

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИЭИС

С.И. Эминов

2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины

Линейная алгебра

по направлению подготовки

44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) Математика и информатика

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС

П.В. Лысухо

«10» 02 2020 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ

Н.В. Неустроев

«04» 02 2020 г.

Принято на заседании кафедры АГ
Протокол № 6 от «04» 02 2020 г.
Заведующий кафедрой АГ

Т.Г. Сукачева

«04» 02 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цели освоения учебной дисциплины: формирование компетентности студентов в области линейной алгебры и его применения при изучении базовых курсов алгебры, геометрии, а также в ходе изучения смежных математических дисциплин.

Задачи дисциплины:

- а) формирование систематизированных теоретических знаний аппаратного материала линейной алгебры;
- б) овладение основными вычислительными методами, на которых базируется решение типовых заданий, развитие логического и алгоритмического мышления;
- в) выработка умений самостоятельно расширять математические знания и применять их к решению задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части дисциплин учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и информатика. Изучение учебной дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися в рамках общеобразовательной школы, и при изучении материала учебных дисциплин «Аппарат линейной и векторной алгебры», «Аналитическая геометрия». Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин: «Евклидовой геометрия», а также для успешного прохождения практики, для выполнения научно-исследовательской работы и написания выпускной квалификационной работы.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений;

ОПК-5 Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать особенности систематизации информации, полученной из разных источников и методы ее критического анализа	Уметь выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами, практиками и определять противоречия, возникающие в	Владеть навыками анализа и синтеза научной информации; навыками логической аргументации выводов и суждений в решении

		данных связях и отношениях; применять системный подход в интеллектуальной деятельности	профессиональных задач
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знать действующие правовые нормы, предъявляемые к способам решения профессиональных задач	Уметь отбирать оптимальные технологии достижения поставленных целей; определять алгоритм решения задач с учетом наличия и ограничения ресурсов	Владеть навыками анализа действующих правовых норм; навыками определения потребностей в ресурсах для решения задач профессиональной деятельности.
ОПК-5 Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	Формирует образовательные результаты обучающихся в рамках учебных предметов согласно освоенному профилю	Осуществляет отбор диагностических средств, форм контроля и оценки сформированности образовательных результатов обучающихся	Применяет различные диагностические средства, формы контроля и оценки сформированности образовательных результатов обучающихся, формулирует выявленные трудности в обучении и корректирует пути достижения образовательных результатов

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		2 семестр
1 Трудоемкость учебной дисциплины (модуля) в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6
2 Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	70	70
3 Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-
4 Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	110	110
5 Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	Экзамен 36	Экзамен 36

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Линейные и евклидовы пространства

1.1 Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства

1.2 Матрица перехода. Связь между координатами вектора. Подпространства.

Пересечение и сумма подпространств

1.3 Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы

1.4 Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства

Раздел 2 Линейные операторы

2.1 Линейные операторы. Матрица линейного оператора

2.2 Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах

2.3 Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы

2.4 Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Внеа уд. СРС (в АЧ)	Форма текущего контроля
		Аудиторная			в т.ч. СРС	Экз		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
Раздел 1 Линейные и евклидовы пространства								
1.1	Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства	2	2	-	1		10	Домашняя работа СРС-1.1
1.2	Матрица перехода. Связь между координатами вектора. Подпространства. Пересечение и сумма подпространств	4	7	-	2		15	Домашняя работа СРС-1.2
1.3	Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы	4	6	-	2		15	Домашняя работа СРС-1.3
1.4	Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства	4	6		1		15	Домашняя работа СРС-1.4
	Рубежная аттестация							Контрольная работа-1 Контрольный опрос - коллоквиум1
Раздел 2 Линейные операторы								
2.1	Линейные операторы. Матрица линейного оператора	2	2	-	1		10	Домашняя работа СРС-2.1

2.2	Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах	4	7	-	2		15	Домашняя работа СРС-2.2
2.3	Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы	4	6		1		15	Домашняя работа СРС-2.3
2.4	Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы	4	6		2		15	Домашняя работа СРС-2.4
								Контрольная работа 2 Контрольный опрос – коллоквиум 2
<i>Промежуточная аттестация</i>		<i>экзамен</i>						
ИТОГО		28	42		12	36	110	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Линейные и евклидовы пространства		
1	Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства (вводная лекция)	2
2	Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора. Пересечение, сумма и прямая сумма подпространств (информационная лекция)	4
3	Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства (информационная лекция)	4
4	Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства (информационная лекция)	4
Раздел 2 Линейные операторы		
5	Линейные операторы, примеры, свойства. Матрица линейного оператора (информационная лекция)	2
6	Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах (информационная лекция)	4
7	Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы	4
8	Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы	4
ИТОГО		28

