

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии



С.И. Эминов
2017 г.

ОСНОВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебный модуль по направлению подготовки
44.03.05 – Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Профиль – Математика и информатика

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО
Начальник Учебного отдела

 О.Б. Широколобова
« 31 » 10 2017 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ НовГУ

 Д.В. Коваленко
« 13 » 06 2017 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 10 от 14.06 2017 г.
Заведующий кафедрой

 Т.Г. Сукачева
« 14 » 06 2017 г.

1 Цели освоения учебного модуля

Цель учебного модуля: формирование у студентов как будущих педагогов-математиков компетентности в геометрии как одной из важнейших областей современной математики.

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

- формирование у студентов достаточных представлений о предмете дифференциальной геометрии и ее аналитическом аппарате, а также ее связях со смежными математическими дисциплинами;
- освоение студентами основ классической теории кривых и поверхностей в евклидовом пространстве, а также – элементами внутренней геометрии поверхности;
- стимулирование студентов к самостоятельной учебно-исследовательской деятельности по освоению учебного модуля и формированию необходимых компетенций.

2 Место учебного модуля в структуре ОП направления подготовки

Данный модуль входит в блок дисциплин по выбору учебного плана. Формируемые компетенции определяются Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению 44.03.05 – Педагогическое образование для профилей математика и информатика и образовательной программой, разработанной выпускающей кафедрой алгебры и геометрии. Изучается в 8-м семестре и базируется на таких дисциплинах, как «Геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения».

Знания, полученные при изучении учебного модуля, могут быть использованы для написания студентами выпускных квалификационных работ, а также для продолжения образования в магистратуре, аспирантуре, для самообразования.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ «Основы дифференциальной геометрии» направлен на формирование компетенций:

- СК-1 Способность демонстрировать знания, умения и навыки в области математики и информатики и применять их в научно-исследовательской и педагогической деятельности.

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть:

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
СК-1	повышенный	- основы теории кривых, связанные с понятиями кривизны и кручения; - основные факты внешней геометрии поверхностей; - элементы внутренней геометрии поверхностей.	- доказывать основные теоремы модуля; - применять изученные теоретические знания к решению типовых упражнений.	- основами анализа вектор-функций; - аналитическим аппаратом теории кривых и поверхностей и его применением к решению задач.

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

В структуре УМ выделены 2 учебных элемента модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов:

- УЭМ 1 – основы теории кривых;
- УЭМ 2 – основы теории поверхностей.

Полная трудоемкость учебного модуля составляет 6 зачетных единиц (ЗЕ) – 8 семестр - со следующим распределением учебной работы (Табл. 2).

Таблица 2 – Распределение учебной работы и трудоемкость учебного модуля для очной формы обучения.

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам	Коды формируемых компетенций
		8 сем.	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):			
1) УЭМ 1 <i>основы теории кривых:</i>			
- лекции	18	18	СК-1
- практические занятия	27	27	СК-1
- в том числе, аудиторная СРС	9	9	
- внеаудиторная СРС	48	48	
2) УЭМ 2 <i>основы теории поверхностей:</i>			
- лекции	18	18	СК-1
- практические занятия	27	27	СК-1
- в том числе, аудиторная СРС	9	9	
- внеаудиторная СРС	42	42	
Аттестация:	36	36	
– экзамен			
Итого:	216	216	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

1. *Основы теории кривых*
 - 1.1. Понятие кривой. Регулярные кривые. Способы аналитического задания кривых.
 - 1.2. Касательная кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой.
 - 1.3. Длина дуги кривой, естественная параметризация кривой.
 - 1.4. Кривизна кривой.
 - 1.5. Кручение кривой.
 - 1.6. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
2. *Основы теории поверхностей*
 - 2.1. Понятие поверхности. Регулярная поверхность. Аналитическое задание поверхности.
 - 2.2. Касательная плоскость поверхности.
 - 2.3. Первая квадратичная форма поверхности и ее первые применения: длина кривой, угол между кривыми, площадь области на поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхности.

