



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ  
ГУМАНИТАРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ  
Учебно-методическая документация

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### ОУД.04 МАТЕМАТИКА

Специальности:

#### **40.02.01 Право и организация социального обеспечения**

Квалификация выпускника: юрист  
(углубленная подготовка)

#### **44.02.01 Дошкольное образование**

Квалификация выпускника: воспитатель детей дошкольного возраста с дополнительной подготовкой в области инклюзивного образования дошкольников  
(углубленная подготовка)

**Разработчик:**

Ефимова Татьяна Николаевна, преподаватель колледжа

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы  
приняты на заседании предметной цикловой комиссии Гуманитарно-экономического колледжа,

протокол № 1 от 31.08.17

Председатель предметной (цикловой) комиссии  / Н.Х. Федорова

## Содержание

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| Пояснительная записка.....               | 4  |
| Тематический план.....                   | 5  |
| Содержание самостоятельной работы .....  | 16 |
| Информационное обеспечение обучения..... | 72 |
| Лист регистрации изменений.....          | 74 |

## Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся составной частью учебно-методического комплекса по дисциплине ОУД.04 «Математика», составлены в соответствии с:

1. Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, 44.02.01 Дошкольное образование;
2. Рабочей программой учебной дисциплины;
3. Примерной программой учебной дисциплины «Математика»;
4. Положением об оценке качества освоения обучающимися основных профессиональных образовательных программ среднего профессионального образования в колледжах НовГУ.

Методические рекомендации включают внеаудиторную работу студентов, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объёме 76 часов.

Формами внеаудиторной самостоятельной работы являются:

1. самостоятельное изучение теоретического материала и составление конспекта;
2. изучение теоретического материала и ответы на поставленные вопросы;
3. решение домашних контрольных работ;
4. написание рефератов;
5. подготовка к экзамену.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен **знать и понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и в практике; широту и, в то же время, ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся **должен использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

- практических расчётов по формулам, содержащим тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшее и наименьшее значения, на нахождение скорости и ускорения;

- построения и исследования простейших математических моделей;

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

- анализа информации статистического характера;

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

- вычисления площадей поверхностей многогранников и круглых тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;

- вычисления объёмов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Промежуточная аттестация по дисциплине в соответствии с учебным планом проводится в 1 семестре в форме экзамена, итоговая аттестация проводится во 2 семестре в форме экзамена.

**Тематический план и содержание учебной дисциплины**

| <b>Наименование разделов и тем</b>              | <b>Содержание учебного материала, лабораторные и Практическое занятие №, самостоятельная работа обучающихся</b>                                                                                                                                                                           | <b>Объём часов</b> | <b>Уровень освоения</b> |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-------------------------|
| <b>1</b>                                        | <b>2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>3</b>           | <b>4</b>                |
| <b>Введение</b>                                 | <b>Содержание учебного материала</b><br>Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности.<br>Цели и задачи изучения математики при освоении профессий и специальностей среднего профессионального образования                               | <b>2</b>           | <b>1</b>                |
| <b>Раздел 1 Развитие понятия о числе</b>        |                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>6</b>           |                         |
| Тема 1.1 Действительные числа                   | <b>Содержание учебного материала</b><br>Целые и рациональные числа. Действительные числа.                                                                                                                                                                                                 | 2                  | 1,2                     |
| Тема 1.2. Приближенные вычисления               | <b>Практическое занятие №1:</b><br>Арифметические действия над числами. Вычисление приближенных значений величин, вычисление абсолютной и относительной погрешности.                                                                                                                      | 2                  | 1,2                     |
|                                                 | <b>Самостоятельная работа №1:</b><br>Вычисление приближенных значений с недостатком и избытком; вычисление абсолютной и относительной погрешности.                                                                                                                                        | 2                  |                         |
| <b>Раздел 2. Функции, их свойства и графики</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>14</b>          |                         |
| Тема 2.1. Функции, их графики                   | <b>Содержание учебного материала</b><br>Функции. Область определения и множество значений. График функции, построение графиков функций, заданных различными способами.                                                                                                                    | 2                  | 1,2                     |
|                                                 | <b>Самостоятельная работа № 2-3:</b><br>Определение монотонности функции, области определения функции, четности и нечетности функции.                                                                                                                                                     | 4                  |                         |
| Тема 2.2. Основные свойства функций             | <b>Содержание учебного материала</b><br>Свойства функции. Монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. | 2                  | 1,2                     |
| Тема 2.3. Преобразования графиков               | <b>Практическое занятие № 2:</b><br>Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Преобразования графиков. Параллельный перенос, симметрии относительно осей координат, симметрия относительно прямой $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.                     | 2                  | 1,2                     |

|                                             |                                                                                                                                                                                                  |           |     |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
|                                             | <b>Самостоятельная работа № 4-5:</b><br>Оформление альбома “Свойства и графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков функций                                                  | 4         |     |
| <b>Раздел 3. Корни, степени и логарифмы</b> |                                                                                                                                                                                                  | <b>38</b> |     |
| Тема 3.1. Корни и степени                   | <b>Содержание учебного материала</b><br>Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства.                                                                                       | 2         | 1,2 |
|                                             | Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительными показателями.                                                      | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 3</b><br>Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Решение иррациональных уравнений                                                             | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 4</b><br>Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени. Решение показательных уравнений. | 2         |     |
|                                             | <b>Самостоятельная работа № 6-7:</b><br>Преобразования выражений, содержащих корень $n$ -й степени и степень. Решение показательных уравнений.<br>Решение прикладных задач.                      | 4         |     |
|                                             | <b>Самостоятельная работа № 8:</b><br>Тождественные преобразования выражений, содержащих степени<br>Решение прикладных задач.                                                                    | 2         |     |
| Тема 3.2. Логарифм                          | <b>Содержание учебного материала</b><br>Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы.                                                        | 2         | 1,2 |
|                                             | Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.                                                                                                                                      | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 5:</b><br>Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов.                          | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 6:</b><br>Логарифмирование и потенцирование. Решение логарифмических уравнений. Приближенные вычисления и решение прикладных задач.                                    | 2         |     |
|                                             | <b>Самостоятельная работа № 9:</b><br>Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Решение логарифмических уравнений                                                                | 2         |     |

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                     |           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
|                                                                                   | <b>Самостоятельная работа № 10:</b><br>Преобразования рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических выражений                                                                             | 2         |     |
| Тема 3.3. Преобразование выражений                                                | <b>Практическое занятие № 7:</b><br>Преобразования алгебраических выражений. Преобразования рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических выражений.                                      | 2         | 1,2 |
| Тема 3.4. Степенные, показательные, логарифмические функции                       | <b>Содержание учебного материала</b><br>Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Показательная функция (экспонента), её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график. | 2         | 1,2 |
|                                                                                   | <b>Практическое занятие № 8:</b><br>Построение графика степенной функции;<br>построение графика показательной функции;<br>построение графика логарифмической функции.<br>Преобразования графиков.                   | 2         |     |
|                                                                                   | <b>Самостоятельная работа № 11:</b><br>Оформление альбома “Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций”.                                                                                  | 2         |     |
| Тема 3.5. Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства | <b>Практическое занятие № 9:</b><br>Решение иррациональных уравнений;<br>решение показательных уравнений и неравенств;<br>решение логарифмических уравнений и неравенств.                                           | 2         | 1,2 |
|                                                                                   | <b>Самостоятельная работа № 12:</b><br>Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.                                                                                                 | 2         |     |
| <b>Раздел 4. Прямые и плоскости в пространстве</b>                                |                                                                                                                                                                                                                     | <b>20</b> |     |
| Тема 4.1. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве                       | <b>Содержание учебного материала</b><br>Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них.                           | 2         | 1,2 |
|                                                                                   | Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.                                    | 2         |     |
|                                                                                   | <b>Практическое занятие № 10:</b><br>Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве, угол между прямыми, на применение признаков параллельности прямой и плоскости.                                   | 2         |     |
|                                                                                   | <b>Практическое занятие № 11:</b><br>Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей. Решение задач на применение                                                                                        | 2         |     |

|                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |     |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
|                                                                 | признака параллельности плоскостей                                                                                                                                                                                                                                                                         |           |     |
|                                                                 | <b>Самостоятельная работа № 13:</b><br>подготовка реферата на тему: «Геометрия у древних египтян».                                                                                                                                                                                                         | 2         |     |
| Тема 4.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве | <b>Содержание учебного материала</b><br>Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.                                                                                                                                                                  | 2         | 1,2 |
|                                                                 | Теорема о трёх перпендикулярах.<br>Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.<br>Двугранный угол. Угол между плоскостями.<br>Перпендикулярность двух плоскостей.                                                                                  | 2         |     |
|                                                                 | <b>Практическое занятие № 12:</b><br>Решение задач на признак перпендикулярности прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью, перпендикуляр и наклонную                                                                                                                                             | 2         |     |
|                                                                 | <b>Практическое занятие № 13:</b><br>Решение задач на теорему о трех перпендикулярах, на признак и свойства перпендикулярных плоскостей, на нахождение угла между прямой и плоскостью, расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости расстояния между плоскостями.                              | 2         |     |
|                                                                 | <b>Самостоятельная работа № 14:</b><br>Выполнение самостоятельной работы на нахождение угла между прямой и плоскостью, расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости расстояния между плоскостями.                                                                                              | 2         |     |
| <b>Раздел 5. Основы тригонометрии</b>                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>34</b> | 1,2 |
| Тема 5.1. Основные понятия                                      | <b>Содержание учебного материала</b><br>Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс, котангенс.                                                                                                                                                                                    | 2         |     |
|                                                                 | <b>Практическое занятие № 14:</b><br>Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. Решение упражнений на применение основных тригонометрических тождеств, вычисление значений тригонометрических выражений, на тождественные преобразования простейших тригонометрических выражений. | 2         |     |
|                                                                 | <b>Практическое занятие № 15:</b><br>Тождественные преобразования простейших тригонометрических выражений                                                                                                                                                                                                  | 2         |     |
|                                                                 | <b>Самостоятельная работа №15:</b><br>подготовка доклада по теме: «История числа $\pi$ ».                                                                                                                                                                                                                  | 2         |     |
| Тема 5.2. Основные тригонометриче-                              | <b>Содержание учебного материала</b><br>Формулы приведения. Формулы сложения.                                                                                                                                                                                                                              | 2         | 1,2 |

|                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                             |           |     |
|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| ские тождества                                                   | <b>Практическое занятие № 16:</b><br>Решение упражнений на применение основных тригонометрических тождеств, формул приведения, формул сложения                                                                                                              | 2         |     |
|                                                                  | <b>Самостоятельная работа №16:</b><br>преобразование тригонометрических выражений.                                                                                                                                                                          | 2         |     |
| Тема 5.3. Формулы двойного и половинного угла                    | <b>Содержание учебного материала</b><br>Формулы двойного, половинного угла.                                                                                                                                                                                 | 1         | 1,2 |
|                                                                  | <b>Практическое занятие № 17:</b><br>решение упражнений на применение формул двойного и половинного аргумента.                                                                                                                                              | 2         |     |
|                                                                  | <b>Самостоятельная работа №17</b><br>Решение упражнений на применение формул двойного и половинного аргумента.                                                                                                                                              | 2         |     |
| Тема 5.4. Преобразования простейших тригонометрических выражений | <b>Содержание учебного материала</b><br>Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.                                                                                                                              | 1         | 1,2 |
|                                                                  | <b>Практическое занятие № 18:</b><br>решение упражнений на применение формул суммы и разности синусов (косинусов).                                                                                                                                          | 2         |     |
| Тема 5.5. Тригонометрические функции                             | <b>Содержание учебного материала</b><br>Тригонометрические функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$ , их свойства и графики. Тригонометрические функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики. Преобразования графиков. | 2         | 1,2 |
|                                                                  | <b>Самостоятельная работа № 18:</b><br>оформление альбома “Свойства и графики тригонометрических функций”.                                                                                                                                                  | 2         |     |
| Тема 5.6. Тригонометрические уравнения                           | <b>Содержание учебного материала</b><br>Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений и их систем.                                                                                     | 2         | 1,2 |
|                                                                  | <b>Практическое занятие № 19:</b><br>Решение упражнений на нахождение обратных тригонометрических функций: арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс. Решение простейших тригонометрических уравнений. Прикладные задачи.                              | 2         |     |
|                                                                  | <b>Практическое занятие № 20:</b><br>Решение тригонометрических уравнений.                                                                                                                                                                                  | 2         |     |
|                                                                  | <b>Самостоятельная работа № 19:</b><br>выполнение домашней контрольной работы.                                                                                                                                                                              | 2         |     |
| <b>Раздел 6. Начала математического анализа</b>                  |                                                                                                                                                                                                                                                             | <b>40</b> |     |

|                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                    |   |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----|
| Тема 6.1. Последовательности                                                  | <b>Практическое занятие № 21:</b><br>Способы задания и свойства числовой последовательности, вычисление членов числовой последовательности, вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.                      | 2 | 1,2 |
| Тема 6.2. Производная                                                         | <b>Содержание учебного материала</b><br>Понятие о производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.                                                                                                     | 2 | 1,2 |
|                                                                               | <b>Содержание учебного материала</b><br>Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций.                                                                                                                            | 2 |     |
|                                                                               | <b>Практическое занятие №22:</b><br>Составление уравнений касательных к графику функции в заданных точках; нахождение скорости и ускорения в заданный момент времени.                                                                                              | 2 |     |
|                                                                               | <b>Практическое занятие №23:</b><br>Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций. Решение упражнений на нахождение производной, применяя правила дифференцирования. Решение упражнений на нахождение производной сложной функции. | 2 |     |
|                                                                               | <b>Самостоятельная работа № 20-22:</b><br>нахождение производных функций разными способами; составление уравнений касательных к графику функции в заданных точках; нахождение скорости и ускорения в заданный момент времени.                                      | 6 |     |
| Тема 6.3. Применение производной к исследованию функций и построению графиков | <b>Содержание учебного материала</b><br>Признаки возрастания и убывания функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.                           | 2 | 1,2 |
|                                                                               | <b>Содержание учебного материала</b><br>Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.                                                                                             | 2 |     |
|                                                                               | <b>Практическое занятие № 23:</b><br>Решение упражнений на исследование функции на монотонность и экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значения и экстремальных значений функции.                                                                       | 2 |     |
|                                                                               | <b>Практическое занятие № 25:</b><br>Решение упражнений на построение графиков многочленов с использованием производной.                                                                                                                                           | 2 |     |
|                                                                               | <b>Самостоятельная работа № 23-24:</b><br>Нахождение промежутков монотонности функций, нахождение экстремумов функций; исследование функций и построение графика.                                                                                                  | 4 |     |