Таблица 5 - Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Линейные и евклидовы пространства		
1	Различные примеры на линейные пространства. Нахождение базиса и размерности линейных пространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2	Связь между базисами и координатами вектора. Нахождение базиса и размерности пересечения, суммы подпространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	7
3	Различные примеры евклидовых пространств. Процесс ортогонализации, нахождение ортогонального и ортонормированного базисов евклидовых пространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	6
4	Нахождение ортогональных и ортонормированных базисов ортогональных подпространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	6
Раздел 2 Линейные операторы		
5	Различные примеры линейных операторов. Задание линейного оператора с помощью отображения базиса. Вычисления матрицы линейного оператора в различных базисах (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
6	Нахождение матриц линейного оператора и связи между ними (работа в группах, обсуждения, СРС)	7
7	Действия над линейными операторами и вычисление их матриц. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов (работа в группах, обсуждения, СРС)	6
8	Различные примеры линейных операторов с простым спектром и с простой структурой. Нахождение диагональной матрицы и жорданова базиса, нахождение жордановой формы матрицы (работа в группах, обсуждения, СРС)	6
ИТОГО		42

Рекомендации к проведению практических занятий

Теоретические разделы соответствуют учебникам [1; 2], практические занятия и домашние задания соответствуют учебникам [3; 4]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, аналоги которых разработаны в аудитории, а также примеры, требующие самостоятельного поиска путей решений в соответствии с рассмотренной теорией.

Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

Вся наработанная теория систем линейных уравнений, матриц и определителей применяется к изучению трехмерной векторной алгебры и, сначала линейных, а затем квадратичных геометрических образов на плоскости и в пространстве. Естественное обобщение приводит к кривым высших порядков и их уравнениям, то есть к алгебре многочленов. Наконец, единый взгляд на возникавшие в курсе дисциплины – комплексные числа, трехмерные и n -мерные векторы, матрицы и многочлены – обосновывают ведение понятия линейного пространства и изучение его общих свойств: базиса, размерности координат, матриц перехода, скалярного произведения, линейных операторов, то есть всего того, что составляет предмет линейной алгебры.

Взаимосвязь между алгеброй и геометрией важно иллюстрировать в каждой изучаемой теме курса. Так, например, матрицы попеременно выступают то в роли алгебраических объектов – как совокупности коэффициентов систем линейных уравнений, то в роли геометрических – как матрицы преобразований пространства.

Особое внимание стоит обращать на возможность применения геометрических методов в решении алгебраических задач, и наоборот.

Следовательно, с помощью постоянного прослеживания связей между алгебраической и геометрической составляющими математики можно эффективно решить задачу по формированию базовых теоретических знаний и практических навыков по изучаемой дисциплине.

Технологически эти задачи решаются с помощью информационных лекций, практических занятий, ответов на вопросы студентов, обсуждений результатов решения задач, самостоятельной работы студентов.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1.	Наличие учебной аудитории	Учебная мебель, доска
2.	Мультимедийное оборудование	1 компьютер, проектор, экран, выход в интернет
3.	Программное обеспечение	MicrosoftWindows 7 Professional. Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212. MicrosoftOffice 2007 Standard. OpenLicense № 47742190.

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебной дисциплины «Линейная алгебра»

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, который не может быть заранее доступен для обучающихся (вопросы к контрольной работе, коллоквиуму и пр.) и который хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1	Контрольный опрос-коллоквиум 1	1.1 Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства 1.2 Матрица перехода. Связь между координатами вектора. Подпространства. Пересечение и сумма подпространств 1.3 Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы 1.4 Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства	50	УК-1 УК-2 ОПК-5
	Контрольный опрос-коллоквиум 2	2.1 Линейные операторы. Матрица линейного оператора 2.2 Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах 2.3 Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы 2.4 Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы	60	
2	Контрольная работа 1	1.1 Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства 1.2 Матрица перехода. Связь между координатами вектора. Подпространства. Пересечение и сумма подпространств 1.3 Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы	50	

