтов предусмотрено в НТ и КД.

Неремонтируемый объект – это объект, исправность и работоспособность которого в случае возникновения отказа или повреждения не подлежит восстановлению.

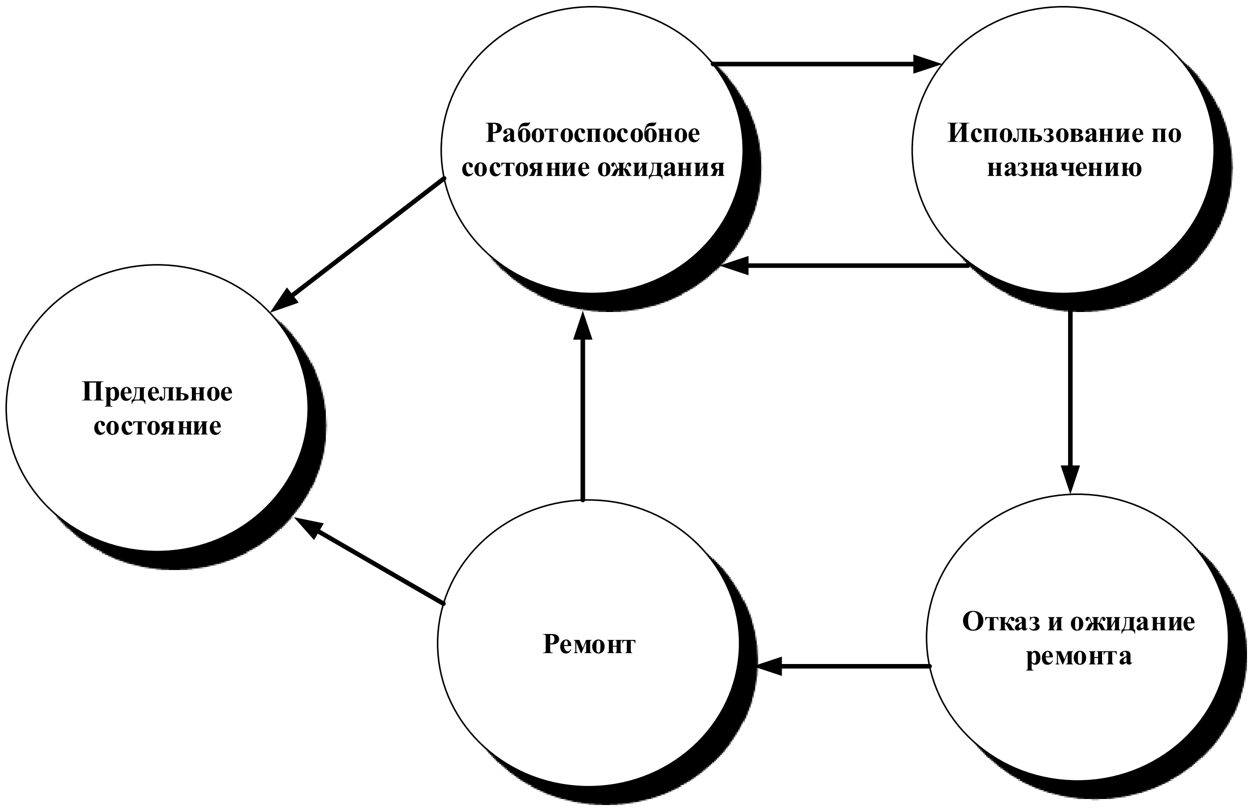


Рис. 1.1 Граф состояний объекта.

Термины “восстанавливаемый” и “невосстанавливаемый” объект не заменяют собой понятия “ремонтируемый” и “неремонтируемый” объект. Потому что первые два термина характеризуют условия восстановления объекта в конкретных условиях эксплуатации, а вторые два – свойства объектов, т. е. возможность устранения повреждений и отказов путем ремонтов. Деление объектов на восстанавливаемые и невосстанавливаемые носит условный характер и может варьировать в зависимости от конкретных условий.

Например, такие объекты, как прецизионные детали дизельной аппаратуры и гидросистем в условиях эксплуатации, следует считать невосстанавливаемыми, их необходимо заменять после отказа. Эти же объекты для ремонтно-механических заводов (РМЗ) могут быть восстанавливаемыми, если имеется необходимое оборудование для восстановления этих деталей.

Технические объекты классифицируют по *последствиям отказа (имеющим классы),* и соответственно, допускаемую вероятность безотказной работы. В этом случае безотказность определяется по наиболее ответственным узлам и системам объекта.

Последствия отказа могут быть катастрофические (аварии, катастрофы), без серьезных последствий (ремонтные затраты в пределах нормы) или наносить экономический ущерб (повышенные простои, работа с ухудшенными показателями или на пониженных режимах). Для катастрофических последствий отказа безотказность $R(t) \to 1$; при экономическом ущербе $R(t) > 0{,}9$; при значительном ущербе $R(t) > 0{,}99$; при последствии отказа без серьезных последствий $R(t) < 0{,}9$ [3].

Классифицируя объекты по долговечности, оценивается способность объекта сохранять в течение определенного времени или наработки значение основных параметров, перечень которых зависит от категории и назначения объекта. Потеря или снижение основных показателей определяет его ресурс до капитального ремонта или списания и затраты на восстановление работоспособности [4].

1.2. Классификация отказов

Основным явлением, изучаемым в теории надежности, является отказ или безотказность. Нарушение работоспособности машин в процессе эксплуатации происходит в результате появления отказов, которые имеют разнообразный характер и причины. При анализе отказов используют классификацию их по целому ряду признаков.

По характеру изменения параметров объекта до момента возникновения отказы делят на внезапные и постепенные.

Внезапный отказ – характеризуется скачкообразным изменением одного или нескольких заданных параметров объекта.

Постепенный отказ – характеризуется постепенным изменением одного или нескольких заданных параметров объекта.

При внезапных отказах обычно отсутствуют их видимые признаки, а момент наступления постепенного отказа может спрогнозировать, основываясь на анализе характера изменения параметров объекта или его элемента. Поэтому внезапные отказы считаются случайными событиями, вызванные неконтролируемыми изменениями параметров объекта. Постепенные отказы обычно являются следствиями процессов износа или старения. Деление отказов на внезапные и постепенные относительно, так как оно основано на возможностях контроля и измерения параметров и при более полном изучении процессов, увеличении числа контролируемых параметров некоторые внезапные отказы могут оказаться постепенными.

Независимый отказ – отказ элемента объекта, не обусловленный повреждением или отказами других элементов объекта.

Зависимый отказ – отказ элемента объекта, обусловленный повреждением или отказами другого элемента объекта.

По устойчивости неработоспособного состояния и возможности устранения отказы делят на устойчивые и самоустраняющиеся, сбой и перемежающийся отказ.

Устойчивый отказ – устраняется только путем восстановления работоспособного состояния объекта.

Самоустраняющийся отказ – ликвидируется без внешнего вмешательства.

Сбой – самоустраняющийся отказ, приводящий к кратковременному нарушению работоспособности.

Перемежающийся отказ – многократно возникающий сбой одного и того же характера.

По причинам возникновения отказы делят на конструкционные, производственные, эксплуатационные и деградационные (износовые).

Конструкционный отказ – отказ, возникающий в результате нарушения установленных правил и норм конструирования.

Производственный отказ – отказ, возникающий в результате нарушения установленного процесса изготовления или ремонта объекта.

Эксплуатационный отказ – отказ, возникающий в результате нарушения установленных правил и условий эксплуатации объекта.

Деградационный отказ – отказ, возникающий в результате необратимых процессов или явлений в объекте.

Так же отказы делят по возможности использования объекта на полный, частичный и систематический.

Систематический отказ – многократно повторяющийся, обусловленный дефектами конструкции объекта, нарушением процесса его изготовления, низким качеством используемых материалов и др.

Частичный отказ – отказ после которого, объект может быть использован по назначению, но с меньшей эффективностью.

После *полного отказа* объект не может быть использован по назначению.

Классификации отказов по признакам, согласно РД 50-204-87 и ГОСТ 27.002-2015, можно представить в виде таблицы [2, 5] (Табл. 1.1).

Таблица 1.1

Классификация отказов

Признаки деления	**Виды отказов**
характер изменения параметров	внезапный, постепенный
связь с другими отказами	независимый, зависимый
возможность последующего использования	полный, частичный
характер устранения отказа	устойчивый, самоустраняющийся, перемежающийся, сбой
причины возникновения	конструкционный, эксплуатационный (производственный), технологический
наличие внешних проявлений	явный, скрытый (неявный)
происхождение	естественный, искусственный
время или период возникновения	при испытаниях, периода приработки, периода нормальной эксплуатации, периода износа и старения

Применительно к отказу и повреждению рассматривают критерий, причину, признаки, характер и последствия.

Критериями отказа являются признаки, позволяющие установить факт нарушения работоспособности. Наиболее распространенными критериями отказов являются трещины, нарушения регулировок, износ и др.

Причинами отказов объектов могут быть дефекты, допущенные при конструировании, производстве и ремонте, нарушение правил и норм эксплуатации, различного рода повреждения, а также естественные процессы изнашивания и старения.

Признаками отказов объектов называются непосредственные или косвенные воздействия на органы чувств наблюдателя явлений, характерных для неработоспособного состояния объекта (падение давления масла, появление стуков, изменение температурного режима и т. д.).

Характером отказа (повреждения) являются конкретные изменения в объекте, связанные с возникновением отказа (обрыв провода, деформация детали и т. д.).

К последствиям отказа относят явления, процессы и события, возникшие после отказа и в непосредственной причинной связи с ним (остановка двигателя, вынужденный простой по техническим причинам).

Кроме общей классификации отказов, единой для всех технических систем, для отдельных групп машин в зависимости от их назначения и характера работы применяется дополнительно классификация отказов по сложности их устранения. Все отказы по сложности устранения объединяют в три группы, при этом учитывают такие факторы, как способ устранения, необходимость разборки и трудоемкость устранения отказов.

1.3 Долговечность

Основными показателями долговечности машин являются технический ресурс и срок службы.

Технический ресурс – наработка объекта до начала эксплуатации или ее возобновления после среднего или капитального ремонтов до наступления предельного состояния.

Для ремонтируемых объектов различают ресурсы: доремонтный, межремонтный, послеремонтный и полный (до списания). Также выделяют средний ресурс и гамма-процентный ресурс.

Средний ресурс – математическое ожидание технического ресурса.

Гамма-процентная наработка до отказа (на отказ) t_γ – наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью $\gamma\%$. При $\gamma = 100\%$ гамма-процентная наработку называют *установленной наработкой*, при $\gamma = 50\%$ *медианной*.

Гамма-процентный ресурс – наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с вероятностью $\gamma = 100\%$.

При $\gamma = 100\%$ гамма-процентный ресурс называется *установленным ресурсом*, при $\gamma = 50\%$ – медианным.

Назначенный ресурс – суммарная наработка, при достижении которой применение объекта должно быть прекращено.

Все виды ресурса измеряются в единицах наработки, чаще всего в единицах времени.

Срок службы – календарная продолжительность эксплуатации объекта от ее начала или возобновления после среднего или капитального ремонтов до наступления предельного состояния. Аналогично вводят понятия среднего срока службы, гамма-процентного, установленного и медианного срока службы. Все сроки службы измеряются в единицах календарного времени.

Эти показатели для конкретных видов машин могут быть выражены в виде средних значений ресурсов и сроков службы отдельно до капитального ремонта, между капитальными ремонтами и до списания машины.

При наличии данных о ресурсе (сроке службы) N объектов статистическая оценка среднего ресурса T_p (среднего срока службы) определяется по формуле

$$T_p = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_{p_i}\,, \tag{1.1}$$

где t_{p_i} – ресурс i - го объекта.

Кроме средних ресурсов и сроков службы для оценки долговечности часто применяется гамма процентный ресурс $T_{p\gamma}$, который представляет собой наработку, в течение которой объектом не достигается предельного состояния с заданной вероятностью γ процентов. Заданный процент объектов является регламентированной вероятностью. Если $\gamma = 90\%$, то соответствующий ресурс следует называть *девяностопроцентным*. Гамма-процентный ресурс определяется из уравнения:

$$1 - F_p(t) = \gamma/100, \tag{1.2}$$

где γ – заданный процент объектов; $F_p(t)$ – функция распределения ресурса.

1.4. Ремонтопригодность

Основной задачей обеспечения ремонтопригодности машин является достижение оптимальных затрат на их ТО и ремонт при наибольшей эффективности использования. Решение этой задачи возможно, если при разработке ремонтопригодности учтены все ее свойства: контролепригодность, доступность, легкосъемность, взаимозаменяемость, стандартизация и унификация составных частей, восстанавливаемость деталей, преемственность технологических процессов, безопасность выполнения ТО и ремонта, и эргономические характеристики.

Контролепригодность включает в себя приспособленность объектов к диагностированию в процессе их производства, эксплуатации и ремонта.

Доступность объектов характеризует свободу доступа к местам ТО и ремонта с необходимым инструментом, возможность использования средств механизации и автоматизации, а также одновременного выполнения максимального числа операций.

Легкосъемность показывает степень применения блочного принципа компоновки объектов, а также быстросъемных способов крепления узлов и агрегатов.

Взаимозаменяемость обеспечивается при максимальном использовании составных частей одного назначения с одинаковыми геометрическими размерами и посадками, а также отсутствии подгоночных работ при сборке.

Стандартизация и унификация включает применение стандартных и унифицированных составных частей, ограничение числа типоразмеров деталей и номенклатуры смазочных материалов.

Восстанавливаемость обеспечивается за счет применения материалов изнашивающихся деталей, позволяющих восстановить их до номинальных или ремонтных размеров.

Преемственность технологических процессов ТО и ремонта характеризует возможность применения типовых технологических процессов ТО и ремонта как машины в целом, так и ее составных частей.

Эргономические характеристики служат для оценки удобства выполнения всех операций ТО и ремонта и должны исключать операции, требующие нахождения исполнителя длительное время в неудобной позе.

Безопасность выполнения ТО и ремонта обеспечивается при технически исправном оборудовании, соблюдении исполнителями норм и правил техники безопасности.

Все перечисленные свойства в совокупности определяют уровень ремонтопригодности объекта и оказывают существенное влияние на продолжительность ремонтов и технического обслуживания.

Для количественной оценки ремонтопригодности объектов применяют показатели, определение которых основано на учете затрат времени, труда и средств на техническое обслуживание и ремонт.

