Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Старорусский политехнический колледж (филиал)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
ЧАСТЬ 1

ОУД.04 МАТЕМАТИКА

Специальность 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Квалификация техник - программист

Рассмотрены и утверждены
Методическим советом колледжа
(Протокол № 2 от 11.09.2018 г)

Разработчик:

Елисеева Т.Е. , преподаватель математики высшей квалификационной категории

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по практическим занятиям (часть 1), являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине Математика составлены в соответствии с:

1 Рекомендациями по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования;

2 Рабочей программой учебной дисциплины;

3 Положением о планировании, организации и проведении практических занятий студентов, в колледжах НовГУ.

Методические рекомендации (часть 1) включают 24 практических занятия, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины в объёме 48 часов.

В результате выполнения практических заданий обучающийся должен:

В результате изучения учебной дисциплины Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия обучающийся должен:

знать/понимать:

– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
– значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

АЛГЕБРА

уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики

уметь:

- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

– использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

– для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

Начала математического анализа

уметь:

– находить производные элементарных функций;
– использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
– применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
– вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

– решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

уметь:

– решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
– использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
– изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

– составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

– для построения и исследования простейших математических моделей.

КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь:

– решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
– вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

– для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
– анализа информации статистического характера.

ГЕОМЕТРИЯ

уметь:

– распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
– описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;
– анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
– изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
– *строить простейшие сечения куба*, *призмы*, *пирамиды*;
– решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Критерии оценки:

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объёме, но работа содержит незначительные помарки;
- задачи решены верно, но допущены недочёты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объёме;
- решение задач содержит недочёты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если

- задание выполнено небрежно, не в полном объёме;
- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и

неумение их применять, незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

Тематический план и содержание учебной дисциплины Математика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения
Введение	**Содержание учебного материала**	**2**	1
	Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики в учреждениях среднего профессионального образования.		
Раздел 1 **Развитие понятия о числе**		**22**	
Тема 1.1 **Действительные числа**	**Содержание учебного материала**	4	
	Целые и рациональные числа. Действительные числа. Определение модуля числа.		1-2
	Практические занятия Практическое занятие 1 Действительные числа: – арифметические операции над действительными числами.	2	

	– преобразование выражений, содержащих модули.		
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	2	
Тема 1.2 **Приближенные числа**	**Содержание учебного материала**	2	
	Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Действия над приближенными числами. Погрешности приближений.		1-2
	Практические занятия Практическое занятие 2 Приближенные числа: – выполнение действий над приближенными числами. – вычисление приближенных значений с недостатком и избытком; – вычисление абсолютной и относительной погрешности.	2	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	2	
Тема 1.3 **Комплексные числа**	**Содержание учебного материала**	2	
	Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.		1-2
	Практические занятия Практическое занятие 3 Действия над комплексными числами: – выполнение действий над комплексными числами;	4	

	– изображение комплексных чисел. Практическое занятие 4 Контроль знаний по разделу Развитие понятия о числе		
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	2	
Раздел 2 **Корни, степени, логарифмы**		**44**	
Тема 2.1 **Корень n-ой степени**	**Содержание учебного материала**	2	
	Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Вычисление корня натуральной степени из числа.		2
	Практические занятия Практическое занятие 5, 6 Действия над корнями натуральной степени из числа: – нахождение области допустимых значений выражений, содержащих радикалы; – применение свойств корня; – преобразование иррациональных выражений.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся:	4	

	Проработка теоретического и практического материала		
Тема 2.2 Степень с действительным показателем	**Содержание учебного материала**	4	
	Степень с рациональным показателем, её свойства. Степень с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем. Иррациональные выражения. Степенные выражения. Преобразование степенных выражений, используя свойства степени.		2
	Практические занятия Практическое занятие 7 Действия со степенями: – преобразование выражений, содержащих степени. Практическое занятие 8 Преобразование степенных и иррациональных выражений: – преобразование выражений, содержащих степени.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	4	
Тема 2.3 Логарифм и его свойства	**Содержание учебного материала**	4	
	Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.		2

	Практические занятия Практическое занятие 9Логарифм числа: – вычисление логарифма числа на основе определения; – применение свойств логарифмов. Практическое занятие 10 Логарифмирование и потенцирование алгебраических выражений: – преобразования простейших выражений, включающих операцию потенцирования и операцию логарифмирования.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	4	
Тема 2.4 **Преобразование простейших выражений**	**Содержание учебного материала**	2	
	Преобразование алгебраических выражений**.** Преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений.		2
	Практические занятия Практическое занятие 11,12 Преобразование алгебраических выражений: – тождественные преобразования алгебраических выражений; – доказательство тождеств. Практическое занятие 13 Контроль знаний по разделу Корни, степени,	6	

	логарифмы.		
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	4	
Раздел 3 **Прямые и плоскости в пространстве**		**30**	
Тема 3.1 **Аксиомы стереометрии**	**Содержание учебного материала**	2	
	Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Аксиомы стереометрии и простейшие следствия из них.		2
Тема 3.2 **Параллельность прямых и плоскостей в пространстве**	**Содержание учебного материала**	4	
	Параллельные прямые в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.		2
	Практические занятия Практическое занятие 14 Взаимное расположение прямой и плоскости: – решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве,	4	

	– применение признаков параллельности прямой и плоскости, – нахождение угла между двумя прямыми в пространстве. Практическое занятие 15 Взаимное расположение плоскостей: – решение задач на применение признаков параллельности плоскостей.		
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 3.3 **Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве**	**Содержание учебного материала**	4	
	Перпендикулярные прямые в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.		2
	Практические занятия Практическое занятие 16 Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости: – решение задач на признаки перпендикулярности прямой и плоскости. Практическое занятие 17 Перпендикулярность плоскостей:	4	

	– решение задач на признаки перпендикулярности плоскостей, – нахождение угла между прямой и плоскостью.		
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 3.4 Геометрическое преобразование пространства	**Содержание учебного материала**	2	
	Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции. Изображение пространственных фигур.		2
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	2	
Раздел 4 **Функции**		**50**	
Тема 4.1 **Функции, их свойства и графики**	**Содержание учебного материала**	2	
	Функции. Область определения и множество значений; график функции, построение графиков функций, заданных различными способами.		2
Тема 4.2 **Свойства функций**	**Содержание учебного материала**	2	
	Свойства функции: монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания,		2

	наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.		
	Практические занятия Практическое занятие 18 Свойства функций: – нахождение области определения и области значений. – исследование функций.	2	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 4.3 **Обратные функции**	**Содержание учебного материала**	2	
	Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция).		2
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического материала.	2	
Тема 4.4 **Преобразования графиков**	**Содержание учебного материала**	2	2
	Преобразования графиков функций. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат, симметрия относительно прямой y = x,		

	растяжение и сжатие вдоль осей координат.		
	Практические занятия Практическое занятие 19, 20 Преобразование графиков: – построение графиков функций с помощью простейших преобразований; – преобразование графиков с модулями.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 4.5 **Степенные функции**	**Содержание учебного материала**	2	
	Степенная функция, ее свойства и график.		2
	Практические занятия Практическое занятие 21 Степенная функция – нахождение области определения и области значений функций. – исследование функций; – построение графиков функций с помощью простейших преобразований.	2	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 4.6	**Содержание учебного материала**	2	

Показательные функции	Показательная функция. Ее свойства и график.		2
	Практические занятия Практическое занятие 22 Показательная функция – нахождение области определения и области значений функций. – исследование функций; – построение графиков функций с помощью простейших преобразований.	2	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала.	4	
Тема 4.7 Логарифмические функции	**Содержание учебного материала**	2	
	Логарифмическая функция. Ее свойства и график.		2
	Практические занятия Практическое занятие 23 Логарифмическая функция – нахождение области определения и области значений функций. – исследование функций; – построение графиков функций с помощью простейших преобразований. Практическое занятие 24 Контроль знаний по разделу Функции	4	
	Самостоятельная работа обучающихся:	4	

	Проработка теоретического и практического материала.		
	Всего:	**150**	

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

РАЗДЕЛ 1 РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

Тема 1.1 Действительные числа

Практическое занятие 1 Действительные числа (2ч.)

Цель:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление знаний о числах и операциях над ними.
- формирование умений по выполнению действий над числами

Краткие теоретические сведения

1 Натуральные числа. Одним из основных понятий математики является понятие числа. Исторически первыми возникли в практике и были введены в науку натуральные числа.

Натуральные числа используют в связи со счетом количества предметов, например, при подсчете количества деталей, количества автомобилей и т.д.

Натуральные числа образуют бесконечное множество, которое принято обозначать через N:

$$N = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

2 Дробные числа. Для практических нужд натуральных чисел оказалось недостаточно. В частности, при делении чисел, при измерении длин отрезков и различных физических величин возникла необходимость введения долей и количества этих долей.

Например, если величина поделена на n частей и взято m таких частей, то вводится новое число $\frac{m}{n}$, где m и n – натуральные числа.

3 Отрицательные числа. Практическая потребность привела к введению отрицательных чисел, чтобы иметь возможность измерять величины, изменяющиеся в двух противоположных направлениях от выбранной точки отсчета. Например, при измерении сил, действующих на пружину. Растягивающие силы считают положительными, а сжимающие – отрицательными.

Таким образом, каждому числу - целому или дробному – сопоставляется отрицательное число. Если положительное число обозначить «а», то противоположное ему принято обозначать « -а»

К этим числам относится число 0, которое является границей между положительными и отрицательными числами.

4 Множество целых чисел

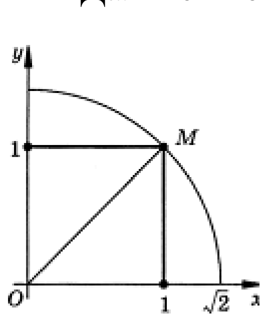
Натуральные числа, противоположные им, число 0 образуют множество целых чисел – Z.

Целые числа могут быть записаны в виде дробей: $4=\frac{4}{1}$, $-5 = -\frac{5}{1}$.

5 Множество рациональных чисел

Множество, состоящее из положительных и отрицательных, дробных и целых, числа 0, называется множеством рациональных чисел. Обозначим его через Q. Всякое рациональное число можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где –m - целое число, а n –натуральное число.

Дальнейшее развитие математики показало, что только рациональных чисел недостаточно для решения многих задач. Например, доказано, что не существует рационального числа, квадрат которого равен 2.



$OM^2=2$. Длина диагонали квадрата со стороной, равной 1, не может быть выражена рациональным числом, хотя очевидно, что диагональ существует.

В отличие от рациональных, такие числа называют **иррациональными.**

Рациональные числа + Иррациональные = Действительные числа

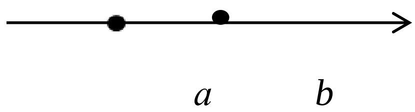
Множество действительных чисел обозначают **R**.

N=$\{1,2,3,....\}$-множество натуральных чисел Z=$\{...,-2,-1,0,1,2,....\}$- множество целых чисел Q= $\left\{\frac{m}{n}, m, n \in Z\right\}$- множество рациональных чисел *I*= $\{\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{5},..., \pi,..., e,...\}$ - множество иррациональных чисел	= R - множество действительных или вещественных чисел
C=$\{a+bi, a, b \in R\}$- множество комплексных чисел	

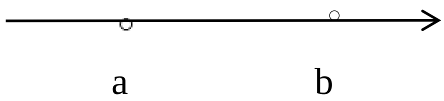
Множество R всех действительных чисел расположено на числовой прямой, а сами числа называют точками числовой прямой.

Числовые множества:

Замкнутый промежуток или отрезок с началом a и концом b

$[a;b]$ или $a \le x \le b$ 

Открытый промежуток или интервал (точки a и b не включаются)

(*a;b*) или *a*<*x*<*b* 

Полуоткрытые промежутки (a;b] или [a;b): a<x≤b или a≤x<b

Число *b-a* называют *длиной* промежутка.

Арифметические действия в R.

Действия с обыкновенными дробями

Сложение $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a \cdot d+c \cdot b}{b \cdot d}$

Вычитание $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a \cdot d-c \cdot b}{b \cdot d}$

Умножение $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

Деление $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

Составная дробь $m\frac{a}{b}=\frac{m\cdot b+a}{b}$

Модуль числа

$$|a|=\begin{cases}a, & a\ge 0\\ -a, & a<0\end{cases}, \qquad |a|=\sqrt{a^2}$$

Содержание заданий

1 Числа **α** и **β** иррациональны, ***r*** рационально. Могут ли принимать **2** рациональные значения: **1)** **α + β** **2) α · β** **3)** $\sqrt{r}$ **4)** $\sqrt{\alpha}$ **5)** $\sqrt{\alpha+\sqrt{r}}$

2 Укажите 2 иррациональных числа, сумма которых рациональна

3 Укажите 2 разных иррациональных числа, произведение которых рационально

4 Каково наибольшее действительное число, меньшее 0,9, в десятичную запись которого не входит цифра 9?

5 Каково наименьшее действительное число, которое больше, чем 7,6, в десятичную запись которого не входят цифры 0,1 и 2?

6 Представьте каждую обыкновенную дробь в виде периодической дроби

а) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{1}{125}$;

б) $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{7}$.

7 Представьте каждую периодическую дробь в виде обыкновенной дроби *(выполнить 2 примера подробно, а 2 примера кратко)*

а) 0,(3); 0,(1); 0,(5); 0,(7);

б) 0,(13); 0,(27);0,(45);0,(54);

в) 0,(128); 0,(123); 0,(138); 0,(945);

г) 0,0(3); 0,0(72); 0,00(13); 0,0(549);

д) 2,(8); 3,(14);7,(12);3,0(27);

е) 0,12(0);3,37(0);0,005(0).

8 Сравнить числа (*подробные обоснования)*

$\frac{1}{3}$ и 0,3;

$\frac{1}{3}$ и 0,(3)

0,3 и 0,(3)

0,5 и $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$ и 0,5

0,5 и 0,(5)

$-\frac{1}{5}$ и $-0,2$

$-\frac{1}{5}$ и $-0,(2)$;

$-0,2$ и $-0,(2)$;

$-0,45$ и $-0,(45)$

$-0,45$ и $-\frac{5}{11}$;

$-\frac{5}{11}$ и $-0,(46)$

9 Расположить числа в порядке возрастания (*подробные обоснования)*

а) π; 3,(14); $3\frac{1}{7}$; 3,141;

б) $-5,6789101112\ldots$; $-5\frac{2}{3}$; $-5\frac{8}{9}$; $-5,(7)$; $-5,9$

10 Найти расстояние между точками на координатной прямой

а) A(5), B(-1)

б) A(-7), B(8),

в) A(-13,5), B(-11),

г) A(-55), B(-10),

11 Найти расстояние между точками на координатной плоскости

а) A(2;7), B(-1;3),

б) A(-3;-7), B(2;5),

12 Найдите все числа *x*, для каждого из которых верно равенство. Укажите их на координатной оси

а) $|x| = 3$

г) $|x+3| = 5$

б) $|x| = 5$

д) $|2x-3| = 4$

в) $|x-3| = 2$

е) $|3x+4| = 2$

13 Решите уравнение

а) $|x|=10$

б) $|x|=9$

в) $|2x|=3$

г) $|3x|=7$

д) $|x-5|=12$

е) $|x+2|=7$

ж) $|2x-5|=7$

з) $|3x+5|=8$

и) $|5x-8|=0$

14 Решите уравнение

а) $||x|-2|=10$

б) $||x|-9|=7$

15 Найдите значение выражения

а) $4\frac{4}{9}:\frac{4}{9}$

б) $\frac{1,23\cdot 45,7}{12,3\cdot 0,457}$

в) $(2\frac{4}{7}-2,5):\frac{1}{70}$

г) $(432^2-568^2):1000$

д) $\left(\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}\right)\cdot 25.8$

е) $(2\frac{4}{7}-1,2)\cdot 5\frac{5}{6}$

16 Упростите выражения

а) $\frac{(11a)^2-11a}{11a^2-a}$

б) $\frac{9x^2-4}{3x+2}-3x$

в) $(4x^2+y^2-(2x-y)^2):2xy$

г) $((3x+2y)^2-9x^2-4y^2):6xy$

д) $((4x-3y)^2-(4x+3y)^2):4xy$

е) $(2x-5)(2x+5)-4x^2$

ж) $(9axy-(-7xya)):4yax$

з) $(4a^2-9)\cdot(\frac{1}{2a-3}-\frac{1}{2a+3})$

17 Найдите $(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22$ при $x=80$.

