

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ И ТЕХНИКА РЕШЕНИЯ
ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Учебный модуль по направлению подготовки
44.03.05 – Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Профиль – Математика и информатика

Фонд оценочных средств

Принято на заседании Учёного совета
ИЭИС

20.10 2016 г.
Протокол № 34

Директора института
С.И. Эминов С.И. Эминов

Разработал
Доцент КАГ НовГУ

Л.И. Токарева Л.И. Токарева
«30» июня 2016г

Принято на заседании кафедры
Заведующий кафедрой АГ

Т.Г. Сукачева Т.Г. Сукачева
«01» июля 2016г

Великий Новгород
2016

Паспорт фонда оценочных средств
по учебному модулю «Методика обучения алгебре и техника решения планиметрических и
тригонометрических задач»
для направления подготовки 44.03.05– Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Профиль– Математика и информатика
6 семестр

Раздел (в соответствии с РП)	ФОС		Контролируемые компетенции (или их части)
	Вид оценочного средства	Количество вариантов заданий	44.03.05
УЭМ 1 Методика обучения алгебре в 7–9-ых классах			
1.1 Методика изучения числовых систем в курсе математики 5–6 классов, в курсе алгебры 7–9-ых классов. Методика изучения тождественных преобразований			
1.2 Различные подходы к трактовке понятий «уравнение», «неравенство» в школьном курсе математики	СРС-1	4	ПК-1, ОПК-1, ОПК-2
1.3 Методика изучения фундаментальных тем школьного курса математики: «Квадратные уравнения, неравенства»	СРС-2	4	ПК-1, ОПК-2, ОПК-4, ОПК-5
1.4 Различные подходы к трактовке понятия «функция». Содержательные и процессуальные взаимосвязи функциональной линии с другими линиями школьного курса алгебры	СРС-3	4	ПК-1, ОПК-2, ОПК-4 СК-1

1.5 Методика изучения фундаментальных тем «Функция. Линейная функция», «Квадратичная функция». Методы исследования свойств функций. Графики функций	СРС-4	4	ПК-1, ОПК-4, ОПК-5 СК-1
1.6. Моделирование процессов действительности и современного производства с помощью аппарата уравнений, неравенств, функций	СРС-5	4	ПК-1, ОПК-2, СК-1
	КР-1	4	ПК-1, ОПК-2 ОПК-5, СК-1
УЭМ 2 Содержание и методика изучения геометрического материала в 7–9-ых классах. Методы решения планиметрических задач. Обучение поиску решения геометрических (планиметрических) задач			
2.1 Различные подходы к построению школьного курса геометрии. Их реализация в школьных учебниках геометрии. Различные варианты изучения геометрического материала в 5–6 классах			
2.2 Начала систематического курса планиметрии. Методика изучения отношений параллельности и перпендикулярности	СРС-6	4	ОПК-1, ПК-1, ОПК-4
2.3 Геометрические построения в курсе планиметрии и методика их изучения	СРС-7	4	ПК-1 ОПК-1, ОПК-4, ОПК-5
2.4 Методика изучения геометрических фигур в курсе планиметрии	СРС-8	4	ПК-1 ОПК-1, СК-1

2.5 Методика изучения геометрических преобразований, векторов и координат в курсе планиметрии. Координатный и векторный методы решения задач	СРС-9	4	ПК-1, ОПК-1, ОПК-4, ОПК-5, СК-1
	КР-2	4	ПК – 1, ОПК – 5, СК-1
УЭМ 3 Методика изучения тригонометрии, алгебры и начал анализа			
3.1 Методика изучения тригонометрических функций. Обучение решению тригонометрических уравнений. Методы и приемы решения			
3.2 Обучение решению тригонометрических неравенств. Методы и приемы доказательства тригонометрических тождеств и неравенств	СРС-10	4	ПК-1, ОПК-1, ОПК-4, СК-1
3.3 Методика изучения показательной и логарифмической функций	СРС-11	4	ПК-1, ОПК-1, СК-1
3.4 Методика изучения темы «Производная. Приложения производной»	СРС-12	4	ПК-1, ОПК-1, СК-1
3.5 Методика изучения темы «Первообразная и интеграл»	СРС-13	4	ПК-1, ОПК-1, ОПК-5, СК-1
	КР-3	4	ПК-1, ОПК-1, ОПК-5, СК-1