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                        |           |     |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| Тема 6.4. Первообразная и интеграл | <b>Содержание учебного материала</b><br>Первообразная и интеграл. Основное свойство первообразной. Правила нахождения первообразных.                                                                                                   | 2         | 1,2 |
|                                    | <b>Практическое занятие № 26:</b><br>Решение упражнений на нахождение первообразных элементарных функций.                                                                                                                              | 2         |     |
|                                    | <b>Содержание учебного материала</b><br>Понятие криволинейной трапеции. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. | 2         |     |
|                                    | <b>Практическое занятие № 27:</b><br>Решение упражнений на вычисление площади криволинейной трапеции с использованием формулы Ньютона – Лейбница. Применения интеграла к вычислению физических величин и площадей.                     | 2         |     |
|                                    | <b>Самостоятельная работа № 25:</b><br>Нахождение первообразных функций; вычисление площадей криволинейных трапеций; вычисление площадей фигур.                                                                                        | 2         |     |
|                                    | <b>Самостоятельная работа № 26</b><br>вычисление площадей криволинейных трапеций;<br>вычисление площадей фигур.                                                                                                                        | 2         |     |
| <b>Раздел 7. Многогранники</b>     |                                                                                                                                                                                                                                        | <b>16</b> |     |
| Тема 7.1. Призма                   | <b>Содержание учебного материала</b><br>Многогранник, его вершины, рёбра, грани. Призма. Прямая и <i>наклонная</i> призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Представление о правильных многогранниках .                         | 2         | 1,2 |
|                                    | <b>Практическое занятие № 28:</b><br>Решение задач на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в призмах и параллелепипеде.                                                                                           | 2         |     |
|                                    | <b>Самостоятельная работа № 27-28:</b><br>Решение задач по теме призма, параллелепипед.                                                                                                                                                | 4         |     |
| Тема 7.2. Пирамида                 | <b>Содержание учебного материала</b><br>Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды.                                             | 2         | 1,2 |
|                                    | <b>Практическое занятие № 29:</b><br>Решение задач на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в пирамиде.                                                                                                            | 2         |     |
|                                    | <b>Самостоятельная работа № 29-30:</b><br>Развертки многогранников. Изготовление моделей многогранников.                                                                                                                               | 4         |     |
| <b>Раздел 8. Тела и</b>            |                                                                                                                                                                                                                                        | <b>8</b>  |     |

|                                             |                                                                                                                                                                                                                              |           |     |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| <b>поверхности вращения</b>                 |                                                                                                                                                                                                                              |           |     |
| Тема 8.1. Цилиндр                           | <b>Содержание учебного материала</b><br>Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Сечения цилиндра.                                                                                            | 1         | 1,2 |
| Тема 8.2. Конус                             | <b>Содержание учебного материала</b><br>Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Усеченный конус. Сечения конуса.                                                                               | 1         | 1,2 |
| Тема 8.3. Шар и сфера                       | <b>Содержание учебного материала</b><br>Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.                                                                                                                              | 1         | 1,2 |
|                                             | <b>Самостоятельная работа №31:</b><br>Составление кроссворда.                                                                                                                                                                | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 30:</b><br>Решение задач на нахождение геометрических величин (радиуса, образующей, высоты, площади основания) в цилиндре и конусе, шаре.                                                          | 3         |     |
| <b>Раздел 9. Измерения в геометрии</b>      |                                                                                                                                                                                                                              | <b>13</b> |     |
| Тема 9.1. Объёмы и площади поверхностей тел | <b>Содержание учебного материала</b><br>Объем и его измерение. Интегральная формула объема.<br>Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы объема шара. | 2         | 1,2 |
|                                             | <b>Практическое занятие № 31:</b><br>Решение задач на нахождение объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды.                                                                                              | 2         |     |
|                                             | <b>Содержание учебного материала</b><br>Формулы площади поверхностей призмы, пирамиды, цилиндра и конуса. Формула площади сферы.                                                                                             | 2         |     |
|                                             | <b>Практическое занятие № 32:</b><br>Решение задач на нахождение площадей поверхностей цилиндра, конуса, шара.                                                                                                               | 2         |     |
| Тема 9.2. Подобие тел                       | <b>Практическое занятие № 33:</b><br>Нахождение отношений площадей поверхностей и объемов подобных тел.                                                                                                                      | 1         | 1,2 |
|                                             | <b>Самостоятельная работа № 32:</b><br>Подготовка реферата по теме «Преобразования в геометрии».                                                                                                                             | 4         |     |
| <b>Раздел 10. Уравнения и неравенства</b>   |                                                                                                                                                                                                                              | <b>8</b>  |     |

|                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| Тема 10.1. Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы | <b>Содержание учебного материала</b><br>Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод). | -         | 1,2 |
|                                                                                                 | <b>Практическое занятие № 34:</b><br>решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений;                                                                                                                                                                      | 2         |     |
|                                                                                                 | <b>Практическое занятие № 35:</b><br>решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических систем уравнений.                                                                                                                                                               | 2         |     |
| Тема 10.2. Рациональные, иррациональные, показательные неравенства                              | <b>Практическое занятие № 36:</b><br>Рациональные, иррациональные, показательные неравенства. Основные приемы их решения. Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств.                                                                                | 2         | 1,2 |
|                                                                                                 | <b>Самостоятельная работа № 33:</b><br>Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств.                                                                                                                                                                   | 2         |     |
| <b>Раздел 11. Координаты и векторы</b>                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>10</b> |     |
| Тема 11.1. Координаты в пространстве                                                            | <b>Содержание учебного материала</b><br>Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.<br>Уравнения сферы, плоскости и прямой.                                                                                                           | 2         | 1,2 |
|                                                                                                 | <b>Практическое занятие № 37:</b><br>Решение задач на вычисление расстояния между двумя точками, заданными своими координатами; вычисление координаты середины отрезка.                                                                                                                       | 2         |     |
| Тема 11.2. Векторы в пространстве                                                               | <b>Содержание учебного материала</b><br>Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.<br>Действия над векторами. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось.                                                                                      | 2         | 1,2 |
|                                                                                                 | <b>Практическое занятие № 38:</b><br>Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Решение задач на действия над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); на разложение вектора на составляющие; на вычисление угла между векторами, длину вектора.           | 2         |     |
|                                                                                                 | <b>Самостоятельная работа № 34:</b><br>Вычисление координат вектора; выполнение действий над векторами; вычисление угла между векторами.                                                                                                                                                      | 2         |     |
| <b>Раздел 12. Комбинаторика, ста-</b>                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>17</b> |     |

|                                               |                                                                                                                                                                                                                                                            |          |     |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|-----|
| <b>Статистика и теория вероятностей</b>       |                                                                                                                                                                                                                                                            |          |     |
| Тема 12.1. Элементы комбинаторики             | <b>Содержание учебного материала</b><br>Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.<br>Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.                                  | 2        | 1,2 |
|                                               | <b>Практическое занятие № 39</b><br>Решение задач на перебор вариантов. Выполнение упражнений на применение формул числа перестановок, сочетаний, размещений.                                                                                              | 2        |     |
|                                               | <b>Практическое занятие № 40</b><br>Решение прикладных задач                                                                                                                                                                                               | 2        |     |
|                                               | <b>Практическое занятие № 41:</b><br>Решение задач на формулу бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.                                                                                                                                         | 2        |     |
| Тема 12.2. Элементы теории вероятностей       | <b>Содержание учебного материала</b><br>Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.<br>Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. | 2        | 1,2 |
|                                               | <b>Практическое занятие № 42:</b><br>Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи.                                                                                | 2        |     |
|                                               | <b>Самостоятельная работа № 35:</b><br>История развития комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики, их роль в различных видах человеческой деятельности.                                                                               | 2        |     |
| Тема 12.3. Элементы математической статистики | <b>Содержание учебного материала</b><br>Представление данных (таблицы, диаграммы, графики). <i>Понятие о задачах математической статистики.</i>                                                                                                            | 1        | 1   |
|                                               | <b>Практическое занятие № 43:</b><br>Представление числовых данных (таблицы, диаграммы, графики). Прикладные задачи. Решение практических задач с применением вероятностных методов                                                                        | 2        |     |
| <b>Раздел 13. Итоговое повторение</b>         |                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>6</b> |     |
|                                               | <b>Практическое занятие № 44:</b><br>решение иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств;<br>исследование функции с помощью производной и построение графика                                                | 2        |     |

|              |                                                                                                      |            |  |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|--|
|              | вычисление площади фигуры с помощью интеграла.                                                       |            |  |
|              | <b>Самостоятельная работа № 36-37:</b><br>повторение основных теоретических положений по всем темам. | 4          |  |
| <b>ВСЕГО</b> |                                                                                                      | <b>232</b> |  |

## Содержание самостоятельной работы

### Раздел 1. Развитие понятия о числе

#### Тема 1.2. Приближенные вычисления

##### Самостоятельная работа №1:

вычисление приближенных значений с недостатком и избытком; вычисление абсолютной и относительной погрешности.

**Цель:** Повторить понятия абсолютной и относительной погрешности, формулы абсолютной и относительной погрешности, вычисление приближенных значений с недостатком и избытком.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- формулы абсолютной и относительной погрешности

*Уметь:*

- вычислять приближенные значения с недостатком и избытком.
- Находить абсолютную и относительную погрешности.

##### Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные теоретические положения и формулы для нахождения абсолютной и относительной погрешности.

##### Содержание заданий:

1. Ответьте на вопросы:

1. Какие числовые множества вы знаете? Напишите их обозначения и приведите примеры чисел, содержащихся в этих множествах.
2. Какие числа называются рациональными? В виде каких дробей представимы? Привести примеры.
3. Из каких чисел состоит множество действительных чисел?
4. Дайте определение погрешности приближенного вычисления. Напишите формулу.
5. Дайте определение относительной погрешности приближенного вычисления. Напишите формулу.
6. Запишите десятичные приближения чисел  $0,5678\dots$ ;  $-2,1435\dots$  с недостатком до  $0,1$ ;  $0,01$ ;  $0,001$
7. Дайте определение комплексного числа.
8. Какие комплексные числа называются противоположными?
9. Как изобразить комплексные числа на плоскости?
10. Что называется суммой комплексных чисел?
11. Что называется аргументом комплексного числа? Как его найти?

2. Выполните задания:

| Вариант 1                                                                                                                                                   | Вариант 2                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Запишите числа:<br>$8$ ; $\pi$ ; $-0,3$ ; $0$ ; $7,11(2)$ ; $2,8$ ;<br>$\sqrt{2}$<br><br>Подчеркните рациональные числа одной чертой, натуральные двумя. | 1. Запишите числа:<br>$0$ ; $\sqrt{3}$ ; $-3\frac{1}{7}$ ; $0,6$ ; $5$ ; $e$ ;<br>$5,0(63)$<br>Подчеркните рациональные числа одной чертой, натуральные двумя. |
| 2. Сравните дроби<br>$\frac{5}{3}$ и $1,66$                                                                                                                 | 2. Сравните дроби<br>$-\frac{5}{3}$ и $-1,6$                                                                                                                   |
| 3. Найдите абсолютную погрешность приближенного значения $a$ величины $x$ :<br>$x = -\frac{11}{6}$ ; $a = -1,8$                                             | 3. Найдите абсолютную погрешность приближенного значения $a$ величины $x$ :<br>$x = \frac{7}{11}$ ; $a = 0,6$                                                  |

|                                                                   |                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 4. Найти относительную погрешность той же величины                | 4. Найти относительную погрешность той же величины                |
| 5. Записать обыкновенную дробь в виде десятичной $\frac{2}{11}$ . | 5. Записать обыкновенную дробь в виде десятичной $\frac{2}{15}$ . |
| 6. Записать десятичную дробь в виде обыкновенной 1,5(56)          | 6. Записать десятичную дробь в виде обыкновенной 2,11(21)         |
| 7. Найти относительную погрешность той же величины                | 7. Найти относительную погрешность той же величины                |

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 2. Функции, их свойства и графики

### Тема 2.2. Основные свойства функций

#### Самостоятельная работа № 2-3:

Определение монотонности функции, области определения функции, чётности и нечётности функции.

**Цель:** изучить вопросы:

- периодичность функций, ограниченность, экстремумы;
- повторить свойства функций: монотонность, чётность и нечётность;

В результате изучения темы студент должен

*Знать:*

- свойства функций: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность;

- промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).

*Уметь:*

- описывать по графику поведение и свойства функций;
- находить по графику функции промежутки возрастания и убывания, точки максимума и минимума функции, её максимумы и минимумы.

### **Методические рекомендации.**

При выполнении задания используйте основные теоретические положения о монотонности функции, области определения функции, четности и нечетности функции

### **Содержание заданий:**

Выполните задания:

1. Постройте график функции  $f(x)$ . По графику найдите промежутки возрастания и убывания, точки максимума и точки минимума функции, её максимумы и минимумы:

а)  $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ ;

б)  $f(x) = (x + 2)^4 + 1$ ;

в)  $f(x) = \frac{3}{x - 2}$ ;

2. Постройте график функции  $f(x)$ . По графику найдите промежутки возрастания и убывания, точки экстремума и экстремумы функции:

а)  $y = \frac{1}{(x - 2)^2} + 1$ ;

б)  $y = 4|x| - x^2$ .

### **Контрольные вопросы:**

1. Дайте определения возрастающей и убывающей функций на множестве  $P$ .
2. Что называется точками максимума и минимума функции  $f$ ?

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### **Критерии оценки**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издатель-

## Тема 2.3 Преобразования графиков

### Самостоятельная работа № 4-5

Оформление альбома “Свойства и графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков функций

**Цель:** изучить вопросы:

- повторить простейшие преобразования графиков.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- Графики функций
  - прямая пропорциональность  $y = kx$ ;
  - обратная пропорциональность  $y = \frac{k}{x}$ ;
  - линейная функция  $y = ax + b$ ;
  - функция, заданная формулой  $y = ax^2 + bx + c$ ;
  - функция, заданная формулой  $y = ax^3$ ;
  - функция, заданная формулой  $y = \sqrt{x}$ ;
  - функция, заданная формулой  $y = x^n$ .

*Уметь:*

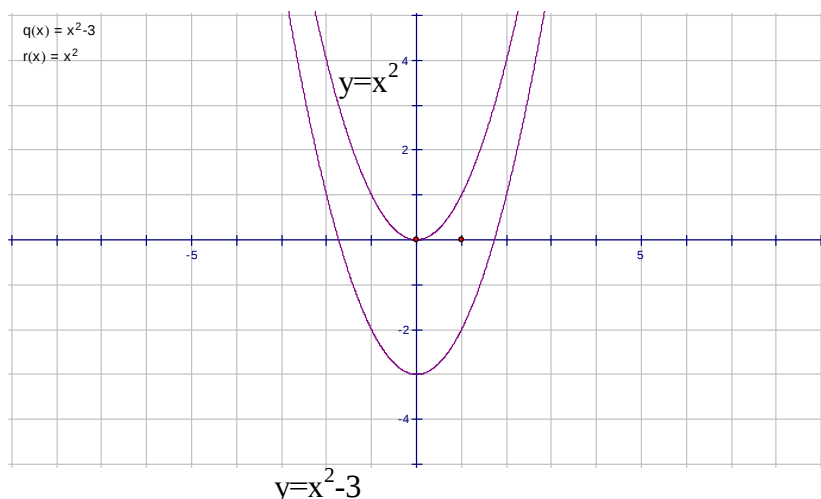
- выполнять простейшие преобразования графиков;

### Краткий теоретический материал

#### Преобразования графиков функций

1. Для построения графика функции  $f(x) + b$ , где  $b$  – постоянное число, надо перенести график  $f$  на вектор  $(0; b)$  вдоль оси ординат.

**Пример 1.** Построить график функции:  $y = x^2 - 3$



Построение осуществляется переносом параболы  $y = x^2$  на вектор  $(0; -3)$ , т. е. вниз по оси  $Oy$ .