- 2.4. Вторая квадратичная форма поверхности и ее геометрический смысл. Соприкасающийся параболоид поверхности. Типы точек поверхности. Главные кривизны и главные направления, формула Эйлера, средняя и гауссова кривизны.
- 2.5. Деривационные формулы. Теорема egregium Гаусса. Теорема О.Бонне. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии и их свойства. Теорема Гаусса-Бонне. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

4.3 Организация изучения учебного модуля

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинаций методологических технологий (модульно-рейтинговое обучение, контекстное обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, технология развития критического мышления), осуществляемых с использованием следующих тактических действий:

- лекционные (вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция);
- практические (решение задач, углубление знаний, полученных на теоретических занятиях);
- тренинговые (формирование определенных умений и навыков, формирования алгоритмического мышления);
- активизации познавательной деятельности (работа с литературой, подготовка сообщений, докладов, рефератов, обсуждение различных решений и различных доказательств тех или иных задач и теорем);
- самоуправление (самостоятельная работа студентов, самостоятельное изучение материала).

Целесообразно использовать информационные технологии при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций, контроля знаний и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа средств при проведении лекционных и практических занятий.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля:

- текущий – регулярно в течение всего семестра,
- рубежный – на девятой неделе семестра,
- семестровый – по окончании изучения УМ.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.13, протокол № 9 «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено картой учебно-методического обеспечения (Приложение В).

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине рекомендуется использование мультимедийного оборудования для демонстрации изображений конкретных кривых и поверхностей и связанных с ними основных дифференциально-геометрических объектов: касательных к кривым, соприкасающихся плоскостей, элементов репера Френе и их динамику, касательных и нормальных плоскостей поверхностей, линий кривизны и геодезических и т.п. Подобного рода оборудование может быть использовано также для информационного сопровождения лекционных и практических занятий.

Приложения (обязательные):

- А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля
- Б – Технологическая карта
- В – Карта учебно-методического обеспечения УМ
- Г – Экзаменационные вопросы
- Д – Пример экзаменационного билета

Приложение А

Методические рекомендации по организации изучения раздела учебного модуля «Основы дифференциальной геометрии»

Вся учебная работа по освоению студентами модуля «Основы дифференциальной геометрии» подразделяется на следующие основные виды занятий: лекционные (Л), практические занятия (ПЗ), самостоятельную работу студентов (СРС).

Содержание основных разделов, а также методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л – 1 академический час, ПЗ – 1 академический час). Теоретические разделы соответствуют учебникам [1; 2, 3], практические занятия и домашние задания соответствуют учебнику [2]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, аналоги которых рассмотрены в аудитории, а также примеры, требующие самостоятельного поиска путей решения в соответствии с рассмотренной теорией.

Темы самостоятельных работ представлены в конце каждого раздела. Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

Освоение каждого вопроса, включенного в программу модуля, предусматривает овладение студентами всех затронутых в нем понятий, теорем и их доказательств, методов и приемов решения соответствующих примеров и задач. Основными источниками, которые могут быть использованы, являются, в первую очередь, лекции преподавателя, а также учебники [1,2,3], задачки [2]. Полезной будет и другая литература, которую студент может подобрать сам.

Занятия проводятся, как правило, в диалоговой форме: в ходе лекций преподавателем систематически задаются вопросы студентам, на практических занятиях проводится опрос материала, преподавателем даются образцы решения типовых задач и т.п. После изучения каждой темы на лекционных и практических занятиях проводится небольшая практическая аудиторная самостоятельная работа, результаты которой учитываются в ходе рубежной аттестации. По завершению изучения каждого учебного элемента модуля (УЭМ) проводится итоговая контрольная работа (КР). В малочисленных студенческих группах (до 10 человек) имеет смысл использовать лишь 1 вариант каждой из самостоятельных и контрольных работ (при надлежащем контроле), это ставит всех студентов в равные условия.