18 Найдите $(9b^2-49)(\frac{1}{3b-7}-\frac{1}{3b+7})+b-13$ при $b=345$.

19 Найдите $a(36a^2-25)(\frac{1}{6a+5}-\frac{1}{6a-5})$ при $a=36,7$.

20 Найдите $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}+\frac{5\sqrt{x}}{x}+3x-4$ при $x=3$.

21 Найдите $(11a^6\cdot b^3-(3a^2b)^3):(4a^6b^6)$ при $b=2$.

Тема 1.2 Приближенные вычисления

Практическое занятие 2 Приближенные числа (2ч.)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о способах нахождения приближённых значений величин и погрешности вычислений;
- формирование умений по нахождению приближённых значений величин по недостатку и избытку, вычислению абсолютной и относительной погрешности вычислений, по выполнению основных арифметических действий над приближёнными числами.

Содержание заданий

Выполнить один из вариантов.

Вариант 1

1 Выполнить действия. Полученный результат записать в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей.

$$6\frac{5}{6}+2\frac{7}{19}+1\frac{3}{5}$$

2 Произвести округление числа 4375,5494 до сотых, десятых долей, единиц, десятков, сотен.

3 Найти нижнюю и верхнюю границы приближенной величины и записать число только с помощью верных цифр: x = 8,44 ($\pm$0,07)

4 Округлите число 27,0915 до сотых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.

5 По известной относительной погрешности приближенного числа найти его абсолютную погрешность и границы, в которых заключено само число. x = 75,8; ω = 0,3%

6 При измерении длины одного отрезка с точностью до 0,004 м, было найдено значение 4,36 м , а при измерении длины другого отрезка с точностью до 0,05 см получено 10,5 см. Какое измерение по своему качеству лучше?

7 Найти сумму и разность чисел и оценить абсолютную и относительную погрешность результата:

$a = 25{,}831 \pm 0{,}03$

$в = 1{,}739 \pm 0{,}005$

Вариант 2

1 Выполнить действия. Полученный результат записать в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей.

$$7\frac{7}{15}+4\frac{6}{17}+2\frac{3}{5}$$

2 Произвести округление числа 5497,1857 до сотых, десятых долей, единиц, десятков, сотен.

3 Найти нижнюю и верхнюю границы приближенной величины и записать число только с помощью верных цифр: x = 8,44 (± 0,02)

4 Округлите число 6,324 до десятых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.

5 По известной относительной погрешности приближенного числа найти его абсолютную погрешность и границы, в которых заключено само число. x = 100; ω = 0,5%

6 При измерении длины одного отрезка с точностью до 0,003 м, было найдено значение 8,75 м , а при измерении длины другого отрезка с

точностью до 0,004 км получено 9,63 км. Какое измерение по своему качеству лучше?

7 Найти сумму и разность чисел и оценить абсолютную и относительную погрешность результата:

а = 1542 ± 6

в = 30,03 ± 0,02

Вариант 3

1 Выполнить действия. Полученный результат записать в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей.

$8\frac{6}{13}+2\frac{1}{2}+5\frac{4}{7}$

2 Произвести округление числа 8040,5048 до сотых, десятых долей, единиц, десятков, сотен.

3 Найти нижнюю и верхнюю границы приближенной величины и записать число только с помощью верных цифр: x = 34,546 (± 0,003)

4 Округлите число 56,2135 до сотых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.

5 По известной относительной погрешности приближенного числа найти его абсолютную погрешность и границы, в которых заключено само число. x = 12,7; ω = 1,2%

6 При измерении расстояния между двумя населенными пунктами с точностью до 0,003 км, было найдено значение 10,74 км , а при измерении расстояния между двумя другими населенными пунктами с точностью до 0,002 км получено 6,86 км. Какое измерение наиболее точно?

7 Найти сумму и разность чисел и оценить абсолютную и относительную погрешность результата:

а = 57,32 ± 0,01

$в$ = 338,02 ± 0,04

Вариант 4

1 Выполнить действия. Полученный результат записать в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей.

$5\frac{7}{15}+3\frac{1}{3}+2\frac{8}{7}$

2 Произвести округление числа 9485,3755 до сотых, десятых долей, единиц, десятков, сотен.

3 Найти нижнюю и верхнюю границы приближенной величины и записать число только с помощью верных цифр: x = 8,447 (± 0,005)

4 Округлите число 24,812 до десятых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.

5 По известной относительной погрешности приближенного числа найти его абсолютную погрешность и границы, в которых заключено само число. x = 78,2; ω = 0,2%

6 При измерении температуры жидкости в одной емкости с точностью до $0{,}04^0$С, было найдено значение $40{,}3^0$С , а при измерении температуры жидкости в другой емкости с точностью до $0{,}002^0$С получено 5,23 ^{0}С. Какое измерение наиболее точно?

7 Найти сумму и разность чисел и оценить абсолютную и относительную погрешность результата:

a = 151,2 ± 1

$в$ = 0,38 ± 0.02

Тема 1.3 Комплексные числа

Практическое занятие 3 Действия над комплексными числами (2ч.)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о комплексных числах;
- формирование умений по выполнению основных арифметических действий над комплексными числами.

Содержание заданий

1 Ответьте на вопросы

а) Дайте определение комплексного числа.

б) Что называется действительной и мнимой частью комплексного числа?

в) Какие комплексные числа называются противоположными?

г) Какие комплексные числа называются равными?

д) Какие комплексные числа называются комплексно-сопряженными?

е) Как изобразить комплексные числа на плоскости?

ж) Что называется суммой комплексных чисел?

з) Что называется произведением комплексных чисел?

и) Что называется тригонометрической формой комплексного числа?

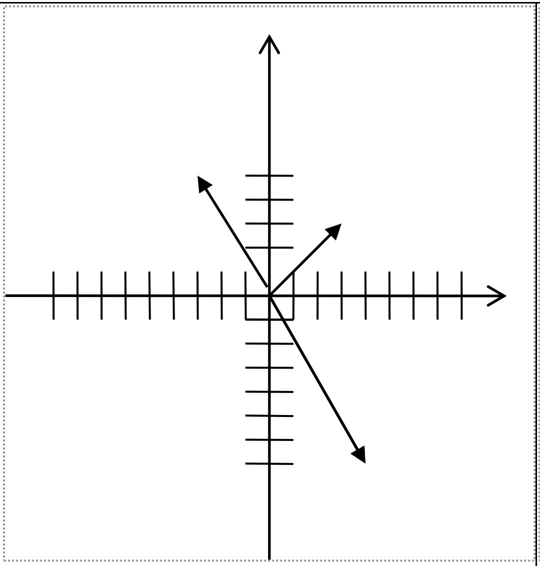
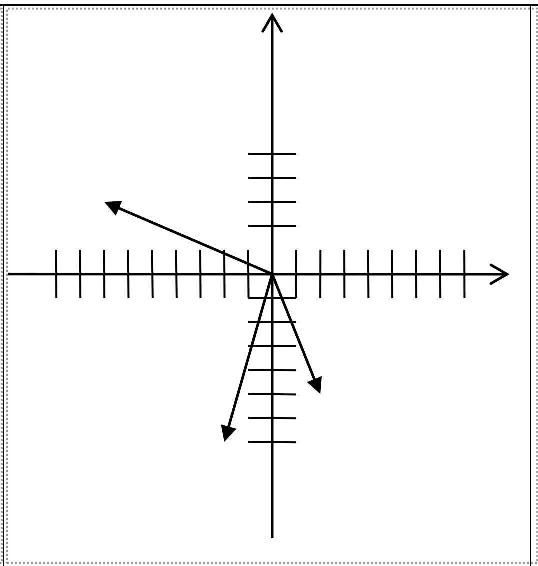
к) Что называется аргументом комплексного числа? Как его найти?

л) Что называется модулем комплексного числа? Напишите формулу.

2 Выполните задания

1 вариант	2 вариант	Количество баллов

1. Изобразите на плоскости заданные комплексные числа:		
Z1 = 4i	Z 1= -5i	1
Z2 = 3 + i	Z 2= 4 + i	1
Z 3= - 4 +3i	Z3 = -7 + 2i	1
Z 4= - 2 -5i	Z 4= -3 – 6i	1
2 . Вычислите модули заданных комплексных чисел		
Z5 = 3 + 4i	Z5 = 8 + 6i	1
3. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:		
а) $(3 + 5i) + (7 - 2i)$. б) $(6 + 2i) + (5 + 3i)$. в) $(-2 + 3i) + (7 - 2i)$. г) $(5 - 4i) + (6 + 2i)$.	а) $(3 - 2i) + (5 + i)$. б) $(4 + 2i) + (-3 + 2i)$. в) $(-5 + 2i) + (5 + 2i)$. г) $(-3 - 5i) + (7 - 2i)$.	2 2 2 2
4. Произведите умножение комплексных чисел:		
а) $(2 + 3i)(5 - 7i)$. б) $(6 + 4i)(5 + 2i)$. в) 11) $(3 - 2i)(7 - i)$. г) $(-2 + 3i)(3 + 5i)$.	а) $(1 - i)(1 + i)$. б) $(3 + 2i)(1 + i)$. в) $(6 + 4i)3i$. г)$(2 - 3i)(-5i)$.	2 2 2 2
5. Выполните действия:		
а) $(3 + 5i)^2$. б) $(2 - 7i)^2$. в) $(6 + i)^2$. г) $(1 - 5i)^2$.	а) $(3 + 2i)^2$. б) $(3 - 2i)^2$. в) $(4 + 2i)^2$. г) $(5 - i)^2$.	2 2 2 2
6. Выполните действия:		
а) $(3 + 2i)(3 - 2i)$. б) $(5 + i)(5 - i)$. в) $(1 - 3i)(1 + 3i)$.	а) $(7 - 6i)(7 + 6i)$. б) $(4 + i)(4 - i)$. в) $(1 - 5i)(1 + 5i)$.	2 2 2
7. Решите уравнения:		
а) $x^2 - 4x + 13 = 0$. б) $x^2 + 3x + 4$	а) $2{,}5x^2 + x + 1 = 0$. б) $4x^2 - 20x + 26 = 0$.	3 3

<table>
<tr><td colspan="3">8. На рисунке показано графическое изображение комплексных чисел. Перерисуйте рисунок в тетрадь. Обозначьте комплексные числа как z1, z2, z3. Запишите соответствующие аналитические формы.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>2</td></tr>
</table>

Критерии оценки

Набранное количество баллов	оценка
25 – 32 баллов	3
33 - 38 баллов	4
39 - 43 балла	5

Практическое занятие 4 Контроль знаний по разделу Развитие понятия о числе

Цель: Определение качества усвоения обучающимися учебного материала, уровня овладения ими знаниями, умениями и навыками, предусмотренными программой по математике. Определить уровень усвоения учебного материала или в случае необходимости провести их коррекцию.

Варианты 1, 2 имеют одинаковый уровень сложности и содержат по 6 заданий.

РАЗДЕЛ 2 КОРНИ, СТЕПЕНИ, ЛОГАРИФМЫ

Тема 2.1 Корень n-ой степени

Практическое занятие 5, 6 Действия над корнями натуральной степени из числа (4ч)

Краткие теоретические сведения

1 Арифметический корень натуральной степени

Арифметическим корнем натуральной степени $n \geq 2$ из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, $n-$я степень которого равна a.

Обозначение: $\sqrt[n]{a}$, где a – подкоренное выражение.

Если $n = 2$, то вместо $\sqrt[2]{a}$ пишут $\sqrt{a}$.

Чтобы, используя определение, доказать, что корень $n-$й степени $\sqrt[n]{a}$ ($a \geq 0$) равен b, нужно показать, что: $b \geq 0;\ \ b^n = a$.

Действие, посредством которого отыскивается корень $n-$й степени, называется извлечением корня $n-$й степени.

2 Корень нечетной степени

Для любого нечетного натурального числа $2k+1$ уравнение $x^{2k+1} = a$ при $a < 0$ имеет только один корень, причем отрицательный. Этот корень обозначается, как и арифметический корень, символом $\sqrt[2k+1]{a}$. Его называют корнем нечетной степени из отрицательного числа.

3 Свойства арифметических корней

Арифметический корень $n-$й степени обладает следующими свойствами: если $a \geq 0$, $b > 0$ и $n,\ m$ – натуральные числа, причем $n \geq 2,\ \ m \geq 2$, то

1 $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$.

2 $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$.

3 $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0$.

4 $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$.

5 $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$.

6 $\sqrt[n\cdot m]{a^{k\cdot m}} = \sqrt[n]{a^k}$.

Рекомендации по выполнению заданий

1 $\left(\sqrt[5]{17}\right)^5 = 17, \quad \left(\sqrt[6]{13^6}\right) = 13;$

2 $\sqrt[3]{27\cdot 8} = \sqrt[3]{27}\sqrt[3]{8} = 3\cdot 2 = 6, \quad \sqrt[4]{27}\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27\cdot 3} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3;$

3 $\sqrt[3]{\frac{256}{625}} : \sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \sqrt[3]{\frac{256}{625} : \frac{4}{5}} = \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5};$

4 $\left(\sqrt[4]{9}\right)^2 = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81} = 3;$

5 $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[12]{4096} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2;$

6 $\sqrt[6]{36^3} = \sqrt{36} = 6, \qquad \sqrt[3]{10^6} = 10^2 = 100.$

7 Упростить выражения:

1) $\sqrt{100\cdot 49\cdot 64};$ 2) $\sqrt[3]{27\cdot 54\cdot 16};$ 3) $\sqrt[5]{32a^6};$

Решения:

1) Перемножать подкоренное выражение нет смысла, так как каждый из сомножителей представляет квадрат целого числа. Воспользуемся свойством 2:

$$\sqrt{100\cdot 49\cdot 64} = \sqrt{100}\cdot\sqrt{49}\cdot\sqrt{64} = 10\cdot 7\cdot 8 = 560.$$

2) Попытаемся, если это возможно, представить подкоренное выражение в виде произведения множителей, каждый из которых является кубом целого числа, и применим свойство 2:

$$\sqrt[3]{27\cdot 54\cdot 16} = \sqrt[3]{27\cdot(27\cdot 2)(8\cdot 2)} = \sqrt[3]{27\cdot 27\cdot 8\cdot 4} = \sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{4} = 3\cdot 3\cdot 2\cdot\sqrt[3]{4} = 18\sqrt[3]{4}.$$

3) $\sqrt[5]{32a^6} = \sqrt[5]{2^5 \cdot a^5 \cdot a} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{a^5} \cdot \sqrt[5]{a} = 2a\sqrt[5]{a}.$

8 Найти значение выражения:

1) $\sqrt{0,64} + \sqrt{0,25}$; 2) $5\sqrt{0,16} - \sqrt{0,49}$; 3) $2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{75}.$

Решения:

1) В данном выражении первым действием является извлечение квадратного корня из числа. Вторым действием - сложение полученных результатов.