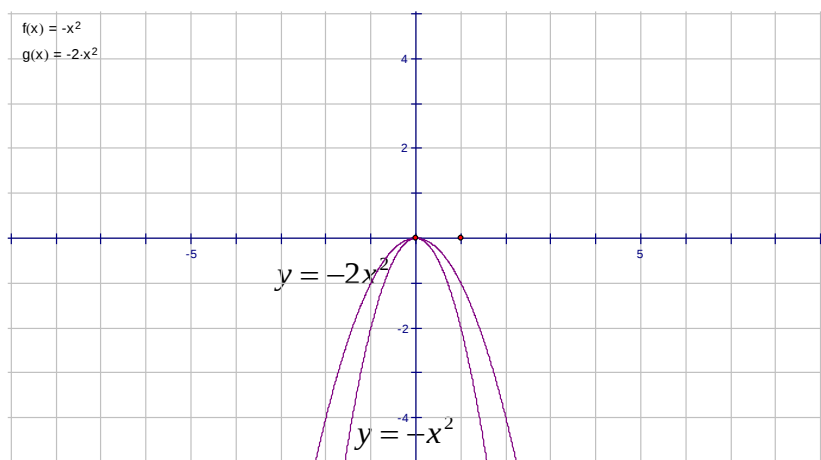
2. Для построения графика функции  $y = kf(x)$  надо растянуть график функции  $y = f(x)$  в  $k$  раз вдоль оси ординат.

**Пример 2.** Построить график функции  $y = -2x^2$

**Замечание.** Если  $0 < |k| < 1$ , то растяжение с коэффициентом  $k$  часто называют *сжатием*. Например, растяжение с коэффициентом  $\frac{1}{2}$  называют сжатием в 2 раза.

Отметим также, что если  $k < 0$ , то для построения графика функции  $y = kf(x)$  надо сначала растянуть график  $f$  в  $|k|$  раз вдоль оси ординат, а затем отразить его симметрично относительно оси абсцисс.

Построение осуществляется из графика функции  $y = x^2$  растяжением в 2 раза вдоль оси ординат, затем отображением симметрично относительно оси абсцисс.

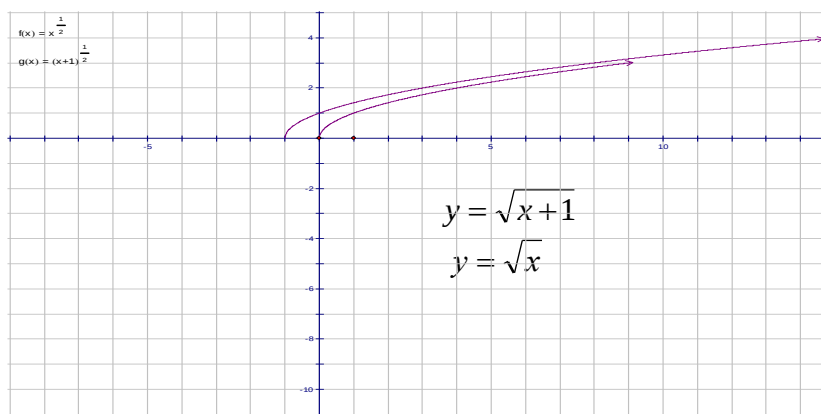


**3.** График функции  $y = f(x - a)$  получается из графика  $f$  переносом (вдоль оси абсцисс) на вектор  $(a; 0)$ .

Обратите внимание: если  $a > 0$ , то вектор  $(a; 0)$  направлен в положительном направлении оси абсцисс, а при  $a < 0$  – в отрицательном.

**Пример 3.** Построить график функции  $y = \sqrt{x+1}$ .

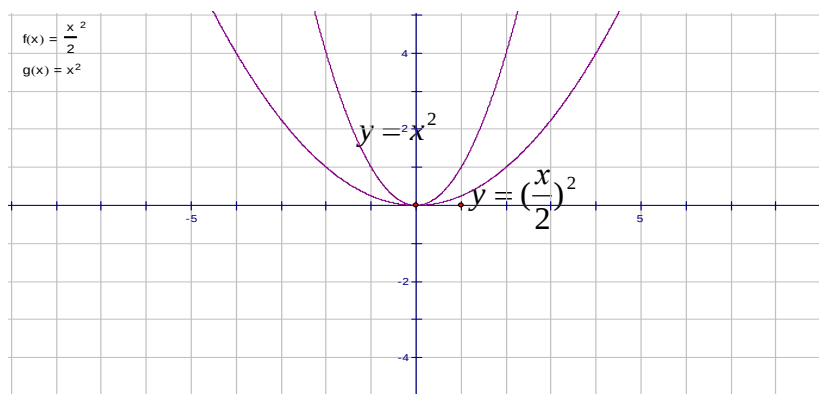
Построение графика функции  $y = \sqrt{x+1}$  осуществляется переносом графика функции  $y = \sqrt{x}$  на вектор  $(-1; 0)$  влево.



**4.** Для построения графика функции  $y = f\left(\frac{x}{k}\right)$  надо подвергнуть график функции  $f$  растяжению с коэффициентом  $k$  вдоль оси абсцисс.

**Пример 4.** Построить график функции  $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$ .

Построение осуществляется из графика функции  $y = x^2$  растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс.



### Содержание заданий:

**Оформить альбом** “Свойства и графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков функций”.

#### Структура альбома:

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

#### Требования.

Основная часть должна содержать:

1). Определения, свойства и графики следующих функций:

- прямая пропорциональность  $y = kx$ ;
- обратная пропорциональность  $y = \frac{k}{x}$ ;
- линейная функция  $y = ax + b$ ;
- функция, заданная формулой  $y = ax^2 + bx + c$ ;
- функция, заданная формулой  $y = ax^3$ ;
- функция, заданная формулой  $y = \sqrt{x}$ ;
- функция, заданная формулой  $y = x^n$ .

2). Построение графиков функций в одной системе координат:

$$a) y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{x} + 3, y = \frac{1}{x-3};$$

$$b) y = -x^2, y = 5 - x^2, y = -(x-1)^2.$$

3) Построение графиков функций в разных системах координат:

$$a) y = \frac{1}{x-2};$$

$$b) y = (x-1)^2 - 4;$$

$$в) y = 2 + \frac{1}{x}.$$

#### Методические рекомендации.

Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).

5. Координаты пересечения графика функции с осью  $Ox$ .
6. Координаты пересечения графика функции с осью  $Oy$ .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.
14. Максимумы функции.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объёме;
- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объёме, но могут быть незначительные помарки;
- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть не принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объём;
- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;
- нарушены сроки и ориентированный объём;
- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## **Раздел 3. Корни, степени и логарифмы**

### **Тема 3.1. Корни и степени**

#### **Самостоятельная работа № 6-7**

Преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени и степень. Решение показательных уравнений.

Решение прикладных задач.

#### **Цель:**

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о корне  $n$ -й степени и его свойствах;
- сформировать умения по выполнению преобразований преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени, используя свойства корня.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение корня  $n$ -й степени;
- свойства корня  $n$ -й степени.

*Уметь:*

- вычислять корни  $n$ -й степени;

- выполнять преобразования выражений, содержащих корень  $n$ -й степени, используя свойства.

### Краткий теоретический материал

#### Понятие корня $n$ -ой степени

Алгебраические выражения, содержащие операцию извлечения корня, называются **иррациональными**.

Корнем  $n$ -й степени из числа  $a$  называется такое число  $b$ ,  $n$ -я степень которого равна  $a$  ( $n \geq 2$ ).

Обозначается  $\sqrt[n]{a}$ , где  $a$  - подкоренное выражение (или число),  $n$  - показатель корня ( $n \geq 2$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ).

По определению  $\sqrt[n]{a} = b$ , если  $b^n = a$ , или  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ .

#### Основные свойства корня

Если  $n, k, m$  – натуральные числа,  $a \geq 0, b \geq 0$  то:

$$1^\circ \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2^\circ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \text{ если } b \neq 0.$$

Замечание. Если  $a < 0, b < 0$ , то свойства  $1^\circ$  и  $2^\circ$  принимают вид

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{|a|} \cdot \sqrt[n]{|b|}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}}$$

$$3^\circ \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$4^\circ (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$5^\circ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} = a^{\frac{1}{nk}}$$

$$6^\circ \sqrt[mn]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

Замечание. Если показатели корней нечетные числа, то свойства  $1^\circ - 6^\circ$  выполняются для  $a < 0, b < 0$  и  $ab < 0$ .

$$7^\circ \text{ Если } n - \text{четное число т.е. } n = 2k, \text{ то } \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$$

Пример.  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2|$  т.к.  $\sqrt{3} < 2$ , то  $\sqrt{3}-2 < 0$ , тогда по определению модуля  $|\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = 2-\sqrt{3}$  и  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = 2-\sqrt{3}$ .

Пример 1. Упростить выражение:  $A = (\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98})(\sqrt{72} - \sqrt{500} - \sqrt{8})$

Решение.

1) Сначала, используя свойства арифметического корня, упростить каждый из имеющихся радикалов:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$A = (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})(6\sqrt{2} - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = (3\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(4\sqrt{2} - 10\sqrt{5}) =$$

$$2) = 6(\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{2} - 5\sqrt{5})$$

3) Раскроем скобки и приведем подобные

$$A = 6(2\sqrt{10} - \sqrt{5} \cdot 5\sqrt{5} - \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot 5\sqrt{5}) = 6(2\sqrt{10} - 25 - 4 + 5\sqrt{10}) = 6(7\sqrt{10} - 29)$$

$$\text{Ответ: } A = 6(7\sqrt{10} - 29)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}$$

Пример 2. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби

Решение:

В знаменателе имеем иррациональность 2-ой степени, поэтому домножим и числитель, и знаменатель дроби на сумму чисел  $\sqrt{7}$  и  $2\sqrt{2}$ , тогда в знаменателе будем иметь разность квадратов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A = \frac{1 \cdot (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{(\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{7 - 8} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } A = -\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$$

Пример 3. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

Решение:

Имеем иррациональность 3-ей степени, поэтому и числитель, и знаменатель умножим на неполный квадрат чисел  $\sqrt[3]{2}$  и 1, тогда в знаменателе получим разность кубов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A = \frac{1 \cdot ((\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} \cdot 1 + 1)}{(\sqrt[3]{2} - 1)((\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} \cdot 1 + 1)} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

$$\text{Ответ: } A = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

**Содержание заданий:**

Решить следующие задания:

Упростить выражение

$$\text{№1. } 0,8 \cdot \sqrt[3]{0,064} - 0,5 \cdot \sqrt{0,64} + 0,01 \cdot \sqrt[4]{81}$$

$$\text{№2. } \sqrt{4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}$$

$$\text{№3. } f(x) = \left( \frac{1 + x^{1,5}}{1 - x^{0,5} + x} - x^{0,5} \right) \cdot \frac{1 - x}{1 - x^{0,5}}$$

$$\text{№4. } \left( \frac{a \sqrt[3]{a} - 2a \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a^2 b^2}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab}} + \frac{\sqrt[3]{a^2 b} - \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \right) : \sqrt[3]{a} = f(a, b)$$

$$\text{№5. } f(a) = \left( \frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}} - (1-a)^{-1} \right) \cdot \frac{1+a(a-2)}{a^2 - a + 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{(a+1)^2}}$$

**Требования:**

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

**Методические рекомендации.**

При выполнении задания рассмотрите разобранные примеры, используйте основные теоретические положения по данной теме.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## **Самостоятельная работа № 8**

Тождественные преобразования выражений, содержащих степени

**Цель:**

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о степени с рациональным показателем, с действительным показателем; свойства степени;
- сформировать умения по выполнению тождественных преобразований выражений, содержащих степени, используя свойства.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение степени с рациональным показателем, с действительным показателем ;
- свойства степени.

*Уметь:*

- вычислять степени;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степени, используя свойства.

**Краткий теоретический материал**

Степенью числа называется произведение равных сомножителей.

$$a^n = b,$$

$a$  – основание степени

$n$  – показатель степени

$b$  - степень

$$\text{Например } 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 \quad 3^5 = 243$$

Следующие свойства справедливы для любых положительных чисел  $a$  и  $b$  и любых действительных чисел  $\alpha$  и  $\beta$ .

1.  $a^0 = 1$ ;
2.  $a^{\alpha + \beta} = a^{\alpha} \cdot a^{\beta}$ ;

3.  $a^{\alpha-\beta} = \frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}};$
4.  $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta};$
5.  $(ab)^{\alpha} = a^{\alpha} \cdot b^{\alpha};$
6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha} = \frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}};$
7.  $a^{-\alpha} = \frac{1}{a^{\alpha}}.$

Замечание 1. Отметим, что отрицательные числа также можно возводить в некоторые степени (целые и, более общо, рациональные вида  $\frac{m}{2n-1}$  где  $m$  - целое,  $n$  - натуральное).

### Содержание заданий:

Решить следующие задания:

Упростить выражение

1. Возвести в степень:

$$1. \left(\frac{4a^3b^5}{3c^7d^2}\right)^4 \quad 2. \left(\frac{5u^{-4}v^3t^{-5}}{2^{-2}u^{-3}v^{-1}t^3}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad 3. \left(\frac{2x^{-3}y^2}{3x^4y^{-5}}\right)^{-2}$$

2. Упростить выражение

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 y^2} = f(x, y)$$

$$\text{№ 1. } \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) \left(1 - \frac{2x}{y} + \frac{y^2}{x^2}\right)$$

$$\text{№ 2. } \frac{(a^2 + 2a)^2 - (2a + 4)^2}{(a^2 - 2a)^2 - (2a - 4)^2} : \left(2 : \frac{a^2 + 5a + 6}{a^2 + a - 6}\right) = f(a)$$

$$\text{№ 3. } \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = f(a, b, c)$$

### Методические рекомендации.

При выполнении задания рассмотрите разобранные примеры, используйте основные теоретические положения по данной теме.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки.

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся опечатки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение заданий содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### Тема 3.2. Логарифм

#### Самостоятельная работа № 9:

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Решение логарифмических уравнений

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о логарифмах, свойствах логарифмов.
- Формирование умений выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений, содержащих логарифм.

В результате изучения темы студент должен

Знать:

- определение логарифма числа;
- свойства логарифмов.
- основное логарифмическое тождество;
- формула для перехода к логарифму с другим основанием.

Уметь:

- вычислять значения логарифмических выражений с помощью основных тождеств, свойств логарифма и вычислительных средств.

#### Краткий теоретический материал

$\log_a b$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ) - логарифм числа  $b$  по основанию  $a$ .  
 $a^{\log_a b} = b$ .

Основное логарифмическое тождество:

$\lg b$  - десятичный логарифм (логарифм по основанию 10):  $10^{\lg b} = b$ .

$\ln b$  - натуральный логарифм (логарифм по основанию  $e$ ):  $e^{\ln b} = b$ .

Переход от одного основания к другому:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}, \ln b = \frac{\lg b}{\lg e} = \frac{\lg b}{M} \quad (M = \lg e = \frac{1}{\ln 10} \approx 0,4343)$$

В частности,

модуль перехода от натуральных логарифмов к десятичным).

Свойства логарифмов ( $u, v > 0$ ):

$$\log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0, \quad \log_a (uv) = \log_a u + \log_a v,$$

$$\log_a \frac{1}{v} = -\log_a v, \quad \log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v,$$

$$\log_a u^\alpha = \alpha \log_a u, \quad \log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \neq 1.$$

#### Содержание заданий:

Решить один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

#### Вариант 1

1. Найдите значения выражений:

а)  $27^{-\frac{1}{3} \log_3 \frac{1}{2} - \log_{27} 2}$ ;

$$\text{б)} \frac{\log_2^2 14 + (\log_2 14)(\log_2 7) - 2 \log_2^2 7}{\log_2 14 + 2 \log_2 7};$$

2. Вычислить  $\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a} + \log_{\sqrt{ab}} b + \log_a \sqrt[3]{b}$ , если известно, что  $\log_a b = 2$ .