Паспорт фонда оценочных средств
 Курсовая работа по учебному модулю
 «Методика обучения алгебре и техника решения планиметрических и
 тригонометрических задач»
 для направления подготовки 44.03.05 – Педагогическое образование
 (с двумя профилями подготовки)
 Профиль – Математика и информатика
6 семестр

Раздел (в соответствии с РП)	ФОС		Контролируемые компетенции (или их части)
	Вид оценочного средства	Количество тем	44.03.05
Методика обучения алгебре и техника решения планиметрических и тригонометрических задач	Курсовая работа	10	ПК-1, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5, СК-1
Итоговая аттестация	Дифференцированный зачет		

Характеристика оценочного средства № 1

Самостоятельная работа

1.1 Общие сведения об оценочном средстве

Самостоятельная работа является одним из средств текущего контроля в освоении изучаемого материала. Самостоятельная работа используется для проверки и оценивания знаний, умений и навыков студентов после завершения изучения небольшого блока теории. Самостоятельная работа проводится в письменном виде при работе в аудитории. Максимальное количество баллов, которые может получить студент за решение одной задачи, равно 11–15 баллов. Самостоятельная работа носит обучающий характер, поэтому результаты выполнения самостоятельной работы анализируются, разбираются типичные ошибки. Студент имеет право переписать работу с учётом высказанных замечаний до итоговой аттестации.

Во время проведения самостоятельной работы оценивается способность студента правильно применять полученные знания в различных учебных ситуациях: аналогичных, измененных, нестандартных.

1.2 Параметры проведения и оценивания самостоятельной работы

Критерии оценки самостоятельных работ: осознанность, полнота, правильность и обоснованность выполнения каждого задания.

Условия оценки самостоятельной работы	
Предел длительности контроля знаний	1 ак. час
Предлагаемое количество заданий	3–4
Максимальное количество баллов за задание	9баллов
Критерии оценки:	
0–49 %	Испытывает серьёзные трудности при выполнении заданий. Самостоятельная работа в целом не выполнена.
50–69 %	Допускает серьёзные неточности при выполнении заданий, ход решения которых в целом является верным.
70–89 %	Представляет полное и обоснованное выполнение всех заданий, в которых допущены вычислительные ошибки или ошибки
90–100%	Представляет полное и обоснованное выполнение заданий, возможны мелкие неточности

Характеристика оценочного средства № 2 Контрольная работа

2.1 Общие сведения об оценочном средстве

Контрольная работа является одним из средств текущего контроля в освоении УМ «Методика обучения алгебре и техника решения планиметрических и тригонометрических задач». Контрольная работа используется для проверки и оценивания знаний, умений и навыков студентов после завершения изучения крупных блоков теории. Контрольные работы выполняются в аудитории в течение двух академических часов. Предлагается 3–5 заданий, аналогичных по методам решения заданиям, предлагавшимся на самостоятельных работах. Задания располагаются по уровню сложности: первые 2–3 задания проще, чем остальные. Правильное решение первых трёх задач оценивается в 5 баллов. Решение каждой из остальных задач в зависимости от уровня сложности оценивается в 11–15 баллов. Для того чтобы контрольная работа была зачтена, надо набрать 35 баллов, и более.

2.2 Параметры проведения и оценивания контрольной работы

Критерии оценки контрольных работ: полнота, обоснованность и правильность решения каждого задания.