При вычислении используем 1-ое свойство корней:

$$\sqrt{0,64} + \sqrt{0,25} = \sqrt{(0,8)^2} + \sqrt{(0,5)^2} = 0,8 + 0,5 = 1,3.$$

2) $5\sqrt{0,16} - \sqrt{0,49} = 5\sqrt{(0,4)^2} - \sqrt{(0,7)^2} = 5 \cdot 0,4 - 0,7 = 2 - 0,7 = 1,3.$

3) Преобразуем подкоренные выражения, извлечем корень, а затем упростим полученное выражение:

$$2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} - \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

9 Возвести в степень:

1) $\left(\sqrt[4]{\grave{a}^3}\right)^4$; 2) $\left(\sqrt[4]{2\grave{a}^3}\right)^5$; 3) $\left(-2\grave{a}\sqrt[6]{3\tilde{o}^2}\right)^4$; 4) $\left(\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{2}\right)^3$

Решение:

1) При возведении корня в степень показатель корня остается без изменения, а показатели подкоренного выражения умножаются на показатель степени.

$$\left(\sqrt[4]{\grave{a}^3}\right)^4 = \sqrt[4]{\grave{a}^{12}} = |a^3| = a^3 \quad \text{(так как } \sqrt[4]{a^3} \text{ определен, то } a^3 \ge 0\text{);}$$

2) $\left(\sqrt[4]{2\grave{a}^3}\right)^5 = \sqrt[4]{(2\grave{a}^3)^5} = \sqrt[4]{2^5 \grave{a}^{15}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2 \cdot \grave{a}^{12} \cdot \grave{a}^3} = 2\grave{a}^3\sqrt[4]{2\grave{a}^3}$

Если данный корень имеет коэффициент, то этот коэффициент возводится в степень отдельно и результат записывается коэффициентом при корне.

3) $\left(-2\grave{a}\sqrt[6]{3\tilde{o}^2}\right)^4 = (-2\grave{a})^4\sqrt[6]{(3\tilde{o}^2)^4} = 16\grave{a}^4\sqrt[6]{3^4\tilde{o}^8} = 16\grave{a}^4|x|\sqrt[6]{3^4\tilde{o}^2} = 16\grave{a}^4|x|\sqrt[3]{3^2|\tilde{o}|}$

Здесь мы использовали свойство 6.

4) Выражение в скобках, представляющее сумму двух различных радикалов, возведем в куб и упростим:

$$\left(\sqrt{3}+2\sqrt[3]{2}\right)^3=(\sqrt{3})^3+3(\sqrt{3})^2\cdot 2\sqrt[3]{2}+3\sqrt{3}\cdot(2\sqrt[3]{2})^2+(2\sqrt[3]{2})^3=$$

$$=\sqrt{3^2\cdot 3}+3\cdot 3\cdot 2\sqrt[3]{2}+3\sqrt{3}\cdot 4\sqrt[3]{4}+8\cdot 2=3\sqrt{3}+18\sqrt[3]{2}+12\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}+16=$$

так как $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[6]{3^3}\cdot\sqrt[6]{4^2}=\sqrt[6]{27\cdot 16}=\sqrt[6]{432}$, имеем

$$=3\sqrt{3}+18\sqrt[3]{2}+12\sqrt[6]{432}+16$$

10 Исключите иррациональность в знаменателе:

1) $\dfrac{\grave{a}}{1-\sqrt{\grave{a}}}$; 2) $\dfrac{\grave{a}}{\sqrt[3]{\grave{a}}-\sqrt[3]{2}}$; 3) $\dfrac{\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}}{\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}}+\dfrac{\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}}{\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}}$.

Решение: Для исключения иррациональности в знаменателе дроби нужно подыскать простейшее из выражений, которое в произведении со знаменателем дает рациональное выражение, и умножить на подысканный множитель числитель и знаменатель данной дроби.

В более сложных случаях уничтожают иррациональность не сразу, а в несколько приемов.

1) В выражении $\dfrac{\grave{a}}{1-\sqrt{\grave{a}}}$ должно быть $\grave{a}\ge 0$ и $1-\sqrt{\grave{a}}\ne 0$.

Умножая числитель и знаменатель дроби на $1+\sqrt{\grave{a}}$, получим:

$$\frac{\grave{a}}{1-\sqrt{\grave{a}}}=\frac{\grave{a}\left(1+\sqrt{\grave{a}}\right)}{\left(1-\sqrt{\grave{a}}\right)\left(1+\sqrt{\grave{a}}\right)}=\frac{\grave{a}\left(1+\sqrt{\grave{a}}\right)}{1^2-\left(\sqrt{\grave{a}}\right)^2}=\frac{\grave{a}\left(1+\sqrt{\grave{a}}\right)}{1-\grave{a}}.$$

2) Умножая числитель и знаменатель дроби на неполный квадрат суммы, получим:

$$\frac{\grave{a}}{\sqrt[3]{\grave{a}}-\sqrt[3]{2}}=\frac{\grave{a}\left(\sqrt[3]{\grave{a}^2}+\sqrt[3]{2\grave{a}}+\sqrt[3]{4}\right)}{\left(\sqrt[3]{\grave{a}}-\sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{\grave{a}^2}+\sqrt[3]{2\grave{a}}+\sqrt[3]{4}\right)}=\frac{\grave{a}\left(\sqrt[3]{\grave{a}^2}+\sqrt[3]{2\grave{a}}+\sqrt[3]{4}\right)}{\left(\sqrt[3]{\grave{a}}\right)^3-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3}=\frac{\grave{a}\left(\sqrt[3]{\grave{a}^2}+\sqrt[3]{2\grave{a}}+\sqrt[3]{4}\right)}{\grave{a}-2}$$

3) Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}}{\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}}+\frac{\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}}{\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}}=$$

$$=\frac{\left(\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)\left(\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)}{\left(\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)\left(\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)}+\frac{\left(\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)\left(\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)}{\left(\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)\left(\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\tilde{o}+2+\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)^2+\left(\tilde{o}+2-\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)^2}{\left(\tilde{o}+2\right)^2-\left(\sqrt{\tilde{o}^2-4}\right)^2}=\frac{4\tilde{o}^2+8\tilde{o}}{4\tilde{o}+8}=\frac{\tilde{o}(4\tilde{o}+8)}{4\tilde{o}+8}=\tilde{o}$$

Решая данный пример, мы должны иметь в виду, что каждая дробь имеет смысл, т.е. знаменатель каждой дроби отличен от нуля. Кроме того, $\tilde{o}^2-4\geq 0$.

Содержание заданий

1 Упростить выражения:

1) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$; 2) $\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^3$; 3)$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}$; 4) $\sqrt[6]{a^4}$

2 Вычислить:

1) $\sqrt[3]{-27}$	2) $\sqrt[4]{16*625}$	3) $\sqrt[3]{9}*\sqrt[6]{9}$
4) $\sqrt[4]{81}$	5) $\sqrt[5]{32*243}$	6) $\sqrt[7]{16}*\sqrt[7]{-8}$
7) $\sqrt[5]{-32}$	8) $\sqrt[3]{8*343}$	9) $\sqrt[5]{27}*\sqrt[5]{9}$
10) $\sqrt[3]{64}$	11) $\sqrt[4]{0{,}0001*16}$	12) $\sqrt[3]{-25}*\sqrt[6]{25}$
13) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$	14) $\sqrt[5]{160*625}$	15) $\frac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}}$
16) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$	17) $\sqrt[3]{24*9}$	18) $\frac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$
19) $\sqrt[3]{\frac{-27}{8}}$	20) $\sqrt[4]{48*27}$	21) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{-9}}$
22) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$	23) $\sqrt[3]{75*45}$	24) $\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{2}}$

3 Вычислить:

1) $0{,}6\sqrt{36}$;	15) $2\sqrt{6}*\left(-\sqrt{6}\right)$
2) $-2{,}5\sqrt{25}$;	16) $-\left(3\sqrt{5}\right)^2$;

3) $\sqrt{0{,}49}+\sqrt{0{,}16}$;

4) $\sqrt{0{,}64}-\sqrt{0{,}04}$;

5) $-\sqrt{0{,}0036}+\sqrt{0{,}0025}$;

6) $\sqrt{0{,}01}-\sqrt{0{,}0001}$;

7) $\frac{1}{3}\sqrt{0{,}81}-1$;

8) $4-10\sqrt{0{,}01}$;

9) $(\sqrt{8})^2$;

10) $(-\sqrt{26})^2$;

11) $0{,}49+2(\sqrt{0{,}4})^2$;

12) $3(\sqrt{11})^2-\sqrt{6400}$;

13) $(2\sqrt{6})^2+(-3\sqrt{2})^2$;

14) $-0{,}1(\sqrt{120})^2-\left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2$;

17) $\sqrt{1{,}44}-2(\sqrt{0{,}6})^2$;

18) $(0{,}1\sqrt{70})^2+\sqrt{1{,}69}$;

19) $3\sqrt{0{,}16}-0{,}1\sqrt{225}$;

20) $0{,}2\sqrt{900}+1{,}8\sqrt{\frac{1}{9}}$;

21) $0{,}3\sqrt{1{,}21}*\sqrt{400}$;

22) $5:\sqrt{0{,}25}*\sqrt{0{,}81}$;

23) $10\sqrt{0{,}01}+(-\sqrt{2})^2$;

24) $0{,}3\sqrt{25}-\frac{1}{3}(\sqrt{2})^2$;

25) $0{,}5\sqrt{121}+3(\sqrt{0{,}81})$;

26) $\sqrt{144}*\sqrt{900}*\sqrt{0{,}01}$;

27) $\sqrt{400}-(4\sqrt{0{,}5})^2$;

4 Решить уравнения**:**

1) $x^2-0{,}01=0{,}03$ 2) $80+x^2=81$ 3) $19+x^2=10$

4) $20-x^2=-5$ 5) $3x^2=1{,}47$ 6) $\frac{1}{4}x^2=10$

7) $\frac{1}{2}x^2=32$ 8) $-5x^2=1{,}8$ 9) $(x-3)^2=25$

10) $(x+4)^2=9$ 11) $(x-6)^2=7$ 12) $(x+2)^2=6$

5 Вынести множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{12}$; 2) $\sqrt{18}$; 3) $\sqrt{80}$; 4) $\sqrt{48}$; 5) $\sqrt{125}$; 6) $\sqrt{108}$ 7) $\sqrt{12}$; 8) $\sqrt{366}$; 9) $\frac{1}{2}\sqrt{24}$; 10) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; 11) $-\frac{1}{7}\sqrt{147}$; 12) $-\frac{1}{5}\sqrt{275}$; 13) $0{,}1\sqrt{20000}$; 14) $-0{,}05\sqrt{28800}$; 15) $\sqrt{20}$; 16) $\sqrt{98}$; 17) $\sqrt{200}$; 18) $\sqrt{160}$; 19) $0{,}2\sqrt{75}$; 20) $0{,}7\sqrt{300}$; 21) $-0{,}125\sqrt{192}$; 22) $-\frac{1}{3}\sqrt{450}$;

6. Упростить:

1) $(\sqrt{12}+\sqrt{15})*\sqrt{3}$ 2) $\sqrt{5}(3\sqrt{5}+5\sqrt{8})$

3) $(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})*2\sqrt{3}$ 4) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})*\sqrt{5}+\sqrt{60}$

5) $(\sqrt{328}-2\sqrt{3}+\sqrt{37})*\sqrt{7}+\sqrt{84}$ 6) $(\sqrt{12}+2\sqrt{18})*\sqrt{2}-\sqrt{96}$

7) $\sqrt{3}(\sqrt{12}-2\sqrt{27})$ 8) $(5\sqrt{2}-7\sqrt{3})*\sqrt{6}$

9) $\sqrt{8}-(\sqrt{10}-\sqrt{5})*\sqrt{5}$ 10) $\sqrt{48}-2\sqrt{3}(2-5\sqrt{12})$

11) $(1+3\sqrt{2})(1-2\sqrt{2})$ 12) $(3+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

13) $(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$ 14) $(\sqrt{5}-\sqrt{8})(\sqrt{5}-3\sqrt{2})$

15) $(2\sqrt{5}+\sqrt{12})(\sqrt{12}-\sqrt{5})-\sqrt{135}$ 16) $(3\sqrt{2}-\sqrt{27})(\sqrt{27}-\sqrt{2})-\sqrt{54}$

17) $(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)$ 18) $(5\sqrt{7}-\sqrt{13})(\sqrt{13}+5\sqrt{7})$

19) $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$ 20) $(0.5\sqrt{14}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-0.5\sqrt{14})$

21) $(1+3\sqrt{5})^2$ 22) $(2\sqrt{3}-7)^2$

23) $(2\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$ 24) $(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})^2$

25) $(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2-\sqrt{120}$ 26) $\sqrt{60}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$

27) $(\sqrt{14}-3\sqrt{2})^2+6\sqrt{28}$ 28) $(3\sqrt{5}+\sqrt{15})^2-10\sqrt{27}$

7. Являются ли данные равенства тождествами?

1)5-(3$\sqrt{\frac{4}{9}}+\frac{1}{3}$) $=25$

2)11(0,15$\sqrt{1600}$-0,29$\sqrt{400}$=55

3)($\sqrt{225}+3\sqrt{121}$) ($\frac{2}{3}\sqrt{0,09}+0,78\sqrt{100}$)=6

4) (-6$\sqrt{\frac{1}{4}}+\frac{\sqrt{324}}{2}*\frac{\sqrt{0,16}}{0,2}$): $\sqrt{25}$=3

6 а) $\sqrt{4\cdot 144\cdot 0,25}$; б) $\sqrt{9\cdot 121\cdot 64}$; в) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{40}$; г) $\sqrt{72\cdot 32}$.

7 а) $\sqrt{13^2-12^2}$; б) $\sqrt{313^2-312^2}$; в) $\sqrt{4,9\cdot 360}$; г) $\sqrt{160\cdot 6,4}$.

8 а) $\sqrt{0,09}+\sqrt{0,16}$; б) $\sqrt{0,16}-\sqrt{0,09}$; в) $7\sqrt{0,01}-\sqrt{0,09}$.

9 а) $\sqrt{2}+3\sqrt{32}+0,5\sqrt{128}-6\sqrt{18}-\sqrt{2\grave{a}^2}+\sqrt[4]{\grave{a}^4 4}$;

10 $20\sqrt{245}-\sqrt{5}+\sqrt{125}-2{,}5\sqrt{180}+\sqrt{\left(x^2-2\right)^2}-\sqrt[4]{\left(2-x^2\right)^4}$

11 а) $\left(\sqrt[3]{4\tilde{o}^2}\right)^2$; б) $\left(2\sqrt[3]{3\tilde{o}^2}\right)^3$; в) $\left(2+3\sqrt{3}\right)^2$; г) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$.

12 а) $\left(\grave{a}^2\tilde{o}\cdot\sqrt[3]{3\grave{a}^2\tilde{o}}\right)^4$; б) $\left(\sqrt{3}-2\sqrt[3]{2}\right)^3$; в) $\left(\sqrt[6]{2}-\sqrt{2}\right)^2$.

13 а) $\left(\sqrt{11+6\sqrt{2}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}\right)^2$.

14 а) $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$; б) $\dfrac{2}{2+\sqrt{3}}$; в) $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}$; г) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$; 5) $\dfrac{2}{\sqrt{\grave{a}}+\sqrt{\tilde{o}}}$.

15 а) $\dfrac{2}{\sqrt{11}-3}-\dfrac{7}{\sqrt{11}-2}$; б) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}-\dfrac{2}{\sqrt{7}+2}-2\sqrt{7}$; в) $\dfrac{\grave{a}}{\sqrt[3]{\grave{a}}-\sqrt[3]{\tilde{o}}}$;

16 а) $\dfrac{\tilde{o}-\acute{o}}{\sqrt{\tilde{o}+\acute{o}}}$; б) $\dfrac{1-\grave{a}}{\sqrt{1-\sqrt{\grave{a}}}}$; в) $\dfrac{\tilde{o}+\acute{o}}{\sqrt{\tilde{o}}-\acute{o}}$.

17 а) $\dfrac{12}{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt[4]{3}}$; в) $\dfrac{47}{2\sqrt{3}-\sqrt[4]{3}}$.

Найдите значение выражения:

18 $\dfrac{9}{5-\sqrt{7}}+\dfrac{22}{7+\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$;

19 $\left(\dfrac{12}{\sqrt{15}-3}-\dfrac{28}{\sqrt{15}-1}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}\right)\left(6-\sqrt{3}\right)$;

20 $\sqrt[6]{\dfrac{64}{100\,000\,000}}\cdot\sqrt[4]{39\dfrac{1}{16}}:\sqrt[3]{-3\dfrac{19}{27}}$;

21 $\sqrt[5]{1\dfrac{11}{16}\cdot 4{,}5-\dfrac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{288}}}$;

22 $\dfrac{\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}}$;

23 $\sqrt[3]{3\dfrac{3}{8}}+\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{4\dfrac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{256}}$.