ГОСТ 27.002-2015 [2] для всех технических систем регламентирует два показателя ремонтопригодности: *вероятность восстановления в заданное время и среднее время восстановления.*

Под *вероятностью восстановления* в заданное время понимается вероятность того, что время восстановления работоспособности объекта не превысит заданного. При этом время восстановления работоспособного состояния $t_{\text{в}}$ – это время, затрачиваемое на обнаружение, поиск причины отказа и устранение последствий отказа.

Под *средним временем восстановления* понимается математическое ожидание времени восстановления работоспособности объекта.

По статистическим данным среднее время восстановления можно определить по формуле:

$$T_в = \frac{1}{N_в} \sum_{i=1}^{N_в} t_{\text{в}_i}, \tag{1.3}$$

где $t_{\text{в}_i}$ – время восстановления i – го объекта; $N_в$ – число объектов, подлежащих восстановлению.

Кроме этих показателей, ГОСТ 21.623-76 [6] регламентирует специальные группы показателей ремонтопригодности изделий, являющихся объектами технического обслуживания и ремонта, для оценки:

- приспособленности объекта к техническому обслуживанию;
- приспособленности объекта к текущему ремонту;
- приспособленности объекта к капитальному ремонту;
- ремонтопригодности объекта – объединенные показатели;
- технологичности объекта при техническом обслуживании и ремонте.

В основе показателей первых четырех групп лежит определение средних оперативных, средних суммарных и удельных значений времени, трудоемкости и стоимости ТО и ремонтов.

Показатели технологичности объекта при ТО и ремонте принимаются для количественной характеристики технологичности конструкции объекта. Такими показателями являются коэффициенты доступности, взаимозаменяемости, легкосъемности, унификации и стандартизации.

1.5. Сохраняемость

Сохраняемость объекта характеризуется его способностью противостоять отрицательному влиянию условий хранения и транспортирования на его безотказность и долговечность.

Поскольку работа является основным состоянием объекта, то особое значение имеет влияние хранения и транспортирования на последующее поведение объекта в рабочем режиме.

Например, после продолжительного хранения аккумуляторных батарей их емкость, а, следовательно, и наработка до отказа, уменьшаются. Сохраняемость подобных объектов обычно характеризуется сроком нахождения на хранении в определенных условиях, в течение которого уменьшение средней наработки до отказа, обусловленное хранением, находится в допустимых пределах. Различают *сохраняемость объекта до ввода в эксплуатацию и в период эксплуатации (при перерывах в работе)*. В последнем случае срок сохраняемости входит в срок службы объекта.

Таким образом, *срок сохраняемости* – календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта, в течение и после которой сохраняются значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в установленных пределах.

Для оценки сохраняемости применяют гамма-процентный и средний сроки сохраняемости.

Гамма-процентным сроком сохраняемости называют срок сохраняемости, который *будет достигнут* объектом с заданной вероятностью $\gamma\%$.

Средним сроком сохраняемости называется математическое ожидание срока сохраняемости.

1.6. Комплексные показатели надежности

Каждый из перечисленных выше показателей надежности позволяет оценить лишь отдельные ее свойства. Для обобщенной оценки надежности машин необходимы комплексные показатели, которые могли бы одновременно охватывать несколько свойств надежности. Такими показателями являются коэффициент готовности и коэффициент технического использования.

Коэффициент готовности – это вероятность того, что объект окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых использование объекта по назначению не предусматривается.

Статистически коэффициент готовности $K_{\text{г}}$ можно определить по формуле:

$$K_{\text{г}} = \frac{T}{T + \alpha T_{\text{в}}}\,, \qquad (1.4)$$

где T – средняя наработка на отказ; α – коэффициент перевода единиц времени в единицы наработки; $T_{в}$ – среднее время восстановления.

Коэффициент технического использования – отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени пребывания объекта в работоспособном состоянии, времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и времени ремонтов за тот же период эксплуатации.

Статистически коэффициент технического использования $K_{\text{ти}}$ определяют по формуле:

$$K_{\text{ти}} = \frac{T}{T + \alpha T_{\text{рем}} + \alpha T_{\text{обс}}}\,, \qquad (1.5)$$

где T – суммарная наработка всех объектов; $T_{\text{рем}}$ – суммарное время простоев из-за плановых и внеплановых ремонтов всех объектов; $T_{\text{обс}}$ – суммарное время простоев из-за плановых и внеплановых технических обслуживаний всех объектов. Коэффициент технического использования характеризует в основном эффективность использования машин во времени.

Коэффициент оперативной готовности $K_{\text{ог}}$ – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени:

$$K_{\text{ог}} = K_{\text{г}} \cdot R(t_0, t),$$

где $K_{\text{г}}$ – коэффициент готовности, $R(t_0, t)$ – вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от момента t_0, когда возникает необходимость применения объекта, до момента t, когда его применение прекращается.

Помимо вышеуказанных понятий вводятся такие понятия как коэффициент планируемого применения, коэффициент сохранения эффективности, а также показатель эффективности, с которыми более подробно можно ознакомиться в специальной литературе.

В некоторых случаях возникает необходимость оценки экономических затрат, связанных с поддержанием машин в работоспособном состоянии. Для этого применяют средние, суммарные или удельные показатели трудоемкости и стоимости технических обслуживаний и ремонтов за определенный период эксплуатации. Эти показатели позволяют с экономической точки зрения дать комплексную оценку надежности машин.

1.7. Выбор показателей надежности

Обоснованный выбор показателей надежности машин зависит от таких факторов, как тип машины, назначение, условия эксплуатации и др.

При выборе показателей надежности необходимо также учитывать их подразделение на основные и дополнительные. Основные показатели должны использоваться при контрольных и определительных испытаниях, дополнительные – при углубленных исследованиях отдельных свойств надежности сложного оборудования.

Для автомобилей основными показателями долговечности являются ресурс до замены (до ремонта определенного вида) или списания, гамма-процентный ресурс; основным показателем безотказности – наработка на отказ определенной группы сложности (среднее время безотказной работы); основными показателями ремонтопригодности – удельная трудоемкость технического обслуживания, удельная трудоемкость текущих ремонтов и удельная суммарная трудоемкость технического обслуживания и текущих ремонтов.

В период эксплуатации любой объект должен соответствовать установленным *требованиям по надежности*, т.е. совокупности количественных и качественных требований к безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости, выполнение которых обеспечивает эксплуатацию объекта с заданными показателями эффективности, безопасности, экологичности, живучести и др. составляющих качества, зависящими от надежности, или возможность применения данного изделия в качестве составной части другого изделия с заданным уровнем надежности [6].

Процедура установления номенклатуры и количественных значений показателей надежности, а также требований к точности и достоверности определения показателей, исходя из требований по надежности объекта в целом, называется *нормирование надежности,* согласно РД 50-690-89 [8]. Правильный выбор основных показателей надежности часто определяет общую оценку качества объекта.

ЛЕКЦИЯ 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Введение

Современная теория надежности базируется на фундаментальных законах математики и естественных наук.

В теории надежности получены результаты по двум направлениям исследований: вероятностно-статистическом (для технических систем) и детерминированном (связано с исследованием физики отказов). [4] Эти направления исследований можно объединить, так как методы и результаты из одной области используются в другой.

В теории надежности широкое применение находят математические методы теории вероятности, математической статистики, теории массового обслуживания, линейного и нелинейного программирования, теории графов и др. Математический аппарат позволяет разрабатывать методы расчета характеристик надежности техники практически любой сложности.

Поведение машин и их элементов в эксплуатации зависит не только от условий работы, но и от технологии изготовления. Уже в процессе изготовления закладываются причины различий в свойствах одинаковых машин. Сюда относятся многочисленные отклонения (в пределах технических условий): неоднородная структура металла, различия в свойствах поверхностей трения, неодинаковые величины зазоров и натягов в сопряжениях, усилия затяжки крепежных соединений и т.д.

В процессе эксплуатации дополнительное влияние на надежность машин оказывает режим эксплуатации, дорожные и грунтовые условия, квалификация водителя или оператора, разное качество технического обслуживания и ремонта и т.д.

Данные о длительности безотказной работы одинаковых изделий, изготовленных из одной партии сырья и работающих в одинаковых условиях, имеют значительный разброс, а срок службы каждого конкретного изделия невозможно предсказать. В то же время относительно большой партии этих изделий можно сделать достаточно определенные выводы о среднем времени безотказной работы, среднем сроке службы, доле изделий, способных проработать безотказно то или иное время, причинах поломок и др.

Все это приводит к тому, что изменение параметров каждой машины происходит индивидуально, а появление отказов и предельных состояний носит случайный характер.

Таким образом, мы оказываемся в типичной обстановке, характерной для теории вероятностей и математической статистики. Вероятностная форма удобнее для аналитических расчетов, статистическая при экспериментальных исследованиях и испытаниях.

Рассмотрим вначале основные понятия, которые используются в теории вероятностей.

2.1. Основные понятия теории вероятностей

Случайным событием (или просто: событием) называется такой исход опыта (испытания, наблюдения), который может произойти либо не произойти при осуществлении определенной совокупности условий.

События обозначаются, как правило, заглавными буквами латинского алфавита: $A, B, C \dots$

Случайными событиями можно считать появления отказов и предельных состояний, а так же ремонт, повреждение, восстановление.

Событие является *достоверным*, если оно обязательно произойдет при любом исходе опыта.

Событие называется *невозможным*, если оно заведомо не произойдет в результате проведения опыта.

Несовместимыми называют два события, если появление одного из них исключает возможность появления другого события в одном и том же опыте; в противном случае события называются *совместными.*

Например, отказ и работоспособность – это два события, которые не могут возникать одновременно, повреждения объекта и отказ – совместные события, так как наличие повреждения не исключает появление отказа.

Несколько событий в данном опыте называются *равновозможными*, если осуществление любого из событий не имеет преимуществ перед осуществлением остальных (т.е. все события имеют равные «шансы»).

События$A_1, A_2, \ldots, A_n$ *попарно-несовместными*, если любые два из них несовместны.

Часто события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ по отношению к рассматриваемому опыту называют системой событий.

Система событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$ образуют *полную группу событий*, если события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ попарно несовместны и в результате каждого опыта происходит одно и только одно из них.

Суммой событий А и В по отношению к рассматриваемому опыту, называется новое событие, которое происходит тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из событий Aи B (т.е. или A, или B, или оба вместе).

Произведением событий А и В по отношению к рассматриваемому опыту, называется новое событие, которое происходит тогда и только тогда, когда происходят оба события A и B (т.е.A и B вместе).

Противоположным событию А называется событие $\bar{A}$, которое происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие A.

Заметим, что два противоположных события по отношению к рассматриваемому опыту образуют полную несовместную систему событий.

Независимыми считают такие события, появление которых не зависит от того, какое событие произошло перед этим (например, появление независимого отказа – повреждение колеса, повреждение лобового стекла).

Вероятность события численно характеризует степень объективной возможности появления изучаемого события. Вероятность события A обозначают $P(A) = P$.

Статистически вероятность события A представляет собой отношение числа случаев, благоприятствующих этому событию, к общему числу случаев N.

Из классического определения вероятности следует, что вероятность невозможного события равна нулю, а вероятность достоверного равна 1 т.е.: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Однако на практике пользуются не вероятностью события, а относительной частотой, так как вероятность события не всегда возможно вычислить, потому, что общее число случаев может быть большим или бесконечно большим. Относительной частотой события A в данной серии опытов называется отношение числа опытов, в которых появилось событие A, к общему числу произведенных опытов.

В теории вероятностей доказано, что при неограниченном увеличении числа однородных опытов с практической достоверностью можно утверждать, что относительная частота события будет сколь угодно мало отличаться от его вероятности.

При расчетах надежности различных объектов часто используются теоремы сложения и умножения вероятностей.

Теорема 1. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятности этих событий:

$$P(\sum_{i=0}^{n} A_n) = \sum_{i=0}^{n} P(A_n).$$

Следствие 1. Сумма вероятностей событий, образующих полную несовместную группу событий, равна 1.

Следствие 2. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$, т.е. сумма вероятностей противоположных событий равна 1.

Теорема 2. Вероятность суммы совместных событий равна сумме вероятнбостей этих событий без вероятности их произведения, т.е.

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cdot A_2).$$

Теорема 3. Вероятность произведения нескольких независимых событий равна произведению вероятности этих событий:

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n) = \prod_{k=1}^{n} P(A_k).$$

Теорема 4. Вероятность произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло:

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P\left(A_2 / A_1\right).$$

2.2. Формула Бернулли. Предельные теоремы

Теорема 5. Если производится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна p, а вероятность его не появления $q = 1 - p$, то вероятность того, что событие A произойдет m раз определяется *формулой Бернулли*

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, m = 0,1, \ldots, n. \qquad (2.1)$$

Напомним, что число сочетаний из n элементов по m элементов вычисляется по формуле $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Использование формулы Бернулли при больших значениях n и m, а также при малых p и q связано с громоздкими вычислениями, что вызывает большие трудности. Возникает необходимость в отыскании приближенных формул для вычисления $P_n(m)$, обеспечивающих необходимую точность. Такие формулы дают нам предельные теоремы, устанавливающие связь теории вероятности с ее практическим применением. Рассмотри предельные теоремы, содержащие асимптотические формулы, которые при больших значениях испытаний дают сколь угодно малую относительную погрешность.

2.3 . Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа

Теорема 5.(Локальная теорема Муавра-Лапласа)

Если вероятность наступления события A в каждом испытании постоянна и $p \neq 0,\ p \neq 1$, а число независимых испытаний достаточно велико, то вероятность $P_n(m)$ может быть вычислена по приближенной формуле (чем больше n, тем больше точность)

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \text{где } x = \frac{m-n}{\sqrt{npq}} \text{ и } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

где $\varphi(x)$ называется функцией Гаусса, а ее график – кривой вероятностей.