Условия оценки контрольной работы	
Предел длительности контроля заданий	2 ак. часа
Предлагаемое количество заданий	3–5
Максимальное количество баллов за задание	15 баллов
Критерии оценки:	
«удовлетворительно»	35–37 баллов – испытывает трудности при выполнении заданий
«хорошо»	38–40 баллов – представляет грамотное, но недостаточно обоснованное выполнение заданий
«отлично»	42–45 баллов – представляет грамотное и обоснованное выполнение заданий

Характеристика оценочного средства № 3 Экзамен

4.1 Общие сведения об оценочном средстве

Экзамен является одним из средств итогового контроля освоения УМ. Экзамен используется для проверки и оценивания знаний и умений студентов по теоретическому и практическому материалу после завершения изучения УМ. При этом оценивается способность студента анализировать научную и учебно-методическую литературу, анализировать, обобщать, систематизировать учебный материал, а также в совершенстве владеть функциями математического языка (обобщающей, эвристической, экстраполяционной), осуществлять перенос сформированных знаний и способов действий в различные учебные ситуации: аналогичные, измененные, нестандартные

Экзамен проводится в устной форме в конце 6 семестра. Билет состоит из теоретического вопроса и задачи, аналогичной задачам, рассмотренным на практических занятиях по одной из тем. Студенты берут один из билетов и готовятся к ответу на вопросы в течение 45 минут. При подготовке ответа по теоретической части они могут воспользоваться дополнительной литературой (программы для школы, учебные стандарты, школьные учебники), которая во время экзамена находится на столе преподавателя. Затем преподаватель беседует с каждым из студентов по теоретическому материалу изложенных в билете вопросов, проверяет решение предложенной в билете задачи и выставляет аргументированную оценку.

4.2 Параметры проведения и оценивания экзамена

Критерии оценки ответа на экзамене: полнота ответа на вопросы, чёткость и ясность изложения, правильное решение задачи, обоснованные ответы на дополнительные вопросы.

Условия оценки самостоятельной работы	
Предел длительности контроля знаний	20 минут
Предлагаемое количество билетов	17
Максимальное количество баллов	50 баллов
Критерии оценки:	
«удовлетворительно»	25-34 балла – ответ на теоретический вопрос неполный, знания есть, но не систематизированы, не являются четкими, последовательными. Практическое задание выполнено с существенными недочетами
«хорошо»	35-44 балла – ответ на билет полный, но есть неточности, знания систематизированы, изложение строится не всегда логически последовательно. Решение задачи верно, но допущены вычислительные ошибки
«отлично»	45-50 баллов – ответ по билету полный, знания обобщены и систематизированы, изложение строится чётко, логически последовательно, задача решена верно

Характеристика оценочного средства № 3 Курсовая работа

При определении оценки курсовой работы учитываются:

- а) степень разработки темы;
- б) полнота охвата научной литературы;
- в) творческий подход к написанию курсовой работы;
- г) правильность и научная обоснованность выводов;
- д) стиль изложения;
- е) аккуратное оформление курсовой работы.

Курсовая работа оценивается с учётом качества её написания и результатов защиты: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Возможные критерии оценки:

«отлично» выставляется студенту, показавшему глубокие знания, примененные им при самостоятельном исследовании избранной темы, способному обобщить практический материал и сделать на основе анализа выводы. При этом студент должен обладать компетенциями ПК-1, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5, СК-1.

«хорошо» выставляется студенту, показавшему в работе и при ее защите полное знание материала, всесторонне осветившему вопросы темы, но не в полной мере проявившему самостоятельность в исследовании. При этом студент должен обладать компетенциями ПК-1, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5. СК-1 сформировалась не в полной мере.

«удовлетворительно» выставляется студенту, раскрывшему в работе основные вопросы избранной темы, но не проявившему самостоятельности в анализе или допустившему отдельные неточности в содержании работы. При этом студент должен обладать компетенциями ПК-1, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5. СК-1 сформировалась не в полной мере.