Тема 2.2 Степень с действительным показателем

Практическое занятие 7 Действия со степенями (2ч)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о правилах действия со степенями с использованием свойств степеней;
- формирование умений по преобразованию и вычислению значений выражений , содержащих степень с .действительным показателем

Краткие теоретические сведения

1 Степенью действительного числа a с натуральным показателем n называется выражение

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ раз}, \quad где \quad a \in R,\ n \in N.$$

Свойства степеней с натуральным показателем

2 Умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

3 Деление степеней с одинаковыми основаниями

$$a^n/a^m = a^{n-m} \quad (n > m)$$

4 Степень произведения

$$(ab)^n = a^n b^n$$

5 Степень частного

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$$

6 Двойное возведение в степень

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

7 $0^n = 0$

8 $1^n = 1$

9 $a^1 = a$

10 Возведение отрицательного числа в четную степень

$$(-a)^{2n} = a^{2n} \ (a > 0)$$

11 Возведение отрицательного числа в нечетную степень

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \ (a > 0)$$

Свойства степеней с целым показателем

12 Нулевая степень

$$a^0 = 1 \ \ (a \neq 0)$$

13 Выражение 0^0 не определено.

14 Отрицательная степень

$$a^{-r} = 1/a^r, \ \text{где } r \in Q, \ a \neq 0.$$

Свойства степеней с рациональным показателем

15 Степенью положительного действительного числа a с рациональным показателем p/q называется выражение

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \quad \text{где} \quad a \geq 0, \ p \in Z, \ q \in N.$$

Свойства степеней с действительным показателем

16 Определение степени с иррациональным показателем β:

$$a^{\beta} = \lim_{r_n \to \beta} a^{r_n},$$

где r_n представляет собой произвольную последовательность рациональных чисел, сходящуюся к показателю β.

17 Для любых действительных показателей u, v при условии $a > 0$ и $b > 0$ справедливы следующие действия со степенями:

$$a^u a^v = a^{u+v}, \quad \left(a^u\right)^v = a^{uv}, \quad a^{-u} = \frac{1}{a^u}, \quad \frac{a^u}{a^v} = a^{u-v}, \quad (ab)^u = a^u b^v, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^u = \frac{a^u}{b^v}.$$

Содержание заданий

Вычислить

$\left(\sqrt{32}\right)^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\sqrt{27}\right)^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$\left(\sqrt{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
$4^{-\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$
$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
$\left(\sqrt{7}\right)^{2}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{8}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{10}$	$\left(\sqrt{6}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{6}$	$\left(\sqrt{3}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{0}$
$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
$\left(\frac{1}{2}\right)^{5}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{4}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$
3^4	4^3	2^4	5^3	2^5	3^3	5^0	2^3

Практическое занятие 8 Преобразование степенных и иррациональных выражений (2ч)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о правилах преобразования степенных и иррациональных выражений, с использованием свойств степеней и корней;

– формирование умений по преобразованию и вычислению значений степенных и иррациональных выражений с использованием основных свойств.

Содержание заданий

1 Представьте выражение $\sqrt[5]{b\sqrt[6]{b^4}}:\sqrt[3]{b^2\sqrt{b^3}}$ в виде степени.

2 Найдите значение выражения: $((\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}\cdot 49^{\frac{1}{2}}-16^{\frac{1}{4}}\cdot(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}})^{-1}$.

3 Выполните действия: $(\sqrt[3]{25x^2}-\sqrt[3]{16y^2}):(\sqrt[3]{5x}-\sqrt[3]{4y})$.

4 Выполните действия: $\frac{x^{\frac{5}{4}}-x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{4}}}:\frac{x^{\frac{1}{2}}-1}{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{4}}}$

5 Вычислите: $(0{,}001)^{-\frac{1}{3}}+27^{-2\frac{1}{3}}+(6^0)^5\cdot 2-3^{-4}\cdot 81^{-\frac{3}{2}}\cdot 27$

6 Вычислите: $64^{-\frac{5}{6}}-(0{,}125)^{-\frac{1}{3}}-32\cdot 2^{-4}\cdot 16^{-1\frac{1}{2}}+(3^0)^4\cdot 4$

7 Найдите значение выражения: $\sqrt{16-\sqrt{31}}\cdot\sqrt{\sqrt{31}+16}$

8 Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, если $a<0$, $c\leq 0$

9 Упростите выражение: $(p^{-1}\cdot q^{\frac{5}{4}}\cdot(p^{3{,}5}\cdot q^{-\frac{1}{8}})^2)^{-1}$

10 Представьте выражение $\sqrt[6]{\sqrt[5]{ac}}\cdot\sqrt[3]{a^2c}$ в виде степени.

11 Определите знак разности $\sqrt[3]{5}-\sqrt{2\sqrt[3]{3}}$

12 Найдите значение x, если $7^{2{,}5}=7^{\frac{1}{2}}\cdot 49\cdot x^{0{,}5}$

13 Упростите выражение: $\frac{\sqrt[6]{y^2}-4}{\sqrt[6]{y}+2}+2$

14 Упростите выражение: $\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{4}}-1}-\sqrt[4]{a}$

15 Упростите выражение: $\frac{1+a}{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}-2a^{\frac{1}{6}}$

16 Упростите выражение: $\frac{x^{\frac{3}{4}}+1}{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{4}}+1}-2x^{\frac{1}{8}}$

17 Упростите выражение: $\frac{1-y^{\frac{3}{2}}}{1+y^{\frac{1}{2}}+y}+2\sqrt{y}$

18 Вычислите: $0{,}3\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}-0{,}1$

19 Вычислите: $0{,}1\cdot\sqrt{20}:\sqrt{45}-2\frac{17}{30}$

20 Вычислите: $\frac{\sqrt{22}-\sqrt{2}}{\sqrt{11}-11}\cdot\sqrt{11}$

21 Найдите значение выражения $\frac{y^{0,5}}{y^{0,5}+4}+\frac{4\cdot y^{0,5}}{y-16}$ при y=18

Тема 2.3 Логарифм и его свойства

Практическое занятие 9 Логарифм числа (2ч.)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о логарифме числа и его свойствах;
– формирование умений по преобразованию и вычислению значений логарифмических выражений с использованием основных свойств логарифма.

Краткие теоретические сведения

Логарифмом положительного числа ***b*** по основанию ***a***, где ***a***>0, ***a***$\neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число ***a***, чтобы получить ***b***.»

$$\log_a b = x, \Leftrightarrow \quad a^x = b.$$

Два основных тождества:

1 $a^{\log_a b} = b.$

2 $\log_a a^n = n.$

Свойства логарифмов:

1 $\log_a 1 = 0.$

2 $\log_a a = 1.$

3 $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c.$

4 $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$

5 $\log_a b^n = n\log_a b.$

6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$

7 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$

8 $\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b.$

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию **10** и пишут $lg\ b$ вместо $\log_{10} b.$

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию ***e,*** где ***e*** - иррациональное число, приближенно равное 2,7. При этом пишут $ln\ b$, вместо $\log_e b.$

Рекомендации по выполнению заданий

1 $\log_3 9 = 2$ *Читаем: логарифм 9 по основанию 3 равен 2*

2 $\log_2 8 = 3$, т. к. $2^3 = 8$

3 $\log_5 25 = 2$, т. к. $5^2 = 25$

4 $\log_3 \frac{1}{81} = -4$, т. к. $3^{-4} = \frac{1}{81}$

5 $c^{\log c\ 8} = 8$; $5^{\log_5 9} = 9$

6 $\log_3 1 = 0$, т. к. $3^0 = 1$

7 $\log_{\frac{3}{7}} 1 = 0$, т. к. $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

8 $\log_5 5 = 1$, т. к. $5^1 = 5$

9 $\log_3(9 \cdot 27) = \log_3 9 + \log_3 27 = 2+3 = 5$

10 $\log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 (8 \cdot 2) = \log_4 16 = 2$

11 $\log_3\frac{9}{27}=\log_3 9-\log_3 27=2-3=-1$

12 $\log_4 8-\log_4 2=\log_4\frac{8}{2}=\log_4 4=1$

13 $\log_7 343^4=4\cdot\log_7 343=4\cdot3=12$

14 $4\cdot\log_4 2^4=\log_4 16=2$

15 $\log_{10} 7=\lg 7$

Содержание заданий

1 Вычислите

$\log_9\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2\sqrt{2})$	$\log_4\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{27}}}\frac{1}{\sqrt{243}}$	$\log_{27}\frac{1}{3\sqrt{3}}$	$\log_{125}\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(3\sqrt{3})$	$\log_{\frac{1}{\sqrt{32}}}\frac{1}{\sqrt{8}}$
$\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{2}$	$\log_{\sqrt{27}} 9$	$\log_{16}\sqrt{2}$	$\log_{\frac{1}{64}}\sqrt{32}$	$\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{3}$	$\log_{\sqrt{8}} 32$	$\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{27}$	$\log_{81}\sqrt{27}$
$3^{2\log_3 7}$	$27^{\log_3 2}$	$9^{-\log_3 4}$	$4^{3\log_4 3}$	$81^{-\log_3 2}$	$2^{3\log_2 5}$	$16^{-\log_2 3}$	$4^{-\log_2 9}$
$\log_6\sqrt{6}$	$\log_5\sqrt[3]{5}$	$\log_4\sqrt{2}$	$\log_{\sqrt{5}}\sqrt{125}$	$\log_{\sqrt[3]{9}} 9$	$\log_{\sqrt{3}} 9$	$\log_{\sqrt{7}} 7$	$\log_{\sqrt{27}}\sqrt{3}$
$\log_{\frac{1}{7}} 49$	$\log_{\frac{1}{27}} 3$	$\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{27}$	$\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{2}$	$\log_{\frac{1}{125}} 5$	$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}$	$\log_{\frac{1}{64}}\frac{1}{4}$	$\log_{\frac{1}{8}} 2$
$\log_{25} 125$	$\log_4 8$	$\log_{27} 9$	$\log_8 16$	$\log_{81} 27$	$\log_{32} 4$	$\log_8 128$	$\log_{16} 8$
$\log_8 2$	$\log_{49} 7$	$\log_{16} 2$	$\log_{27} 3$	$\log_{25} 5$	$\log_{64} 4$	$\log_{32} 2$	$\log_{81} 3$
$\log_4 16$	$\log_3 27$	$\log_5 125$	$\log_2 32$	$\log_3 9$	$\log_2 8$	$\log_3 81$	$\log_2 16$

2 Вычислите

1) а) $\log_3 27$; б) $\log_9\frac{1}{81}$ в) $\log_{\frac{1}{5}} 125$ г) $\log_{0,2} 5$

2) а) $\log_4 64$ б) $\log_7\frac{1}{49}$ в) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ г) $\log_{0,5} 2$

3) а) $\log_3 27$; б) $\log_9\frac{1}{81}$ в) $\log_{\frac{1}{5}} 125$ г) $\log_{0,2} 5$

4) а) $\log_4 64$ б) $\log_7 \frac{1}{49}$ в) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ г) $\log_{0,5} 2$

5) а) $\log_{98} 1$ б) $\log_{12} 12$ в) $\log_9 9^5$ г) $\log_{79} 1$

6) а) $\log_{71} 71$ б) $\log_{0,78} 0,78^4$

7) а) $\lg\left(10\sqrt[5]{100}\right)$; б) $\log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} 1/2 + \log_{2,5} 0,4$;

8) а) $6^{3\log_6 3}$; б) $9^{\log_3 6 - 1,5}$

Практическое занятие 10 Логарифмирование и потенцирование алгебраических выражений (2ч.)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о логарифме числа и его свойствах;
- формирование умений по преобразованию простейших выражений, включающих операцию потенцирования и операцию логарифмирования

Краткие теоретические сведения

Логарифмом положительного числа ***b*** по основанию ***a***, где ***a*** >0, ***a*** $\neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число ***a***, чтобы получить ***b***.»

$$\log_a b = x, \Leftrightarrow \quad a^x = b.$$

Два основных тождества:

1 $a^{\log_a b} = b.$

2 $\log_a a^n = n.$

Свойства логарифмов:

1 $\log_a 1 = 0.$

2 $\log_a a = 1.$

3 $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c.$

4 $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$

5 $\log_a b^n = n\log_a b.$

6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$

7 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$

8 $\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b.$

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию **10** и пишут $lg\, b$ вместо $\log_{10} b.$

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию ***e,*** где ***e*** - иррациональное число, приближенно равное 2,7. При этом пишут $ln\, b$, вместо $\log_e b.$

Если некоторое выражение *A* составлено из положительных чисел *x*, *y*, *z* с помощью операций умножения, деления и возведения в степень, то, используя свойства логарифмов, можно выразить $\log_a A$ через логарифмы чисел *x*, *y*, *z*. Такое преобразование называют ***логарифмированием***.

Преобразование, заключающееся в нахождении выражения, логарифм которого представлен через логарифмы некоторых чисел, называют ***потенцированием***.

При выполнении данного преобразования используется следующее утверждение.

Теорема. Равенство $\log_a t = \log_a s$, где $a > 0, a \neq 1, t > 0, s > 0,$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

Рекомендации по выполнению заданий

Пример 1. Известно, что положительные числа *x*, *y*, *z*, *t* связаны соотношением $x=\frac{yz^3}{\sqrt[3]{t}}$. Выразить $\log_a x$ через логарифмы по основанию *a* чисел *y*, *z*, *t*.

Решение: 1) Логарифм дроби равен разности логарифмов числителя и знаменателя:

$$\log_a \frac{yz^3}{\sqrt[3]{t}}=\log_a\left(yz^3\right)-\log_a \sqrt[3]{t}.$$

2) Логарифм произведения равен сумме логарифмов множителей: $\log_a\left(yz^3\right)=\log_a y+\log_a z^3$.

3) Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени: $\log_a z^3=3\log_a z$;

$$\log_a \sqrt[3]{t}=\log_a t^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\log_a t.$$

4) В итоге получаем

$$\log_a x=\log_a\left(yz^3\right)-\log_a \sqrt[3]{t}=\log_a y+\log_a z^3-\frac{1}{3}\log_a t=\log_a y+3\log_a z-\frac{1}{3}\log_a t$$

Пример 2. Известно, что $\lg x=2\lg y-\lg z+0{,}5\lg t$. Выразить *x* через *y*, *z*, *t*.

Решение: Согласно свойству логарифма степени имеем:

$$2\lg y=\lg y^2,\quad 0{,}5\lg t=\lg t^{0{,}5}=\lg\sqrt{t}.$$

$$2\lg y-\lg z+0{,}5\lg t=\lg y^2+\lg\sqrt{t}-\lg z=\lg\frac{y^2\sqrt{t}}{z}.$$

Итак, $\lg x=\lg\frac{y^2\sqrt{t}}{z}$ и, следовательно, $x=\frac{y^2\sqrt{t}}{z}$.

Содержание заданий

1 Известно, что положительные числа *x, a ,b* и *c* связаны соотношением $x=\frac{ac^3}{b^2}$. Выразить $\log_n x$ через логарифмы по основанию *n* чисел *a, b, c*.

2 Известно, что положительные числа *y, a ,b* связаны соотношением $y=ab^6$. Выразить $\log_c y$ через логарифмы по основанию *c* чисел *a* и *b*.

3 Известно, что положительные числа *x, a ,b* и *c* связаны соотношением $x=\frac{ab^2}{c}$. Выразить $\log_n x$ через логарифмы по основанию *n* чисел *a, b, c*.

4 Прологарифмируйте по основанию 2:

а) $16a^2b^3$; б) $48a\sqrt{a\cdot b^4}$

5 Прологарифмируйте по основанию 3:

а) $27ab^6$; б) $\frac{\sqrt[5]{3}a^3b^2}{3}$.

6 Прологарифмируйте по основанию 5:

а) $125a^4 \div b^4$ б) $\frac{25\sqrt{5}\,b^7}{c^3}$

7 Найдите число *x* по данному его логарифму:

а) $\log_5 x=\log_5 100-\log_5 2$; б) $\log_{\frac{1}{7}} x=\log_{\frac{1}{7}} 18-\log_{\frac{1}{7}} 36+\log_{\frac{1}{7}} 5$.