### Вариант 2

1. Найдите значения выражений:

$$\text{а)} 49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - \frac{1}{2} \log_{49} 64};$$

$$\text{б)} \frac{2 \log_3 12 - 4 \log_3^2 2 + \log_3^2 12 + 4 \log_3 2}{3 \log_3 12 + 6 \log_3 2};$$

2. Вычислить  $\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} + \log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) + \frac{1}{4} \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt[5]{a}$ , если известно, что  $\log_a b = \frac{1}{2}$ .

### Вариант 3

1. Найдите значения выражений:

$$\text{а)} 2^{2 \log_2 5 + \log_{0,5} 9}$$

$$\text{б)} \frac{\log_5^2 15 - \log_5^2 3 + 2 \log_5 15 + 2 \log_5 3}{\log_5 15 + \log_5 3};$$

$$\text{в)} \left( 2^{2 + \frac{1}{\log_3 2}} + 25^{\frac{1}{2 \log_3 5}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

### Вариант 4

1. Найдите значения выражений:

$$\text{а)} \frac{\log_7^2 14 + (\log_7 14)(\log_7 2) - 2 \log_7^2 2}{\log_7 14 + 2 \log_7 2}.$$

$$\text{б)} 49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - \frac{1}{2} \log_{49} 64};$$

$$\text{в)} (\log_3 2 + \log_2 81 + 4)(\log_3 2 - 2 \log_{18} 2) \log_2 3 - \log_3 2.$$

### Методические рекомендации.

При решении заданий самостоятельной работы воспользуйтесь определением логарифма, свойствами логарифмов.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 2 заданий.

Оценка “4” ставится за правильное решение 2 заданий с незначительными ошибками.

Оценка “3” ставится за правильное решение 1 задания.

Оценка “2” ставится, если при решении допущены грубые ошибки.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### Тема 3.3. Преобразование выражений

#### Самостоятельная работа № 10:

Преобразования рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических выражений.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и показательной, логарифмической и степенной функций;

формирование умений по преобразованию рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических выражений.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- понятие степени с действительным показателем и её свойства;
- определение логарифма числа, свойства логарифмов;

*Уметь:*

- преобразовывать рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических выражений.

#### Содержание заданий:

1. Упростить выражения и вычислить их значения при заданных значениях параметров:

а)  $\frac{\sqrt{(b+2)^2 - 8b}}{\sqrt{b} - \frac{2}{\sqrt{b}}}$  при  $b = 0,0025$ ; б)  $\left(\sqrt{\frac{abc+4}{a}} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}}\right) : (\sqrt{abc} + 2)$  при  $a = 0,04$ .

2. Упростить: а)  $\left(\frac{12}{\sqrt{5}-1} - \frac{71}{3+4\sqrt{5}}\right) \cdot \left(\frac{8}{\sqrt{5}-1} + \frac{11}{4+\sqrt{5}}\right)$ ;

б)  $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$ .

3. Упростить алгебраические выражения:

а)  $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ;

б)  $\left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a}\right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1\right)$ ;

в)  $\frac{a - \frac{16}{25}}{\sqrt{a} - 0,8} - \frac{a\sqrt{a} - \frac{64}{125}}{a + 0,8\sqrt{a} + \frac{16}{25}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2-\sqrt{x}}$ .

4. Упростите выражения:

а)  $81^{\frac{3}{4}}$ ; б)  $2 \cdot 25^{-\frac{1}{2}}$ ; в)  $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-\frac{4}{3}}$ ; г)  $(3^{-2})^3$ ; д)  $2^2 \cdot 5^2$ ; е)  $(10^3)^4 \cdot 10^{-12}$ ; ж)  $16^2 \cdot 2^{-6}$ ; з)  $\frac{0,001}{10^{-5}}$ .

5. Упростите выражения и вычислите их значения при заданных значениях параметров:

а)  $\frac{m^{-2}n^{-1} - m^{-1}n^{-2}}{m^{-2} - n^{-2}} - \frac{1}{m}(mn^{-1} + 2 + m^{-1}n)^{-1}$  при  $m = 0,003$ ;  $n = 0,007$ ;

б)  $\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{(a^2 - ab)^{\frac{2}{3}}} : \frac{a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$  при  $a = 1,2$ ;  $b = 0,6$ .

4) Упростите алгебраические выражения:

$$\text{а) } \frac{y^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} - z}{y^{\frac{2}{3}} - z} + \frac{y}{y + y^{\frac{2}{3}} z^{\frac{1}{2}}}; \text{ б) } \frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} : \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}; \text{ в) } \frac{a^2 + 1}{a\sqrt{\left(\frac{a^2 - 1}{2a}\right)^2 + 1}} \text{ при } a < 0.$$

1) Найдите значения выражений:

а)  $\log_4 \log_3 \sqrt{81}$ ;      б)  $\log_{\sqrt{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$ ;      в)  $\log_9^3 \log_2 8$ ;  
 г)  $\log_{\frac{8}{27}} \log_{25} 125$ ;      д)  $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$ .

2) Найдите значения выражений:

а)  $49^{\frac{1}{2\log_9 7}}$ ;      б)  $81^{\frac{1}{\log_5 9}}$ ;      в)  $\log_3 [(\log_2 5)(\log_5 8)]$ ;  
 г)  $0,25(1 + 4^{\log_2 5})^{\log_{25} 4}$ ;      д)  $81^{\log_9 2 - 0,25\log_3 2}$ .

3) Найдите значения выражений:

а)  $\frac{2}{5}(\log_3 81 + 16^{\log_2 3})^{\log_{85} 25}$ ;      б)  $10^{3-\lg 4} - 49^{\log_7 15}$ ;  
 в)  $3^{2-\log_3 5} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$ ;      г)  $9^{3-\log_3 54} + 7^{-\log_7 2}$ .

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” ставится за правильное решение 2 заданий.

Оценка “4” ставится за правильное решение 2 заданий с незначительными ошибками.

Оценка “3” ставится за правильное решение 1 задания.

Оценка “2” ставится, если при решении допущены грубые ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### Тема 3.4. Степенные, показательные, логарифмические функции

#### Самостоятельная работа № 11:

Оформление альбома “Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций”.

**Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках показательной, логарифмической и степенной функций;
- формирование умений по построению графиков показательной и логарифмической функций, преобразованию этих графиков путём сдвига и симметрии.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- понятие степени с действительным показателем и её свойства;
- определение логарифма числа, свойства логарифмов;
- свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций.

*Уметь:*

- строить графики показательных, логарифмических функций при различных основаниях и на них иллюстрировать свойства функций;

- преобразовывать эти графики путём сдвига и симметрии;
- вычислять значения показательных и логарифмических выражений с помощью основных тождеств и вычислительных средств.

### **Содержание заданий:**

**Оформление** альбома “Свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций”.

### **Структура альбома:**

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

### **Требования.**

Основная часть должна содержать

1) Определения, свойства и графики следующих функций:

- показательная функция  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ );
- логарифмическая функция  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ );
- степенная функция  $y = x^n$ .

2) Построение графиков функций :

а)  $y = a^x$ ;  $y = \log_n x$ ;  $y = x^n$  ( $n = 3, n = 4, n = \frac{1}{2}, n = \frac{2}{3}$ ),

б)  $y = 2^x + 2$ ,  $y = 3^{x-1}$ ,  $y = \log_5 x - 3$ ,  $y = \log_2(x + 1)$ .

### **Методические рекомендации.**

1. Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).
5. Координаты пересечения графика функции с осью  $Ox$ .
6. Координаты пересечения графика функции с осью  $Oy$ .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.
14. Максимумы функции.

2. Графики функций могут быть выполнены одним из следующих способов:

- от руки – цветными пастами или карандашами;
- с помощью компьютерной программы по математике Advanced Grapher, изданной на дисках CD-ROM и опубликованной на сайтах Интернета (эта программа размещена в разделе “Образование” на бесплатном сайте <http://www.freeware.ru>).

**Требования к результатам работы:** альбом.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объёме;

- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объеме, но могут быть незначительные поправки;

- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть не принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объем;

- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;

- нарушены сроки и ориентированный объем;

- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### **Тема 3.5. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства**

#### **Самостоятельная работа № 12:**

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.

#### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о способах решения показательных и логарифмических уравнений;
- формирование умений по решению показательных и логарифмических уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать* определение иррационального, показательного и логарифмического уравнения;

- основные способы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

*Уметь:*

- находить область допустимых значений переменной логарифмических уравнений;
- решать иррациональные, показательные и логарифмические уравнения.

#### **Содержание заданий:**

**Решить** один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

### **Проверочная работа №6**

#### **Вариант 1**

1. Решить уравнения:

1)  $\sqrt{3^x} \cdot \sqrt{5^x} = 225$ ;

2)  $9^{3-5x} \cdot 7^{5x-3} = 1$ ;

3)  $\log_5(2 + \log_3(3 + x)) = 0$ ;

4)  $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$ .

2. Решить неравенства:

1)  $4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0$ ;

2)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 3) > 0$ .

#### **Вариант 2**

1. Решить уравнения:

- 1)  $2^{3x} \cdot 5^x = 1600$  ;
- 2)  $25^x + 24 \cdot 5^{x-1} - 1 = 0$ ;
- 3)  $\lg(5-x) - \frac{1}{3}\lg(35-x^3) = 0$  ;
- 4)  $\lg(3x^2 + 12x + 19) - \lg(3x + 4) = 1$ .

2. Решить неравенства:

- 1).  $25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50$  ;
- 2).  $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 \leq 0$ .

### Вариант 3

1. Решить уравнения:

- 1)  $\left(\frac{4}{7}\right)^{1-2x} = \left(\frac{7}{4}\right)^{2+x}$  ;
- 2)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$ ;
- 3)  $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$ ;
- 4)  $\log_{\sqrt{5}}(4^x - 6) - \log_{\sqrt{5}}(2^x - 2) = 2$ .

2. Решить неравенства:

- 1)  $\log_2^2(2-x) - 8\log_{0,25}(2-x) \geq 5$ .
- 2)  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{2}{x-2} < \log_{\frac{1}{5}}(5-x)$ .

### Вариант 4

1. Решить уравнения:

- 1)  $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} = 64$ ;
- 2)  $3^{2x-1} \cdot 5^{3x+2} = \frac{9}{5} \cdot 5^{2x} \cdot 3^{3x}$
- 3)  $\lg^3 x - \lg^2 x - 6\lg x = 0$ ;
- 4)  $x^{2+\log_3 x} = 3^8$ .

2. Решить неравенства:

- 1)  $25^x + 24 \cdot 5^{x-1} - 1 \leq 0$ ;
- 2)  $4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0$ .

### Методические рекомендации.

При решении заданий самостоятельной работы воспользуйтесь определением логарифма и степени, свойствами логарифмов и степеней, способами решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки

Самостоятельная работа приведена в четырех вариантах, с двумя уровнями сложности.

*I уровень сложности* (Вариант 1–2)

*II уровень сложности* (Вариант 3–4)

Оценка “5” ставится студенту, если:

- работа написана аккуратно, без помарок, разборчивым почерком;
- правильно выполнены все задания контрольной работы вариантов 3-4;

Оценка “4” ставится студенту:

- при выполнении всех заданий вариантов 1–2;
- правильно выполнены задания 1, 2, 3 вариантов 3-4;
- к выполнению задания 4 не приступали или допустили ошибки в решении;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- правильно выполнены задания 1, 2;
- допущены ошибки в решениях заданий 3, 4 или отсутствуют решения заданий 3, 4;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- работа оформлена небрежно;
- решены только задания 1, 2 и в решениях допущены ошибки.

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### **Раздел 4. Прямые и плоскости в пространстве**

#### **Тема 4.1. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве**

##### **Самостоятельная работа № 13:**

Подготовка реферата на тему: «Геометрия у древних египтян».

Объем времени – 4 час.

#### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях стереометрии, аксиомах стереометрии и следствиях из них, взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения параллельности;
- формирование умений по применению основных теорем о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- символы, принятые в стереометрии;
- основные понятия стереометрии;
- аксиомы стереометрии и следствия из них;
- основные теоремы о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей.

*Уметь:*

- по словесному описанию взаимного расположения точек, прямых и плоскостей выполнять рисунки и записывать его с помощью символов;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- применять основные теоремы о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей к вычислению расстояний в пространстве.

#### **Содержание заданий:**

**Реферат на тему:** «Геометрия у древних египтян».

#### **Структура реферата:**

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

**Требования к результатам работы:** письменная работа, презентация.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки реферата.**

Реферат должен состоять из 10-15 печатных листов 14 шрифтом.

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, глубину проработки материала, логическое структурирование материала, умение использовать систему аргументации, наличие примеров, иллюстрирующих теоретические положения; за выражение своего мнения по проблеме.

Оценка “4” соответствие содержания теме, глубину проработки материала, обоснованность утверждений, за логическое структурирование материала.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, отсутствие списка литературы.

Оценка “2” ставится, если реферат содержит недостаточное количество материала, содержание не соответствует теме.

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### **Тема 4.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве**

#### **Самостоятельная работа № 14:**

Выполнение самостоятельной работы на нахождение угла между прямой и плоскостью, расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояния между плоскостями.

#### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения перпендикулярности;
- формирование умений по применению признака перпендикулярности прямой и плоскости, теоремы о трёх перпендикулярах, признака перпендикулярности плоскостей для вычисления углов и расстояний в пространстве.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- признаки и свойства перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей;
- определение перпендикуляра и наклонной;
- теорему о трёх перпендикулярах;
- определение угла между прямой и плоскостью.

*Уметь:*

- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- применять основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности двух плоскостей к вычислению углов и расстояний в пространстве.

#### **Содержание заданий:**

##### **Задание 1**

Выучить определения:

- а) перпендикулярных прямых в пространстве;
- б) перпендикулярной прямой к плоскости;
- в) перпендикуляра к плоскости;
- г) наклонной к плоскости;
- д) проекции наклонной.

Выучить доказательства:

- а) признака перпендикулярности двух плоскостей в пространстве;
- б) признака перпендикулярности прямой и плоскости;
- в) теоремы о трёх перпендикулярах;
- г) признака перпендикулярности двух плоскостей.

##### **Задание 2**

**Решить** один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

### Вариант 1

1. Из некоторой точки проведены к данной плоскости две равные наклонные. Угол между ними равен  $60^\circ$ , угол между их проекциями прямой. Найдите угол между наклонной и её проекцией.
2. Концы отрезка  $AB$ , не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 2,4 м и 7,6 м. Найдите расстояние от середины  $M$  отрезка  $AB$  до этой плоскости.
3. Два равносторонних треугольника  $ABC$  и  $ADC$  лежат в перпендикулярных плоскостях. Найдите  $BD$ , если  $AC = 1$  см.
4. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , пересекающимися по прямой  $MN$ , равен  $60^\circ$ . Точка  $A$ , лежащая в плоскости  $\alpha$ , удалена от прямой  $MN$  на  $a$  ( $AD = a$ ), а точка  $B$ , лежащая в плоскости  $\beta$ , – на  $b$  ( $BC = b, b > a$ ). Найдите длину  $AB$ , если  $DC = c$ .