«неудовлетворительно» выставляется студенту, не раскрывшему основные положения избранной темы и допустившему грубые ошибки в содержании работы.

При получении неудовлетворительной оценки работа должна быть переработана с учетом высказанных замечаний и представлена на защиту в сроки, установленные руководителем.

1. Выбор темы. Постановка задач курсовой работы. Изучение научной и учебной литературы.	
2. Написание теоретической части курсовой работы	Мах 70 баллов
3. Написание практической части курсовой работы	Мах 50 баллов
4 Защита курсовой работы	Мах 30 баллов
Критерии оценки (результат определяется как сумма всех составляющих):	
«5», если	135–150 баллов
«4», если	105–134 баллов
«3», если	75–104 баллов

Действительно для учебного года _____

Заведующий КАГ

Т.Г. Сукачева

Приложение 1

Виды заданий для аудиторной самостоятельной работы студентов

УЭМ 1

СРС-1 Установить, какие аспекты имеют место в трактовках понятий «уравнение», «неравенство». Установить, на каких этапах процесса обучения четко выделяются одни аспекты и менее четко – другие.

СРС-2 Предлагаются задания:

Задание 1. Решить графически неравенство $5(x-1)+7 < 1-3(x+2)$. Представить методику работы с заданием.

Задание 2. Дано неравенство $ax+c > b$. Найти значения для a, b, c , чтобы множеством его решений было: а) \emptyset ; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $(-\infty; -4)$. Сколько неравенств может быть составлено в каждом из случаев? Приведите несколько заданий, аналогичных приведенным.

СРС-3 Проследите развитие содержательно-методической линии «Функции и их исследование» с 7 по 11 классы. Результаты представить в виде таблицы: класс, какие вопросы рассматриваемой линии изучаются?

СРС-4 Вниманию студентов предлагаются задания, аналогичные представленным:

Задание 1. Дана функция $y = x^2 - 5x + 6$. Исследовать ее графически. Представить методику работы с заданием.

Задание 2. Дана функция $y = x^2 - 7x + 10$. Доказать, что на множестве $[3,5; +\infty)$ функция возрастает. Найти аналитически область значений функции.

На 1 час предлагаются 4 различных по требованию задания.

СРС-5 Студентам предлагается по 2 прикладных задачи, аналогичные приведенным:

Задача 1. Земельный участок прямоугольной формы примыкает одной стороной к каналу. Периметр участка 60 м. Какие размеры должен иметь участок, чтобы площадь была наибольшей?

Задача 2. Строится комната в форме прямоугольного параллелепипеда. $S = 80 \text{ м}^2$, высота комнаты 4 м. Две стены делаются из стекла, а остальные из обычного материала. 1 м^2 стеклянной стены стоит 750 руб., а из обычного материала – 500 руб. Какими должны быть размеры комнаты, чтобы общая стоимость всех стен была наименьшей?

Представить методику работы с задачами. Задания предлагаются на 1 час.

УЭМ 2

СРС-6 Задания №№ 65–70, №№ 190–195 из источника [5, д]. На один час предлагаются задачи, различные по методам решения.

СРС-7 Задания №№ 164–170 из [5, д]. Акцент делается на этап поиска решения (построения, доказательства).

СРС-8 Задания №№ 371–374; №№ 377–381 из источника [5, д].

СРС-9 Задания №№ 759–763, №№ 912–917. Решение и методика работы с заданиями. Задания из источника [5, д].

УЭМ 3

СРС-10 Студентам предлагаются задания, аналогичные приведенным:

Задание 1. Доказать тождество:
$$\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha.$$

Задание 2. Доказать тождество:
$$\frac{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Задание 3. Дано: A, B, C – углы треугольника. Доказать:

$$\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}.$$

Задание 4. а) Решить уравнение: $2\sin^2 x + \cos x = 1$; б) указать корни, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

Задание 5. а) Решить уравнение: $3\sin 2x - 4\cos x + 3\sin x - 2 = 0$; б) указать корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right]$.