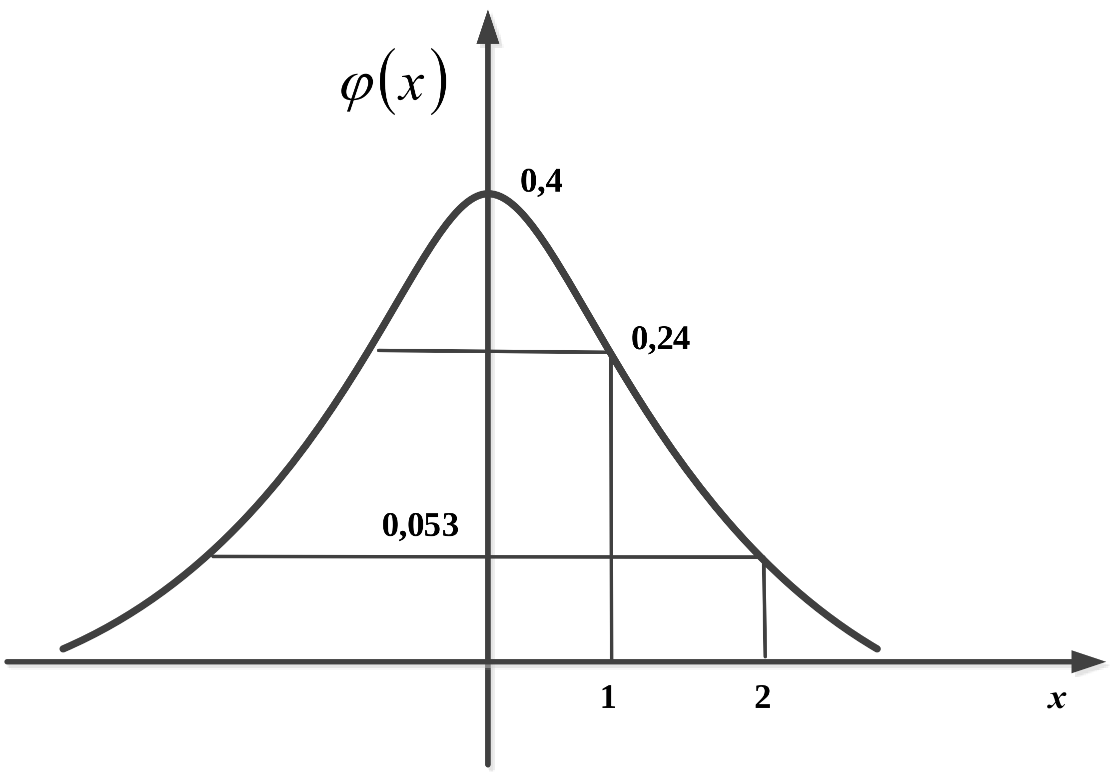


Рис. 2.1 График функции Гаусса (кривой вероятности)

Для функции $\varphi(x)$ составлены таблицы значений, они находятся, как правило, в приложениях книг по теории вероятностей. Пользуясь таблицей, следует учитывать, что:

1. $\varphi(x) = \varphi(-x)$ (четность функции);
2. Можно считать $\varphi(x) = 0$, при $x \geq 4$.

Теорема 5.(Интегральная теорема Муавра-Лапласа)

Если вероятность наступления события A в каждом испытании постоянна и $p \neq 0,\ p \neq 1$, а число независимых испытаний достаточно велико, то вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится не менее k_1 раз, но не более k_2 раз, т.е. $P_n(k_1 \leq m \leq k_2)$ может быть найдена по приближенной формуле (чем больше n, тем больше точность)

$$P_n(k_1 \leq m \leq k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \text{где } x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} \text{ и } x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}. \quad (2.2)$$

При решении задач, требующих применение этой теоремы, пользуются специальными таблицами, так как неопределенный интеграл $\int e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ не выражается через элементарный функции.

Для упрощения вычислений формулу (1.7) можно переписать в виде

$$P_n(k_1 \leq m \leq k_2) \approx \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx = \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1), \quad (2.3)$$

где

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

специальная функция, называемая нормированной функцией Лапласа.

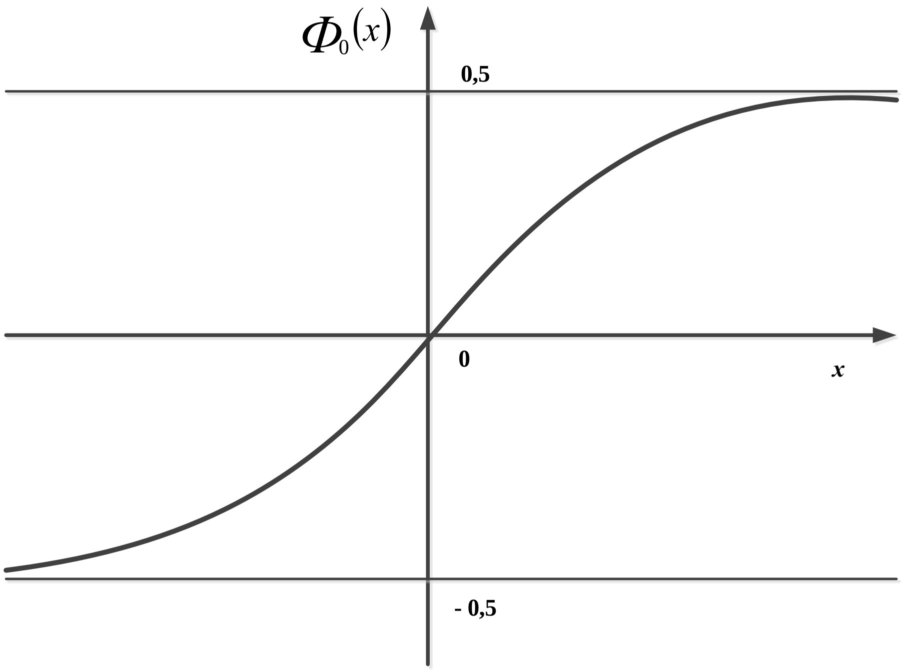


Рис.2.2 График функции $\Phi_0(x)$

Функция $\Phi_0(x)$ нечетна, т.е $\Phi_0(-x) = -\Phi_0(x)$; при $x \geq 5$ можно считать, что $\Phi_0(x) = 0{,}5$.

Наряду с нормированной функцией Лапласа $\Phi_0(x)$ используют функцию

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

также называемую *функцией Лапласа*. Для нее справедливо равенство

$$\Phi(-x) + \Phi(x) = 1.$$

Она связана с $\Phi_0(x)$ формулой

$$\Phi(x) = \Phi_0(x) + 0{,}5.$$

Таким образов формула (1.7) можно записать в виде

$$P_n(k_1 \leq m \leq k_2) = \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1). \qquad (2.4)$$

Теорема 6. Вероятность отклонения относительной частоты $\frac{m}{n}$ от вероятности p в n независимых испытаниях равна значению удвоенной функции Лапласа при $x = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{n}{pq}}$ т.е.:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) \approx 2\Phi_0\left(\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$$

Теорема 7.(Теорема Пуассона)

Если число испытаний неограниченно увеличивается ($n \to \infty$) и вероятность p наступления события A в каждом испытании неограниченно уменьшается ($p \to 0$), но так что произведение np сохраняет постоянное значение ($np = \lambda = const$), то вероятность $P_n(m)$ удовлетворяет предельному равенству

$$\lim_{n\to\infty} P_n(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}. \qquad (2.5)$$

Выражение (1.10) называют *асимптотической формулой Пуассона.*

Преобразуя формулу Бернулли (2.1) с учетом, того что $p = {}^{\lambda}/_{n}$ и при переходе к пределу при $n \to \infty$, используя второй замечательный предел, получим приближенную *формулу Пуассона*

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}, \text{при } np = \lambda, m = 0,1, \dots, n. \qquad (2.6)$$

Приближенную формулу (1.11) обычно используют когда $n \geq 50$, а $np \leq 10$.

2.4. Случайные величины и их характеристики

Понятие случайной величины – одно из важнейших в теории вероятности.

Под *случайной величиной* понимают величину, которая в результате опыта со случайным исходом принимает то или иное числовое значение, причем заранее неизвестно какое именно.

Случайные величины (кратко: с.в.) обозначают большими латинскими буквами $X, Y, \ldots$, а принимаемые им значения – малыми буквами $x_1, x_2, \ldots$; $y_1, y_2, \ldots$

Например, наработка на отказ автомобиля или агрегата является случайной величиной и зависит от ряда факторов: первоначального качества материала деталей; точности обработки деталей; качества обработки; качества ТО и ремонта и даже от квалификации персонала; условий эксплуатации т.п. Случайной величиной является трудоемкость устранения конкретной неисправности, расход материалов, а так же значение параметра технического состояния в определенные моменты времени и т.д.

Случайные величины могут быть дискретными и непрерывными.

Если множество возможных значений случайной величины X (*с.в.* X) конечно или счетно (все элементы множества могут быть пронумерованы натуральными числами), т.е. дискретно, то *с.в.* X называется *дискретной (далее д.с.в.* X*).*

Если множество значений *с.в.* X непрерывно заполняет конечный или бесконечный промежуток на числовой оси, то такая случайная величина называется *непрерывной (далее н.с.в.* X*).*

В теории надежности дискретными являются: количество невосстанавливаемых объектов, отказавших в заданном интервале времени; количество отказов восстановленного объекта в заданном интервале времени; количество объектов восстановленных в заданном интервале времени.

Примерами непрерывных случайных величин являются: наработка, ресурс, срок службы, время восстановления, срок сохранности.

Ввиду того, что значение случайной величины заранее неизвестно, для ее оценки используется вероятность (вероятность того, что случайная величина окажется в интервале ее возможных значений) или частота (относительное число случаев появления случайной величины в указанном интервале).

В результате измерения случайные величины получают конкретные реализации. Каждая реализация может появиться с определенной вероятностью $p_1,\ p_2, \dots, p_n$.

Для того чтобы получить полное представление о данной случайной величине, недостаточно знать, какие значения она принимает – важно еще знать, числовые характеристики случайной величины, а также понятие закона распределения этой случайной величины.

2.5. Виды случайных величин. Задание дискретной и непрерывной случайной величины

Любое правило (таблица, функция, график), позволяющее находить вероятности того, что данная случайная величина примет конкретное значение или попадет в заданный интервал, называется *законом распределения случайной величины.*

Если для случайной величины задан закон распределения, то говорят, что она распределена по некоторому закону.

Закон распределения *д.с.в.* X принято записывать в виде следующей таблицы

x_i	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n	$\cdots$
p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n	$\cdots$

называемой *рядом распределения.* Где x_i – возможные значения *с.в.* X, а $p_i = P\{X = x_i\}$ – соответствующие вероятности и справедливо равенство:

$$\sum_i p_i = 1.$$

Графически ряд распределения изображают в виде *многоугольника* (или полигона) *распределения* (рис. 2.3)

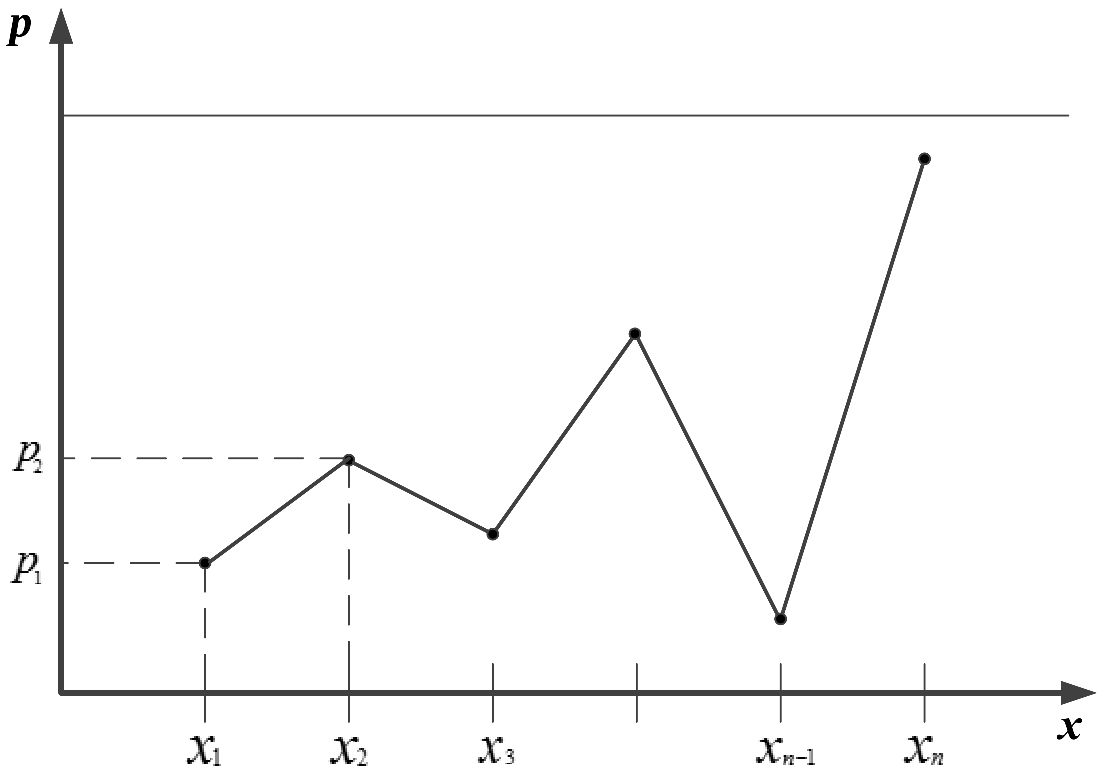


Рис. 2.3 Многоугольник распределения д.с.в. X

Функция распределения является одним из наиболее универсальных способов задания закона распределения.

Функцией распределения случайной величины X (с.в. X) называется функция $F(x)$, которая для любого числа $x \in \mathbb{R}$ равна вероятности события $\{X < x\}$, т.е. $F(x) = P\{X < x\}$.

Свойства функции распределения:

1. $0 \leq F(x) \leq 1$;
2. $F(x)$ – неубывающая функция ($F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 \geq x_1$);
3. $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$;
4. функция $F(x)$ непрерывна слева в любой точке x, т.е.

$$\lim_{x \to 0-} F(x) = F(x);$$

5. $P\{a \leq X < b\} = F(a) - F(b)$.

Функция распределения *д.с.в.* X имеет вид:

$$F(x) = \sum_{x_i < x} p_i,$$

где суммирование ведется по всем индексам i, для которых $x_i < x$.