в) $\log_2 x=\log_2 72-\log_2 9$; г) $\log_{\frac{1}{2}} x=\log_{\frac{1}{2}} 19-\log_{\frac{1}{2}} 38+\log_{\frac{1}{2}} 3$.

д) $\log_7 x=\log_7 14-\log_7 98$ е) $\log_{0,2} x=\log_{0,2} 93+\log_{0,2} 4-\log_{0,2} 31$

8 Решите уравнение:

а) $\log_6 14+\log_6 x=\log_6 70$; б) $\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x}{7}\right)=\log_{\sqrt{3}}10-\log_{\sqrt{3}}7$.

в) $\log_6 12+\log_6 x=\log_6 24$; г) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x}{3}\right)=\log_{\sqrt{2}}15-\log_{\sqrt{2}}6$.

д) $\log_4 5x=\log_4 35-\log_4 7$ е) $\log_{0,5}3+\log_{0,5}x=\log_{0,5}12$

Тема 2.4 Преобразование простейших выражений

Практическое занятие 11, 12 Преобразования алгебраических выражений. (4ч)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о корне *n*-й степени и его свойствах, о степени с действительным показателем и её свойствах, о логарифме числа и его свойствах;

– формирование умений по преобразованию и вычислению значений рациональных, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений с использованием основных свойств корня *n*-й степени, степени с действительным показателем, основных логарифмических тождеств и вычислительных средств.

Содержание заданий

1 Представьте выражение $\sqrt[5]{b\sqrt[6]{b^4}}:\sqrt[3]{b^2\sqrt{b^3}}$ в виде степени.

2 Найдите значение выражения: $((\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}\cdot 49^{\frac{1}{2}}-16^{\frac{1}{4}}\cdot(\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}})^{-1}$.

3 Выполните действия: $(\sqrt[3]{25x^2}-\sqrt[3]{16y^2}):(\sqrt[3]{5x}-\sqrt[3]{4y})$.

4 Выполните действия: $\dfrac{x^{\frac{5}{4}} - x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{4}}} : \dfrac{x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}}}$

5 Вычислите: $(0{,}001)^{-\frac{1}{3}} + 27^{-2\frac{1}{3}} + (6^0)^5 \cdot 2 - 3^{-4} \cdot 81^{-\frac{3}{2}} \cdot 27$

6 Вычислите: $64^{-\frac{5}{6}} - (0{,}125)^{-\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-1\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4$

7 Найдите значение выражения: $\sqrt{16 - \sqrt{31}} \cdot \sqrt{\sqrt{31} + 16}$

8 Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, если $a<0$, $c\leq 0$

9 Упростите выражение: $(p^{-1} \cdot q^{\frac{5}{4}} \cdot (p^{3{,}5} \cdot q^{-\frac{1}{8}})^2)^{-1}$

10 Представьте выражение $\sqrt[6]{\sqrt[5]{ac}} \cdot \sqrt[3]{a^2c}$ в виде степени.

11 Определите знак разности $\sqrt[3]{5} - \sqrt{2\sqrt[3]{3}}$

12 Найдите значение x, если $7^{2{,}5} = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 49 \cdot x^{0{,}5}$

13 Упростите выражение: $\dfrac{\sqrt[6]{y^2} - 4}{\sqrt[6]{y} + 2} + 2$

14 Упростите выражение: $\dfrac{a^{\frac{1}{2}} - 1}{a^{\frac{1}{4}} - 1} - \sqrt[4]{a}$

15 Упростите выражение: $\dfrac{1 + a}{1 - \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{a^2}} - 2a^{\frac{1}{6}}$

16 Упростите выражение: $\dfrac{x^{\frac{3}{4}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}} + 1} - 2x^{\frac{1}{8}}$

17 Упростите выражение: $\dfrac{1 - y^{\frac{3}{2}}}{1 + y^{\frac{1}{2}} + y} + 2\sqrt{y}$

18 Вычислите: $0{,}3 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15} - 0{,}1$

19 Вычислите: $0{,}1 \cdot \sqrt{20} : \sqrt{45} - 2\dfrac{17}{30}$

20 Вычислите: $\dfrac{\sqrt{22} - \sqrt{2}}{\sqrt{11} - 11} \cdot \sqrt{11}$

21 Найдите значение выражения $\dfrac{y^{0,5}}{y^{0,5}+4}+\dfrac{4\cdot y^{0,5}}{y-16}$ при y=18

22 Упростить выражения и вычислить их значения при заданных значениях параметров:

а) $\dfrac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\dfrac{2}{\sqrt{b}}}$ при $b=0{,}0025$;

б) $\left(\sqrt{\dfrac{abc+4}{a}}+4\sqrt{\dfrac{bc}{a}}\right):\left(\sqrt{abc}+2\right)$ при $a=0{,}04$.

23 Упростить:

а) $\left(\dfrac{12}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{71}{3+4\sqrt{5}}\right)\cdot\left(\dfrac{8}{\sqrt{5}-1}+\dfrac{11}{4+\sqrt{5}}\right)$;

б) $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$.

24 Упростить алгебраические выражения:

а) $\left(\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):(a-b)+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

б) $\left(\dfrac{3}{\sqrt{1+a}}+\sqrt{1-a}\right):\left(\dfrac{3}{\sqrt{1-a^2}}+1\right)$;

25 Упростите выражения и вычислите их значения при заданных значениях параметров:

а) $\dfrac{m^{-2}n^{-1}-m^{-1}n^{-2}}{m^{-2}-n^{-2}}-\dfrac{1}{m}\left(mn^{-1}+2+m^{-1}n\right)^{-1}$ при $m=0{,}003; n=0{,}007$;

б) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{\left(a^2-ab\right)^{\frac{2}{3}}}:\dfrac{a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}$ при $a=1{,}2; b=0{,}6$.

26 Найдите значения выражений:

а) $\dfrac{2}{5}\left(\log_3 81+16^{\log_2 3}\right)^{\log_{85} 25}$;

б) $10^{3-\lg 4}-49^{\log_7 15}$;

в) $3^{2-\log_3 5}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$;

г) $9^{3-\log_3 54}+7^{-\log_7 2}$.

Практическое занятие 13 Контроль знаний по разделу Корни, степени, логарифмы (2ч.)

Цель: Определение качества усвоения обучающимися учебного материала, уровня овладения ими знаниями, умениями и навыками, предусмотренными программой по математике. Определить уровень усвоения учебного материала или в случае необходимости провести их коррекцию.

Работа содержит 2 варианта. Задания имеют разный уровень сложности.

РАЗДЕЛ 3 ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Тема 3.2 Параллельность прямых и плоскостей в пространстве

Практическое занятие 14 Взаимное расположение прямой и плоскости (2ч)

Практическое занятие 15 Взаимное расположение плоскостей (2ч)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях стереометрии, аксиомах стереометрии и следствиях из них, взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения параллельности;
- формирование умений по описанию взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения параллельности, применению основных теорем о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей.

Краткие теоретические сведения

1.1. Взаимное расположение прямых в пространстве

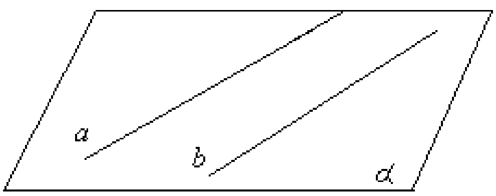


Рис. 1

Определение. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются (рис. 1).

Теорема. Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной и притом только одна.

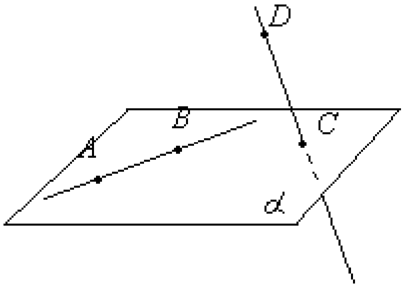


Рис. 2

Определение. Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости (рис. 2).

Теорема. Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещиваются.

Параллельность трех прямых.

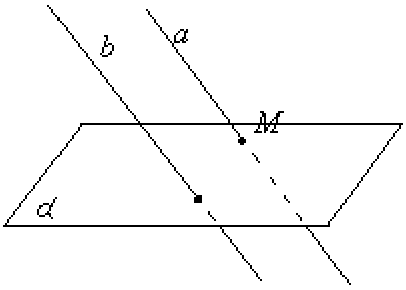


Рис. 3

Лемма. Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость (рис. 3).

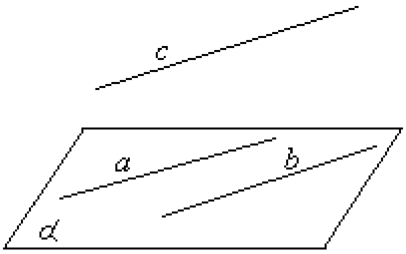


Рис. 4

Теорема. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны:

$$a\parallel c,\ b\parallel c \ \Rightarrow\ a\parallel b$$

Определение. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90^0.

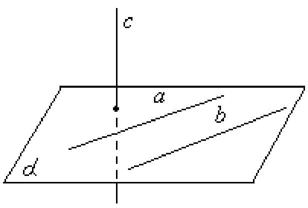


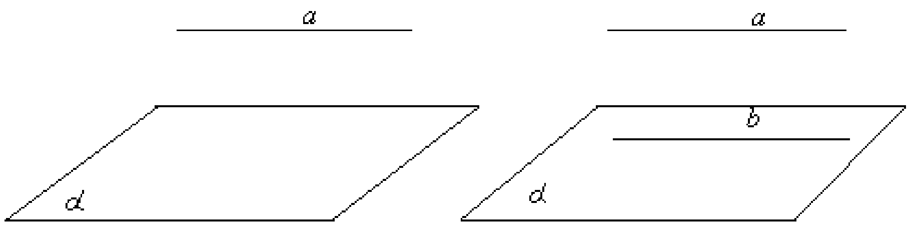
Рис. 5

Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой (рис. 5).

1.2. Параллельность прямой и плоскости

Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек (рис. 6(а)).

Теорема. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости (рис. 6(б)).



а) б)

Рис. 6

Теорема. Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

Сформулируем еще два утверждения, которые часто используются при решении задач.

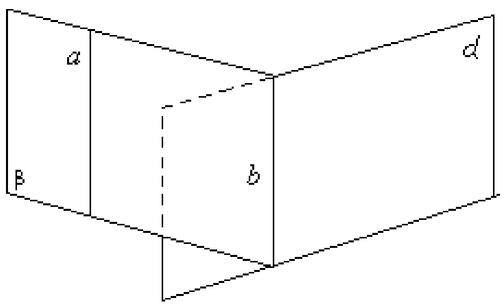


Рис. 7

1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой (рис. 7).

2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

Углы с сонаправленными сторонами.

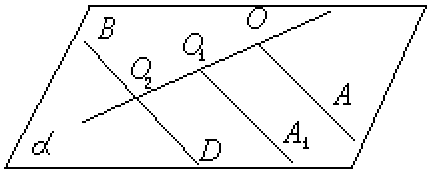


Рис. 8

Определение. Два луча OA и O_1A_1, не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной полуплоскости с границей OO_1 (рис.8).

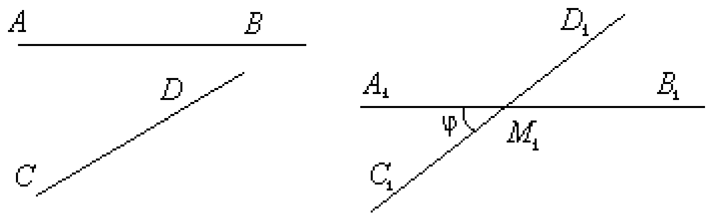
Лучи O_2B и O_2D, лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой.

Теорема. Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

Углы между скрещивающимися прямыми

Пусть AB и CD – две скрещивающиеся прямые (рис. 9(а)). Рассмотрим произвольную точку M_1 пространства и проходящие через нее прямые A_1B_1 и C_1D_1, соответственно параллельные прямым AB и CD (рис. 9(б)).

Пусть угол между прямыми A_1B_1 и C_1D_1 равен φ (на рисунке 9(б) $\angle A_1M_1C_1 = \varphi$). В таком случае будем говорить, что угол между скрещивающимися прямыми AB и CD равен φ.



а) б)

Рис. 9

1.3. Параллельность плоскостей

Определение. Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

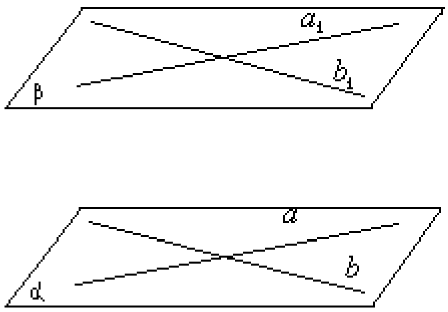


Рис. 10

Теорема. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны (рис. 10).

Свойства параллельных плоскостей

1 Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

2 Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.

Содержание заданий

1 Прочитайте записи и выполните рисунки: $a \cap \alpha = A, b \cap \alpha = B, a \cap b = C, C \notin \alpha.$ Докажите, что $B \notin a.$

2 Прочитайте записи и выполните рисунки: $M \notin a, a \in \alpha, M \in \alpha, a \in \beta, \beta \neq \alpha.$ Может ли точка M принадлежать плоскости β?

3 Запишите символически: “Прямая a лежит в плоскости α и не проходит через точку M, принадлежащую этой плоскости”.

4 Запишите символически и выполните рисунок: “Прямая a пересекает плоскость α в точке M, не принадлежащей прямой b, которая лежит в этой плоскости”. Можно ли провести плоскость через прямые a и b?

5 Запишите символически и выполните рисунок: “Две различные параллельные прямые a и b лежат в плоскости α. Плоскость β проходит через a и не совпадает с α”. Может ли прямая b пересечь плоскость β?

6 Докажите, что, если плоскость пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

7 Решите задачу 4 при условии, что отрезок AB пересекает плоскость.

8 Докажите, что если прямые AB и CD скрещивающиеся, то прямые AC и BD тоже скрещивающиеся.

9 Основание AD трапеции ABCD лежит в плоскости α. Через точки B и C

проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное расположение прямых EF и AB?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB, если $\angle ABC = 150°$? Ответ обоснуйте.

10 Дан пространственный четырёхугольник ABCD, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырёхугольника соединены последовательно отрезками.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырёхугольник – ромб.

11 Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть параллельными; скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

12 Через точку O, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_2B_2, если $A_1B_1 = 12см,\ B_1O : OB_2 = 3:4$.

13 Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами рёбер AB, BC и DD_1.

Тема 3.3 Перпендикулярность прямых и плоскостей

Практическое занятие 16 Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости (2ч)

Практическое занятие 17 Перпендикулярность плоскостей (2ч)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения перпендикулярности;
– формирование умений по описанию взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве с точки зрения отношения перпендикулярности, применению признака перпендикулярности прямой и плоскости, теоремы о трёх перпендикулярах, признака перпендикулярности плоскостей для вычисления углов и расстояний в пространстве.

Содержание заданий

1 Концы отрезка AB, не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояния 2,4 м и 7,6 м. Найдите расстояние от середины M отрезка AB до этой плоскости.

2 Перекладина длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

3 Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

4 Из вершины равностороннего треугольника ABC восставлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC, если $AD = 1$ дм, $BC = 8$ дм.

5 Диагональ куба равна 6см. Найдите:

а) Ребро куба.

б) Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

6 Сторона AB ромба ABCD равна p, а один из углов ромба равен $60°$. Через

сторону AB проведена плоскость α на расстоянии p/2 от точки D.

а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α.

б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла DABM, $M \in \alpha$.

в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α.

7 В равнобедренном прямоугольном треугольнике один из катетов лежит в плоскости а, а другой образует с ней угол 45^0. Найдите угол между гипотенузой данного треугольника и данной плоскостью.

8 Наклонная AB образует с плоскостью а угол 45^0, прямая AC, лежащая в этой плоскости, составляет угол 45^0 с ортогональной проекцией наклонной AB на плоскость а. Найдите угол BAC.