### Вариант 2

1. Концы данного отрезка, не пересекающего плоскость, удалены от неё на 0,3 м и 0,5 м. Как удалена от плоскости точка, делящая данный отрезок в отношении 3 : 7?
2. Точки  $A$  и  $B$  расположены по одну сторону плоскости и удалены от неё на расстояния, равные  $a$  и  $b$ . Проекции  $A_1$  и  $B_1$  данных точек на плоскость  $\alpha$  различны. Найдите расстояние от точки пересечения прямых  $AB_1$  и  $BA_1$  до плоскости  $\alpha$ .
3.  $AB$  – общий перпендикуляр скрещивающихся прямых  $a$  и  $b$ . Точки  $A$  и  $C$  лежат на прямой  $a$ , точки  $B$  и  $D$  лежат на прямой  $b$ ;  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ACD = \angle BDC$ .
4. Через центр  $O$  правильного треугольника  $ABC$  к его плоскости проведён перпендикуляр  $OD$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ABD$ , если  $AB = BD$ .

### Вариант 3

1. Точка  $A$  находится на расстоянии  $a$  от вершин равностороннего треугольника со стороной  $a$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости треугольника.
2. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  боковая сторона равна 15 см, а основание  $AC = 6$  см. Из точки  $O$  центра вписанного в него круга проведён к плоскости треугольника перпендикуляр  $OK$ , равный 2 см. Найдите расстояния от точки  $K$  до сторон треугольника и до вершины  $B$ .
3. Через гипотенузу  $a$  прямоугольного треугольника проведена плоскость  $\alpha$ , образующая с катетами углы в  $30^\circ$  и  $45^\circ$ . Найдите расстояние от вершины прямого угла до гипотенузы и до плоскости  $\alpha$ .
4. Отрезок  $AB$  наклонён к плоскости  $\pi$  под углом  $45^\circ$ . Другой отрезок  $BC$  находится в плоскости  $\pi$  и составляет с проекцией  $AB$  на плоскость  $\pi$  угол  $30^\circ$ . Вычислите угол  $BAC$ .

### Вариант 4

1. Перекладина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
2. Из точек  $A$  и  $B$  опущены перпендикуляры на плоскость  $\alpha$ . Найдите расстояние между точками  $A$  и  $B$ , если перпендикуляры равны 3 м и 2 м, расстояние между их основаниями равно 2,4 м, а отрезок  $AB$  не пересекает плоскость.
3. Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 2 см. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $B_1 D$ .
4. Из точки  $K$ , взятой вне плоскости ромба, опущены на стороны ромба перпендикуляры, наклонённые к плоскости ромба под углом  $60^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $K$  до плоскости ромба, если его диагонали равны 15 см и 20 см.

#### Требования.

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

#### Методические рекомендации.

При решении задач используйте:

- признаки: перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей;

- определения: перпендикуляра к плоскости, наклонной к плоскости и проекции наклонной на плоскость;
- теорему о трёх перпендикулярах;
- определения угла: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- определения расстояний: между прямыми в пространстве (в том числе скрещивающимися), между прямой и плоскостью, между плоскостями.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки.**

Оценка “5” ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки к которым относятся опечатки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## **Раздел 5. Основы тригонометрии**

Тема 5.1. Основные понятия

### **Самостоятельная работа № 15**

*Подготовка доклада по теме: «История числа  $\pi$ »*

**Цель:**

- Повторить основные формулы тригонометрии, определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение радиана, формулы перевода градусной меры угла в радианную и обратно;
- определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа;
- основные формулы тригонометрии, перечисленные в содержании материала;

*Уметь:*

- преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы.

**Содержание заданий:**

**Подготовить** доклад по теме: «История числа  $\pi$ ».

**Структура доклада:**

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки доклада.**

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема доклада не раскрыта.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

**Тема 5.2. Основные тригонометрические тождества****Самостоятельная работа №16:**

Преобразование тригонометрических выражений.

**Цель:**

- систематизация, углубление, закрепление знаний о формулах приведения; формулы сложения
- формирование умений по преобразованию тригонометрических выражений с использованием формул приведения, формул сложения.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- формулы приведения;
- мнемоническое правило.
- формулы синуса, косинуса и тангенса суммы и разности двух углов.

*Уметь:*

- преобразовывать тригонометрические выражения с использованием формул приведения или мнемонического правила.
- преобразовывать тригонометрические выражения с использованием формул синуса, косинуса и тангенса суммы и разности двух углов

**Содержание заданий:**

1. Заполните таблицу:

| Приводи-<br>мая<br>функция<br>аргумента<br>$x$ | $\frac{\pi}{2} - \alpha$ | $\frac{\pi}{2} + \alpha$ | $\pi - \alpha$ | $\pi + \alpha$ | $\frac{3}{2}\pi - \alpha$ | $\frac{3}{2}\pi + \alpha$ | $2\pi - \alpha$ |
|------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------|----------------|---------------------------|---------------------------|-----------------|
| $\sin x$                                       |                          |                          |                |                |                           |                           |                 |

|          |  |  |  |  |  |  |  |
|----------|--|--|--|--|--|--|--|
|          |  |  |  |  |  |  |  |
| $\cos x$ |  |  |  |  |  |  |  |
| $tgx$    |  |  |  |  |  |  |  |
| $ctgx$   |  |  |  |  |  |  |  |

2. Решите:

1. С помощью формул синуса и косинуса суммы и разности двух аргументов убедитесь в справедливости формул приведения:

а)  $\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$ ; б)  $\sin(3\pi - \alpha) = \sin \alpha$ ;

в)  $\cos(450^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ; г)  $\cos(5\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ .

3. Приведите к тригонометрическим функциям острых положительных углов, сохранив названия приводимых функций, следующие функции:

а)  $\sin 160^\circ$ ; б)  $\cos 210^\circ$ ; в)  $tg 125^\circ$ ; г)  $ctg 217^\circ$ ; д)  $\sin(-8,2\pi)$ ; е)  $\cos(-2,5\pi)$ ; ж)  $ctg(-3,1\pi)$ .

4. Найдите значение выражения:

а)  $\cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha + \beta)$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \beta = \frac{5}{13}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ;

б)  $\cos(\alpha + \beta) - \sin(\alpha + \beta)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{8}{17}$ ,  $\cos \beta = \frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

5. Упростите выражения:

а)  $\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2 \sin \alpha \cos \beta}{2 \sin \alpha \cos \beta + \cos(\alpha + \beta)}$ ; б)  $\frac{\frac{1}{2} \cos \beta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \beta}{\sin(60^\circ + \beta)}$ ;

в)  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \cos \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \sin \alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \sin \alpha - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cos \alpha}$ ; г)  $\frac{\cos \frac{4}{9} \pi \cos \frac{5\pi}{36} - \sin \frac{4}{9} \pi \sin \frac{5\pi}{36}}{\sin \frac{\pi}{18} \cos \frac{\pi}{36} + \cos \frac{\pi}{18} \sin \frac{\pi}{36}}$ .

6. Докажите тождества:

а)  $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sqrt{2} \sin \alpha} = tg \alpha$ ; б)  $ctg \alpha - tg \alpha = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}$ .

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

**Тема 5.3. Формулы двойного и половинного угла**

**Самостоятельная работа №17:**

Решение упражнений на применение формул двойного и половинного аргумента.

**Цель:**

Повторить основные формулы тригонометрии, формул двойного и половинного аргумента.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- основные формулы тригонометрии
- формул двойного и половинного аргумента;

*Уметь:*

- преобразовывать тригонометрические выражения, используя тригонометрические формулы двойного и половинного аргумента

**Содержание заданий:**

1. Упростите выражения: а)  $\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha}$ ; б)  $\frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ ;

в)  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ ;

г)  $1 + \cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha$ ; д)  $2 \sin^2 \alpha - 1$ .

Вычислите  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = -0,8, \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

2. Вычислите  $\sin \frac{\alpha}{2}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}, \frac{5}{2}\pi < \alpha < 3\pi$ .

3. Упростите выражения: а)  $\frac{1 - \cos 20^\circ}{1 + \sin 70^\circ}$ ; б)  $\frac{1 + \cos 20^\circ}{1 - \sin 70^\circ}$ ;

в)  $\frac{1 - \sin 50^\circ}{1 + \sin 50^\circ}$ ; г)  $\frac{1 - \sin 70^\circ}{2 \cos 10^\circ}$ .

4. Упростите выражения:

а)  $\frac{1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1}$ ;

б)  $2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{3\alpha}{2} \right) - 1$ ;

в)  $\cos^4 x - \sin^4 x - \cos 2x$ ;

г)  $2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{3\alpha}{2} \right) - 1$ ;

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### **Тема 5.4. Тригонометрические функции**

#### **Самостоятельная работа № 18:**

оформление альбома “Свойства и графики тригонометрических функций”.

#### **Цель:**

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о тригонометрических функциях и их свойствах;
- самостоятельно изучить свойства обратных тригонометрических функций;
- сформировать умения по построению графиков тригонометрических функций и обратных тригонометрических функций.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ;
- свойства тригонометрических функций и их графики.

*Уметь:*

- строить графики тригонометрических функций и на них иллюстрировать свойства функций;
- применять геометрические преобразования (сдвиг и симметрию) при построении графиков.

#### **Содержание заданий:**

**Оформить альбом** “Свойства и графики тригонометрических функций”.

#### **Структура альбома:**

- титульный лист;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

#### **Требования.**

Основная часть должна содержать определения, свойства и графики следующих функций:

- 1) - функция синус  $y = \sin x$ ;
- функция косинус  $y = \cos x$ ;

- функция тангенс  $y = \operatorname{tg} x$ ;
- функция котангенс  $y = \operatorname{ctg} x$ ;
- функция арксинус  $y = \arcsin x$ ;
- функция арккосинус  $y = \arccos x$ ;
- функция арктангенс  $y = \operatorname{arctg} x$ ;
- функция арккотангенс  $y = \operatorname{arcctg} x$ .

2) Построение графиков функций одной и той же системе координат :

a)  $y = \sin x$ ,  $y = \sin x - 2$ ,  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y = \operatorname{tg} x + 2$

b)  $y = \cos x$ ,  $y = \cos x - 1$ ,  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

### Методические рекомендации.

1. Свойства перечисленных функций рекомендуется записать согласно приведённой ниже схеме:

1. Область определения.
2. Область значений.
3. Чётность (нечётность).
4. Периодичность (указать наименьший положительный период).
5. Координаты пересечения графика функции с осью  $Ox$ .
6. Координаты пересечения графика функции с осью  $Oy$ .
7. Промежутки, на которых функция принимает положительные значения.
8. Промежутки, на которых функция принимает отрицательные значения.
9. Промежутки возрастания.
10. Промежутки убывания.
11. Точки минимума.
12. Минимумы функции.
13. Точки максимума.
14. Максимумы функции.

2. Графики функций могут быть выполнены одним из следующих способов:

- от руки – цветными пастами или карандашами;
- с помощью компьютерной программы по математике Advanced Grapher, изданной на дисках CD-ROOM и опубликованной на сайтах Интернета (эта программа размещена в разделе “Образование” на бесплатном сайте <http://www.freeware.ru>).

### Ориентированный объём работы.

8 – 10 листов формата А 4, оформленных машинописным способом 14 шрифтом.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки:

Оценка “5” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, без помарок, в указанные сроки, в ориентированном объёме;
- определения, свойства и графики функций не содержат ошибок;

Оценка “4” ставится студенту, если:

- альбом выполнен аккуратно, в указанные сроки, в ориентированном объёме, но могут быть незначительные помарки;
- определения, свойства и графики функций даны правильно, но могут быть не принципиальные неточности;

Оценка “3” ставится студенту, если:

- нарушены сроки и ориентированный объём;
- определения, свойства и графики функций содержат некоторые неточности;

Оценка “2” ставится студенту, если:

- альбом оформлен небрежно;
- нарушены сроки и ориентированный объём;

- определения, свойства и графики функций содержат принципиальные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы.**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

**Тема 5.5. Тригонометрические уравнения**

**Самостоятельная работа № 19**

Выполнение домашней контрольной работы

**Цель:**

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о способах решения простейших тригонометрических уравнений, основных методах решения тригонометрических уравнений;
- сформировать умения по решению простейших тригонометрических уравнений, а также не-  
сложных уравнений, сводящихся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- понятия обратных тригонометрических функций;
- формулы корней уравнений:  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ ;
- способы решения простейших тригонометрических уравнений;
- основные методы решения несложных тригонометрических уравнений, сводящихся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

*Уметь:*

- вычислять значения обратных тригонометрических функций;
- решать простейшие тригонометрические уравнения;
- решать несложные тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим с помощью тригонометрических формул.

**Содержание заданий:**

**Выполнить** домашнюю контрольную работу.

Домашняя контрольная работа даётся после разбора ошибок, допущенных при проведении контроля знаний по теме “Тригонометрические уравнения”.

Решить один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

**Контрольная работа**

**Вариант 1**

Решите уравнения 1–14.

1.  $\cos 3x = \frac{1}{2}$ .

2.  $\sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3.  $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ .

4.  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ .

5.  $3\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 5$ .

6.  $\cos \frac{2x}{3} - 5\cos \frac{x}{3} - 2 = 0$ .

7.  $\cos 2x + 4\sqrt{2}\sin x - 4 = 0$ .

8.  $\sin 2x - \cos x = 0$ .

---

9.  $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \cos 3x$ .

10.  $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{-\sin x} = 0$ .

11.  $\frac{2\sin x - \sqrt{2}}{2\cos x + \sqrt{2}} = 0$ .

$$12. \sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2.$$

### Вариант 2

Решите уравнения 1–14.

$$1. \sin 3x = \frac{1}{2}.$$

$$2. \cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3. \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}.$$

$$4. 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

$$5. 3\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x = 1.$$

$$6. \cos \frac{2x}{3} + 5\sin \frac{x}{3} + 2 = 0.$$

$$7. \cos 2x - 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0. \quad 8. \sin 2x + \sin x = 0.$$

$$9. \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 3x.$$

$$10. (2\sin x + 1) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$11. \frac{2\cos x + \sqrt{2}}{2\sin x - \sqrt{2}} = 0.$$

$$12. \sin^2 x - \sin^2 2x - \sin^2 3x + \sin^2 4x = 0.$$

### Вариант 3

Решите уравнения 1–14.

$$1. \cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2. \sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3. \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$4. 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$$

$$5. 4\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 7.$$

$$6. \cos \frac{2x}{5} + 5\cos \frac{x}{5} - 2 = 0.$$

$$7. \cos 2x - 4\sqrt{2} \sin x - 4 = 0. \quad 8. 2\cos x - 5\sin x = 0.$$

$$9. \sin 2x + 2\cos x = 0.$$

$$10. \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \cos 5x.$$

$$11. (2\cos x + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{-\sin x} = 0.$$

$$12. \frac{2\sin x + \sqrt{2}}{2\cos x + \sqrt{2}} = 0.$$

### Вариант 4

Решите уравнения 1–14.

$$1. \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$2. \cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$3. \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$4. 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

$$5. 4\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x = 1.$$

$$6. \cos \frac{2x}{5} - 5\sin \frac{x}{5} + 2 = 0.$$

$$7. \cos 2x + 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0. \quad 8. 5 \cos x + 2 \sin x = 0.$$

$$9. \sin 2x - \sin x = 0.$$

$$10. \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin 5x.$$

$$11. (2 \sin x + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0.$$

$$12. \frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{2 \sin x + \sqrt{2}} = 0.$$

### Требования.

Контрольная работа должна быть оформлена на двойных листах в клетку.

### Методические рекомендации.

При решении заданий контрольной работы воспользуйтесь формулами корней простейших тригонометрических уравнений и основными методами решения тригонометрических уравнений.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки.

Оценка “5” ставится за правильное решение 11- 12 уравнений.

Оценка “4” ставится за правильное решение 9-10 уравнений.

Оценка “3” ставится за правильное решение 5-8 уравнений.