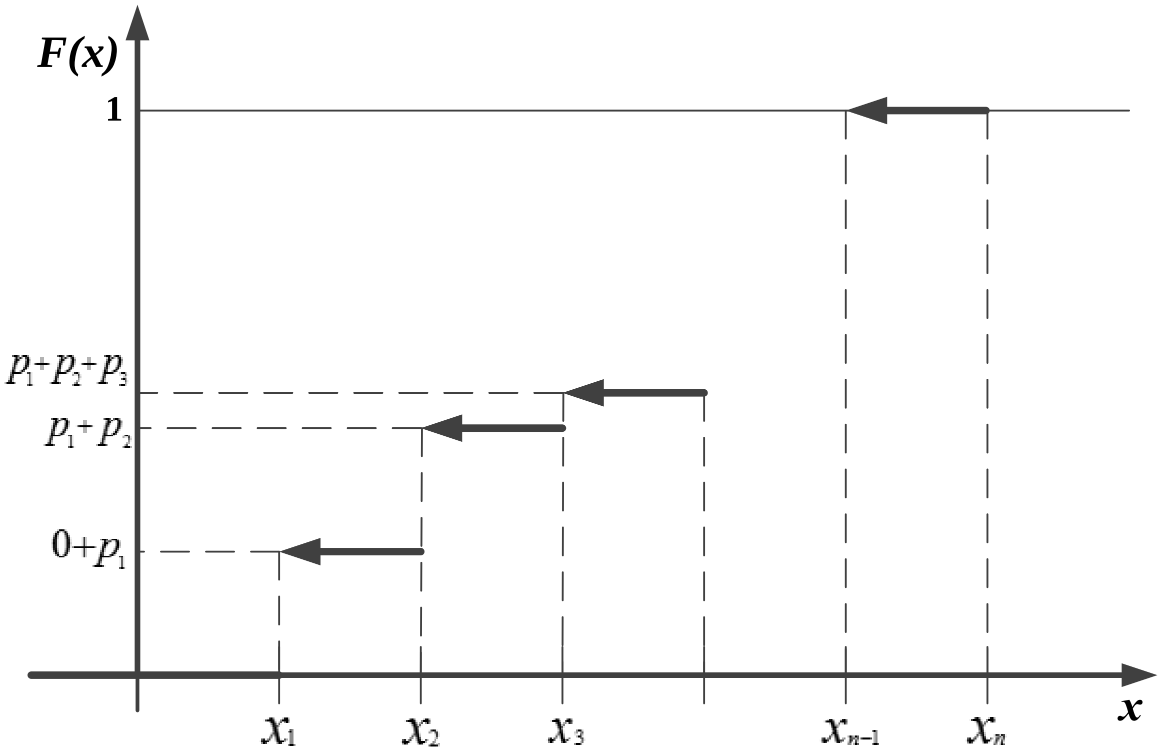


Рис. 2.4 График функции распределения для д.с.в. X

Для *н.с.в.* X существует еще один удобный способ задания закона распределения – это плотность вероятности.

Пусть функция распределения $F(x)$ непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, возможно, некоторых отдельных точек, тогда:

$$f(x) = {}^{dF(x)}\!/_{dx} = F'(x)$$

называют *плотностью распределения (*или *плотностью вероятности) н.с.в.* X. График плотности распределения $f(x)$ называют *кривой распределения.*

Свойства плотности распределения:

1. $f(x) \geq 0$;

2. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1;$

3. $P\{a \leq X \leq b\} = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx;$

4. $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt;$

5. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0.$

Условной плотностью распределения *с.в.* X называется отношение плотности распределения к вероятности того, что случайная величина превысит фиксированное значение:

$$\lambda(x) = \frac{f(x)}{p\{x_i > x\}} = \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

Например, если *с.в.* X – наработка объекта до отказа, то интегральная функция распределения соответствует вероятности отказа, плотность распределения – плотности распределения наработки, а условная плотность распределения – интенсивности отказов.

В задачах надежности из дискретных распределений наиболее часто используют биномиальное распределение и распределение Пуассона.

В задачах надежности из непрерывных распределений наиболее часто используют нормальный закон распределения, логарифмический нормальный закон, усеченное нормальное распределение; распределения Вейбула – Гнеденко, экспоненциальный закон распределения, гамма-распределение.

Замечание. На практике иногда встречаются случайные величины, которые нельзя отнести ни к дискретным, ни к непрерывным случайным величинам, т.е. случайная величина может представлять «смесь» дискретной и непрерывной случайных величин.

Можно рассмотреть следующий пример.

На перекрестке установлен светофор, который показывает зеленый свет $t_1 = 60$ с., красный - $t_1 = 30$с. и т.д. В случайный момент времени к перекрестку подъезжает автомобиль. Тогда случайная величина $X -$ время ожидания у перекрестка не является ни дискретной, ни непрерывной.

2.6. Числовые характеристики случайных величин

Важнейшими среди числовых характеристик являются: характеристики положения и характеристики рассеяния.

Характеристика положения – это числовой параметр, определяющий положение центра распределения случайной величины, вокруг которого располагаются ее возможные значения. Основными характеристиками положения являются: математическое ожидание, медиана и т.д.

Характеристика рассеяния – это числовой параметр, характеризующий степень рассеяния возможных значений случайной величины относительно центра ее распределения. К числу характеристик рассеяния относятся: дисперсия, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Математическим ожиданием (средним значением) $M(X)$ *д.с.в.*X называется сумма произведений всех ее возможных значений x_i на их соответствующие вероятности:

$$M(X) = \sum_i x_i p_i.$$

Если *д.с.в.*X принимает конечное число значений, то

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i.$$

Если *д.с.в.*X принимает счетное число значений, то

$$M(X)=\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i,$$

причем математическое ожидание имеет место, если ряд в правой части этой формулы сходится.

Математическое ожидание *н.с.в.*X с плотностью вероятности $f(x)$ является начальным моментов первого порядка распределения $F(x)$.

Математическое ожидание *н.с.в.*X находим по формуле:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx.$$

Причем математическое ожидание имеет место, если несобственный интеграл в правой части формулы сходится, т.е. $\int_{-\infty}^{+\infty}|x|f(x)dx<\infty$.

Свойства математического ожидания:

1. $M(C)=C$, где $C=const$;
2. $M(CX)=CM(X)$;
3. $M(X+Y)=M(X)+M(Y)$;
4. $M(XY)=M(X)M(Y)$, еслиXи Y – независимые случайные величины.

Дисперсией (рассеянием) *с.в.*X называется математическое ожидание квадрата отклонения *с.в.* от ее математического ожидания $M(X)=a$

$$D(X)=M(X-a)^2.$$

Для *д.с.в.* X дисперсия равна

$$\mathrm{D}(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mathrm{a})^2 p_i$$

или

$$\mathrm{D}(X)=\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2 p_i-a^2,$$

Последней формулой пользуются чаще.

Для *н.с.в.*X с плотностью вероятности $f(x)$ дисперсия равна:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 f(x)dx,$$

или

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - a^2.$$

Дисперсия характеризует разброс случайной величины и является центральным моментом второго порядка распределения $F(x)$.

Свойства дисперсии:

1. $D(C) = 0$, где $C = const$;
2. $D(CX) = C^2 D(X)$;
3. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$, если X и Y – независимые случайные величины, тогда $D(X + \mathrm{C}) = D(X)$.

Разброс часто характеризуется средним квадратическим отклонением, которое имеет размерность самой случайной величины, в отличие от дисперсии, которая имеет размерность квадрата этой величины, что является недостатком дисперсии.

Средним квадратическим отклонением с.в. X называется число σ равное:

$$\sigma = \sqrt{D(X).}$$

Коэффициент вариации случайной величины – это отношение среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию:

$$\upsilon_x = \frac{\sigma_x}{M(x)}.$$

Коэффициент вариации используется в качестве характеристики рассеяния только неотрицательных случайных величин. Коэффициент вариации, показывающий какую долю математического ожидания составит σ_x, служит своего рода характеристикой «степени случайности» неотрицательной случайной величины и в ряде случаев применяется для ее оценки. Говорят, что случайные величины с $\upsilon_x < 1$ – по сравнению с имеющими показательное распределение.

Медина (срединное значение) – значение *н.с.в.*X, при котором интегральная функция распределения равна 0,5. Медиана – частный случай квантили.

Квантилем уровня p называется величина u_p, при которой $p(x \leq u_p) = F(u_p) = p$, т.е квантиль – корень уравнения $F(u_p) = p$.

Таким образом, медиана – квантиль уровня $p = 0{,}5$.

Мода д.с.в.X есть ее наиболее вероятное значение.

Мода н.с.в.X с плотностью $f(x)$ – это значение случайной величины, при котором плотность распределения $f(x)$ принимает максимальное значение.

При табулировании наиболее распространенных функций распределения часто используют центрирование и нормирование *с.в.* X.

Центрированная случайная величина получается из исходной *с.в.* X по формуле $x' = x - M(X)$.

Нормированная случайная величина получается из исходной *с.в.*X по формуле $\overline{x} = {}^{x}/_{\sigma}$.

Далее рассмотрим законы распределения, которые наиболее часто встречаются в теории надежности.

2.7. Законы распределения случайных величин

Биномиальное распределение

Д.с.в. X имеет *биномиальное распределение*, если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, n$ с соответствующими вероятностями:

$$p_m = P\{X = m\} = C_n^m p^m \cdot q^{n-m},$$

где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $m = 0, 1, 2, \dots, n$.

Характеристиками *с.в.* X этого распределение являются: математическое ожидание $M(X) = np$, дисперсия $D(X) = npq$ и коэффициент вариации $\upsilon_{x} = \sqrt{\frac{q}{np}}$.

Биноминальное распределение имеют, например, отказы восстанавливаемых объектов в течение заданного периода времени.

Распределение Пуассона-закон редких событий

Д.с.в. X имеет *распределение Пуассона*, если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, m, \dots$, с соответствующими вероятностями:

$$p_m = P\{X = m\} = \frac{a^m e^{-a}}{m!}, \qquad \text{где } m = 0,1,2,\dots$$

Для *д.с.в.* X, имеющей распределение Пуассона, математическое ожидание и дисперсия находятся по формулам:

$$M(X) = a, \mathrm{D}(X) = a, \ \upsilon_{x} = \sqrt{\frac{1}{a}}.$$

Заметим, что распределение Пуассона является предельным для биномиального распределения, если число опытов $n \to \infty$, а число опытов $p \to 0$, причем $np = a$ остается постоянным.

Распределение Пуассона описывает количество отказов за промежуток времени для объектов с постоянной интенсивностью отказов a. Равенство математического ожидания и дисперсии часто используется для проверки соответствия исследуемого закона распределения распределению Пуассона.

При $a > 9$ распределение Пуассона хорошо апроксимируется нормальным распределением с математическим ожиданием и дисперсией a.

Экспоненциальный (показательный) закон распределения

Н.с.в.X имеет *экспоненциальное (показательное) распределение*, если ее плотность вероятности $f(x)$ имеет вид: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, где $\lambda > 0$ – параметр данного распределения.

Функция распределения *с.в.X*, распределенной по экспоненциальному закону, находим по формуле:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0 \\ 0, \qquad x < 0. \end{cases}$$

Короче, $x \geq 0$

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x}\, dx = 1 - \lambda e^{-\lambda x}$$

При $\lambda x \leq 0{,}1$ формулу распределения можно заменить приближенной формулой, предварительно разложив в ряд. Т.е.

$$F(x) = 1 - (1 - \lambda x + \frac{\lambda x}{1!} + \frac{(\lambda x)^2}{2!} - \frac{(\lambda x)^3}{3!} + \cdots) \approx \lambda x, \qquad -\infty < x < \infty$$

Числовые характеристики этого распределения определяются следующими равенствами:

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \upsilon_x = 1.$$

Мода $\hat{x} = 0$ и квантиль $u_p = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-p)$.

В теории надежности используется для характеристики до первого отказа или между отказами при их постоянной интенсивности λ и средней наработке $T = \frac{1}{\lambda}$. Зависимость между показателями надежности: вероятность безотказной работы $R(x) = e^{-\lambda x}$, где λ - интенсивность отказов (величина постоянная); среднее квадратическое отклонение численно равна средней наработке на отказ $\sigma = \frac{1}{\lambda} = T$.

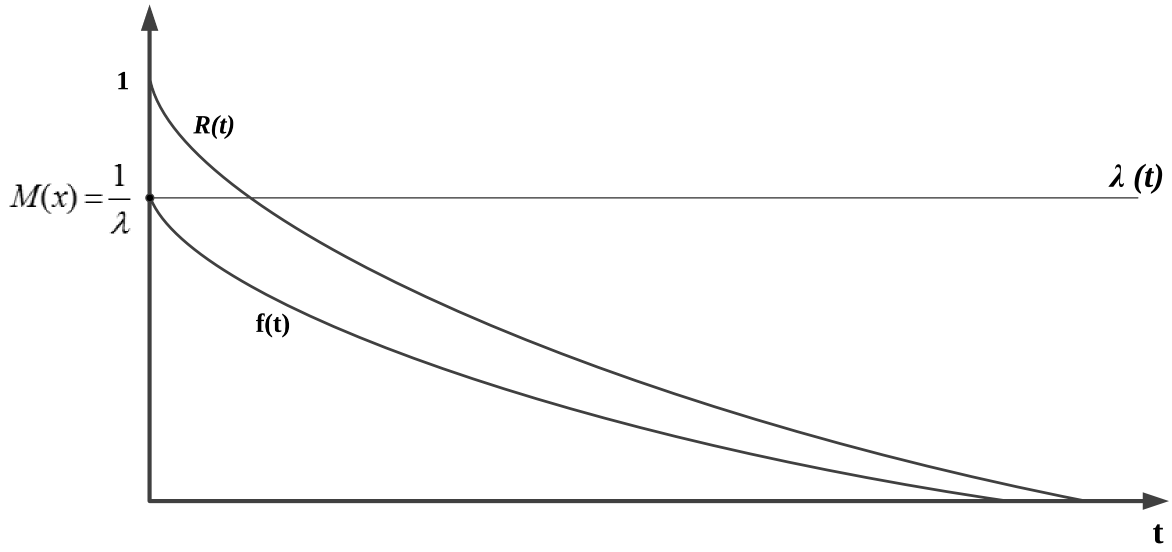


Рис. 2.5 Связь вероятности безотказной работы $R(t)$ с плотностью вероятности распределения $f(t)$.

Экспоненциальный закон распределения в теории надёжности нашел широкое применение, так как он прост для практического использования и позволяет некоторые задачи решать аналитически. Им проще пользоваться ввиду того, что вероятность безотказной работы зависит только от длительности интервала и не зависит от времени предшествующей работы. Его часто используют для прогнозирования надежности в период нормальной эксплуатации изделий, когда постепенные отказы еще не проявились и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти объекты относят к «нестареющим», так как они работают только на участке, когда интенсивность отказов является постоянной. Это единственное непрерывное распределение, обладающее свойством отсутствия последствия, т.е. этот закон не учитывает постепенного изменения параметров состояния.

Экспоненциальное распределение описывает наработку на отказ тех объектов, у которых в результате выходного контроля отсутствует период приработки, а назначенный ресурс установлен до окончания периода нормальной эксплуатации. Его широко применяют для оценки надежности энергетических объектов.

Экспоненциальное распределение можно считать частным случаем распределения Вейбулла и гамма-распределения.

Более подробно остановимся на нормальном законе распределения.