Ниже дается краткое изложение содержания тем домашних заданий, аудиторных практических работ, а также демонстрационных вариантов контрольных работ.

Задания для аудиторной самостоятельной работы студентов:

СРС-1 – различные способы аналитического задания кривой, условия гладкости; касательные к кривым; соприкасающиеся плоскости;

СРС-2 – длина дуги кривой; кривизна и кручение кривых; натуральные уравнения кривой;

СРС-3 – различные способы аналитического задания поверхностей, условия гладкости; касательные плоскости поверхностей, кривые на поверхностях;

КР-1 – решение системы задач по материалам учебного элемента модуля 1 (пример – работа №1 в приложении А);

СРС-4 – первая квадратичная форма поверхности и ее применения;

СРС-5 – вторая квадратичная форма поверхности; исследование поверхностей с помощью первой и второй квадратичных форм: типы точек поверхности; нормальные и главные кривизны; средняя и гауссова кривизны поверхности;

СРС-6 – геодезическая кривизна кривой, геодезические линии на поверхности; поверхности постоянной гауссовой кривизны;

КР-2 – решение системы задач по материалам учебного элемента модуля 2 (пример – работа №2 в приложении А).

Задания для внеаудиторной самостоятельной работы студентов:

- изучить теоретический материал учебного элемента модуля 1, используя:
 - а) лекции;
 - б) учебник [1] основного списка;
- подготовиться к выполнению аудиторных самостоятельных работ 1 – 3, изучив приёмы и методы решения типовых задач, рассмотренных на практических занятиях, а также задач из учебного пособия [2], предлагавшихся для домашних заданий;
- подготовиться к написанию теоретической работы по материалам модуля 1 (вопросы 1 -- 9 из приложения Г);
- подготовиться к написанию контрольной работы №1 (пример – работа №1 из приложения А);
- изучить теоретический материал учебного элемента модуля 2, используя:
 - а) лекции;
 - б) учебник [1] основного списка;
- подготовиться к выполнению аудиторных самостоятельных работ 4 – 6, изучив приёмы и методы решения типовых задач, рассмотренных на практических занятиях, а также задач из учебного пособия [2], предлагавшихся для домашних заданий;
- подготовиться к написанию контрольной работы по материалам модуля 2 (пример – работа № 2 из приложения А);
- подготовка к написанию теоретической работы по материалам модуля 2 (вопросы 10-26 из приложения Г).

Контрольная работа № 1

- 1 Винтовая линия γ задана системой уравнений $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, где $a > 0$, $b \in R$, $-\infty < t < +\infty$. Найдите:
 - величину угла, образованного касательной к γ в точке M с параметром t и осью Oz ;
 - кривизну и кручение γ в точке M ;
 - длину дуги M_1M_2 кривой γ , если t_1 и t_2 – параметры точек M_1 и M_2 , причем $t_1 < t_2$;
 - естественную параметризацию γ .
- 2 Вычислите кривизну эллипса с полуосями $a = 4$ и $b = 2$ в его вершинах.
- 3 На кривой $\gamma: x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $z = \sin t$ найти:
 - кривизну и кручение в произвольной точке;
 - репер Френе в точке с параметром $\frac{\pi}{2}$.
- 4 Составить натуральные уравнения кривой: $\gamma: x = e^t$, $y = t \cdot \sqrt{2}$, $z = e^{-t}$, $-\infty < t < +\infty$,
- 5 Найти общий вид кривых с постоянным кручением.

Контрольная работа № 2

- 1 На плоскости Oxy дана кривая $\gamma: x = f(u)$, $y = g(u)$. Эта кривая вращается вокруг оси Oz . Составить уравнения полученной поверхности вращения. Доказать, что любая нормаль этой поверхности лежит в плоскости, проходящей через ось вращения.
- 2 Найти первую квадратичную форму поверхности, полученной в упражнении 1.