СРС-11 Студентам предлагаются задания, аналогичные приведенным.

Задание 1. Решить неравенство: $(x^2 - 8x + 13)^{4x-6} < 1.$

Задание 2. Решить неравенство: $\log_{\sqrt{2}} \frac{7-3x}{x+2} - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (x+2) > \log_{\frac{1}{2}} 4.$

Задание 3. Решить неравенство: $\log_{|x-4|} (2x^2 - 9x + 4) > 1.$

Задание 4. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{\frac{3x-4}{x+1}} (2x^2 - 3x) \geq \log_{\frac{3x-4}{x+1}} (17x - 20 - 3x^2) \\ \frac{x^2 + 2x - 11}{2x^2 - 3x - 5} \geq 1 \end{cases}.$$

СРС-12 Предлагаются задания на геометрический смысл производной, а также на вычисление производных. Также предлагаются прикладные задачи, которые исследуются с помощью аппарата производной.

СРС-13 Предлагаются задания на вычисление первообразных функций $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 18x^2 + 27x$; $F(x) = ?$; $f(x) = -\frac{1}{7}x^4 + \frac{27}{11}x^3 - 34x^2 + 11x$; $F(x) = ?$

Организовать методику работы с данными заданиями и аналогичными им.

Задания для внеаудиторной самостоятельной работы

- 1 Ознакомиться с программой по математике для 7–9 классов.
- 2 Ознакомиться с программой по математике для 10–11 классов.
- 3 Изучить содержание учебников по алгебре для 7– классов А.Г. Мордковича.
- 4 Изучить содержание учебника геометрии 7–9 классов по редакции Л.С. Атанасяна.
- 5 Провести логико-дидактический анализ тем «Одночлены», «Многочлены» по учебнику «Алгебра» 7 авторов: Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк и др.
- 6 Провести логико-дидактический анализ темы «Квадратные корни» (8 класс).
- 7 Провести методический анализ задач по теме «Квадратичная функция» (9 класс) по учебнику алгебры под редакцией Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк.
- 8 Разработать элективные курсы по 10 часов по одной из тем:
 - а) Доказательство алгебраических и тригонометрических неравенств;
 - б) Прикладные задачи по различным темам школьного курса математики;
 - в) Методы и приемы вычисления интегралов.

Содержание контрольных работ

Контрольные работы выполняются в аудитории в течение двух академических часов. Предлагается задания, аналогичные тем, которые выполнялись на самостоятельных работах. Задания располагаются по нарастающему уровню сложности. Первые три задания оцениваются в 5 баллов, решение остальных задач – 8, 12, 15 баллов. Для того чтобы контрольная работа была зачтена, надо набрать не менее 20 баллов.

Контрольная работа № 1

Задание 1. Решить графически неравенство $5(x-1)+7 < 1-3(x+2)$. Представить методику работы с заданием.

Задание 2. Дано неравенство $ax+c > b$. Найти значения для a, b, c , чтобы множеством его решений было: а) \emptyset ; б) $(-\infty; +\infty)$; в) $(-\infty; -4)$. Сколько неравенств может быть составлено в каждом из случаев? Приведите несколько заданий, аналогичных приведенным.

Задание 3. Дана функция $y = x^2 - 5x + 6$. Исследовать ее графически. Представить методику работы с заданием.

Задание 4. Дана функция $y = x^2 - 7x + 10$. Доказать, что на множестве $[3,5; +\infty)$ функция возрастает. Найти аналитически область значений функции.

Задание 5. Земельный участок прямоугольной формы примыкает одной стороной к каналу. Периметр участка 60 м. Какие размеры должен иметь участок, чтобы площадь была наибольшей?

Методика работы с задачами.

Контрольная работа № 2

Задание 1. Задания №№ 164–170 из [5, д]. Акцент делается на этап поиска решения (построения, доказательства).