9 Точка K, не принадлежащая плоскости равностороннего треугольника, удалена от каждой его вершины на расстояние $\sqrt{13}$ см, а от каждой его стороны – на 2 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости треугольника.

10 Дан ромб со стороной a и углом 45^0. Точка L удалена от всех прямых, на которых лежат стороны ромба, на расстояние b. Найдите расстояние от точки L до плоскости ромба.

11 Угол между плоскостями двух равнобедренных треугольников ABC и BCD, имеющих общую боковую сторону BC, равен 90^0. Найдите

расстояние между точками A и D, если основание каждого треугольника равно a, а каждая боковая сторона равна b.

12 Угол между плоскостями двух равнобедренных треугольников ABC и BCD, имеющих общую боковую сторону BC, равен 120^0. Расстояние между точками A и D равно m. Основание каждого треугольника равно a. Найдите боковые стороны треугольников.

13 Внутри двугранного угла из точки M, принадлежащей его ребру, проведен к нему перпендикуляр, на котором отложен отрезок MN, в два раза больший своей ортогональной проекции на одну из граней двугранного угла. Найдите угол, который образует MN с другой гранью, если двугранный угол равен 100^0.

14 Из точки K, расположенной внутри двугранного угла, проведен перпендикуляр KL на его ребро. Расстояние от точки K до одной из его граней равно ортогональной проекции KL на эту грань. Этот же отрезок KL в два раза больше своей ортогональной проекции на другую грань. Найдите двугранный угол.

15 Через данную точку проведите прямую, параллельную данной плоскости и перпендикулярную данной прямой.

16 Через данную точку проведите плоскость, перпендикулярную двум данным плоскостям

17 В кубе $A…D_1$ вершина D соединена с серединой K диагонали A_1B грани ABB_1A_1. Найдите угол между прямыми DK и A_1B.

18 В кубе $A…D_1$ вершина C_1 соединена с центром O грани ABCD. Найдите угол между прямыми C1O и BD.

19 Из вершины C правильного шестиугольника ABCDEF к его плоскости проведен перпендикуляр CK. Определите (относительно углов) виды треугольников BCK, CDK, DEK, EFK.

20 Из вершины B квадрата ABCD к его плоскости проведен перпендикуляр BM. Определите (относительно углов) виды треугольников ABM, BCM, ADM и CDM.

21 Из вершины K треугольника KLM проведен к его плоскости перпендикуляр KN. Из точки N опущен перпендикуляр на сторону ML. Найдите условие, при котором этот перпендикуляр пересечет продолжение стороны ML.

22 Из вершины G треугольника GHP проведен перпендикуляр GQ. Из точки Q опущен перпендикуляр на сторону HP. Найдите условие, при котором этот перпендикуляр пройдет через одну из вершин H или P треугольника.

23 Из вершины угла к его плоскости проведена наклонная, которая составляет со сторонами угла равные углы. Докажите, что ортогональной проекцией этой наклонной является биссектриса данного угла.

24 Из точки E, не принадлежащей плоскости a, проведены к ней две наклонные EF и EG, образующие равные углы с прямой FG, лежащей в плоскости a. Докажите, что ортогональные проекции этих наклонных на плоскость a равны.

25 Докажите, что ортогональная проекция на данную плоскость b угла AOB, образованного двумя равными наклонными OA и OB к этой плоскости, больше угла между самими наклонными.

26 Докажите, что ортогональная проекция угла на плоскость, проходящую через одну из его сторон, меньше, равна или больше данного угла, смотря по тому, является ли данный угол соответственно острым, прямым или тупым.

РАЗДЕЛ 4 ФУНКЦИИ

Тема4.2 Свойства функций

Практическое занятие 18 Свойства функций (2ч)

Основные теоретические положения

Если даны числовое множество *X* и правило *f*, позволяющее поставить в соответствие каждому элементу *x* из множества *X* определенное число *y*, то говорят, что задана функция *y= f(x)* с областью определения *X*; пишут *y=f(x),* $x \in X$. При этом переменную *x* называют независимой переменной или аргументом, а переменную *y* – зависимой переменной.

Для области определения функции *y = f(x),* $x \in X$, иногда удобнее использовать обозначение *D(x)*. Например:

для функции $y = \sqrt{x}$, $x \geq 0$ имеем $D(f) = [0,+\infty)$;

для функции $y = \sqrt{x}$, $x \in [0,4]$ имеем $D(f) = [0,4]$.

Множество всех значений функции *y = f(x),* $x \in X$, называют областью значений функции и обозначают *E(y)*.

Если известен график функции, то область значений функции найти сравнительно нетрудно. Для этого достаточно спроектировать график на ось *Oy*.

Способы задания функции:

- графический;
- аналитический;
- табличный.

Свойства функций.

Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Обычно термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием монотонная функция, а исследование функции на возрастание или убывание называют исследованием функции на монотонность.

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу, если все значения функции больше некоторого числа (иными словами, если существует число m такое, что для любого значения x из области определения функции выполняется неравенство $f(x) > m$).

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху, если все значения функции меньше некоторого числа (иными словами, если существует число M такое, что для любого значения x из области определения функции выполняется неравенство $f(x) < M$).

Если функция ограничена и сверху, и снизу, то ее называют ограниченной.

Число m называют наименьшим значением функции $y=f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

1) в X существует такая точка x_0, что $f(x_0) = m$;
2) для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Число M называют наибольшим значением функции $y=f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

1) в X существует такая точка x_0, что $f(x_0) = M$;
2) для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Еще одно свойство – непрерывность функции на промежутке X – означает, что график функции на промежутке X – сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

Говорят, что непрерывная функция выпукла вниз, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, обнаруживают, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка (рис. 4(а)); непрерывная функция выпукла вверх, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, обнаруживают, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка (рис. 4(б)).

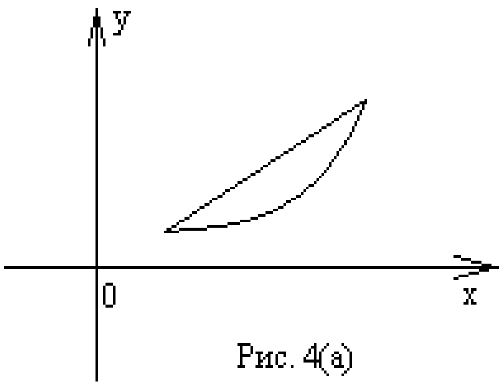


Рис. 4(а)

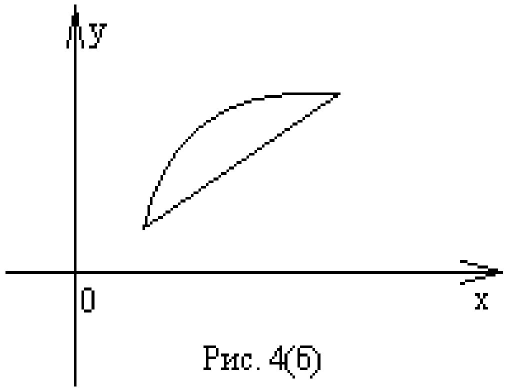


Рис. 4(б)

Функцию $y=f(x)$ $x \in X$, называют четной, если для любого значения x из множества X выполняется равенство

$$f(-x) = f(x).$$

Функцию $y = f(x)$ $x \in X$, называют нечетной, если для любого значения x из множества X выполняется равенство

$$f(-x) = -f(x).$$

Существуют и функции не являющиеся ни четными, ни нечетными.

Алгоритм исследования функции y = f(x) на четность.

1 Установить, симметрична ли область определения функции. Если нет, то объявить, что функция не является ни четной, ни нечетной. Если да – переходить ко второму шагу алгоритма.

2 Найти $f(-x)$.

3 Сравнить $f(x)$ и $f(-x)$:

а) если $f(-x) = f(x)$, то функция – четная;

б) если $f(-x) = -f(x)$, то функция – нечетная;

в) если хотя бы в одной точке $x \in X$ выполняется соотношение $f(-x) \neq f(x)$ и хотя бы в одной точке $x \in X$ выполняется соотношение $f(-x) \neq -f(x)$, то функция не является ни четной, ни нечетной.

Рекомендации по выполнению заданий

Пример 1 Дана функция $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$. Найти $f(0), f(1), f(-1), f(2)$.

Решение. Чтобы вычислить значение $f(0)$, необходимо в данную функцию вместо аргумента x подставить его значение $x = 0$. Имеем $f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 0 - 1 = -1$.

Аналогично получим $f(1) = -1$, $f(-1) = -5$ и $f(2) = 1$.

Пример 2 Найти область определения функции:

1) $y = x^2$;
2) $y = \frac{1}{x}$;
3) $y = \frac{1}{2x-6}$;
4) $y = \frac{1}{x^2-5x+6}$;
5) $y = \sqrt{x}$;
6) $y = \sqrt{\frac{3x-2}{2x+6}}$.

Решение. 1) Здесь на x не накладывается никаких ограничений, поэтому функция $y = x^2$ определяется на множестве R.

2) Если $x=0$, то y не имеет числового значения (на ноль делить нельзя). Для всех значений (кроме нуля) y принимает действительные значения, поэтому областью определения служит вся числовая ось, кроме $x=0$.

3) Функция определена для всех значений x, кроме тех, при которых знаменатель дроби обращается в ноль. Решив уравнение $2x - 6 = 0$, найдем его корень $x = 3$. Таким образом, область определения $D(y)$ есть вся числовая ось, кроме точки $x = 3$.

4) Функция определена для всех значений x, кроме тех, при которых знаменатель дроби обращается в ноль. Решив уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$, найдем его корни $x_1 = 2$ и $x_2 = 3$. Следовательно, область определения $D(y)$ – вся числовая ось, кроме точек $x_1 = 2$ и $x_2 = 3$.

5) Квадратные корни определены для неотрицательных чисел. Поэтому функция $y = \sqrt{x}$ определена для всех значений x, удовлетворяющих неравенству $x \geq 0$, т.е. $0 \leq D(y) < \infty$.

8) Функция определена для всех значений x, удовлетворяющих неравенству $\sqrt{\frac{3x-2}{2x+6}} \geq 0$.

Таким образом, $\sqrt{\frac{3x-2}{2x+6}} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x > -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq \frac{2}{3} \\ x < -3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{2}{3} \\ x < -3 \end{array}\right.$. Следовательно, областью определения функции является совокупность промежутков: $D(y) = \left[\begin{array}{l} x < -3 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Пример 3 Для функции $y = \sqrt{x}$ имеем $E(f) = [0, +\infty)$ (рис. 1); для функции $y = \sqrt{x}$, $x \in [0,4]$ имеем $E(f) = [0,2]$ (рис. 2).

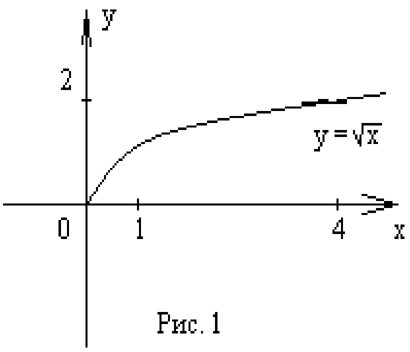


Рис. 1

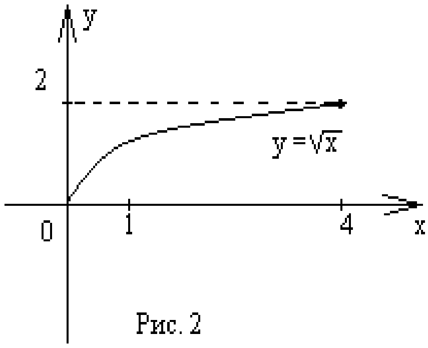


Рис. 2

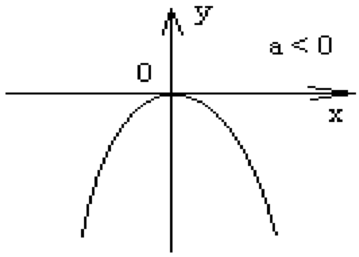


Рис.3

Пример 4 Исследовать на монотонность функцию $y = x^3 + 2$.

Решение. Если $x_1 < x_2$, то $-2x_1 > -2x_2$; далее имеем $5-2x_1 > 5-2x_2$, т.е. $f(x_1) > f(x_2)$.

Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, а это означает, что заданная функция убывает в своей области определения (на всей числовой прямой).

Приме 5 Исследовать на ограниченность функцию $y = \sqrt{16 - x^2}$.

Решение. С одной стороны, вполне очевидно неравенство $\sqrt{16 - x^2} \geq 0$

(по определению квадратного корня, $\sqrt{a} \geq 0$). Это означает, что функция ограничена снизу.

С другой стороны, имеем $16 - x^2 \leq 16$, а потому $\sqrt{16 - x^2} \leq 4$.

Это означает, что функция ограничена сверху.

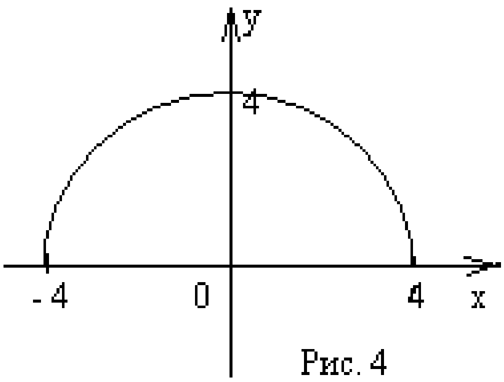


Рис. 4

На рисунке 4 представлен график данной функции – верхняя полуокружность окружности $x^2 + y^2 = 16$. Ограниченность функции и сверху, и снизу прочитывается по графику довольно легко.

Пример 6 Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sqrt{16 - x^2}$.

Решение. Если прибегнуть к графику функции (рис. 4), то будет очевидным, что наименьшее значение функции $y_{наим} = 0$ (этого значения функция достигает в точках *x=–4, x=4*), а наибольшее значение функции $y_{наиб} = 4$ (этого значения функция достигает в точке *x = 0*).

Пример 7 Доказать, что $y = x^2 + 1$ – четная функция.

Решение. Имеем: $f(x) = x^2 + 1$, $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1$. Значит, для любого *x* выполняется равенство $f(-x) = f(x)$, т.е. функция является четной.

Пример 8 Исследовать на четность функцию $y = 4 - x$.

Решение. Имеем: $f(x) = 4 - x$, $f(-x) = 4 - (-x) = 4 + x$. Как видим, здесь не выполняется ни тождество $f(-x) = f(x)$, ни тождество $f(-x) = -f(x)$.

Итак, функция может быть четной, нечетной, а также ни той ни другой. Если функция *y=f(x)* – четная или нечетная, то ее область определения *D(x)* – симметричное множество (если числовое множество *X* вместе с каждым своим элементом *x* содержит и противоположный элемент –х, то *X* называют симметричным множеством). Если же *D(x)* – несимметричное множество, то функция *y=f(x)* не является ни четной, ни нечетной.

Пример 9 Исследовать на четность функцию 1) $y = |x|,\ x \in [-2,\ 2]$; 2) $y = x^3,\ x \in (-5,\ 5]$.

Решение.

1) $D(f) = [-2,\ 2]$ - симметричное множество, и для всех *x* выполняется равенство $|-x| = |x|$; значит заданная функция – четная.

2) Функция задана на полуинтервале, который не является симметричным множеством (в самом деле, точка 5 принадлежит полуинтервалу (–5, 5], а противоположная точка –5 не принадлежит этому полуинтервалу), значит функция ни четная, ни нечетная.

Заметим, что график четной функции симметричен относительно оси *Oy* (рис. 5), а график нечетной функции симметричен относительно начала координат (рис. 6).