- 3 Покажите, что площади областей на параболоидах $z = \frac{a(x^2 + y^2)}{2}$ и $z = axy$, проектирующиеся на одну и ту же область плоскости Oxy , равны.
- 4 Найдите значение нормальной кривизны поверхности Φ в точке $M(u; v)$ в направлении ее координатных линий $(u), (v)$, если поверхность Φ задана системой: $x = \cos u, y = \sin u, z = v$. Найдите также значения средней и гауссовой кривизны Φ в точке $M(u; v)$.
- 5 Найти геодезическую кривизну винтовой линии $\gamma: x = a \cos v, y = a \sin v, z = bv$ на цилиндре, заданном системой: $x = a \cos v, y = a \sin v, z = u$.
- 6 Найти сумму внутренних углов сферического треугольника с помощью σ , если содержащая его сфера имеет радиус R_0 .

Вопросы к коллоквиуму

1. Элементарная, простая, общая кривая. Различные способы аналитического задания кривой.
2. Регулярная кривая. Условия гладкости.
3. Касательная кривой.
4. Соприкасающаяся плоскость кривой.
5. Длина дуги кривой. Естественная параметризация кривой.
6. Кривизна кривой.
7. Кручение кривой.
8. Вычислительные формулы кривизны и кручения кривой.
9. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.

Приложение Б
Технологическая карта
учебного модуля «*Основы дифференциальной геометрии*»
семестр __8__, ЗЕТ_6__, вид аттестации - _экзамен, акад.часов_216_, баллов рейтинга_300

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ не-де-ли сем.	Трудоемкость, ак.час					Форма текущего контроля успеваемости (в соотв. с паспортом ФОС)	Максимальное количество баллов рейтинга
		Аудиторные занятия				СРС 90		
		ЛЕК 36	ПЗ 54	ЛР	АСРС 18			
УЭМ1 Основы теории кривых:		18	27	-	9	48		
1.1 Понятие кривой. Регулярные кривые. Способы аналитического задания кривых.	1-2	4	6	-	1	8	ДР1	3
1.2 Касательная кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой.	3	2	3	-	2	8	ДР2 СР1	3 10
1.3 Длина дуги кривой, естественная параметризация кривой.	4-5	4	6	-	2	8	ДР3	3 8
1.4 Кривизна кривой.	6	2	3	-	2	8	ДР4 СР2	4 10
1.5 Кручение кривой.	7-8	4	6	-	1	10	ДР5	3
1.6 Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.	9	2	3	-	1	6	КР 1 ДР6 СР3	25 4 10
Рубежная аттестация (контрольный опрос КЛ 1)								50
Всего по УЭМ 1:								125
УЭМ2 Специальные вопросы элементарной геометрии:		18	27	-	9	42		
2.1 Понятие поверхности. Регулярная поверхность. Аналитическое задание поверхности.	10-11	4	6	-	2	7	ДР7	4
2.2 Касательная плоскость поверхности.	12-14	6	9	-	2	11	ДР8 СР4	4 10
2.3 Первая квадратичная форма поверхности и ее первые применения: длина кривой, угол между кривыми, площадь области на поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхности.	15	2	3	-	2	7	ДР9	4

2.4 Вторая квадратичная форма поверхности и ее геометрический смысл. Соприкасающийся параболоид поверхности. Типы точек поверхности. Главные кривизны и главные направления, формула Эйлера, средняя и гауссова кривизны.	16-17	4	6	-	2	9	ДР10 СР5	4 10
2.5 Деривационные формулы. Теорема egregium Гаусса. Теорема О.Бонне. Геодезическая кривизна кривой на поверхности, геодезические линии и их свойства. Теорема Гаусса-Бонне. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.	18	2	3	-	1	8	КР 2 ДР11 СР6	25 4 10
Рубежная аттестация (контрольный опрос КЛ 2)								50
Всего по УЭМ 2:								125
Экзамен								50
Итого:								300

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины

Трудоемкость дисциплины 6 ЗЕ - 300 б.

(в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по образовательным программам высшего образования»):

- оценка «удовлетворительно» – 150 – 209;
- оценка «хорошо» – 210 – 269;
- оценка «отлично» – 270 – 300.