Нормальное распределение

Нормальное распределение играет исключительно важную роль в теории вероятностей и математической статистике и наиболее часто используется на практике по сравнению с другими законами.

Нормальный закон распределения является предельным для следующих законов распределения случайных величин: биномиального закона, распределения Пуассона, гамма-распределения и др.

В теории надежности его используют для описания постепенных отказов, когда распределение времени безотказной работы сначала имеет низкую плотность, затем максимальную и далее плотность снижается.

Согласно закону больших чисел, распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние примерно равнозначные факторы.

Например, наработка до проведения ТО складывается из нескольких (десяти и более) сменных пробегов, отличающихся один от другого. Однако, они сопоставимы, т.е. влияние одного сменного пробега на суммарную наработку незначительно, поэтому периодичность ТО подчиняется нормальному закону распределения.

Нормальным законом распределения так же описываются случайные события, связанные с эксплуатацией автомобилей, такие как: зазоры в подшипниках, обусловленных износом; периодичность первых отказов рессор и двигателя; периодичность ТО-1 и ТО-2 и т. д.

Нормальное распределение (распределение Гаусса) характеризуется плотностью вероятности $f(x)$ и функцией распределения $F(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt,$$

Параметры a и σ представляют собой соответственно математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение *с.в.* X, коэффициент вариации $\upsilon_x = {}^{\sigma}/_{a}$.

Вычислим $M(X)$.

Имеем

$$M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

делая замену $t = \frac{x-a}{\sigma\sqrt{2}}$, где $dt = \frac{x}{\sigma\sqrt{2}}$ получим

$$M(X) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (\sigma\sqrt{2}t + a) e^{-t^2} dt,$$

В итоге получаем сумму двух интегралов.

Первый интеграл

$$\frac{\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t\, e^{-t^2} dt = 0.$$

Из курса высшей математики известно, что интеграл в симметричных пределах от нечетной функции равен нулю.

Второй интеграл представляет собой известный *интеграл Эйлера – Пуассона*

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \int\limits_{0}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}.$$

Тогда

$$M(X) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (\sigma\sqrt{2}t + a) e^{-t^2} dt = 0 + \frac{a}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\pi} = a.$$

Величина $M(X) = a$ *- математическое ожидание нормально распределенной с.в., называется её «центром рассеивания».*

Часто Параметры a и σ называют параметрами сдвига и масштаба. Ниже приведены графики плотности вероятности нормального распределения при различных значениях a и σ (Рис.4).

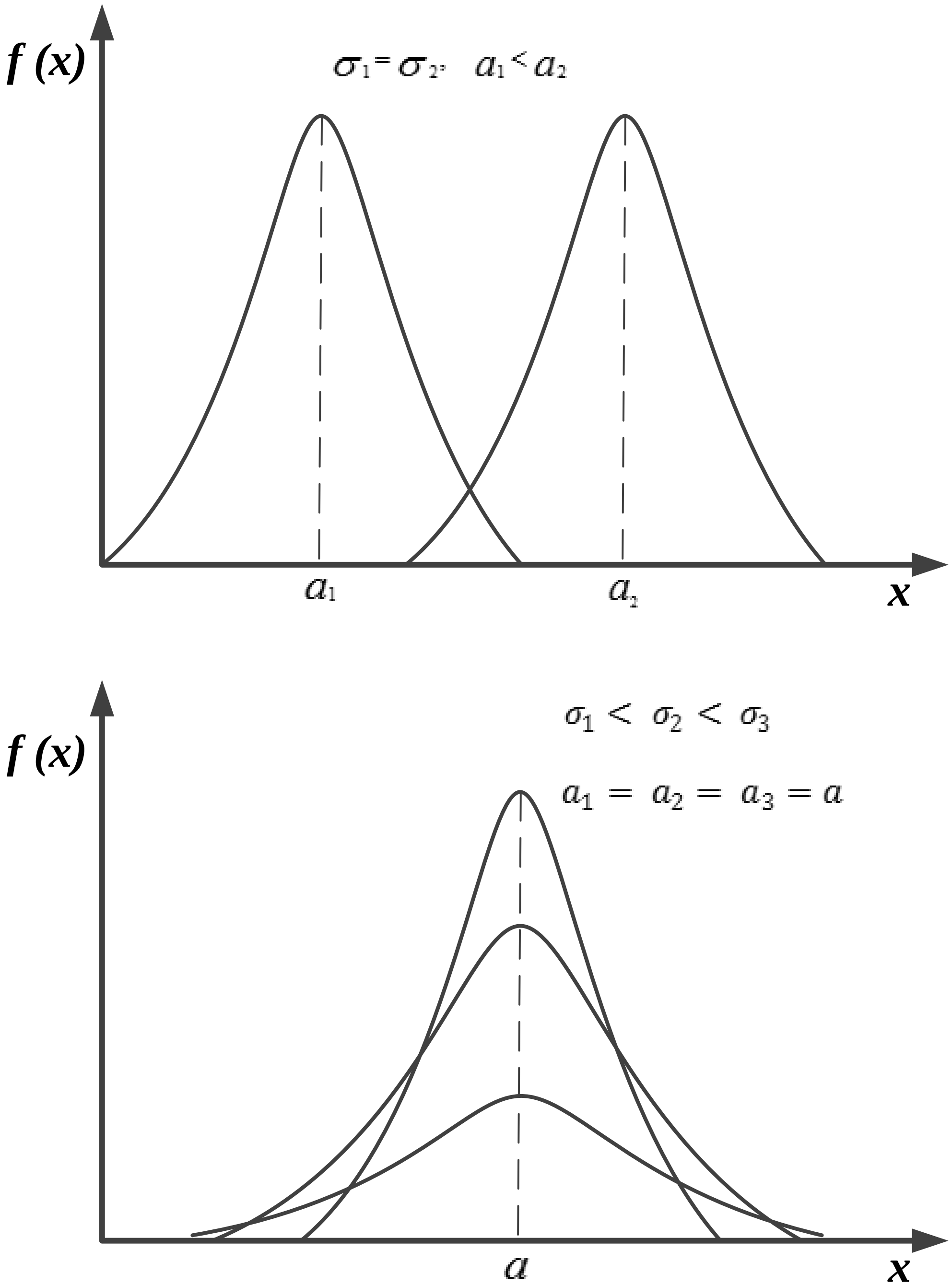


Рис. 2.6 Плотность вероятности нормального распределения при различных значениях математического ожидания и среднеквадратического отклонения

Напомним, $\sigma = \sqrt{D(X)}$, где $D(X)$ – дисперсия.

Часто используют запись *с.в.* $X \sim N(a, \sigma)$, которая означает что *с.в.* X распределена по нормальному закону.

Если *с.в.* $X \sim N(0,1)$, (т.е. $a = 0$, $\sigma = 1$), то соответствующее нормальное распределение называется *стандартным*. Функция распределения для такой случайной величины имеет вид

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

и обладает не только свойствами функции распределения.

Нормальное распределение в теории надежности часто задается нормированной функцией Лапласа $\Phi(z)$ или плотностью распределения $\varphi(z)$ для центрированной и нормированной случайной величины $z = (x - a)/\sigma$:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \qquad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Функцию распределения $F(x)$ записываю через функцию Лапласа $\Phi(x)$:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = 0{,}5 + \Phi(z),$$

Таблица значений $\Phi(z)$ приведена в *Приложении 1*. Напомним, что связь функции $\Phi(x)$ с функцией $\Phi(z)$ выражается формулой $\Phi(x) = 0{,}5 + \Phi(z)$.

Зная значения квантилей u_p уровня p можно определить вероятность заданного значения *с.в.* X: $x_p = M(X) + u_p\sigma$.

Известно, что сумма независимых случайных величин, имеющих нормальное распределение, так же распределена по нормальному закону. В этом случае учитываются свойства математического ожидания суммы и дисперсии суммы.

Зависимости между показателями надежности: функция надежности (вероятность безотказной работы $R(x)$) противоположна функции распределения, т.е. $R(x) = 1 - F(x)$. Интенсивность отказов вычисляется по формуле

$$\lambda = {}^{\bar{x}}/_{F(\mathrm{x})}$$

Правило «трех сигм»

Вероятность того, что отклонение нормально распределенной *с.в.* X по абсолютной величине меньше заданного положительного числа δ, находится по формуле:

$$P(|X - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

Положив $\delta = \sigma t$, получим $P(|X - a| < \sigma t) = 2\Phi(t)$. Если $t = 3$, следовательно, $\sigma t = 3\sigma$, то $P(|X - a| < 3\sigma) = 2\Phi(3) = 2 \cdot 0{,}49865 = 0{,}9973,$ то есть вероятность того, что отклонение от математического ожидания по абсолютной величине будет меньше утроенного среднего квадратического отклонения, равна $0{,}9973$. Таким образом, вероятность того, что случайная величина X лежит в пределах $\pm 3\sigma$, близка к единице или к 100%. Тогда значения случайной величины, лежащие за пределами интервала $(-3\sigma, 3\sigma)$, можно отбросить.

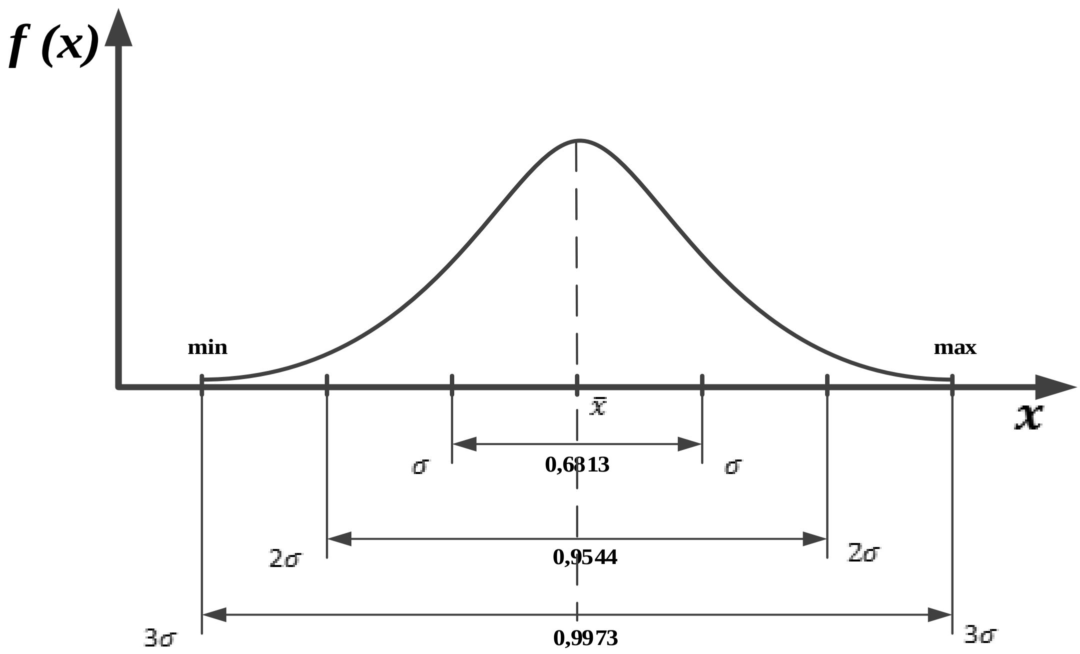


Рис. 2.7 Правило «трех сигм»

Если случайная величина распределена нормально, то вероятность попадания

1. в пределы интервала $(-\sigma, \sigma)$ равна 0,6813;
2. для интервала $\left(-2\sigma + M(x), 2\sigma + M(x)\right)$ равна 0,9544
3. для интервала $(-3\sigma + M(x), 3\sigma + M(x))$ равна 0,9973.

На этом основано правило ***«трех сигм»***. На практике правило ***«трех сигм»*** применяют следующим образом: если распределение изучаемой случайной величины неизвестно, но условие правила выполняется, то есть основание предполагать, что изучаемая величина распределена нормально; в противном случае она не подчиняется нормальному закону распределения.

Логарифмически нормальное распределение

Данное распределение характеризует случайные величины, логарифм которых распределен по нормальному закону с плотностью и функцией распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(lnx-a)^2}{2\sigma^2}}, x > 0,$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{t} e^{-\frac{(lnt-a)^2}{2\sigma^2}} dt,$$

где математическое ожидание $a = \sqrt{e^{2a-\sigma^2}}$, среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{e^{2a-\sigma^2}\left(e^{\sigma^2} - 1\right)}$ и $\upsilon_x = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}.$

Для вычисления функций логарифмически нормального распределения можно пользоваться таблицами нормального распределения, так как:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{lnx - a}{\sigma}\right) \text{ и } f(x) = \frac{1}{\sigma x}\varphi\left(\frac{lnx - a}{\sigma}\right).$$

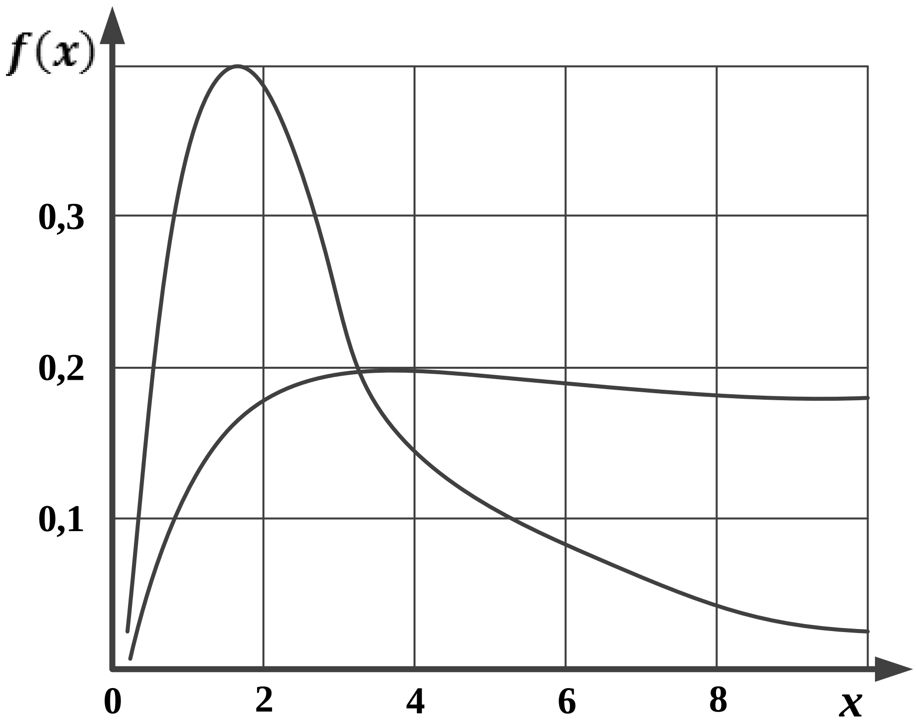


Рис. 2.8 Логарифмически нормальное распределение

Данное распределение удобно для описания процесса, если на сам процесс и его результат влияет достаточно большое число случайных и взаимонезависимых (слабозависимых друг от друга) факторов, интенсивность действия которых зависит от достигнутого случайной величиной состояния. Это так называемая *модель пропорционального эффекта,* рассматривающая некоторую случайную величину, предельное состояние которой имеет начальное и конечное предельное состояние определяемое формулой:

$$x_{\text{п}} = x_0 \prod_{i=1}^{n} (1 \pm \varepsilon_i),$$

где x_0 – начальное состояние случайной величины, ε_i – интенсивность изменения случайных величин. Тогда логарифм предельного состояния равен

$$lnx_{\text{п}} = \ln x_0 + \Sigma \ln(1 \pm \varepsilon_i).$$

Из центральной предельной теоремы следует, что $lnx_{\text{п}}$ является асимптотически нормальным распределением, а сама величина $x_{\text{п}}$ распределена по логарифмически нормальному закону. В теории надежности — это распределение применяют для описания наработки до отказа элементов в период наступления усталости материалов и отказов вызываемых процессами износа, коррозии, наработки до ослабления крепежных соединений (например, описание наработки подшипников качения). Для этого закона в практических задачах по технической эксплуатации транспортных и транспортно-технологических машин и оборудования (ТиТТМО) коэффициент вариации $\upsilon_{\text{х}} = 0{,}3 \div 0{,}5$.