Оценка “2” ставится, если решено менее 5 уравнений.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 6. Начала математического анализа

### Тема 6.1. Последовательности

### Тема 6.2. Производная

#### Самостоятельная работа № 20-22:

Нахождение производных функций разными способами; составление уравнений касательных к графику функции в заданных точках; нахождение скорости и ускорения в заданный момент времени.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о производной, формулах и правилах дифференцирования основных элементарных функций;
- формирование умений по нахождению производной по определению, дифференцированию элементарных функций, вычислению значения производной функции в указанной точке.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение производной, её физический и геометрический смысл;
- формулы дифференцирования основных элементарных функций;
- правила дифференцирования функций, перечисленные в содержании учебного материала.

*Уметь:*

- находить производную функции по определению;
- дифференцировать элементарные функции, применяя правила дифференцирования, используя справочные материалы;
- вычислять значение производной функции в указанной точке.

**Содержание заданий:**

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

**Вариант 1**

1. Заполните таблицу:

|                                                                      |   |     |       |                |       |                 |
|----------------------------------------------------------------------|---|-----|-------|----------------|-------|-----------------|
| $f(x)$                                                               | с | $x$ | $x^2$ | $-\frac{1}{x}$ | $x^3$ | $3x^2 + 4x - 1$ |
| $\Delta f(x)$                                                        |   |     |       |                |       |                 |
| $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$                                       |   |     |       |                |       |                 |
| $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ |   |     |       |                |       |                 |
| $f'(2)$                                                              |   |     |       |                |       |                 |

2. Найдите производную функции  $y = 3x^2 + 5$ , пользуясь определением производной.

1. Установите соответствие между функциями и их производными.

| Функции                                | Производные функций                        |
|----------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1                                      | 2                                          |
| 1. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ | 1. $y' = 2 \sin(5 - 2t)$                   |
| 2. $y = 5\sqrt{\cos x}$                | 2. $y' = -\sin^3 x$                        |
| 3. $y = \cos x - \frac{\cos^3 x}{3}$   | 3. $y' = \frac{1}{3\cos^2 \frac{x}{3}}$    |
| 1                                      | 2                                          |
| 4. $y = -\frac{\sin 2x}{6}$            | 4. $y' = -\frac{1}{3} \cos 2x$             |
| 5. $y = \cos(5 - 2t)$                  | 5. $y' = -\frac{5 \sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ |

**Вариант 2**

1. Заполните таблицу:

|                                                                      |   |      |       |               |        |                |
|----------------------------------------------------------------------|---|------|-------|---------------|--------|----------------|
| $f(x)$                                                               | с | $-x$ | $x^2$ | $\frac{1}{x}$ | $2x^3$ | $5x^2 + x + 6$ |
| $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$                                       |   |      |       |               |        |                |
| $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$                                       |   |      |       |               |        |                |
| $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ |   |      |       |               |        |                |

|         |  |  |  |  |  |  |
|---------|--|--|--|--|--|--|
| $f'(2)$ |  |  |  |  |  |  |
|---------|--|--|--|--|--|--|

2. Найдите производную функции  $y = -2x^2 + 4$ , пользуясь определением производной.

3. Установите соответствие между функциями и их производными.

| Функции                              | Производные функций                      |
|--------------------------------------|------------------------------------------|
| 1                                    | 2                                        |
| 1. $y = tg \frac{x}{2}$              | 1. $y' = 3\sin(1-3t)$                    |
| 1                                    | 2                                        |
| 2. $y = \sqrt{\cos x}$               | 2. $y' = \cos^3 x$                       |
| 3. $y = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3}$ | 3. $y' = \frac{1}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$  |
| 4. $y = -\frac{\cos 2x}{4}$          | 4. $y' = \frac{1}{2}\sin 2x$             |
| 5. $y = \cos(1-3t)$                  | 5. $y' = -\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ |

### Требования.

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

### Методические рекомендации.

При решении заданий используйте определение производной, формулы и правила дифференцирования основных элементарных функций.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки:

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### Тема 6.3. Применение производной

#### Самостоятельная работа № 23-24:

Нахождение промежутков монотонности функций, нахождение экстремумов функций; исследование функций и построение графика.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о геометрическом смысле производной, признаках возрастания и убывания функции, существования экстремума, уравнении касательной к графику функции;
- формирование умений по нахождению углового коэффициента и угла наклона касательной, составлению уравнения касательной к графику функции в данной точке, по исследованию функции на монотонность, экстремум, по нахождению наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- уравнение касательной;
- достаточные признаки возрастания и убывания функции, существования экстремума;
- общую схему построения графиков функций с помощью производной;
- правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке;
- определение второй производной, её физический смысл.

*Уметь:*

- находить угловой коэффициент и угол наклона касательной, составлять уравнение касательной к графику функции в данной точке;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность;
- находить наибольшие и наименьшие значения функций;
- строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
- находить производные второго порядка, применять вторую производную для решения физических задач.

#### Содержание заданий:

**Решить** один из четырех вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

#### Проверочная работа № 4

##### Вариант 1

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе  $f(x) = -2x^2 + 6x + 9$  в точках с абсциссами

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{4}.$$

2. Найдите уравнения касательных к графикам функций  $y = 3x^3 - 2x^2 + 3$  и  $y = -3x^3 + 12x^2 - 15x + 27$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а)  $v(x) = 3x^2 - 12x + 1$ ;

б)  $l(x) = -x^3 + 3x$ ;

в)  $k(x) = \frac{5}{x-2}$ .

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а)  $y = x^2 - 3x$ ;

б)  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ ;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

б)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, x \in [-4; 3];$

в)  $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2].$

### Вариант 2

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе  $f(x) = 6x^2 + 3x + 1$  в точках с абсциссами

$x_1 = -1, x_2 = -\frac{3}{4}.$

2. Найдите уравнение касательной к графику функции  $y = 2x^3 - 3x^2 + 6$  и в точке с абсциссой  $x = 3.$

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а)  $v(x) = 2x^2 - 3x + 1;$

б)  $g(x) = -x^3 + 12x;$

в)  $k(x) = \frac{5}{x+2}.$

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а)  $y = x^2 - x - 2;$

б)  $y = x^3 - 3x;$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, x \in [-4; 3];$

б)  $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2].$

### Вариант 3

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе  $f(x) = -7x^2 + 14x + 9$  в точках с абсциссами  $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 0.$

2. Найдите уравнение касательной к графику функции  $y = -3x^3 + 12x^2 - 15x + 27$  в точке с абсциссой  $x = 1.$

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а)  $v(x) = 2x^2 - 3x + 1;$

б)  $z(x) = \frac{3}{x};$

в)  $g(x) = -2x^2 + 8;$

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а)  $y = x^3 - 9x;$

б)  $y = x^2 - x - 2;$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а)  $f(x) = 2x^4 - x^2 + 3, x \in [-4; 0];$

б)  $f(x) = x^3 + 3x, x \in [0; 2].$

### Вариант 4

1. Найдите угловые коэффициенты касательных к параболе  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$  в точках с абсциссами  $x_3 = -\frac{1}{2}, x_4 = 0.$

2. Найдите уравнение касательной к графику функции  $y = 4x^3 + 15x^2 - 156x + 270$  в точке с абсциссой  $x = 3.$

3. Найдите промежутки монотонности и экстремумы следующих функций:

а)  $v(x) = 2x^2 - 3x + 1;$

б)  $z(x) = \frac{2}{x};$

в)  $g(x) = -x^2 + 4;$

г)  $l(x) = x^2 - 2x;$

4. Исследуйте следующие функции и постройте их графики:

а)  $y = x^2 - x - 2$ ;

б)  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ ;

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках:

а)  $f(x) = x + \frac{1}{x}, x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right]$ ;

б)  $f(x) = x^3 + 9x, x \in [-1; 2]$ .

### **Требования.**

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

### **Методические рекомендации.**

При решении заданий используйте формулы и правила дифференцирования основных элементарных функций.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### **Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## **Тема 6.4. Первообразная и интеграл**

### **Самостоятельная работа № 25:**

Нахождение первообразных функций;

### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной и её основном свойстве, формулах и правилах
- формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, с применением правил нахождения первообразных, с использованием справочных материалов.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- определение первообразной и её основное свойство;
- таблицу первообразных элементарных функций;
- простейшие правила нахождения первообразных.

*Уметь:*

- находить первообразные элементарных функций, применяя правила нахождения первообразных, используя справочные материалы;
- выделять первообразную, удовлетворяющую заданным начальным условиям;
- восстанавливать закон движения по заданной скорости, скорость по ускорению.

### Содержание заданий:

Решить один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

| Вариант 1                                                                                                                  | Вариант 2                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Найдите первообразные функций</b>                                                                                    |                                                                                                                                          |
| а) $\sqrt{x}$ ;                                                                                                            | а) $\sqrt[3]{x^2}$ .                                                                                                                     |
| б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$                                                                                                 | б) $\frac{1}{\sqrt{x}}$                                                                                                                  |
| в) $x^{-\frac{3}{2}}$                                                                                                      | в) $x^{\frac{3}{2}}$                                                                                                                     |
| г) $\frac{2}{1 + \cos 2x}$                                                                                                 | г) $\frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$                                                                                                          |
| Вариант 1                                                                                                                  | Вариант 2                                                                                                                                |
| д) $5x^3 - 3x\sqrt{x}$                                                                                                     | д) $15\sin x - \frac{1}{\cos^2 x}$ .                                                                                                     |
| е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x^3} - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}}$                                  | е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \cdot (x^4 + 5 \cdot \sqrt[3]{x} + 6)$                                                                         |
| ж) $\sin(5 - 2x)$                                                                                                          | ж) $\cos(7x - 3)$                                                                                                                        |
| з) $\sin\left(\frac{x}{2} - 1\right)$                                                                                      | з) $\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x - 1\right)$                                                                                     |
| 2. Для функции $f(x) = \cos x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right)$ | 2. Для функции $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ . |

### Требования.

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку.

### Методические рекомендации.

При решении заданий используйте формулы и правила нахождения первообразных основных элементарных функций.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный.

### Критерии оценки:

Оценка "5" (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;

#### **Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### **Самостоятельная работа № 26**

Вычисление площадей криволинейных трапеций

Вычисление площадей фигур

#### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной, о формулах и правилах нахождения первообразных основных элементарных функций, интеграле, применении интеграла в физике и геометрии;
- формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, , вычислению в простейших случаях площади с использованием первообразной.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- понятие криволинейной трапеции, способы вычисления площадей криволинейных трапеций с помощью первообразной

*Уметь:*

- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- вычислять объёмы тел с использованием интеграла.

#### **Содержание заданий:**

**Решить** один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

#### **Вариант 1**

1. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ .

2. Вычислите интеграл  $\int_0^2 x(3-x)dx$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 1 - x^2$  и осью  $Ox$ .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = \frac{x^3}{4}, y = 3, x = 3, y = 0$ ;

2)  $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$ ;

3)  $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$ ;

$$4) y = 2 \cos x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

## Вариант 2

1. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ .

2. Вычислите интеграл  $\int_0^2 x(2+x)dx$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4 - x^2$  и осью  $Ox$ .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = \frac{x^2}{4}, y = 2, x = 3, y = 0$ ;

2)  $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$ ;

3)  $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$ ;

4)  $y = 3 \sin x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

### Методические рекомендации.

При решении заданий используйте формулы интегрирования основных элементарных функций, формулу для нахождения определенного интеграла и площади криволинейной трапеции.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочеты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объеме;
- решение заданий содержит недочеты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объеме;

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 7. Многогранники

### Тема 7.3. Правильные многогранники

#### Самостоятельная работа № 27-28:

Решение задач по теме призма, параллелепипед.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о призмах, их свойствах;
- формирование умений по решению планиметрических и простейших стереометрических задач на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в призмах параллелепипеде.

В результате изучения темы **студент должен**

#### Знать:

- определение призмы, параллелепипеда, их основания, боковых рёбер, высоты,
- понятие правильной призмы;
- свойства призмы, параллелепипеда.

#### Уметь:

- изображать призмы, параллелепипеда, выполнять чертежи по условиям задач;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в призме, параллелепипеде;
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

#### Содержание заданий:

##### Указание

Ознакомьтесь с обозначениями:

$a, b, c$  – соответственно длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда;

$d$  – длина диагонали основания;

$H, D, P$  – соответственно высота, длина наибольшей диагонали призмы и периметр её основания;

$s$  – площадь основания;

$Q$  – площадь диагонального сечения;

$S_{\text{б}}$  – площадь боковой поверхности;

$S_{\text{п}}$  – площадь полной поверхности призмы;

$\alpha$  – угол между диагональю прямоугольного параллелепипеда и плоскостью основания.

Задача 1. Ребро куба равно  $a$ . Найдите: диагональ грани; диагональ куба; периметр основания; площадь грани; площадь диагонального сечения; площадь поверхности куба; периметр и площадь сечения, проходящего через концы трёх рёбер, выходящих из одной и той же вершины.

Задача 2. По рис. 1 и по данным элементам в табл. 1 найдите остальные элементы куба.

##### Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы для вычисления элементов куба

со стороной  $a$ :  $d = a\sqrt{2}, D = a\sqrt{3}, s = a^2 = \frac{d^2}{2}, Q = d \cdot a$ .

Таблица 1

| $a$ | $d$ | $D$          | $s$ | $Q$          |
|-----|-----|--------------|-----|--------------|
| 5   |     |              |     |              |
|     | 14  |              |     |              |
|     |     | $11\sqrt{3}$ |     |              |
|     |     |              | 196 |              |
|     |     |              |     | $36\sqrt{2}$ |

Задача 3. По рис 2 и по данным элементам в табл. 2 найдите остальные элементы прямоугольного параллелепипеда.

*Указание*

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы для вычисления элементов прямоугольного параллелепипеда:  $D^2 = a^2 + b^2 + c^2$ ,  $d^2 = a^2 + b^2$ ,  $s = ab$ ,  $Q = d \cdot c$ ,  $S_{\text{б}} = P \cdot c$ .

Таблица 2

| $a$ | $b$ | $c$         | $d$ | $D$                   | $\alpha$   | $s$ | $Q$           |
|-----|-----|-------------|-----|-----------------------|------------|-----|---------------|
| 3   | 4   | $5\sqrt{3}$ |     |                       |            |     |               |
| 5   | 12  |             |     | $\frac{26}{\sqrt{3}}$ |            |     |               |
| 7   | 24  |             |     |                       | $45^\circ$ |     |               |
| 8   | 6   |             |     |                       |            |     | $100\sqrt{3}$ |
| 15  |     | 17          | 17  |                       |            |     |               |

Задача 4. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 3 см. Высота призмы – 5 см. Найдите: диагональ основания; диагональ боковой грани; диагональ призмы; площадь основания; площадь диагонального сечения; площадь боковой поверхности; площадь поверхности призмы.

Задача 5. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно 12 см. Вычислите: площадь основания; площадь боковой поверхности; площадь поверхности; площадь сечения, проведённого через медиану основания и боковое ребро, которые проходят через одну вершину основания.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задания решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задания решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме;
- решение заданий содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Самостоятельная работа № 29-30:

Развертки многогранников. Изготовление моделей многогранников.

**Цель:** научиться выполнять модели правильных многогранников

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

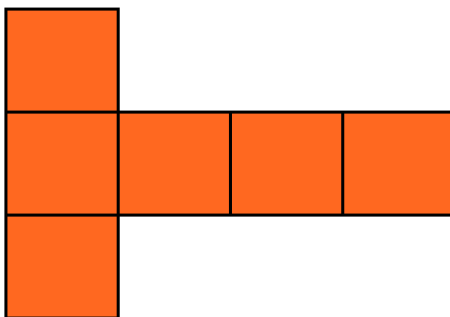
- понятие многогранника;
- понятие призмы;
- виды призм.