		1.4 Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства		
	Контрольная работа 2	2.1 Линейные операторы. Матрица линейного оператора 2.2 Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах 2.3 Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы 2.4 Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы	50	
3	Домашняя работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	8х2,5	
4	Самостоятельная работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4	8х2,5	
<i>Промежуточная аттестация</i>				
	Экзамен		50	
	ИТОГО		300	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольный опрос-коллоквиум 1 (КЛ 1)

Критерии оценки		Количество вариантов задания	Количество вопросов
«удовлетворительно»	26–34 балла – испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	2	2
«хорошо»	35–44 балла – допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
«отлично»	45–50 баллов – имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

Контрольные вопросы (КЛ 1)

- 1 Определение линейного пространства, свойства, примеры.
- 2 Линейная зависимость и линейная независимость конечной системы векторов, свойства.
- 3 Размерность и базис линейного пространства.
- 4 Связь между базисами.
- 5 Преобразование координат вектора.
- 6 Подпространства. Пересечение и сумма подпространств.
- 7 Размерность суммы двух конечномерных подпространств.
- 8 Прямая сумма подпространств. Теорема. Следствие.
- 9 Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
- 10 Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.

Таблица А.3 – Контрольный опрос-коллоквиум 2 (КЛ 2)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
«удовлетворительно»	30–44 балла – испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	2	2
«хорошо»	45–53 балла – допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
«отлично»	54–60 баллов – имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

Контрольные вопросы (КЛ 2)

1. Определение и простейшие свойства линейных операторов.
2. Задание линейного оператора с помощью отображения базиса.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
5. Подобные матрицы.
6. Операции над линейными операторами.
7. Изоморфизм линейных алгебр.
8. Образ линейного оператора.
9. Ядро линейного оператора.
10. Вырожденные и невырожденные операторы. Обратный оператор.
11. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
12. Характеристическое уравнение линейного оператора.
13. Линейный оператор с простым спектром, с простой структурой. Приведение матрицы к диагональному виду.
14. Инвариантные подпространства.
15. Собственные подпространства, свойства.
16. Теорема Гамильтона-Кэли.
17. Корневые подпространства.
18. Строение корневого подпространства. Нильпотентный оператор. Жордановы цепочки. Циклические подпространства. Теорема Жордана.

Таблица А.3– Контрольная работа (КР)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
«удовлетворительно»	25–34 баллов – испытывает трудности при выполнении заданий	2	КР 1 3 задания из соответствующего раздела КР 2 2 задания
«хорошо»	35–44 баллов – допускает неточности при выполнении заданий		
«отлично»	45–50 баллов – демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий		

			из соответств ующего раздела
--	--	--	---------------------------------------

Демонстрационный вариант КР 1

№ 1. Даны две системы векторов в пространстве R^3 . Доказать, что каждая из них образует базис пространства и найти матрицу перехода от базиса

$$(\vec{e}) = \begin{cases} \vec{e}_1 = (3, 2, -1) \\ \vec{e}_2 = (0, 1, 5) \\ \vec{e}_3 = (-1, 2, 14) \end{cases} \quad (\vec{v}) = \begin{cases} \vec{v}_1 = (4, -1, -2) \\ \vec{v}_2 = (3, 2, -6) \\ \vec{v}_3 = (1, 0, -1) \end{cases}.$$

№ 2. Найти ортонормированный базис линейной оболочки векторов:

$$L(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (1, 1, -1, -2) \\ \vec{a}_2 = (5, 8, -2, -3) \\ \vec{a}_3 = (3, 9, 3, 8) \end{cases}.$$

№ 3. Найти базис и размерность суммы и пересечения пространств

$$L_1(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (-1, 2, 3, 4) \\ \vec{a}_2 = (1, 1, 2, -1) \\ \vec{a}_3 = (0, -1, 5, -3) \end{cases} \quad \text{и} \quad L_2(\vec{b}) = \begin{cases} \vec{b}_1 = (2, 6, 24, -1) \\ \vec{b}_2 = (1, 3, 12, 0) \end{cases}$$

Демонстрационный вариант КР 2

№ 1. Даны два базиса $\vec{e}_1 = \vec{e}'_1, \vec{e}_2 = 3\vec{e}'_1 + \vec{e}'_2, \vec{e}_3 = 2\vec{e}'_1 + \vec{e}'_2 + 2\vec{e}'_3$ и $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ линейного

пространства и матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ линейного оператора в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Найти

матрицу этого линейного оператора в базисе $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$.