Задание 2. Задания №№ 371–374; №№ 377–381 из источника [5, д].

Задание 3. Задания №№ 759–763, №№ 912–917. Решение и методика работы с заданиями. Задания из источника [5, д].

Контрольная работа № 3

Задание 1. Доказать тождество:
$$\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha.$$

Задание 2. Решить неравенство: $(x^2 - 8x + 13)^{4x-6} < 1.$

Задание 3. Предлагаются задания на вычисление первообразных функций $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 18x^2 + 27x$; $F(x) = ?$; $f(x) = -\frac{1}{7}x^4 + \frac{27}{11}x^3 - 34x^2 + 11x$; $F(x) = ?$

Методика работы с заданиями.

Образцы решений заданий самостоятельных и контрольных работ можно найти в решебниках:

1 Домашняя работа по геометрии за 9 класс к учебнику А.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7–9 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников – 15-е изд., перер. и испр. – М.: Изд. «Экзамен», 2010, 127 с.

2 Домашняя работа по геометрии за 8 класс к учебнику А.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7–9 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников – 15-е изд., перер. и испр. – М.: Изд. «Экзамен», 2010, 127 с.

3 Домашняя работа по геометрии за 9 класс к учебнику А.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7–9 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников – 15-е изд., перер. и испр. – М.: Изд. «Экзамен», 2010, 127 с.

по электронной ссылке: http://www.гдз.сайт/gdz/7_klass/geometriya/atanasyan.htm

Представим решение наиболее трудных задач.**КР № 1**

Задание 3. Дана функция $y = x^2 - 5x + 6$. Исследовать ее графически. Представить методику работы с заданием.

Решение:

1) Область определения функции – это проекция графика функции на ось ox : $R = (-\infty; +\infty)$.

2) Область значений функции – это проекция графика функции на ось oy : $[-0,25; +\infty)$.

3) Область положительных значений – это та часть графика функции, которая расположена выше оси ox : $(-\infty; 2), (3; +\infty)$.

4) Область отрицательных значений – та часть графика, которая расположена ниже оси ox : $x \in (2; 3)$.

5) Нули функции – это абсциссы точек пересечения графика функции с осью ox .

Задание 4. Дана функция $y = x^2 - 7x + 10$. Доказать, что на множестве $[3,5; +\infty)$ функция возрастает.

Решение:

- 1) Возьмем любые значения x_1 и x_2 : $x_1 \in [3,5; +\infty)$, $x_2 \in [3,5; +\infty)$. Пусть $x_2 > x_1$.
- 2) Вычислим значение функции в точках x_1 и x_2 .

$$y = x_1^2 - 7x_1 + 10$$

$$y = x_2^2 - 7x_2 + 10.$$

3) Составим разность полученных значений: $x_2^2 - 7x_2 + 10 - x_1^2 + 7x_1 - 10 = (x_2^2 - x_1^2) - 7(x_2 - x_1) = (x_2 - x_1) \cdot (x_2 + x_1) - 7(x_2 - x_1) = (x_2 - x_1) \cdot [(x_2 + x_1) - 7]$.

4) Оценим полученное выражение:

а) $x_2 - x_1 > 0$ – по определению неравенств на аналитическом «языке»;

б) $x_2 + x_1 \geq 7$ по свойству неравенств;

в) $(x_2 - x_1) \cdot [(x_2 + x_1) - 7] > 0$.

5) Сделаем вывод: функция $y = x^2 - 7x + 10$ возрастает на множестве $[3,5; +\infty)$.

Найдем область значений функции.

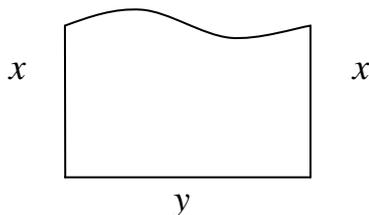
1) Для этого решим уравнение $x^2 - 7x + (10 - y) = 0$.