Распределение Вейбула – Гнеденко

Распределение Вейбула-Гнеденко используется для описания отказов объектов с монотонной интенсивностью и является достаточно универсальным, благодаря возможности варьирования двух его параметров.

Плотность распределения вероятностей определяется по формуле:

$$f(x) = \frac{b}{a}\left(\frac{x}{a}\right)e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^b},$$

где $x \geq 0$, a – параметр формы, b – параметр масштаба и $a > 0, b > 0$.

Заметим, что с изменением параметра b изменяется и вид графика функции плотности распределения.

Это позволяет соответствующим подбором параметров обеспечивать хорошее совпадение опытных данных с аналитическими выражениями. Функция распределения имеет вид:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^b}.$$

Характеристиками закона распределения являются: $M(x) = aK$,

$$D(x) = a^2(C - K^2),\ \upsilon_x = \sqrt{\frac{C}{K^2} - 1}, \text{где } K = \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right), C^2 = \Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - K^2,$$

здесь $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1}\, e^{-t} dt$ – гамма-функция.

Универсальность распределения Вейбула-Гнеденко объясняется следующим:

- при $b = 1$ распределение превращается в*экспоненциальное;*
- при $b < 1$ функции плотности и интенсивности отказов убывающие, при $b > 1$интенсивность отказов возрастающая;
- при $b = 2$ получаем распределение Рэлея с плотностью $f(x) = 2\lambda x e^{-\lambda t}$, где интенсивность отказов $\lambda(x)$ – линейная функция;
- при $b = 3{,}3$ (можно встретить в литературе и при $b \geq 3{,}5$) распределение близко к *нормальному*.

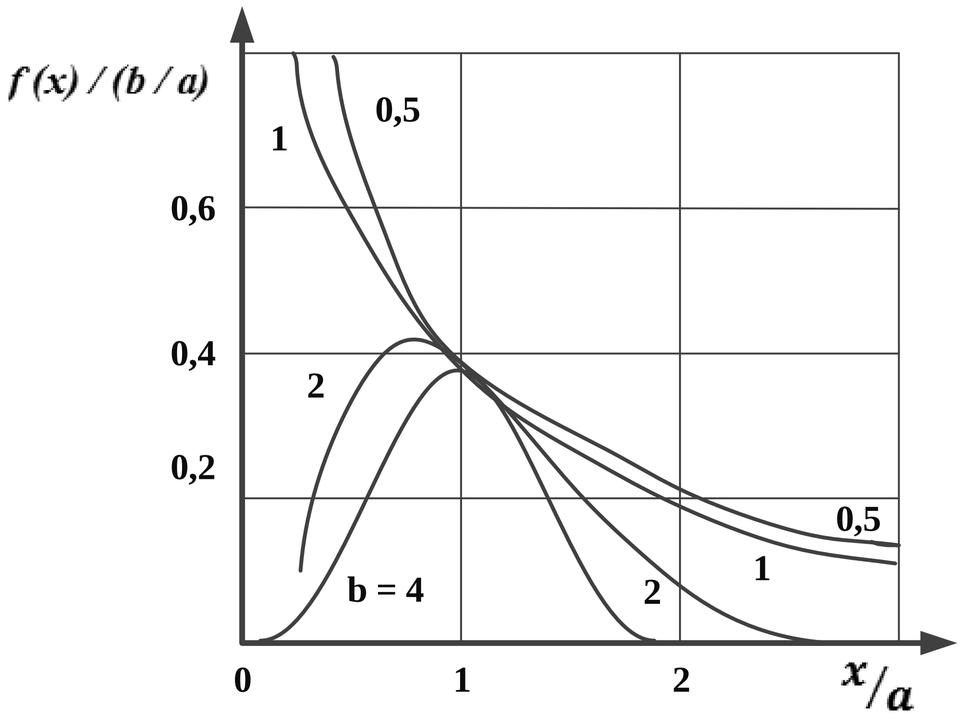


Рис. 2.9 Распределение Вейбула-Гнеденко

Зависимости между показателями надежности имеют вид:

$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}$ – вероятность отказа, $T_1 = a\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$ – средняя наработка до отказа, $\lambda = \frac{b}{a^b} t^{b-1}$ – интенсивность отказа в момент времени t.

Хорошо описывается данным распределением наработка деталей по усталостным разрушениям, наработка до отказа подшипников, используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности автомобилей, подъемно-транспортных и др. машин. Для этого закона в практических задачах ТиТМО коэффициент вариации $\upsilon = 0{,}4 \div 0{,}6$.

При расчете надежности ряда изделий (рессор, подшипников и т.п.) применяют распределение Вейбула-Гнеденко с дополнительным параметром сдвига или смещения. Плотность вероятности найдем по формуле:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b}{a}\left(\frac{x - \mathrm{C}}{a}\right) e^{-\left(\frac{x-\mathrm{C}}{a}\right)^b}, & \mathrm{C} < 0; \\ 0, & \mathrm{C} \geq 0. \end{cases}$$

где – С параметр сдвига (например, его можно интерпретировать как гарантированное время безотказной работы).

Тогда $M(x) = aK + C, D(x) = a^2K^2$.

Гамма-распределение

Плотность распределения вероятностей определяется по формуле:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{a}}}{a\Gamma(1+b)}\left(\frac{x}{a}\right)^b.$$

Функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{a\Gamma(1+b)}\int_0^x \left(\frac{t}{a}\right)^b e^{-\frac{t}{a}}\,dt.$$

Параметр a– параметр масштаба, b – параметр формы и $a > 0, b \geq -1$.

Характеристиками *гамма-распределения* являются: математическое ожидание $M(X) = a(b+1)$, дисперсия $D(X) = a^2(b+1)$ и коэффициент вариации $\upsilon_x = \sqrt{\frac{1}{b+1}}$.

Гамма-распределение используют при описании наработки до отказа многих невосстанавливаемых технических систем. Данный закон распределения тоже достаточно универсален.

Если независимые случайные величины имеют одинаковое экспоненциальное распределение, то их сумма имеет *гамма-распределение*, поэтому оно может использоваться для описания систем с резервированием элементов замещением.

Если независимые случайные величины подчиняются гамма-распределению с параметром масштаба a и параметрами формы $b_1, b_2, \dots, b_n$, то их сумма также подчиняется гамма-распределению с параметрами с параметрами a и $\mathrm{b} = b_1, +b_2 + \ldots + b_n + n - 1$.

Универсальность гамма-распределения объясняется следующим:

- при$b = 0$ распределение совпадает с *экспоненциальным*;
- при больших значениях b практически совпадает с *нормальным*;
- при целых значениях b гамма-распределение называют распределением Эрланга.

В надежности вероятность безотказной работы элемента, имеющего гамма-распределение, выражается по формуле:

$$R(t) = \int_t^\infty \frac{x^{b-1}}{a^b \Gamma(b)} e^{-\frac{x}{a}} dx.$$

$T = ab$ – среднее время работы между отказами (средняя наработка на отказ восстанавливаемых объектов).

Интенсивность отказа в момент времени tопределяется формулой:

$$\lambda = \frac{t^{b-1}}{a^b \Gamma(b) \sum \left(\frac{t}{a}\right)^i \frac{1}{i!}},$$

где индекс суммирования $i \in (\overline{0, b-1})$.

Параметр b определяет вид характеристик надежности, так как характеризует асимметрию гамма-распределения. При $b > 1$ интенсивность отказа возрастает, при $b < 1$ убывает, при $b = 1$ становится постоянной и гамма-распределения становится экспоненциальным распределением.

Часто в практических ситуациях случайная величина является смесью двух или более случайных величин с различными распределениями.

Пусть функции $f_i(x_i)$ являются функциями плотности вероятности некоторых случайных величин и сумма вероятностей p_i этих случайных величин равна единице, то функция

$$f(x) = \sum\nolimits_{i=1}^{n} p_i f_i(x_i),$$

является плотностью смеси распределений.

Соответствующая интегральная функция имеет вид:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i F_i(x_i)$$

где $F_i(x_i)$ – интегральные функции соответствующих распределений $f_i(x_i)$.

Примерами таких распределений являются гиперэкспоненциальные распределения, распределения Парето.

Примечание. Многие числовые показатели надежности элементов и систем выражаются через функции типа свертки или бесконечными рядами, члены которых являются свертками функций. Для исследования таких показателей удобнее воспользоваться преобразованием Лапласа. А так как в теории надежности искомые вероятности событий или состояний выражаются дифференциальными, интегральными уравнениями, то операционный метод решения таких уравнений значительно упрощает расчеты. Более подробно преобразования Лапласа, обратное преобразование Лапласа, операционный метод решения уравнений изучают в дополнительных главах дисциплины «Математика», в данном учебном пособии эти методы не рассматриваются.

Заметим, что понимание процессов изменения технического состояния, знание соответствующих законов распределения случайных величин серьезно облегчает и делает более точными инженерные расчеты, а также позволяет прогнозировать наступление тех или иных событий. Например, если стало известно, что закон распределения нормальный, то расчеты характеристик надежности сводятся к использованию нормированной функции.

Одной из практически важных теорем теории вероятностей является *центральная предельная теорема*, согласно которой распределение сумм независимых случайных величин с любыми распределениями вероятностей стремится в пределе к *нормальному закону* с математическим ожиданием na и дисперсией $n\sigma^2$:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\alpha < \frac{x-a}{\sigma\sqrt{n}} < \beta\right\} = \Phi(\alpha) - \Phi(\beta).$$

В частности, данная теорема является теоретической основой применения нормального распределения при определении наработки на отказ в результате усталостных изменений, при расчетах параметров надежности методами статистического моделирования.

2.7. Элементы математической статистики

Основные количественные характеристики надежности оцениваются по результатам испытаний после их обработки с использованием математической статистики. При этом дискретные статистические величины, описывающие процессы возникновения отказов, аппроксимируются непрерывными функциями известных распределений случайных величин с оценкой точности аппроксимации и проверкой статистических гипотез.

Для оценки статистических параметров чаще всего используют не всю существующую совокупность объектов (*генеральная совокупность*), а ее часть – *выборочную совокупность* (выборку), отобранную по определенной методике, обеспечивающей ее *репрезентативность* (представительность), т.е. возможность распространения полученных результатов с достаточной достоверностью на всю генеральную совокупность.

Часто условием обеспечения репрезентативности считают, что все объекты генеральной совокупности должны иметь равные вероятности попасть в выборку, т.е. согласно закону больших чисел, должна соблюдаться случайность отбора. В зависимости от конкретных условий для обеспечения репрезентативности применяют различные способы отбора: простой, типический, механический, серийный. На практике пользуются сочетанием способов отбора.

Любое приближенное значение случайной величины, позволяющее с достаточной точностью судить о ее истинном значении, называется *точечной оценкой.* Точечные оценки параметров должны обладать тремя свойствами: *несмещенностью, эффективностью и состоятельностью.*

Выполнение требования несмещенности гарантирует отсутствие при оценке параметров систематических ошибок, занижающих или завышающих истинное значение случайной величины.

Несмещенная оценка эффективная, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок этого параметра, вычисленных по выборкам одного и того же объема.

Так как дисперсия случайной величины характеризует ее рассеивание около математического ожидания, то выполнение требования эффективности означает обеспечение минимального отличия оценки от параметра, т.е. от максимальной точности оценивания. Требование несмещенности особенно важно при малом числе испытаний (наблюдений, опытов).

Оценка параметра называется *состоятельной*, если она подчиняется закону больших чисел, т.е. при любых $\varepsilon > 0$ выполняется равенство:

$$\lim_{n \to \infty} P\{|X^* - X| < \varepsilon\} = 1.$$

Свойство состоятельности означает, что чем больше объем выборки, тем точнее оценка случайной величины. Это свойство обязательно для любого правила оценивания (несостоятельные оценки не используются).

Рассмотрим *с.в.* X, над которой производится ряд независимых опытов. В каждом их этих опытов *с.в.* X принимает то или иное значение. Наблюдавшиеся значения x_i называют вариантами *с.в.* X., а числа n_i, показывающие сколько раз встречаются варианты x_i в ряде наблюдений, называются *частотами*, а $\omega_i = {}^{n_i}/_{n}$ – *относительными частотами*. При этом n – *объем выборки* и справедливы равенства:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = n \qquad \text{и} \qquad \sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1.$$

Операция расположения значений случайной величины (признака) по неубыванию называется *ранжированием статистических данных*. Полученная таким образом последовательность вариант называется *вариационным рядом. Статистическим распределение выборки* или *статистическим рядом* называют перечень вариант вариационного ряда и соответствующих им частот (или относительных частот). Записывается статистическое распределение в виде таблицы

x_i	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n
n_i	n_1	n_2	n_3	…	n_n

Статистическое распределение выборки является оценкой неизвестного распределения.

В соответствии с теоремой Бернулли при больших значениях n статистическое распределение мало отличается от истинного распределения.

Если число значений *с.в.* X велико или когда *с.в.* X может принять любое значение на некотором интервале, то составляют интервальный статистический ряд.