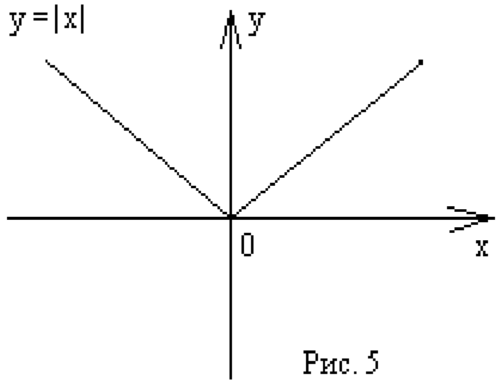


Рис. 5

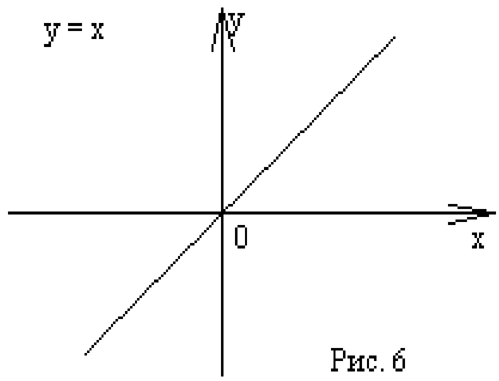


Рис. 6

Содержание заданий

1 Дана функция $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}^4 - \mathrm{x}^3 + 2^\mathrm{x} + 4$. Найдите $\mathrm{f}(0), \mathrm{f}(-1), \mathrm{f}(2)$.

2 Дана функция $s(t) = \mathrm{t}^2 - 6\mathrm{t} + 8$. Найдите $\mathrm{s}(0), s(2), \mathrm{f}(-1)$.

3 Дана функция $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}^4 - \mathrm{x}^2 + 1$. Покажите, что $\mathrm{f}(1) = \mathrm{f}(-1)$.

4 Дана функция $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}^5 + \mathrm{x}^3$. Покажите, что $\mathrm{f}(2) = -\mathrm{f}(-2)$.

5 Найдите область определения функций:

а) $y = x^2$;

б) $y = x^2 - 1$;

в) $y = x^3 + 1$

г) $y = \frac{x^2-4}{x+2}$;

д) $y = \frac{4x-1}{3x^2-5x-2}$;

е) $y = \sqrt{18 - 6x}$;

ж) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-5}$;

з) $y = \sqrt{\frac{x-8}{12-x}}$.

6 Начертите график какой-нибудь функции для которой:

а) D(x)= $[-1;3]$, E(y)= $[-2;3]$; б) D(x)= $[-2;2]$, E(y)= $[-1;3]$

7 Постройте график функции $y = \dfrac{2x+6}{3}$. При каких значениях x выполняется неравенство $0 \le y \le 4$?

8 Постройте график функции $y = -\dfrac{5}{2x}$. При каких значениях x функция принимает значения, большие -5?

9 Постройте график функции $y = x^2 - 2x + 3$. Какие значения принимает функция, если $0 \le x \le 3$?

10 Постройте график функции $y = -2x^2 + 4x - 3$. При каких значениях x функция принимает значения, большие –3?

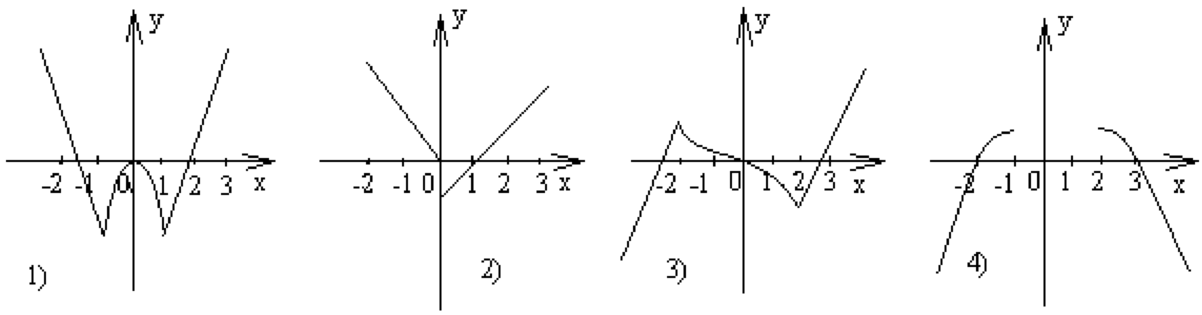
11 Постройте график функции $\begin{cases} 3 + 2x, & \textit{если} \;\; x < 0, \\ 3 - 2x, & \textit{если} \;\; x \ge 0. \end{cases}$

12 Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = 2x^2$

а) на отрезке [–2, 2]; в) на луче $[-1, \; +\infty)$;

б) на луче $(-\infty, \; 2]$; г) на отрезке [–1, 1,5].

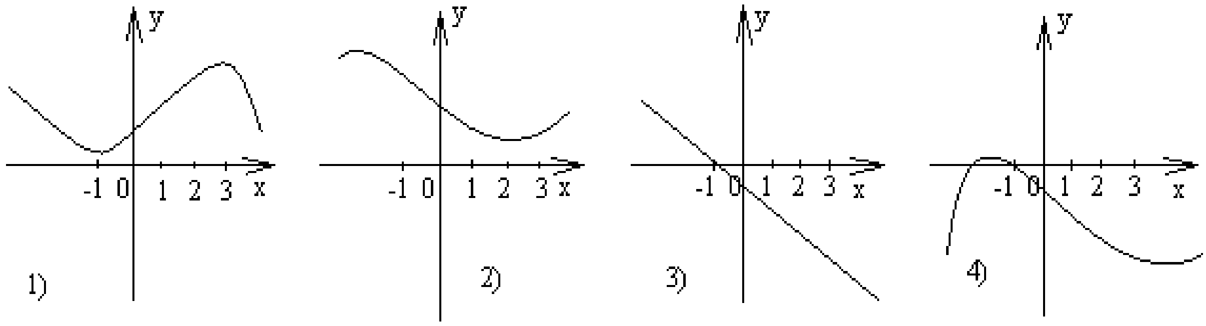
13 На одном из рисунков изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.



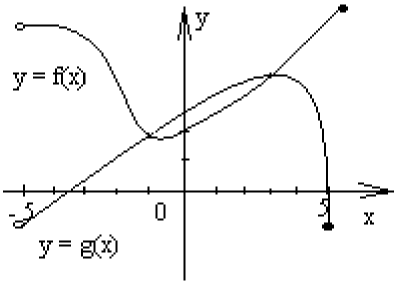
14 Исследовать на четность и нечетность:

а) $y = x - 2|x|$ б) $y = 3x^2 + 4|x| - 5$.

15 Укажите рисунок, на котором изображен график функции, возрастающей на промежутке [–1; 3]



16 На рисунке изображены графики функций y = f(x), y = g(x), заданных на промежутке (-5; 5]. Укажите все значения аргумента, при которых выполняется неравенство f(x) > g(x).



17 Дана функция *y = f(x)*, где $f(x) = \begin{cases} -3x+1, & если \quad -1 \le x \le 0, \\ -0{,}5x^2, & если \quad 0 < x \le 2. \end{cases}$

а) Найдите: $f\left(-\frac{1}{3}\right)$; $f(0)$; $f(2)$;

б) постройте график функции *y=f(x)*;

в) перечислите свойства функции.

18 Дана функция *y = f(x)*, где $f(x) = \begin{cases} 2x, & если \quad -1 \le x \le 1, \\ -\frac{2}{x}, & если \quad x > 1. \end{cases}$

а) Найдите: *f(–1), f(1), f(5)*;

б) постройте график функции *y=f(x)*;

в) перечислите свойства функции.

19 Изобразите схематически график функции и перечислите его свойства

а) $y = (x-2)^4$; б) $y = \frac{1}{x+2}$

20 Найти множество значений функции

а) $y = 4x + 1$

б) $y = \frac{2}{x}$

в) $y = |x - 1|$

г) $y = x^2 + 3$

д) $y = x^3 + 2$

21 Исследовать функцию на четность и нечетность

а) $y = (x^4 + 3)\sqrt{x^4 - 3}$

б) $y = x^3(3x + x^5)^3$

в) $y = 2^x$

г) $y = \frac{x^4}{x^2 + 3}$

д) $y = 3^x - 3^{-x}$

22 Найти нули функции

а) $y = -2x^2 + 5x$

б) $y = x^2 - 2x + 1$

в) $y = x^2 - 6x + 8$

г) $y = \sqrt{x^2 + 9}$

д) $y = x^3 - 11x^2 + 12x$

23 Исследовать функцию на монотонность

а) $y = 2x + 5$

б) $y = \frac{2}{x^2 + 1}$

в) $y = x^2 + 4x - 2$

г) $y = |x - 2|$

д) $y = (x + 5)^3$

Тема 4.4 Преобразование графиков

Практическое занятие 19, 20 Преобразования графиков (4ч)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о числовых функциях, простейших преобразованиях графиков функций;
- формирование умений по определению значений функции по значению аргумента, нахождению области определения функции, построению графиков функций, применению геометрических преобразований при построении графиков.

Краткие теоретические сведения

Основные приёмы преобразования графиков элементарных функций

п/п	Исходная функция	Преобразование графика	Конечный вид функции
1.	$y = f(x)$	Сместить по оси ординат на a единиц	$y = f(x) + a$
2.	$y = f(x)$	Сместить по оси абсцисс на b единиц	$y = f(x - b)$
3.	$y = f(x)$	а). Растянуть вдоль оси ординат от оси абсцисс в k раз, если $k>1$; 2). Сжать вдоль оси ординат к оси абсцисс в $\frac{1}{k}$ раз, если $0<k<1$	$y = kf(x)$ $k > 0,$ $k \neq 1$
4.	$y = f(x)$	а). Сжать вдоль оси абсцисс к оси ординат в k раз, если $k>1$; 2). Растянуть вдоль оси абсцисс от оси ординат в $\frac{1}{k}$ раз, если $0<k<1$	$y = f(kx)$ $k > 0,$ $k \neq 1$
5.	$y = f(x)$	Отобразить симметрично относительно оси	$y = -f(x)$

п/п	Исходная функция	Преобразование графика	Конечный вид функции
		абсцисс	
6.	$y = f(x)$	Отобразить симметрично относительно оси ординат	$y = f(-x)$
7.	$y = f(x)$	Отобразить симметрично относительно начала координат	$y = -f(-x)$
8.	$y = f(x)$	Сохранить часть графика, расположенную выше и на оси абсцисс, а часть графика, расположенную ниже оси абсцисс отобразить симметрично относительно оси абсцисс	$y = \lvert f(x) \rvert$
9.	$y = f(x)$	Сохранить часть графика, расположенную правее и на оси ординат (левую часть отбросить) и отобразить её симметрично относительно оси ординат	$y = f(\lvert x \rvert)$
10.	$y = f(x)$	Преобразование 9 $y = f(\lvert x \rvert)$ Преобразование 8	$y = \lvert f(\lvert x \rvert) \rvert$
11.	$y = f(x)$	Сохранить часть графика, расположенную ниже и на оси абсцисс, а часть графика, расположенную выше оси абсцисс отобразить симметрично относительно оси абсцисс	$y = -\lvert f(x) \rvert$
12.	$y = f(x)$	Сохранить часть графика, расположенную выше и на оси абсцисс (нижнюю часть отбросить) и отобразить её симметрично относительно оси абсцисс	$\lvert y \rvert = f(x)$
13.	$y = f(x)$	Сохранить весь график и отобразить его симметрично относительно оси абсцисс	$\lvert y \rvert = \lvert f(x) \rvert$
14.	$y = f(x)$	Сохранить часть графика, расположенную в первой координатной четверти и на положительных полуосях (остальную часть	$\lvert y \rvert = f(\lvert x \rvert)$

п/п	Исходная функция	Преобразование графика	Конечный вид функции
		отбросить) и отобразить её симметрично относительно оси абсцисс, оси ординат и начала координат	

Содержание заданий

1 Дана функция $y = x^2$. Постройте графики функций:

а) $y = x^2 - 3$;

б) $y = x^2 + 2$;

в) $y = (x-1)^2$;

г) $y = (x+4)^2$;

д) $y = 2x^2$;

е) $y = -2x^2 + 3$;

ж) $y = 2(x-2)^2 + 3$;

з) $y = |x^2 - 3|$.

2 Дана функция $y = \frac{1}{x}$. Постройте графики функций:

а) $y = \frac{1}{x} + 3$;

б) $y = -\frac{1}{x}$;

в) $y = \frac{1}{|x|-3} + 2$;

г) $y = \frac{1}{2x+3}$.

д) $y = \left|\frac{1}{2x+3}\right|$

3 Построить график функции $y = \left|x^2 - 2mx + m^2 - n^2\right|$ (значения m и n задает преподаватель).

Тема 4.5 Степенные функции

Практическое занятие 21 Степенная функция (2ч)

Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках степенных функций;
- формирование умений по построению графиков степенных функций, преобразованию этих графиков путём сдвига и симметрии.

Основные теоретические положения

Определение. Функцию вида $y = x^n$, где *n=1, 2, 3, 4, 5,…* называют степенной функцией с натуральным показателем.

Простейшим типом степенной функции является линейная функция.

1 Линейная функция

Функция, задаваемая формулой $y = ax + b$, где a и b – действительные числа, называется линейной.

Основные свойства

1 $D(x) = R$, т.е. выражение имеет смысл при любом значении x.

2 $E(y) = R = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция $y = ax + b,\ b \neq 0$ есть функция общего вида, т.е. не является ни четной ни нечетной.

4 При $b=0$ функция $y = ax + b$ принимает вид $y=ax$ и называется прямой пропорциональностью. Число a называется коэффициентом пропорциональности. Прямая пропорциональность характеризуется свойством: с увеличением (уменьшением) значения x в несколько раз

соответствующее значение *y* увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

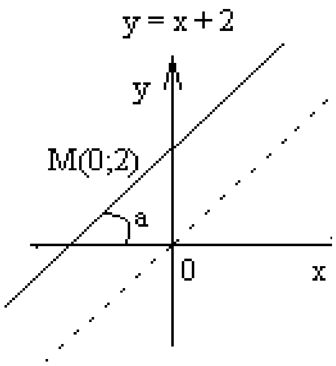
5 Функция *y=ax* является нечетной. Ее график проходит через точку (0;0) и представляет собой прямую линию.

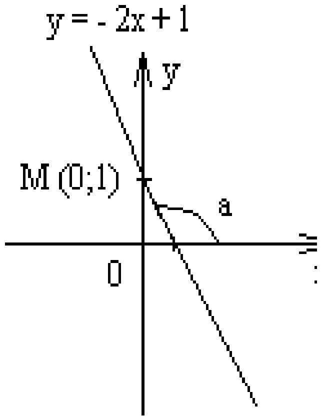
6 Линейная функция есть непрерывная функция.

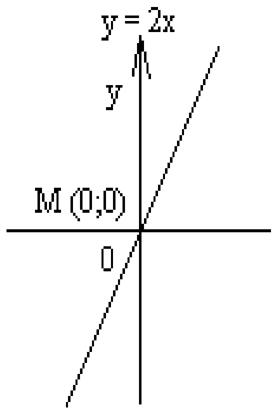
7 При *a > 0* функция $y = ax + b$ возрастает, при *a < 0* – убывает, при *a=0* – остается постоянной.

График линейной функции $y = ax + b$ может быть получен из графика функции *y=ax* параллельным переносом последнего на *b* единиц вдоль оси *Oy*. И так как графиком *y=ax* является прямая, то и график функции $y = ax + b$ есть прямая линия. Она пересекает ось *Oy* в точке *M(0;b)*, наклонена к оси *Ox* под углом *α*, тангенс которого равен *a*, т.е. $a = tg\alpha$. Если *a > 0*, то *α* – острый угол, если *a < 0*, то *α* – тупой угол.

Ниже изображены графики функций







Замечание: если $\alpha = 90^0$, то уравнение прямой записывается не в виде $y = ax + b$, а в виде *x=0*.

2 Квадратичная функция

Функция, задаваемая формулой $y = ax^2 + bx + c$, где *a, b, c* – действительные числа, $a \neq 0$, называется квадратичной.

Основные свойства.

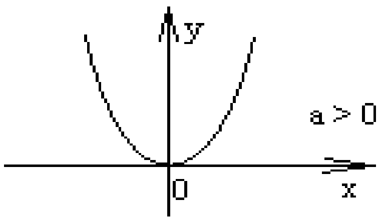
1 *D (y)=R*, т.е. $y = ax^2 + bx + c$ имеет смысл при любых значениях *x*.