*Уметь:*

- изображать призмы;
- называть призмы;
- выполнять модели простейших правильных многогранников.

### Методические рекомендации:

Развертка куба

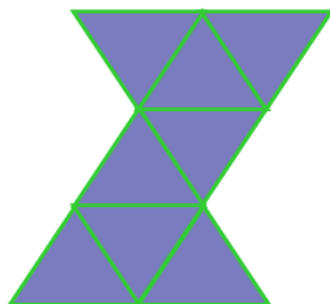


Развертка октаэдра

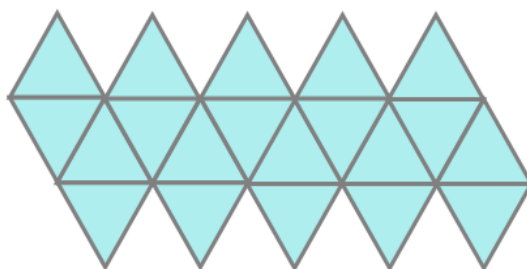


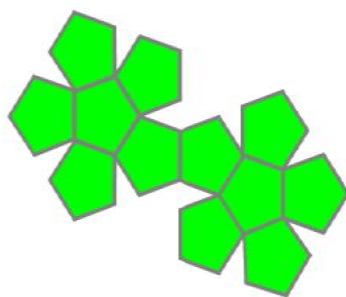
A)

Разверстка  
икосаэдра

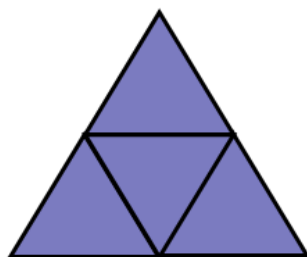


Развертка  
додекаэдра

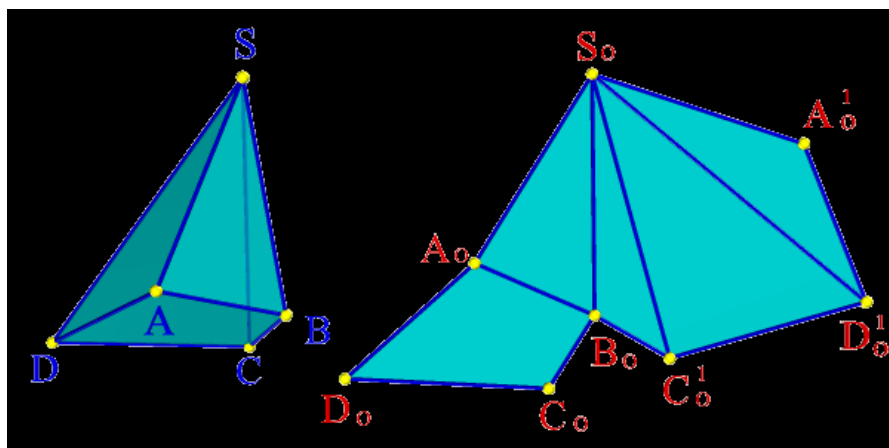




Развертка тетраэдра



Развертка пирамиды



### Содержание заданий:

Выполнить из цветного картона модель многогранника (модель указывает преподаватель)

#### Сроки выполнения задания.

5 – 7 дней с момента выдачи задания.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

#### Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

- модель изготовлена правильно, аккуратно, достаточного для изучения размера, не помята, в указанные сроки.

Оценка “4” ставится студенту, если

модель выполнена правильно, аккуратно, маленького размера или сдана не в срок;

Оценка “3” ставится студенту, если:

модель сделана не аккуратно, не соответствующего размера, не в указанный срок;

Оценка “2” ставится студенту, если:

модель не сделана.

#### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издатель-

## **Раздел 8. Тела и поверхности вращения**

### **Тема 8.3. Шар и сфера**

#### **Самостоятельная работа № 31:**

Составление кроссворда.

**Цель:** систематизировать знания по теме «Тела вращения»

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- понятие прямого кругового цилиндра, его элементов;
- понятие прямого конуса, его элементов;
- понятие усеченного конуса;
- понятие шара, сферы, его элементов

*Уметь:*

- изображать тела вращения;
- изображать сечения тел вращения;
- изготавливать модели тел вращения.

#### **Содержание заданий:**

Составить кроссворд или сканворд по теме «Тела вращения».

#### **Методические рекомендации:**

Количество слов – от 12- до 17.

Общие требования при составлении кроссвордов:

При составлении кроссвордов необходимо придерживаться принципов наглядности и доступности.

1. Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда.

2. Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения.

3. Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа.

4. Не допускаются аббревиатуры (ЗиЛ и т.д.), сокращения (детдом и др.).

5. Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов.

6. Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.

Требования к оформлению:

1. Рисунок кроссворда должен быть четким.

2. Сетки всех кроссвордов должны быть выполнены в двух экземплярах:

1-й экз. - с заполненными словами;

2-й экз. - только с цифрами позиций.

Ответы на кроссворд. Они публикуются отдельно. Ответы предназначены для проверки правильности решения кроссворда и дают возможность ознакомиться с правильными ответами на нерешенные позиции условий, что способствует решению одной из основных задач разгадывания кроссвордов — повышению эрудиции и увеличению словарного запаса.

Составление условий кроссворда Итак, вы закончили первый этап работы — составили фигуру кроссворда и заполнили ее словами. Теперь приступайте к определениям записанных вами слов, их толкованию. Во-первых, они должны быть строго лаконичными. Не следует делать их пространственными, излишне исчерпывающими, многословными, несущими избыточную информацию. Например, слово «футбол». Вот образцы неправильных определений: "командная спортивная игра, в которой игроки стремятся забить мяч в ворота противника"; или "игра, в которой мяч бьют только ногами и головой".

Сканворд

Вопросы к словам записываются внутри сетки, в клетках не занятых буквами. Соответствие вопросов словам указывается стрелками. Если стрелки только горизонтальные и вертикальные - тип сканворда готика. Если есть стрелки и по диагонали, то италика

О составлении сканвордов.

1. Рисуется сетка.
2. Заполняется сетка словами.
3. Подбираются определения.
4. Готовые сканворды распечатываются и проходят еще одну проверку.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| у | а | з | у | г | о | л | ь | в |
| м | р | н | о | с | н | о | л | ы |
| н | о | ж | е | т | ь | т | и | ч |
| д | е | л | н | и | е | а | о | е |
| у | с | е | н | п | л | е | м | ь |
| м | м | а | и | е | о | щ | а | д |

### Критерии оценки

Оценка “5” ставится студенту, если:

кроссворд или сканворд сдан вовремя, выполняются все требования к составлению, работа выполнена аккуратно.

Оценка “4” ставится студенту, если

кроссворд или сканворд сдан вовремя, нарушено 1 из 6 требований к составлению, работа выполнена аккуратно.

Оценка “3” ставится студенту, если:

кроссворд или сканворд сдан не вовремя, нарушены 3 из 6 требований к составлению, работа выполнена небрежно.

Оценка “2” ставится студенту, если:

кроссворд или сканворд сдан не вовремя, нарушено более трех требований.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 9. Измерения в геометрии

### Тема 9.2. Подобие тел

#### Самостоятельная работа № 32:

Подготовка реферата по теме «Преобразования в геометрии».

#### Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания по теме «Подобие тел»

В результате изучения темы студент должен

Знать:

- виды преобразований;
- свойства преобразования подобия
- признаки подобия треугольников.

*Уметь:*

- определять вид преобразования.

**Содержание заданий:**

**Подготовить** сообщение по теме: «Преобразования в геометрии».

**Структура сообщения:**

- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список используемой литературы.

Сообщение должно состоять из 5-10 листов печатного текста, шрифт 14.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки сообщения:**

Оценка “5” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, глубину и полноту раскрытия темы, за умение правильно преподнести материал.

Оценка “4” ставится за соответствие содержания теме, логичность, связанность материала, структурную упорядоченность, оценка снижается за отсутствие полноты изложения материала, отдельные логические ошибки.

Оценка “3” ставится за неполное соответствие содержания теме, недостаточную проработку материала, нарушение логики изложения.

Оценка “2” ставится, если тема доклада не раскрыта.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## **Раздел 10. Уравнения и неравенства**

### **Тема 10.2. Рациональные, иррациональные, показательные неравенства**

#### **Самостоятельная работа № 33:**

Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств.

**Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках степенной, показательной и тригонометрических функций, о способах решения простейших и сводящихся к ним неравенств;
- формирование умений по решению рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических неравенств основными методами.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- способы решения неравенств.

*Уметь:*

- использовать свойства и графики степенной, показательной и тригонометрической функций к решению неравенств;
- решать простейшие и сводящиеся к ним иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства основными методами.

**Содержание заданий:**

**Задание**

## 1. Указание

Внимательно прочитайте приведённый ниже теоретический материал.

Простейшими *показательными неравенствами* являются неравенства вида

$$a^x > b, a^x < b, (1)$$

где  $a$  и  $b$  – некоторые действительные числа ( $a > 0, a \neq 1$ ).

В зависимости от значений параметров  $a$  и  $b$  множество решений неравенства  $a^x > b$  представляется в виде:

1) при  $a > 1, b > 0$   $x \in (\log_a b; +\infty)$ ;

2) при  $0 < a < 1, b > 0$   $x \in (-\infty; \log_a b)$ ;

3) при  $a > 0, b < 0$   $x \in R$ .

Множество решений неравенства  $a^x < b$  в зависимости от значений  $a$  и  $b$  представляется в виде:

1) при  $a > 1, b > 0$   $x \in (-\infty; \log_a b)$ ;

2) при  $0 < a < 1, b > 0$   $x \in (\log_a b; +\infty)$ ;

3) при  $a > 0, b < 0$   $x = \emptyset$  (т.е. неравенство решений не имеет).

Множество решений нестрогих неравенств  $a^x \geq b$  и  $a^x \leq b$  находится как объединение множеств решений соответствующих строгих неравенств и уравнения  $a^x = b$ .

Неравенства вида (1) могут быть обобщены на случай, когда в показателе степени стоит некоторая функция от  $x$ . Так, множество решений неравенства

$$2^{f(x)} > 3 \quad (2)$$

находится как множество решений неравенства

$$f(x) > \log_2 3,$$

эквивалентного неравенству (2).

Методы сведения более сложных показательных неравенств к неравенствам вида (1), (2) аналогичны методам, используемым при решении показательных уравнений. Так, например, решение показательного неравенства вида

$$P(a^x) > 0,$$

где  $P(a^x)$  – многочлен указанного аргумента, заменой  $a^x = y$  сводится к последовательному решению неравенства  $P(y) > 0$  и решению простейших показательных неравенств вида (1) или систем простейших показательных неравенств.

## 2. Проанализируйте решение неравенства.

Пример. Решить неравенство

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 \leq 0.$$

Решение. Обозначим  $3^x = y$ . Так как  $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$ , то  $9^x = y^2$ , и данное неравенство для переменного  $y$  принимает вид

$$y^2 - 10y + 9 \leq 0.$$

Решение этого квадратного неравенства:

$$1 \leq y \leq 9.$$

Это двойное неравенство эквивалентно системе двух неравенств:  $y \geq 1, y \leq 9$ , которая для неизвестного  $x$  принимает вид

$$\begin{cases} 3^x \geq 1, \\ 3^x \leq 9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Ответ.  $x \in [0; 2]$ .

## 3. Решите неравенства:

1.  $4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0.$

2.  $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0.$

3.  $25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50.$

4.  $4^{x^2} - 3 \cdot 2^{x^2} + 1 \geq 0.$

$$5. 2 \cdot 3^{2x^2} + 4 \leq 3^{x^2+2}.$$

$$6. \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}.$$

$$7. 98 - 7^{x^2+5x-48} \geq 49^{x^2+5x-48}.$$

$$8. 5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x \leq 7 \cdot 10^x.$$

$$9. \sqrt{13^x - 5} \leq \sqrt{2 \cdot (13^x + 12)} - \sqrt{13^x + 5}.$$

$$10. 9^{\sqrt{x^2-3}} + 3 < 3^{\sqrt{x^2-3}-1} \cdot 28.$$

$$11. \sin^2 x + 2 \sin x > 0.$$

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

### Критерии оценки:

**Оценка “5” (отлично)** ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

**Оценка “4” (хорошо)** ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

**Оценка “3” (удовлетворительно)** ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

**Оценка “2” (неудовлетворительно)** ставится, если

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 11. Координаты и векторы

### Тема 11.2. Векторы в пространстве

#### Самостоятельная работа № 34:

Вычисление координат вектора; выполнение действий над векторами; вычисление угла между векторами.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об аппарате метода координат и векторной алгебры;
- формирование умений по выполнению действий над векторами, разложению вектора на составляющие, вычислению угла между векторами, длины вектора.

В результате изучения темы **студент должен**

**Знать:**

- определение вектора, действий над векторами;
- правила действий над векторами, заданными координатами;
- формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами;

**Уметь:**

- выполнять действия над векторами;
- разлагать вектор на составляющие;
- вычислять угол между векторами, длину вектора.

### Краткий теоретический материал

**Вектором** называется направленный отрезок. Обозначается вектор  $\vec{a}$  или  $AB$ . Вектор имеет начало и конец. Считается, что вектор направлен от начала к концу.

Длина отрезка, изображающего вектор называется его длиной (или модулем) и обозначается  $|AB|$  или  $|\vec{a}|$ .

Нулевой вектор – вектор, начало и конец которого совпадает. Обозначается  $\vec{0}$ . Длина нулевого вектора равна нулю, координаты равны 0.

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным вектором*.

Единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора  $\vec{a}$ , называется *ортом* вектора  $\vec{a}$ .

Два ненулевых вектора называются *противоположными*, если они имеют одинаковую длину и противоположно направлены.

Координаты вектора

Координатами вектора называются числа, равные разности соответствующих координат конца и начала.

Координатой точки  $A$  по оси  $x$  будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка  $OA_x$ : положительное, если точка  $A$  лежит на положительной полуоси  $x$ , и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси.

Аналогично можно определить координаты  $y$  и  $z$  точки  $A$ . Координаты точки  $A$  записываются в скобках рядом с названием этой точки:  $A(x; y; z)$ .

### Формулы

#### Координаты вектора

Прямоугольный базис  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ :

- 1)  $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{i} \perp \vec{k}, \vec{j} \perp \vec{k}$ ;
- 2)  $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$ ;
- 3)  $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ ;
- 4)  $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$ .

Координаты вектора:

- 1)  $\vec{b} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{b} = (x, y, z)$ ;
- 2)  $\vec{OA} = x\vec{i}; \vec{OB} = y\vec{j}; \vec{OC} = z\vec{k}$ ;  
 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ;  
 $\vec{a} = (x, y, z)$ , где  $x, y, z$  – координаты вектора  $\vec{a}$ ;
- 3)  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}; \vec{c} = (1, 1, -1)$ .