Карта учебно-методического обеспечения

Учебного модуля **Основы дифференциальной геометрии**

Направление **44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль – Математика и информатика**

Форма обучения **очная**

Курс 4, Семестр 8

Часов: всего 216, лекций **36**, практ. занятий **54**, СРС ауд. **18**, СРС **126**

Выпускающая кафедра – Алгебры и геометрии

Таблица 1- Обеспечение учебного модуля учебными изданиями

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1 Атанасян Л.С. Геометрия: учебное пособие для физ.-мат. фак. пед. вузов в 2 ч. Ч. 2. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд. (гриф Минобрнауки). – М.: КноРус, 2011. – 422 с.	10	
2 Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии: учебное пособие для вузов: в 2 ч. Ч.2. (Гриф УМО) / Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О.Ю. Тесля. – М.: КноРус, 2012. – 527 с.	10	
3 Вернер А.Л. Геометрия: учебное пособие для вузов. Ч. 2./ А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная литература, 1997. 320 с.	19	
Учебно-методические издания		
4 Рабочая программа учебного модуля «Основы дифференциальной геометрии» для направления 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль – Математика и информатика / Сост. Д.В. Коваленко. – Великий Новгород: НовГУ, 2017. – 14 с.		

Таблица 2 – Информационное обеспечение модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
1. Видеокурс Павла Шестопалова «Дифференциальная геометрия»	https://www.youtube.com/playlist?list=PLdpor3lULXjI4nfxCYctTHqNaJ8GHNJu	
3. Видеолекции Фонда «Математические этюды»	http://www.etudes.ru/ru/	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
---	-------------------------------	------------------

1. Шварц Дж. Дифференциальная геометрия и топология = Differential geometry and topology. - М. : Мир, 1970. - 233,[1]с. - Библиогр.:с.222-223.	2	
--	---	--

Действительно для учебного года 2017/2018

Зав. кафедрой алгебры и геометрии

подпись

Т.Г. Сукачева

_____ 20..... г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность

подпись

расшифровка

Приложение Г

Экзаменационные вопросы

10. Элементарная, простая, общая кривая. Различные способы аналитического задания кривой.
11. Регулярная кривая. Условия гладкости.
12. Касательная кривой.
13. Соприкасающаяся плоскость кривой.
14. Длина дуги кривой. Естественная параметризация кривой.
15. Кривизна кривой.
16. Кручение кривой.
17. Вычислительные формулы кривизны и кручения кривой.
18. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
19. Элементарная, простая, общая поверхность. Различные способы аналитического задания поверхности.
20. Регулярная поверхность. Условия гладкости.
21. Кривые на поверхности. Касательная плоскость поверхности.
22. Первая квадратичная форма поверхности и её строение.
23. Длина кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности.
24. Площадь области на поверхности.
25. Изометричные поверхности.
26. Кривизна кривой, лежащей на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности и её геометрический смысл.
27. Соприкасающийся параболоид поверхности. Типы точек поверхности.
28. Нормальная и главные кривизны поверхности. Теорема Эйлера.
29. Вычисление главных кривизн и главных направлений на поверхности. Средняя и гауссова кривизны.
30. Деривационные формулы. Теорема egregium Гаусса.
31. Теорема О.Бонне о восстановлении поверхности по её первой и второй квадратичным формам.
32. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
33. Геодезические линии и их свойства.
34. Теорема Гаусса-Бонне.
35. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

Приложение Д

Пример экзаменационного билета

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра алгебры и геометрии

Экзаменационный билет № 2

Дисциплина «Основы дифференциальной геометрии»

Для направления 44.03.05 – Педагогическое образование, одновременно два профиля
«Математика и информатика»

- 1 Регулярная кривая. Условия гладкости.
- 2 Теорема О.Бонне о восстановлении поверхности по ее первой и второй квадратичным формам.
- 3 Задача.

Принято на заседании кафедры

Протокол №

Заведующий кафедрой АГ _____ Сукачева Т.Г.