2) $D = b^2 - 4ac = 49 - 4(10 - y) = 9 + 4y$.

3) $D \geq 0$. $9 + 4y \geq 0$. $y \geq -\frac{9}{4} = 2,25$; $y \geq -2,25$

$[-2,25; +\infty) = E(y)$.

Задание 5.



1) Пусть стороны прямоугольника x , y

2) $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

3) $S = x \cdot y = x \cdot (60 - 2x) = -2x^2 + 60x$.

$S = -2x^2 + 60x$ (1) – это математическая модель.

4) Вывод: $x = 15$; $y = 30$.

Ответ: 15; 30.

КР № 3

Задание 1. Доказать тождество: $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$.

Доказательство

1) Преобразование тригонометрического выражения, стоящего в левой части.

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} &= \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\cos \alpha} = \\ &= \frac{\cos \alpha \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2} = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{4} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

2) Мы получим

$$\frac{1}{4} \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$$

. Ч.т.д.

Задание 2. Решить неравенство: $(x^2 - 8x + 13)^{4x-6} < 1$.

Решение:

$$1) \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 8x + 13 > 1 \\ 4x - 6 < 0 \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 8x + 13 > 0 \\ x^2 - 8x + 13 < 1 \\ 4x - 6 > 0 \end{array} \right\} \end{array} \right]$$

2) Решаем первую систему неравенств.

$$а) x^2 - 8x + 12 > 0 \quad x \in (-\infty; 2) \cup (6; +\infty).$$

$$\text{б) } x < \frac{3}{2}; \quad x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{в) } x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \quad (1)$$

3) Решаем вторую систему неравенств.

$$\text{а) } x^2 - 8x + 13 > 0 \quad x \in (-\infty; 4 - \sqrt{3}) \cup (4 + \sqrt{3}; +\infty) \quad (2)$$

$$\text{б) } x^2 - 8x + 13 < 1; \quad x^2 - 8x + 12 < 0; \quad x \in (2; 6). \quad (3)$$

в) Находим пересечение множеств решений (2) и (3).

$$x \in (2; 4 - \sqrt{3}) \cup (4 + \sqrt{3}; 6) \quad (4)$$

$$\text{г) } 4x - 6 > 0; \quad x > \frac{3}{2} \quad (5)$$

4) Находим пересечение множеств решений (4) и (5).

$$x \in (2; 4 - \sqrt{3}) \cup (4 + \sqrt{3}; 6) \quad (6)$$

5) Находим объединение множеств решений (1) и (6).

$$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup (2; 4 - \sqrt{3}) \cup (4 + \sqrt{3}; 6)$$

Задание 3. $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 18x^2 + 27x$; $F(x) = ?$;

$$f(x) = -\frac{1}{7}x^4 + \frac{27}{11}x^3 - 34x^2 + 11x; \quad F(x) = ?$$

Решение:

$$\int \left(\frac{1}{4}x^3 - 18x^2 + 27x \right) dx = \frac{1}{4} \frac{x^4}{4} - \frac{18x^3}{3} + \frac{27x^2}{2} + C = \frac{x^4}{16} - 6x^3 + \frac{27}{2}x^2 + C;$$

$$F(x) = \frac{x^4}{16} - 6x^3 + \frac{27x^2}{2} + C; \quad f(x) = -\frac{1}{7}x^4 + \frac{27x^3}{11} - 34x^2 + 11x.$$

Решение:

$$\int f(x) dx = -\frac{1}{7} \frac{x^5}{5} + \frac{27x^4}{44} - \frac{34x^3}{3} + \frac{11x^2}{2} + C = -\frac{x^5}{35} + \frac{27x^4}{44} - \frac{34x^3}{3} + \frac{11x^2}{2} + C;$$

$$F(x) = -\frac{x^5}{35} + \frac{27x^4}{44} - \frac{34x^3}{3} + \frac{11x^2}{2} + C.$$