№ 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 \\ 6 & 5 & 9 \\ -6 & -6 & -10 \end{pmatrix}.$$

Примечание: Задачи для контрольных работ берутся из учебных изданий [2].

Таблица А.4 – Самостоятельная работа (СР)

Критерии оценки		Количество заданий
«удовлетворительно»	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	2 из контролируе мого раздела
«хорошо»	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	
«отлично»	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	

Темы СРС 1.1

1. Примеры линейных пространств, свойства.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства

Темы СРС 1.2

1. Вычисление матрицы перехода и координат вектора в различных базисах.
2. Размерности и базисы подпространств, их пересечения и суммы.

Темы СРС 1.3

1. Вычисление длины вектора и угла между векторами.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса.

Темы СРС 1.4

1. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпространство.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса и размерности ортогонального дополнения подпространства

Темы СРС 2.1

1. Примеры линейных операторов.
2. Нахождение матрицы линейного оператора.

Темы СРС 2.2

1. Вычисление матриц линейного оператора в различных базисах.

Темы СРС 2.3

1. Действия над линейными операторами и вычисление их матриц.
2. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов

Темы СРС 2.4

1. Приведение матрицы к диагональному виду.
2. Приведение матрицы к жордановой форме.

Демонстрационный вариант СРС**Темы СРС 2.1**

1. Примеры линейных операторов.
2. Нахождение матрицы линейного оператора.

Задачи для самостоятельной работы

1. Линейное отображение пространства R^4 переводит векторы $a_1 = (0, 1, -1, 2)$, $a_2 = (1, 2, -3, 1)$, $a_3 = (0, 0, 0, 1)$, $a_4 = (-2, 0, 1, -1)$ соответственно в векторы $b_1 = (7, 6, -11, -10)$, $b_2 = (0, 7, -8, 1)$, $b_3 = (4, 2, -3, -6)$, $b_4 = (-1, 3, -3, 9)$.

Найдите матрицу этого отображения в базисе a_1, a_2, a_3, a_4 .

2. Выясните, будет ли линейным отображение (P) пространства R^3 в себя, если для любого вектора $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$:

- а) $(X) = (x_1 + 3, x_2, x_3)$; б) $(P(x)) = (x_1 - x_2 + x_3, x_3, x_2)$.

Таблица А.5 – Домашняя работа (ДР)

Критерии оценки			Количество заданий
«удовлетворительно»	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	Низкое качество выполнения учебных заданий (не выполнены либо оценены числом баллов, близким к минимальному)	2 из контролируемого раздела
«хорошо»	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	Достаточное качество выполнения всех предложенных заданий (ни одно из них не оценено минимальным числом баллов, но имеются отдельные недочеты)	
«отлично»	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	Высокое качество выполнения всех предложенных заданий	

Темы домашней работы 1.1

1. Примеры линейных пространств, свойства.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства

Темы домашней работы 1.2

1. Вычисление матрицы перехода и координат вектора в различных базисах.
2. Размерности и базисы подпространств, их пересечения и суммы.

Темы домашней работы 1.3

1. Вычисление длины вектора и угла между векторами.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса.

Темы домашней работы 1.4

1. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпространство.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса и размерности ортогонального дополнения подпространства

Темы домашней работы 2.1

1. Примеры линейных операторов.
2. Нахождение матрицы линейного оператора.

Темы домашней работы 2.2

1. Вычисление матриц линейного оператора в различных базисах.

Темы домашней работы 2.3

1. Действия над линейными операторами и вычисление их матриц.
2. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов

Темы домашней работы 2.4

1. Приведение матрицы к диагональному виду.
2. Приведение матрицы к жордановой форме.

Демонстрационный вариант домашней работы

Темы домашней работы 1.2:

1. Вычисление матрицы перехода и координат вектора в различных базисах.
2. Размерности и базисы подпространств, их пересечения и суммы.

Задачи для домашней работы

1. Может ли матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

служить матрицей перехода от базиса $\mathbf{e}_1 = (1, -1, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 1, -1)$ пространства $\mathbf{R}^3$ к новому базису того же пространства? Если да, то найдите новый базис и координаты вектора $\mathbf{a} = (2, 1, 3)$ в этом базисе.