$[x_i - x_{i+1})$	$[x_0 - x_1)$	$[x_1 - x_2)$		$[x_{r-1} - x_r]$
n_i	n_1	n_2	…	n_k

Причем, частичные промежутки берут обычно одинаковые по длине $h = x_r - x_{r-1}$ и для определения величины интервала, т.е. h часто используют формулу Стерджеса:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k},$$

где $\mathrm{k} = 1 + \log_2 n$ число интервалов. За начало первого интервала рекомендуется брать величину $x_0 = x_{min} - {}^{h}/_{2}$. Во второй строке статистического ряда вписывают количество наблюдений n_i, попавших в каждый интервал.

Эмпирическая функция распределения

Одним из способов обработки вариационного ряда является построение эмпирической функции распределения.

Эмпирической функцией распределения (функцией распределения вы борки) называют функцию $F^*(x)$, определяющую для каждого значения x относительную частоту событий $\{X < x\}$:

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

где n_x – число вариант, меньших x; n – объем выборки.

В отличии от эмпирической функции распределения выборки функция распределения $F(x)$ генеральной совокупности называется *теоретической функцией распределения.*

В силу теоремы Бернулли имеем, что при больших значениях n относительная частота события $\{X < x\}$ приближается к вероятности этого события, т.е.справедливо равенство: при $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P\{|F^*(x) - F(x)\ | < \varepsilon\} = 1.$$

Очевидно, что $F^*(x)$ имеет те же свойства, что и функция распределения $F(x)$.

Громоздкий и трудоемкий способ получения функции распределения $F(x)$ вряд ли может быть рекомендован в силу материальных затрат. На практике применяются другие, более простые способы построения законов распределения случайных величин по опытным данным.

Полигон и гистограмма

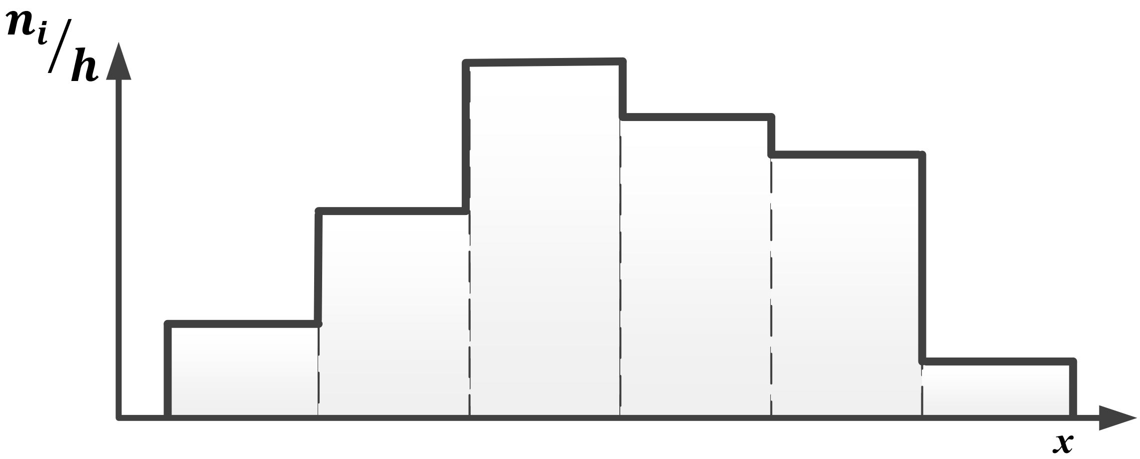
Для наглядности статистическое распределение изображается графически в виде полигона и гистограммы. Полигон, как правило, используют для изображения дискретного статистического ряда.

Полигоном частот называют ломаную линию, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_1, n_1), (x_2, n_2),…, (x_k, n_k); *полигоном относительных частот* (x_1, ω_1), (x_2, ω_2),…, (x_k, ω_k). Варианты x_i откладываются на оси абсцисс, а частоты n_i или ω_i – на оси ординат.

Полигон относительных частот является статистическим аналогом многоугольника распределения.

Для непрерывно распределенного признака используют гистограмму.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной h, с высотами равными $\frac{n_i}{h}$ – плотность частоты.



Аналогично строится гистограмма *относительных частот*.

Очевидно, что площадь гистограммы равна объему выборки n, а площадь гистограммы относительных частот равна единице.

Гистограмма частот является статистическим аналогом дифференциала функции распределения (плотности) $f(x)$ *с.в.* X.

Числовые характеристики статистического распределения

Для выборки можно определить числовые характеристики, аналогичные тем, что в теории вероятности определялись для случайных величин.

Выборочная средняя $\bar{x}_в$ – это среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности

$$\bar{x}_в = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_i \cdot n_i}{n}.$$

Выборочной дисперсией $D_в$ называется среднее арифметическое квадратов отклонений значений выборки от выборочной средней $\bar{x}_в$:

$$D_в = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_в)^2 \cdot n_i$$

Более удобна формула

$$D_в = \overline{x^2} - (\bar{x}_в)^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{{x_i}^2 \cdot n_i}{n} - (\bar{x}_в)^2.$$

Равноотстоящими называют варианты, которые образуют арифметическую прогрессию с разностью h.

Если первоначальные варианты x_i большие числа, то для упрощения расчета целесообразно перейти к условнымваррантам $u_i = x_i - C$, где C – ложный нуль, тогда

$$\bar{x}_{\text{в}} = C + \bar{u}_{\text{в}} \text{ и } D_{\text{в}}(X) = D_{\text{в}}(u).$$

Выборочное среднее отклонение выборки $\sigma_{\text{в}}$ определяется формулой:

$$\sigma_{\text{в}} = \sqrt{D_{\text{в}}}.$$

При решении практических задач используется *исправленная выборочная дисперсия* S^2:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{в}}.$$

Исправленным выборочным средним называется величина $s = \sqrt{S^2}$.

Для непрерывно распределенного признака формулы для выборочных средних будут такими же, только значения x_i надо брать середины промежутков.

Размахом вариации называется число $R = x_{max} - x_{min}$, где x_{max}, x_{min} – наибольшая и наименьшая варианта ряда.

Модой M_0 *вариационного ряда* является варианта, имеющая наибольшую частоту.

Медианой M_{e} *вариационного ряда* называется значение признака (*с.в.*X), которое приходится на середину ряда. Причем,

$$M_{\text{e}} = \begin{cases} \dfrac{x_k - x_{k+1}}{2}, & n = 2k \\ x_{k+1}, & n = 2k+1 \end{cases}.$$

ЛЕКЦИЯ 3. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ

3.1. Общие положения

Процессы, происходящие в объекте и его элементах, зависимость явлений от большого числа причин делают задачу точного определения момента отказа объекта практически неразрешимой. Поэтому его безотказность характеризуется вероятностью того или иного состояния.

Отказ элемента является случайным событием, а время T до его возникновения – случайной величиной. Основной характеристикой надежности объекта является функция распределения продолжительности его безотказной работы $F(t) = \mathrm{P}\{T < t\}$, определенная при $t \geq 0$.

На ее основе вводятся следующие показатели невосстанавливаемого объекта:

Имеют место следующие показатели надежности:

- вероятность безотказной работы $R(t)$ в течение времени t;
- вероятность отказа $P(t)$ в течение времени t;
- средняя наработка на отказ T_1;
- плотность распределения времени наработки до отказа $f(t)$;
- интенсивность отказа $\lambda(t)$;
- параметр потоков отказов;
- γ_{p} – гамма-процентный ресурс.

Рассмотрим все показатели подробно: дадим вероятностные и статистические определения, укажем их свойства.

Вероятность безотказной работы $R(t)$ есть вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникает или что время T работы до отказа объекта больше времени его функционирования t:

$$R(t) = R(T > t).$$

Вероятность безотказной работы является убывающей функцией времени.

По статистическим данным об отказах, полученных из опыта или эксплуатации, вероятность безотказной работы $R(t)$ можно определить отношением числа объектов $N(t)$ безотказно проработавших до момента времени t, к числу объектов N, работоспособных в начальный момент времени:

$$R(t) = \frac{N(t)}{N} \tag{3.1}$$

Физически это способность элемента или системы выполнять заданные функции, сохранять параметры в заданных пределах в течение заданного промежутка времени и при определенных условиях эксплуатации.

Вероятность безотказной работы характеризует надежность во времени; являясь интервальной оценкой, определяет показатели техники, такие как эффективность, безопасность, живучесть, риск; характеризует надежность невосстанавливаемой техники или восстанавливаемой до первого ее отказа (причина ограниченности применения).

Вероятность безотказной работы является убывающей функцией времени и в течение конечных интервалов времени может принимать значения: $0 \leq R(t) \leq 1$.

Перед испытанием (в начальный момент времени) все объекты предполагаются исправными, поэтому $N(0) = N$, тогда $R(0) = 1$. Если испытания проводятся до отказа всех N объектов, то в конце испытания (в конечный момент времени t) $N(t) = 0$, тогда $R(t) = 0$.

Вероятность безотказной работы является количественной оценкой безотказности не только одного, но и группы однотипных объектов. Вероятностная оценка предусматривает бесконечный интервал времени наблюдения, поэтому для оценки безотказности технический средств ею воспользоваться нереально. На практике вероятность безотказной работы $R(t)$ оценивают по частоте событий, то есть числу наступления отказов для группы наблюдаемых объектов.

Вероятность отказа $P(t)$ – вероятность того, что при определенных условиях и в заданном интервале времени t наступит хотя бы один отказ.
Из *Следствия 2*:

$$P(t) + R(t) = 1, \quad (3.2)$$

где $R(t)$ – вероятность отказа.

Вероятность отказа $P(t)$ найдем по формуле:

$$P(t) = 1 - R(t) = \frac{N - N(t)}{N} = \frac{n(t)}{N}\,, \quad (3.3)$$

где $n(t)$ – число отказавших объектов к моменту времени t.

Вероятность отказа совпадает с интегральной функцией распределения наработки до отказа $P(t) = F(t)$.

Вероятность безотказной работы в интервале времени (или наработки) от t_1 до t_2 представляет собой условную вероятность того, что объект не откажет в этом интервале (событие A), при условиичто он безотказно проработал до его начала (событие B):

$$R(A|B) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)} = \frac{N(0) - n(t_2)}{N(0) - n(t_1)}\,. \quad (3.4)$$

Вероятность безотказной работы и вероятность отказа – безразмерные величины, выражаются в долях единицы, иногда в процентах.

С увеличением наработки вероятность безотказной работы уменьшается, а вероятность отказа возрастает. График изменения вероятности безотказной работы и вероятности отказа от наработки t приведен на Рис. 3.1.

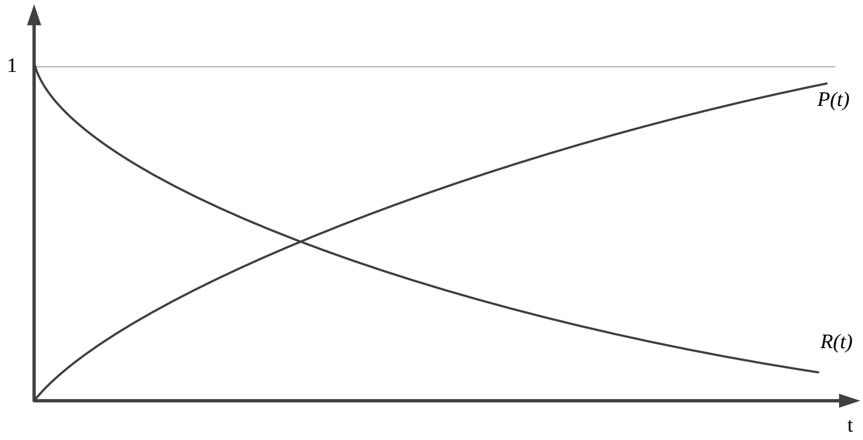


Рис. 3.1 Изменения вероятности безотказной работы $R(t)$ и вероятности отказа $P(t)$ наработки t.

Известно, что этот показатель относится к восстанавливаемым объектам, т.е. при эксплуатации которых, допускаются многократно повторяющиеся отказы.

Эксплуатация таких объектов может быть описана следующим образом: в начальный момент времени объект начинает работу и продолжает работу до первого отказа; после отказа происходит восстановление работоспособности, и объект вновь работает до отказа и т.д. На оси времени моменты отказов образуют поток отказов, а моменты восстановлений – поток восстановлений.

Наработка до отказа используется для характеристики надежности как восстанавливаемых, так и не восстанавливаемых объектов. Напомним, что ремонтируемые объекты, восстановление которых в процессе применения невозможно относят к невосстанавливаемым объектам.

Средняя наработка до отказа $\bar{T}$– математическое ожидание наработки до отказа.

Как математическое ожидание случайной величины с плотностью $f(t)$ время безотказной работы вычисляется по формуле:

$$\bar{T} = M(t) = \int_0^\infty tf(t)\,dt.$$

Интегрируя по частям, с учетом, что $f(t) = R'(t)$, получим:

$$\bar{T} = -\int_0^\infty tR'(t)\,dt = -tR(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(t)\,dt = \int_0^\infty R(t)\,dt.$$

В итоге,

$$\bar{T} = \int_0^\infty R(t)\,dt. \qquad (3.5)$$

Среднее время безотказной работы является интегральным показателем надежности, характеризующий надежность техники длительного времени работы.

Статистическая оценка средней наработки до отказа определяется как отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к числу отказов, происшедших за суммарную наработку:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sum t_i}{n(t)}, \qquad (3.6)$$

где t_i наработка до отказа i – ого объекта.

Статистически средняя наработка на отказ объекта (наработка на отказ) определяется как отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к числу отказов, происшедших за суммарную наработку:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{n(t)}, \qquad (3.7)$$

где t_i – наработка i – того объекта до первого отказа,$n(t)$ – суммарное число отказов за время t.

Наработка между отказами – наработка объекта от окончания восстановления его работоспособности после отказа до возникновения следующего отказа. Наработка между отказами характеризует надежность только восстанавливаемых объектов.

Средняя наработка на отказ – отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки, то есть наработка, приходящая в среднем на один отказ, в рассматриваемом интервале наработки или определенной продолжительности эксплуатации:

$$T_0 \ = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i,$$

где t_i – наработка от окончания $(i-1)$–го восстановления до -го отказа, $n(t) = \mathrm{N}$ – суммарное число отказов за время t.

Оценка средней наработки зависит от плана испытаний и закона распределения наработки до отказа.

Гамма-процентная наработка до отказа (на отказ) t_γ – наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью $\gamma\%$. При $\gamma = 100\%$ гамма-процентная наработку называют *установленной наработкой*, при $\gamma = 50\%$ *медианной*.