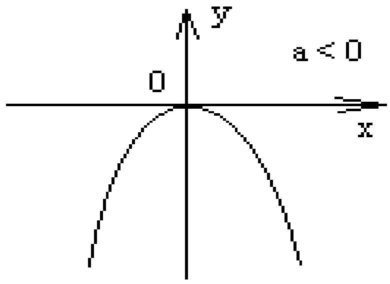
2 2. $E(y) = R = (-\infty;+\infty)$.

3 Функция $y = ax^2 + bx + c$ есть функция общего вида. Если $b=0$, то $y = ax^2 + c$ есть четная функция.

4 Функция $y = ax^2 + bx + c$ есть непрерывная функция во всех точках числовой оси.

5 При $b=0$ и $c=0$ квадратичная функция принимает вид $y = ax^2$. График этой функции называется параболой. Он проходит через точку *O(0;0)* и симметричен относительно оси *Oy*. Ветви параболы направлены вверх, если $a > 0$ и вниз, если $a < 0$. При этом график имеет следующий вид.





6 График функции $y = ax^2 + bx + c$ является также параболой; он может быть получен из графика функции $y = ax^2$ путем параллельного переноса.

3 Обратная пропорциональность

Функция, задаваемая формулой $y = \dfrac{k}{x}$, где $k \neq 0$ действительное число, называется обратной пропорциональностью.

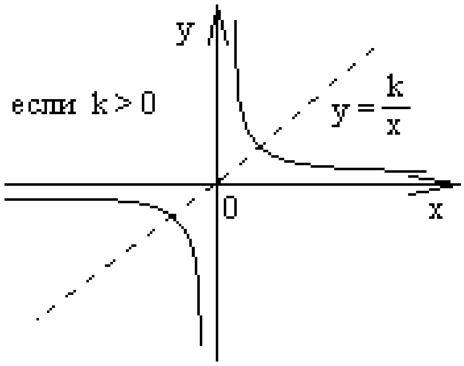
Основные свойства

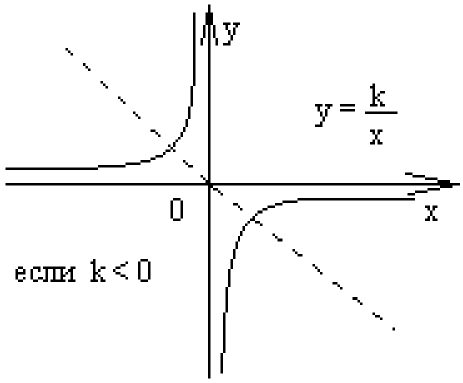
1 $D(y) = (-\infty,0) \cup (0;+\infty)$, т. е. множество всех действительных чисел кроме нуля.

2 $E(y) = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$.

3 Функция $y = \dfrac{k}{x}$ является нечетной. Отметим, что график нечетной функции симметричен относительно точки *O(0;0)* – начала координат.

4 График функции $y = \dfrac{k}{x}$ называется гиперболой, состоит из двух ветвей. Согласно рассмотренным свойствам он имеет вид:





Содержание заданий

1 Постройте график функции и опишите ее свойства

а) $y = (x-2)^{\frac{1}{2}} - 1$ б) $y = \dfrac{1}{(x+1)^3}$ в) $y = \dfrac{1}{(x+3)^{\frac{1}{2}}}$ г) $y = -(x+1)^{\frac{1}{2}}$

2 Решите графически систему уравнений

а) $\begin{cases} y = (x-2)^{\frac{1}{2}} + 1 \\ y = (x-1)^2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = (x+1)^2 - 1 \\ y = -x - 2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = (x-3)^3 + 2 \\ y = 2(x^2 - 1) \end{cases}$

г) $\begin{cases} y = -x^{\frac{1}{2}} + 1 \\ y = (x-1)^3 \end{cases}$

3 Известно $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, g(x) = x^3.$ Докажите, что $f(4x^3) = g(2x).$

4 Известно $f(x) = x^{\frac{2}{3}}, g(x) = x^4.$ Докажите, что $f(8x^6) = 4g(x).$

5 Известно $f(x) = x^{-\frac{3}{2}}, g(x) = \dfrac{1}{3x}.$ Докажите, что $f((3x)^2) = g^3(x).$

6 Известно $f(x) = -x^{\frac{1}{2}}, g(x) = \frac{9}{x^2}$. Докажите, что $f(9x^4) = -\frac{1}{3}g(x^{-1})$.

Тема 4.6 Показательные функция

Практическое занятие 22 Показательная функция (2ч)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках показательной функции;
– формирование умений по построению графиков показательной функции, преобразованию этих графиков путём сдвига и симметрии.

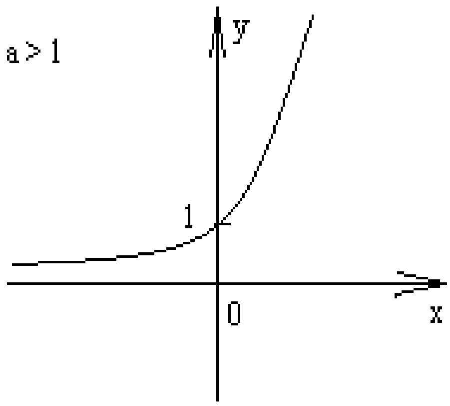
Основные теоретические положения

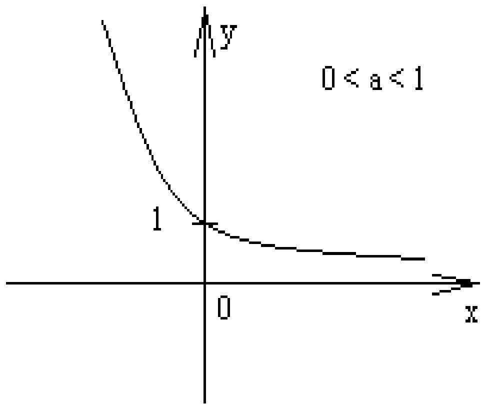
Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0,\ a \neq 1$, называют показательной функцией.

Основные свойства

№ п/п	*a > 1*	*0 < a < 1*
1.	$D(x) = (-\infty;+\infty)$	$D(x) = (-\infty;+\infty)$
2.	$E(y) = (0;+\infty)$	$E(y) = (0;+\infty)$
3.	Не является ни четной, ни нечетной	Не является ни четной, ни нечетной
4.	Возрастает	Убывает
5.	Не ограничена сверху, ограничена снизу	Не ограничена сверху, ограничена снизу
6.	Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения	Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения

7.	Непрерывна	Непрерывна
8.	Выпукла вниз	Выпукла вниз





Содержание заданий

1 Постройте график функции $y = 4^x$. С помощью графика найдите:

а) значения аргументов, при которых значения функции равны 0,5; 1;3,7;

б) сравните $4^x....1$ и $4^x....4$.

2 Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. С помощью построенного графика найдите:

а) значения аргументов, при которых значения функции равны 0,5; 1;3,7;

б) сравните $\left(\frac{1}{4}\right)^x......1$ и $\left(\frac{1}{4}\right)^x....4$.

3 В одной системе координат постройте графики функций $y = 3^x$, $y = 2^x$, $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Как изменяются графики с уменьшением основания?

4 Опишите: а) общие свойства функций $y = 5^x$ и $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$; б) различные свойства функций $y = 5^x$ и $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

5 Существует ли у функции $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$: а) наибольшее значение; б) наименьшее значение?

6 Найдите D(x): а) $y=5^{\frac{1}{3-x}}$; б) $f(x)=\left(\frac{1}{8}\right)^{\sqrt{x^2-4}}$;

7 Найдите E(y): а) $y=2^{|x|}$; б) $y=-2^x$;

8 Исходя из графика функции $y=6^x$, постройте график функции:

а) $y=6^x+2$; б) $y=6^x-2$; в) $y=6^{x-1}$; г) $y=6^{x+2}$; д) $y=-6^x$; е) $y=6^{|x|}$.

9 Исходя из графика функции $y=10^x$, постройте график функции:

а) $y=10^x+2$; б) $y=10^x-2$; в) $y=10^{x-1}$; г) $y=10^{x+2}$; д) $y=-10^x$; е) $y=10^{|x|}$

.

Тема 4.7 Логарифмические функция

Практическое занятие 23 Логарифмическая функция (2ч)

Цель:

– обобщение, систематизация, закрепление знаний о свойствах и графиках логарифмической функции;

– формирование умений по построению графиков показательной и логарифмической функции, преобразованию этих графиков путём сдвига и симметрии.

Основные теоретические положения

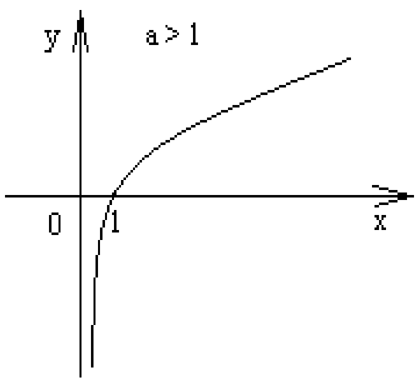
Функцию вида $y=\log_a x$, где $a>0,\ a\neq 1,$ $x>0$ называют логарифмической функцией.

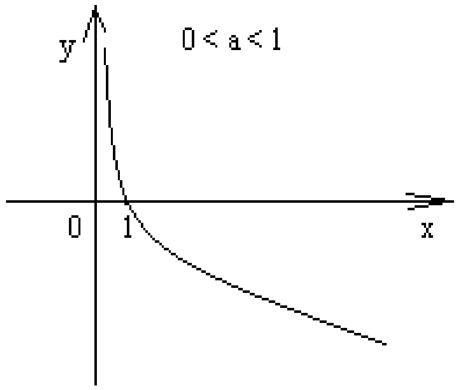
Основные свойства

№ п/п	*a > 1*	*0 < a < 1*

1.	$D(x)=(0;+\infty)$	$D(x)=(0;+\infty)$
2.	Не является ни нечётной, ни чётной.	Не является ни четной, ни нечетной
3.	Возрастает на $(0;+\infty)$	Убывает на $(0;+\infty)$
4.	Не ограничена сверху, не ограничена снизу	Не ограничена сверху, не ограничена снизу
5.	Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения	Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения
6.	Непрерывна	Непрерывна
7.	$E(f)=(-\infty;+\infty)$	$E(f)=(-\infty;+\infty)$
8.	Выпукла вверх	Выпукла вниз

График функции $y=\log_a x$ представлен на рисунке.





Содержание заданий

Найти область определения функции:

1. а) $y=\sqrt[4]{\log_{0,3}x-1}$ б) $y=\log_2\left(x^2-4\right)$ **2**. а) $y=\sqrt[8]{1-\log_{0,5}x}$ б) $y=\log_{0,3}\left(6x-3x^2\right)$

3. а) $y=\sqrt{1-\log_{0,1}x}$ б) $y=\log_{0,3}\left(x^2-4x\right)$ **4**. а) $y=\sqrt[4]{\log_{0,4}x+1}$ б) $y=\log_{0,1}\left(0{,}01-x^2\right)$

5. а) $y=\sqrt[4]{\log_{0,4}x-1}$ б) $y=\log_{\sqrt{2}}\left(2x-\sqrt{2}x^2\right)$ **6**. а) $y=\sqrt{1-\log_{0,4}x}$ б) $y=4x-\lg\left(1-4x^2\right)$

7. а) $y=\sqrt{\log_{0,49}x-1}$ б) $y=\log_{0,5}\left(0{,}5x-2x^2\right)$ **8**. а) $y=\sqrt[4]{2+\log_{0,5}x}$ б) $y=\lg\left(-x^2-x\right)$

9. а) $y=\sqrt[6]{1-\log_{0,2}x}$ б) $y=\log_3\left(9-x^2\right)$ **10**. а) $y=\sqrt[4]{1-\log_{0,1}x}$ б) $y=\log_{0,5}\left(3x-x^2\right)$

11 Постройте график функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. Найдите по графику значения функции при следующих значениях аргумента: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; 2; 4.

12 Решите неравенства:

а) $\log_{\pi} 3 < \log_{\pi} x$; б) $\log_{0,8} 5 > \log_{0,8} x$.

13 Найдите области определения функций:

а) $y = \log_a (x+1)$; б) $y = \log_a (x-1)$; в) $y = \log_a (-2x)$;

г) $y = \log_a x^2$; д) $y = \log_a (4 - x^2)$;

14 Постройте графики функций:

а) $y = \log_3 x + 1$; б) $y = \log_3 x - 1$; в) $y = \log_3 (x+1)$; г) $y = \log_3 (x-1)$;

д) $y = |\log_3 x|$; е) $y = \log_3 |x|$.

Практическое занятие 24 Контроль знаний по разделу Функции (2ч)

Цель: Определение качества усвоения обучающимися учебного материала, уровня овладения ими знаниями, умениями и навыками, предусмотренными программой по математике. Определить уровень усвоения учебного материала или в случае необходимости провести их коррекцию.

Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основная литература:

1 Башмаков М.И. Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред. проф.образования. – М.: Академия, 2016. - 256 с.

2 Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования. – М.: Академия, 2012. - 256 с.

3 Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 200 с. — Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

4 Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под ред. Н. Ш. Кремера. — 10-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 346 с. — Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

5 Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 495 с. — Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

6 Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 285 с— Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

7 Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 217 с—

Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

Интернет-ресурсы:

8 Белых С.В. Карманный справочник по математике [Электронный ресурс]. - Ростов н/Д: Феникс, 2013. - Изд. 2-е. - 224 с. - Режим доступа: http://www.medcollegelib.ru.

9 Белых С.В. Памятка по алгебре и геометрии [Электронный ресурс] . - Ростов н/Д: Феникс, 2014. - 96 с. – Режим доступа: http://www.medcollegelib.ru.

10 Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа– Режим доступа: http://www.bymath.net

11 Газета «Математика» Издательского дома «Первое сентября» – Режим доступа: http://mat.1september.ru

12 Задачи по геометрии: информационно-поисковая система – Режим доступа: http://zadachi.mccme.ru

13 Интернет-проект «Задачи» – Режим доступа: http://www.problems.ru

14 Луканкин А.Г. Математика [Электронный ресурс] : учеб. для учащихся учреждений сред. проф. образования / А. Г. Луканкин. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2014. - 320 с. - Режим доступа: http://www.medcollegelib.ru.

15 Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) – Режим доступа: http://www.mathtest.ru

16 Математическое образование: прошлое и настоящее. Интернет-библиотека по методике преподавания математики – Режим доступа: http://www.mathedu.ru

17 Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов – Режим доступа: http://school-collection.edu.ru/collection/matematika

18 Московский центр непрерывного математического образования – Режим доступа: http://www.mccme.ru

19 Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – Режим доступа: http://www.kvant.info ,http://kvant.mccme.ru

20 Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте – Режим доступа: http://www.allmath.ru

21 Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы,учительская, история математики – Режим доступа: http://www.math.ru

22 Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями – Режим доступа: http://www.pm298.ru

23 Интерактивный справочник формул и сведения по алгебре, тригонометрии, геометрии, физике. – Режим доступа: http://www.fxyz.ru/ -

24 *История математики*. Биографии великих математиков. – Режим доступа http://mathsun.ru/

25 Московский центр непрерывного математического образования – Режим доступа: http://www.mccme.ru

26 Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – Режим доступа: http://www.kvant.info ,http://kvant.mccme.ru

27 Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте – Режим доступа: http://www.allmath.ru

28 Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы,учительская, история математики – Режим доступа: http://www.math.ru

29 Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями – Режим доступа: http://www.pm298.ru

30 Интерактивный справочник формул и сведения по алгебре, тригонометрии, геометрии, физике. – Режим доступа: http://www.fxyz.ru/ -

31 *История математики*. Биографии великих математиков. – Режим доступа http://mathsun.ru/

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Номер изменения	Номер листа				Всего листов в документе	ФИО и подпись ответственного за внесение изменения	Дата внесения изменения	Дата введения изменения
	Измененного	замененного	нового	изъятого				