2. В пространстве $\mathbf{R}^4$ подпространства L_1, L_2 порождаются соответственно векторами

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 2, 0, 1), & \mathbf{b}_1 &= (1, 0, 1, 0), \\ \mathbf{a}_2 &= (1, 1, 1, 0), & \mathbf{b}_2 &= (1, 3, 0, 1), \\ \mathbf{a}_3 &= (3, 5, 1, 2); \end{aligned}$$

Найдите базис и размерность подпространств L_1, L_2
 $L_1 + L_2, L_1 \cap L_2$.

Таблица А.6 – Экзамен

Критерии оценки		Количество во билетов	Количество во вопросов
«удовлетворительно»	25–34 балла – ответ не полный, слабо аргументированный, демонстрирует несформированность некоторых практических умений, низкий уровень мотивации учения	12	4
«хорошо»	35–44 балла – ответ полный, достаточно обоснованный, с отдельными неточностями в изложении. Пути решения практических задач не всегда рациональны. Уровень мотивации учения средний		
«отлично»	45–50 баллов – ответ полный с достаточно глубоким пониманием теоретических и практических вопросов. Изложение четкое, логически выдержанное. Высокий уровень мотивации учения		

Контрольные вопросы к экзамену по учебной дисциплине «Линейная алгебра»

1. Определение линейного пространства, свойства, примеры.
2. Линейная зависимость и линейная независимость конечной системы векторов, свойства.
3. Размерность и базис линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Подпространства. Пересечение и сумма подпространств.
7. Размерность суммы двух конечномерных подпространств.

8. Прямая сумма подпространств. Теорема. Следствие.
9. Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
10. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.
11. Определение линейного оператора. Задание линейного оператора с помощью отображения базиса.
12. Матрица линейного оператора.
13. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
14. Операции над линейными операторами.
15. Образ и ядро линейного оператора.
16. Вырожденные и невырожденные операторы. Обратный оператор.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
18. Характеристическое уравнение линейного оператора.
19. Линейный оператор с простым спектром, с простой структурой. Приведение матрицы к диагональному виду.
20. Инвариантные подпространства.
21. Собственные подпространства, свойства.
22. Теорема Гамильтона-Кэли.
23. Корневые подпространства.
24. Строение корневого подпространства. Нильпотентный оператор. Жордановы цепочки. Циклические подпространства.
25. Теорема Жордана.

Пример экзаменационного билета

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Кафедра алгебры и геометрии

Экзаменационный билет № 1

Учебная дисциплина **Линейная алгебра**

Направление подготовки **44.03.05 Педагогическое образование**

(с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) Математика и информатика

1. Связь между базисами.
2. Характеристическое уравнение линейного оператора .

3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора,

заданного в некотором базисе матрицей: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 \\ 6 & 5 & 9 \\ -6 & -6 & -10 \end{pmatrix}.$

4. Найти ортонормированный базис линейной оболочки векторов

$$L(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (1, 2, 2, -1) \\ \vec{a}_2 = (1, 1, -5, 3) \\ \vec{a}_3 = (3, 2, 8, -7) \end{cases}.$$

Принято на заседании кафедры АГ

_____ 20__ г. Протокол № _____

Заведующий кафедрой АГ _____ Сукачева Т.Г.

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)

**Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины «Линейная алгебра»**

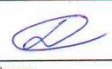
Таблица Б.1 – Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1 Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 157 с.	20	
2 Окунев Л.Я. Высшая алгебра: Учебник. – 3-е изд. – СПб.: Лань, 2009. – 336 с.	20	
3 Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: Учебное пособие для вузов / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – СПб.: Лань, 2001, 2005, 2008. – 287 с.	30	
4 Алгебра и геометрия. Ч.1: Учеб. пособие / Сост.: Д.В. Коваленко, Н.В. Неустроев; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2006, 2008, 2013. – 77 с.	20	
Электронные ресурсы		

*См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1 Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. пособие для студентов вузов.-5-е изд. ,стер.– М.: Высшая школа, 2000,2001,2002-2007гг.,– 479с.	281	
2 Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. 13-е изд. М.: Айрисс-Пресс. 2015 г. – 608 с. (и издания других лет)	44	
3 Сборник задач по высшей математике. 1 курс : с контрол. работами / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - М. : Айрис-Пресс, 2011. - 574 с. – [2009, 2010]	9	
Электронные ресурсы		

Зав. кафедрой  Т.Г. Сукачева

подпись

« 07 » 02 2020 г.

[illegible]