Виды наработок могут выражаться не только в единицах времени, но и в единицах объема работы объекта (например, для автомобилей единицей измерения может служить пробег в километрах). То есть, в качестве меры продолжительности безотказной работы может быть выбран любой неубывающий параметр, характеризующий объем эксплуатации.

Показатели T_0 и $\bar{T}$ по физике различны, однако в случае экспоненциального закона они совпадают.

В случае экспоненциального распределения до отказа показатели T_0 и $\bar{T}$ соответствуют примерно 37%-ой наработке до отказа. Это означает, что примерно 37% изделий данного вида проработают без отказа в течении времени $\bar{T}$, хотя из числа неотказавших изделий некоторые могут проработать значительно больше времени.

Для гамма-процентной наработки справедливы соотношения:
$t_{\gamma=90\%} \approx 0{,}1 \cdot \bar{T}$, $t_{\gamma=99\%} \approx 0{,}01 \cdot \bar{T}$.

3.2. Плотность распределения времени безотказной работы

Плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов) $f(t)$ – это плотность распределения случайной величины. Это точечная характеристика, которая наиболее полно характеризует надежность техники в данный момент. Основным достоинством плотности распределения времени безотказной работы является то, что по ней можно определить любой показатель надежности невосстанавливаемой системы.

Статистически $f(t)$ определяется как отношение числа отказавших объектов в единицу времени к числу испытуемых объектов при условии, что отказавшие объекты не восполняются исправными:

$$f(t) = \frac{n(t) - n(t + \Delta t)}{N(0) \Delta t} = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(0) \Delta t} = \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N(0) \Delta t}, \quad (3.8)$$

где $n(t)$ –число отказавших объектов в момент времени $t, n(t + \Delta t)$ – число отказавших объектов за время $t + \Delta t$, $N(0)$ – число объектов, первоначально поставленных на испытания, $N(t)$ – число исправно работающих объектов в момент времени t, $N(t + \Delta t)$ – число объектов, исправно работающих к моменту времени $t + \Delta t$, $\Delta n(t, t + \Delta t)$ – число отказавших объектов за время $[t, t + \Delta t]$.

Так как $f(t) = P'(t) = -R'(t)$, то при малых значениях $\Delta\, t,$ то есть при $\Delta\, t \to 0$ получим следующую формулу:

$$f(t)\ = \frac{R(t) - R(t + \Delta\, t)}{\Delta\, t}.$$

Поскольку $R(t) = \frac{N(t)}{N(0)}$ и $R(t + \Delta\, t) = \frac{N(t+\Delta t)}{N},$ то

$$f(t)\ = \frac{N(t) - N(t + \Delta\, t)}{N(0)\, \Delta\, t}.$$

Заметим, что последняя формула совпадает с формулой (3.8), так как $N(t) - N(t + \Delta\, t) = \Delta\, n(t, t + \Delta\, t)$.

3.3. Интенсивность отказов

Интенсивностью отказов $\lambda(t)$ называется отношение плотности распределения $f(t)$ к вероятности безотказной работы объекта $R(t)$:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}, \tag{3.9}$$

где $R(t)$ – безотказная работа объекта; $f(t)$ – плотность распределения наработки до отказа (частота отказа).

Причем,

$$f(t) = \frac{dP(t)}{dt} = \frac{-dR(t)}{dt}.$$

Очевидно, что

$$\lambda(t) = \frac{-1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{-R'(t)}{R(t)}.$$

Интегрируя, получаем, что

$$\int_0^t \lambda(\tau)\,d\tau = \int_0^t \frac{-R'(\tau)}{R(\tau)}\,d\tau = -\ln R(t),$$

с учетом, что $R(0) = 1$ и $\ln|R(0)| = 0$.

Таким образом, вероятность безотказной работы можно найти по формуле:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}. \tag{3.10}$$

Итак, что вероятность безотказной работы представляет собой экспоненциальную монотонно убывающую функцию, область значения которой находится в интервале от 0 до $+\infty$.

Статистически интенсивность отказов определяется как отношение числа отказавших образцов техники в единицу времени к среднему числу образцов, исправно работающих на интервале $[t, t + \Delta\, t]$:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta\, n(t, t + \Delta\, t)}{N_{\text{ср}}(t)\, \Delta\, t}, \tag{3.11}$$

где $N_{\text{ср}}(t) = \frac{N(t)+N(t+\Delta t)}{2}$ – среднее число исправно работающих объектов на интервале $[t, t + \Delta\, t]$.

Опыт эксплуатации показывает, что изменение интенсивности отказов $\lambda(t)$ большого количества объектов описывается $\mathbb{U}$ −образной кривой Рис.

3.2

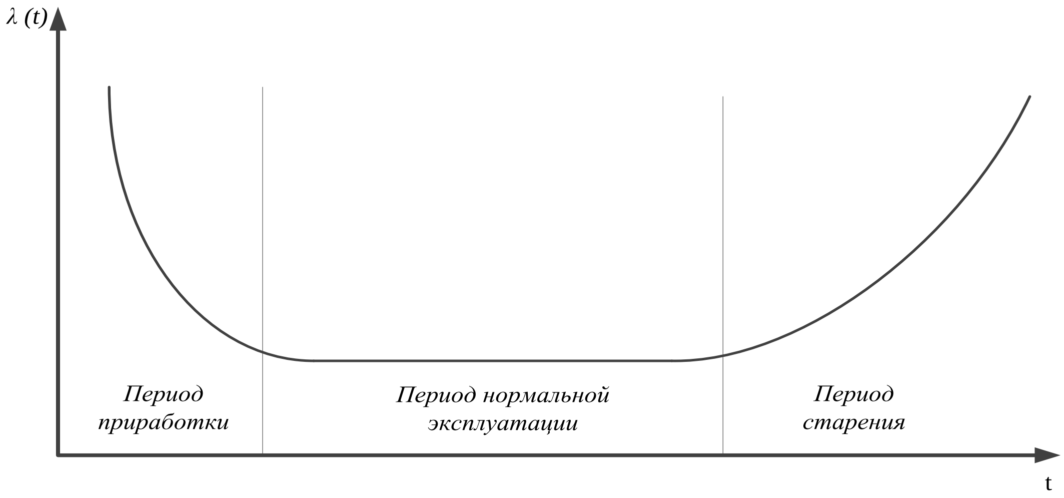


Рис. 3.2 𝕌*-образный вид кривой интенсивности отказов.*

Период приработки объекта имеет повышенную интенсивность отказов, вызванную отказами, обусловленные дефектами производства, монтажа и наладки. Иногда с окончанием этого периода связывают гарантийное обслуживание объекта, когда устранение отказов производится изготовителем. В период нормальной эксплуатации интенсивность отказов практически остается постоянной, при этом отказы носят случайный характер и появляются внезапно, прежде всего, из-за случайных изменений нагрузки, несоблюдения условий эксплуатации, неблагоприятных внешних факторов и т.п. Именно этот период соответствует основному времени эксплуатации объекта. Возрастание интенсивности отказов относится к периоду старения объекта и вызвано увеличением числа отказов из-за износов, старения и др. причин, связанных с длительной эксплуатацией.

3.4. Параметр потока отказов

Параметр потока отказов $\omega(t)$ есть отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки:

$$\omega(t) = \frac{dn(t)}{dt}, \tag{3.12}$$

где $n(t)$ – число отказов восстанавливаемого объекта за наработку t.

Другими словами, параметр потока отказов есть скорость изменения, то есть это производная среднего числа отказов объекта в момент t.

Статистически параметр потока отказов определяется как отношение числа отказавших объектов в единицу времени к числу объектов, поставленных на испытание при условии, что отказавшие объекты заменяются исправными или отремонтированными:

$$\omega(t) = \frac{n(t+\Delta t)-n(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta n(t,t+\Delta t)}{N(0)\Delta t}, \tag{3.13}$$

где $N(0)$ – число объектов, первоначально поставленных на испытания, $\Delta n(t, t+\Delta t)$ – число отказавших объектов за время $[t, t+\Delta t]$.

Параметр потока отказов обладает следующими свойствами:

- в случае экспоненциального закона распределения$\omega(t) = \lambda$;

  при мгновенном восстановлении

$$\lim_{t\to\infty} \omega(t) = \frac{1}{T}; \tag{3.14}$$

- при мгновенном восстановлении параметр потока отказов и плотность распределения времени до отказа связаны интегральным уравнением Вольтера второго рода:

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t-\tau) d\tau. \tag{3.15}$$

Уравнение позволяет установить зависимость между показателями надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов, атак же определить по статистическим данным об отказах восстанавливаемых объектов в процессе эксплуатации показатели надежности невосстанавливаемых объектов.

Заметим, что интенсивность отказов $\lambda(t)$, плотность распределения наработки $f(t)$ и параметр потока отказов $\omega(t)$ выражаются в единицах, обратных единицам наработки.

Для современных технических объектов средние наработки на отказ могут составлять тысячи и даже миллионы часов, что соответствует интенсивности отказов $10^{-3} - 10^{-6}ч^{-1}$ и менее. В зарубежной литературе, в качестве единицы измерения интенсивности отказов можно встретить внесистемную единицу $1\ фит = 10^{-9}ч^{-1}$.

ЛЕКЦИЯ 4. СИСТЕМА СБОРА И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ

4.1. Требования к системе сбора и обработки информации о надежности

Сбор первичной информации об отказах и неисправностях автомобилей в условиях эксплуатации позволяет управлять надежностью. Система сбора информации о надежности должна отвечать следующим основным требованиям:

- давать возможность получать в условиях эксплуатации достоверную информацию для оценки надежности всей машины, а также ее систем, агрегатов, узлов и деталей по всему перечню нормируемых показателей;
- обеспечивать возможность получения данных о надежности как при непрерывном наблюдении за подконтрольными машинами с начала эксплуатации и до списания, так и при разовом обследовании большого числа смешанных по возрасту машин (при этом должна обеспечиваться полнота, однородность, своевременность, непрерывность, достоверность информации);
- предусматривать механизацию и автоматизацию сбора, хранения, обработки, выдачи информации и т. д.

Проведение работ по сбору и обработке информации о надежности должно обеспечить определение причин возникновения отказов и неисправностей; выявление деталей, узлов, агрегатов, лимитирующих надежность машин; установление и корректировку нормируемых показателей надежности автомобилей и их элементов; определение норм расхода запасных частей; выявление влияния условий эксплуатации на надежность и др.

4.2. Общие положения по организации сбора и обработки информации о надежности

Система сбора и обработки информации о надежности, согласно РД 50-204-87, должна охватывать организации и предприятия-разработчики, предприятия-изготовители, ремонтные заводы, предприятия-потребители. [5]

В зависимости от типа испытываемых объектов сбор информации о надежности может осуществляться на предприятиях-потребителях, полигонах, машиноиспытательных станциях, предприятиях технического обслуживания и ремонта, в гарантийных мастерских, а также в опорных АТП, организуемых на предприятиях-потребителях. Сбор информации о надежности автомобилей серийного производства должен проводиться с начала их эксплуатации потребителем.

Формы документов — носителей информации о надежности, согласно ГОСТ 16504-81, должны быть едиными для отрасли и соответствовать действующей НТД и стандартам. Для оценки надежности машин обычно используют первичную форму учета в виде журнала учета наработок, повреждений и отказов [9]. В этот журнал заносят сведения о режимах работы в условиях эксплуатации, о наработках с начала эксплуатации до каждого отказа, описание характера отказа, способ устранения отказа, время его устранения, трудозатраты на устранение и другие данные. Кроме первичных форм, имеются формы — накопители информации и формы записи результатов количественного и качественного анализов надежности.

Более подробно структура форм — носителей информации о надежности изложена в стандарте ГОСТ 16504-81 Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения [9].

Все виды форм должны предусматривать возможность их машинной обработки на информационных или электронно-вычислительных машинах. При проведении специальных исследований допускается введение дополнительных форм учета [9].

4.3. Организация работ по сбору и обработке информации о надежности

Оценку надежности автомобилей наиболее целесообразно проводить в опорных АТП, где организуется подконтрольная эксплуатация автомобилей.

Опорные АТП организуют на базе действующих предприятий. Контрольная партия машин, находящаяся под наблюдением в опорном АТП, должна быть одной модификации и одного года выпуска. Число машин в контрольной партии зависит от требуемой точности статистической оценки показателей надежности в соответствии с РД 50-690-89 [8].

Оценку надежности производят по машине в целом и по ее агрегатам и системам. В процессе наблюдений фиксируют все без исключения нарушения технического состояния, отказы и неисправности.

Восстановление работоспособности машин, выполняемое в соответствии с правилами технического обслуживания, отказом не является. Повреждения и отказы, выявленные при проведении очередного технического обслуживания и не входящие в перечень его операций, считаются отказом.

Если в одном агрегате полная или частичная утрата работоспособности деталей одного узла вызывает полную или частичную утрату работоспособности деталей других узлов, то регистрируется один отказ.

При одновременном устранении нескольких отказов трудозатраты и время на устранение отказов регистрируют раздельно по каждому агрегату, наработки на отказ для них также учитывают раздельно. По причинам возникновения различают следующие отказы: вследствие низкого качества изготовления или ремонта (И); вызванные нарушением правил и норм эксплуатации (Э); связанные с ошибками, допущенными при конструировании (К).

По результатам эксплуатационных испытаний на надежность оформляют отчет, содержащий ведомость отказов и неисправностей, оценки количественных показателей надежности, перечень агрегатов, узлов и деталей, лимитирующих надежность, рекомендации по совершенствованию конструкций, технологии изготовления, организации технического обслуживания и ремонта и др.

Для механизации статистической обработки информации о надежности результаты наблюдений необходимо представлять в зашифрованном виде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. М., Высшая Школа, 1985
2. ГОСТ 27.002 – 2015 Надежность в технике. Основные понятия, термины и определения.
3. Надежность устройств автоматики и телемеханики. Учебное пособие и методические указания. Челябинск, 2003
4. Гаденко Б. В. Математические методы в теории надежности. — М.: Наука, 1965.
5. РД 50-204-87 Методические указания. Надежность в технике. Сбор и обработка информации о надежности изделий в эксплуатации. Основные положения.
6. ГОСТ 21.623-76. Система технического обслуживания и ремонта техники. Показатели для оценки ремонтопригодности. Термины и определения.
7. (ГОСТ 19490-74) РД 50-204-87 Методические указания. Надежность в технике. Сбор и обработка информации о надежности изделий в эксплуатации. Основные положения.
8. РД 50-690-89 Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным.
9. ГОСТ 16504-81. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения. — М.: Изд-во стандартов, 1982, с. 28.