Координаты вектора:  $\vec{a}(x_a; y_a; z_a) \Leftrightarrow \vec{a} = x_a\vec{i} + y_a\vec{j} + z_a\vec{k}$

Длина вектора:  $|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$

Умножение вектора на число:  $\lambda\vec{a} = (\lambda x_a; \lambda y_a; \lambda z_a)$

**Правила действий над векторами**

| Общий вид                                                                                  | Пример                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                                                          | 2                                                                                                                                                                    |
| $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1), \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$                                     | $\vec{a} = (-3, 0, 2), \vec{b} = (4, -2, 5)$                                                                                                                         |
| Сумма двух векторов<br>$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$             | $\vec{a} + \vec{b} = (-3 + 4, 0 - 2, 2 + 5),$<br>$\vec{a} + \vec{b} = (1, -2, 7)$                                                                                    |
| 1                                                                                          | 2                                                                                                                                                                    |
| Разность двух векторов<br>$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$          | $\vec{a} - \vec{b} = (-3 - 4, 0 + 2, 2 - 5),$<br>$\vec{a} - \vec{b} = (-7, 2, -3)$                                                                                   |
| Произведение вектора на число<br>$p\vec{a} = (px_1, py_1, pz_1)$                           | $-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(-\frac{1}{3} \cdot (-3), -\frac{1}{3} \cdot 0, -\frac{1}{3} \cdot 2\right),$<br>$-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(1, 0, -\frac{2}{3}\right)$ |
| Скалярное произведение двух векторов<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ | $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 4 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 5,$<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$                                                                   |

**Содержание заданий:**

Домашняя контрольная работа является подготовительной перед проведением контроля знаний по теме “Векторы в пространстве”. Контрольная работа состоит из четырёх вариантов одинаковой трудности.

**Задание.** Решить один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

Из четырёх ответов выберите правильный:

**Вариант 1**

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$ ; 2)  $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{B_1 C_1}$ ; 3)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}$ ; 4)  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{A_1 D_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-1; -2; 3)$  и  $\vec{b} = (5; -1; 4)$ .

Ответ. 1)  $(4; -3; 12)$ ; 2)  $(-4; 3; 6)$ ; 3)  $(4; -3; 7)$ ; 4)  $(6; -3; 7)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-3; 4; 0)$ .

Ответ. 1) 3; 2) -5; 3)  $\sqrt{7}$ ; 4) 5.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{j}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{40}$ ; 2) 7; 3) 4; 4)  $\sqrt{23}$ .

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(3; -2; 6)$  и  $B(0; 0; 5; 3)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 5; -3)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 5; -3)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 5; 9)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5; 3)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$  и  $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0), D(2, -3, 1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0,1,-1), B(1,-1,2), C(3,1,0)$ . Найдите косинус угла  $C$  треугольника  $ABC$ .

### Вариант 2

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{B_1 C_1}, \overrightarrow{AD}$ ; 2)  $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{AB}$ ; 3)  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DD_1}, \overrightarrow{BC}$ ; 4)  $\overrightarrow{C_1 D_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-3; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (4; -2; 3)$ .

Ответ. 1)  $(-1; 2; 5)$ ; 2)  $(1; -2; 5)$ ; 3)  $(7; -2; 5)$ ; 4)  $(1; 0; 5)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (2; -1; 3)$ .

Ответ. 1) 4; 2) 12; 3) 3; 4)  $\sqrt{14}$ .

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ , где  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{46}$ ; 2)  $\sqrt{38}$ ; 3) 7; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(-4; -1; 3)$  и  $B(0; -2; 5)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (-4; -1; 2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (-4; -3; 8)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 2)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (4; 1; -2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, -1, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 1, 3), D(-2, 3, 1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0, 1, 1), B(1, -1, -2), C(-3, 1, 0)$ . Найдите косинус угла  $C$  треугольника  $ABC$ .

### Вариант 3

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{C_1 C}, \overrightarrow{CD}$ ; 2)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ ; 3)  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$ ; 4)  $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{A_1 B_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-3; 2; 0)$  и  $\vec{b} = (-1; 4; -2)$ .

Ответ. 1)  $(-4; 6; -2)$ ; 2)  $(4; 6; 2)$ ; 3)  $(-4; 6; 0)$ ; 4)  $(4; 6; -2)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-2; 3; 5)$ .

Ответ. 1) 30; 2)  $\sqrt{38}$ ; 3) 6; 4) -5.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{41}$ ; 2) 0; 3) -7; 4) 7.

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(5; -1; -3)$  и  $B(2; 0; -1)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (7; -1; -4)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (-3; 1; 2)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 2 + 4\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, -1, 2), B(-3, 1, 2), C(0, 6, 3), D(-1, 3, 1)$ .

Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0, 1, 1), B(1, -1, -2), C(-3, 1, 0)$ . Найдите косинус угла  $B$  треугольника  $ABC$ .

### Вариант 4

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$ ; 2)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{C_1 C}$ ; 3)  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{C_1 D_1}, \overrightarrow{CC_1}$ ; 4)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1 C_1}, \overrightarrow{DD_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (4; -1; 5)$  и  $\vec{b} = (0; 2; -8)$ .

Ответ. 1)  $(4; 1; -3)$ ; 2)  $(0; 1; -3)$ ; 3)  $(4; -1; -3)$ ; 4)  $(4; 1; 3)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-1; 2; 4)$ .

Ответ. 1) 19; 2) 4; 3)  $\sqrt{21}$ ; 4) 11.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{37}$ ; 2)  $\sqrt{46}$ ; 3) 6; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(-3;5;0)$  и  $B(2;-1;2)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (-1;4;2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (-5;6;-2)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (5;6;0)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (5;-6;2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 9\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0,-1,1), B(-1,1,2), C(0,1,3), D(-2,3,1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0,1,1), B(1,-1,-2), C(-3,1,0)$ . Найдите косинус угла  $A$  треугольника  $ABC$ .

### Методические рекомендации.

При решении задач используйте правила действий над векторами, заданными координатами, и формулу для вычисления длины вектора.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки.**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 12. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

### Тема 12.2. Элементы теории вероятностей

#### Самостоятельная работа № 35:

История развития комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики, их роль в различных видах человеческой деятельности.

#### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях теории вероятностей;

- формирование умений применять формулы для вычисления вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

В результате изучения темы **студент должен**

*Знать:*

- аксиоматическое и классическое определения вероятности;
- теоремы сложения и умножения вероятностей;
- формулу полной вероятности;

*Уметь:*

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

*Указание.*

Рассмотрите пример решения задачи.

**Пример.** Стрелок производит 3 выстрела по мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности того, что в результате этих выстрелов окажется

- ни одного попадания;
- хотя бы одно попадание;
- ровно одно попадание;
- ровно три попадания.

Считать, что выстрелы производятся независимо друг от друга.

*Решение*

Заполним таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие из задачи.

| № п/п | Алгоритм                                                                                                          | Конкретное соответствие предложенному алгоритму                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | 2                                                                                                                 | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 1.    | Обозначить все события, указанные в задаче, и известные вероятности                                               | $A_1$ – попал при 1-м выстреле; $P(A_1) = 0,9$<br>$A_2$ – попал при 2-м выстреле; $P(A_2) = 0,8$<br>$A_3$ – попал при 3-м выстреле; $P(A_3) = 0,7$<br>$B$ – ни одного попадания<br>$C$ – хотя бы одно попадание<br>$D$ – ровно одно попадание<br>$E$ – ровно три попадания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 1     | 2                                                                                                                 | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 2.    | Установить связи между событиями                                                                                  | $B = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}$ ;<br>$C = \overline{B}$ ; $C = A_1 + A_2 + A_3$ ;<br>$D = A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} + A_2 \cdot \overline{A_1} \cdot \overline{A_3} + A_3 \cdot \overline{A_1} \cdot \overline{A_2}$ ;<br>$E = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 3.    | Используя теоремы сложения и умножения вероятностей, а также формулу для вычисления противоположного события, вы- | $P(B) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) =$<br>$= [1 - P(A_1)] \cdot [1 - P(A_2)] \cdot [1 - P(A_3)] = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,006$ .<br>$P(C) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,006 = 0,994$ .<br>$P(D) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) + P(A_2) \cdot P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_3}) +$<br>$+ P(A_3) \cdot P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,3 +$<br>$+ 0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,2 = 0,092$ .<br>$P(E) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504$ . |

|  |                                   |  |
|--|-----------------------------------|--|
|  | числить трёхбуквенные вероятности |  |
|--|-----------------------------------|--|

### Содержание заданий:

Решить самостоятельно следующие задачи:

1. Среди 170 деталей, изготовленных на станке, оказалось 8 деталей, не отвечающих стандарту. Найдите вероятность выбора детали, не отвечающих стандарту.
2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найдите вероятность того, что все цифры различные.
3. Для повышения надёжности прибора он дублируется двумя такими же приборами. Надёжность (вероятность безотказной работы) каждого прибора равна 0,6. Определить надёжность системы, состоящей из этих трёх приборов.
4. В мастерской два мотора работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение дня первый мотор не потребует ремонта, равна 0,8, а для второго мотора эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что в течение дня
  - а) ни один мотор не потребует ремонта;
  - б) хотя бы один мотор потребует ремонта.
5. Два студента ищут нужную книгу в магазинах. Вероятность того, что книга будет найдена первым студентом равна 0,6, а вторым – 0,7. Какова вероятность того, что
  - а) только один из студентов найдёт книгу?
  - б) хотя бы один из них найдёт книгу?

### Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные понятия теории вероятностей, теоремы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности и формулу Бернулли.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки.**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные поправки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

## Раздел 13. Итоговое повторение

### Самостоятельная работа № 36-37

Повторение основных теоретических положений по всем темам

#### Содержание заданий:

Выполнение домашней проверочной работы.

#### Вариант 1

1. Решите уравнение  $3^{2x+5} + 3^{2x+3} = 90$ .
2. Найдите производную функции  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6\sqrt{x-1}$  в точке  $x_0 = 2$ .
3. Решите уравнение  $(x^2 + 3x - 10)\sqrt{x+4} = 0$ .
4. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(3x-5) \geq -4$ .
5. Решите уравнение  $3\sin 6x - \sqrt{37} \cos 3x = 0$ .

#### Вариант 2

1. Решите уравнение  $2^{3x+4} - 2^{3x+1} = 56$ .
2. Найдите производную функции  $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 8\sqrt{x+3}$  в точке  $x_0 = 1$ .
3. Решите уравнение  $(x^2 - x - 12)\sqrt{x+3} = 0$ .
4. Решите неравенство  $\log_9(4-5x) \leq \frac{1}{2}$ .
5. Решите уравнение  $2\sin 8x + \sqrt{17} \sin 4x = 0$ .

#### Вариант 3

1. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{4}\right)^x + 2^{3-x} = 9$ .
2. Решите уравнение  $\sin^2 x - \cos^2 x = (\cos x - \sin x)^2$ .
3. Определите, при каком значении  $x$  производная  $f(x) = \sqrt{3x-5}$  функции равна 0,15.
4. Решите неравенство  $\log_3(x+7) < \log_3(5-x) + \log_3(3-x)$ .
5. Докажите, что функция  $F(x) = \ln x + 2\sqrt{3x-1} - 2006$  является первообразной функции  $f(x) = \frac{3x-1+3x\sqrt{3x-1}}{x(3x-1)}$  на промежутке  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

#### Вариант 4

1. Решите уравнение  $3^{1-x} + \left(\frac{1}{9}\right)^x = 18$ .
2. Решите уравнение  $\cos^2 x - \sin^2 x = (\sin x + \cos x)^2$ .
3. Определите, при каком значении  $x$  производная функции  $f(x) = \sqrt{5x+4}$  равна 0,3125.
4. Решите неравенство  $\log_2 24 > \log_2(16-x) + \log_2(2x-6)$ .
5. Докажите, что функция  $F(x) = 2007 - \ln x - 4\sqrt{2x+1}$  является первообразной функции  $f(x) = -\frac{2x+1+4x\sqrt{2x+1}}{x(2x+1)}$  на промежутке  $(0; +\infty)$ .

#### Вариант 5

1. Решите уравнение  $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 3x - 5} = x^2 - 1$ .

2. Найдите множество первообразных функции  $f(x) = \frac{8x^3 - 6x^2 + 4x - 5}{2x}$  на промежутке  $(-\infty; 0)$ .

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = 3x^5 + 5x^3 - 300x + 2000$  на промежутке  $[0; 3]$ .

4. Решите уравнение  $1 + \sin^2 5x = \frac{3}{2} \sin 10x$ .

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 5^y \cdot 2^x = 200, \\ \log_5(x - y) = 0. \end{cases}$

#### Вариант 6

1. Решите уравнение  $\sqrt{x^4 + 2x^2 + 5x + 11} = x^2 + 1$ .

2. Найдите множество первообразных функции  $f(x) = \frac{6x^3 + 3x^2 - 6x + 7}{4x}$  на промежутке  $(-\infty; 0)$ .

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 - 180x - 1999$  на промежутке  $[-3; 0]$ .

4. Решите уравнение  $3 + \cos^2 3x = \frac{7}{2} \sin 6x$ .

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 108, \\ \log_3(y - x) = 0. \end{cases}$

#### Вариант 7

1. Найдите первообразную функции  $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 4x - 5$ , график которой проходит через точку  $A(2; -8)$ .

2. Решите неравенство  $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$ .

3. Решите уравнение  $9^{-x + \frac{1}{2}} - 26 \cdot 3^{-x} - 9 = 0$ .

4. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции  $f(x) = 12x^5 - 15x^4 - 40x^3 + 13$ .

5. Решите неравенство  $\sin^2 x - 4 \cos x + 4 \leq 0$ .

#### Вариант 8

1. Найдите первообразную функции  $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 8x + 7$ , график которой проходит через точку  $A(-2; -22)$ .

2. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{8+x}{3-x} > -1$ .

3. Решите уравнение  $4^{-x + \frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 = 0$ .

4. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции  $f(x) = -12x^5 - 15x^4 + 40x^3 + 7$ .

5. Решите неравенство  $3 \sin x - 3 - \cos^2 x \geq 0$ .

#### Требования.

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку рукописным способом чёрной или синей пастой. Рисунки выполняются с помощью карандаша и линейки.

Задачи должны быть решены правильно, математически грамотно, рациональными способами, с краткими обоснованиями процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

### **Методические рекомендации.**

При решении заданий необходимо применить формулы, правила, основные свойства, теоремы ведущих разделов программы.

**Требования к результатам работы:** письменная работа.

**Форма контроля:** индивидуальный

**Критерии оценки:**

Оценка “5” ставится за любые четыре верно выполненных задач.

Если верно решены все пять задач, то работа может быть оценена на “5”, даже если в ней будет отмечено больше двух недочётов.

К *недочётам* относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

К *грубым* ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской.

К *негрубым* ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня, отбрасывание без объяснения одного из корней и равнозначные им ошибки.

Если одна и та же ошибка (один и тот же недочёт) встречается несколько раз, то это рассматривается как одна ошибка (один недочёт).

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- нарушены сроки, задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами основных понятий математической статистики и неумение их применять, незнание приёмов решения задач, а также вычислительные ошибки.

## Информационное обеспечение обучения

### *Основные источники:*

1. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 616 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/426511>
2. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 439 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/434515>
3. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 320 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/434516>
4. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445570>

### *Дополнительные источники:*

1. Далингер, В. А. Математика: логарифмические уравнения и неравенства : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 176 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/438734>
2. Далингер, В. А. Математика: тригонометрические уравнения и неравенства : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 136 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/438910>
3. Математика : учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 450 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433901>
4. Павлюченко, Ю. В. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан ; под общей редакцией Ю. В. Павлюченко. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 238 с. — (Профессиональное образование). Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433558>

### *Интернет-ресурсы:*

1. [www.fcior.edu.ru](http://www.fcior.edu.ru) (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).

### *Перечень методических указаний, разработанных преподавателем:*

1. Методические рекомендации по практическим занятиям
2. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

[illegible]