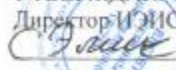


Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИС

С.И. Эминов
27 марта 2017 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебный модуль по направлению подготовки

01.03.02 – прикладная математика и информатика

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО

Начальник учебного отдела


22 03 2017 г. О.Б. Широколова

Разработал

проф. кафедры ВМ


20 02 2017 г. А.В. Ласунский

Принято на заседании кафедры
Протокол № 7 от 01 марта 2017 г.

Заведующий кафедрой ПМИ
проф.  А.В. Колногоров

17 03 2017 г.

1 Цели и задачи учебного модуля

Цели учебного модуля (УМ):

- дать, по возможности, целостное представление о предмете и методах общей теории дифференциальных уравнений;
- рассмотреть методы интегрирования наиболее важных в теоретическом отношении и часто встречающихся в приложениях типов дифференциальных уравнений;
- воспитать высокую математическую культуру студента, развить его интеллект, способности к абстрактному мышлению.

В результате изучения курса дифференциальных уравнений студенты должны свободно ориентироваться в разделах этой теории, овладеть основными приемами и методами исследования и решения задач, сводящихся к дифференциальным уравнениям, уметь анализировать полученные результаты, иметь навыки самостоятельного изучения литературы по данному разделу математики и приложениям.

Задачи учебного модуля «Дифференциальные уравнения»:

- развитие математического мышления;
- формирование навыков построения и применения моделей при решении задач естествознания;
- формирование у студентов понимания значимости знаний и умений по дифференциальным уравнениям в их дальнейшей профессиональной работе;
- стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению УМ и формированию необходимых компетенций.

2 Место учебного модуля в структуре ООП направления подготовки

УМ «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть профессионального цикла Б.3. Формируемые компетенции определяются Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика.

Для успешного усвоения курса необходимы знания по математическому анализу, геометрии и алгебре, а также школьного курса математики.

Базовые знания, полученные при изучении данного курса, используются при освоении дисциплин математического и естественнонаучного цикла Б.2 и профессионального цикла Б.3: физика, разностные уравнения, уравнения математической физики, методы оптимизации, вычислительная математика, математическое моделирование, КСЕ1: проблемы и методы современных естественных наук, КСЕ2: математические модели в естествознании и экологии, цепи Маркова и теория случайных процессов.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

В результате изучения учебного модуля «Дифференциальные уравнения» студент формирует и демонстрирует компетенцию **ОПК-1** – способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Паспорт компетенции ОПК-1

способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1)

Уровни	Показатели	Оценочная шкала		
		3	4	5
Базовый уровень	Знать теоретические и методологические основы естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач	Имеет общее представление о теоретических и методологических основах естественных наук, математики и информатики, основных фактах, концепциях, принципах теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой, может предложить отдельные примеры их использования при решении задач профессиональной деятельности	Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ естественных наук, математики и информатики, может предложить примеры их использования в разных областях прикладной математики	Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ естественных наук, математики и информатики, может предложить способ их использования при решении конкретной профессиональной задачи
	Уметь определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математических и естественнонаучных дисциплин для решения профессиональных задач уметь применять полученные теоретические знания и математический аппарат для самостоятельного освоения специальных разделов естественных наук, математики и информатики, необходимых в профессиональной деятельности	Способен указать специальные разделы естественных наук, математики и информатики, необходимые для решения поставленной задачи профессиональной направленности, но допускает отдельные неточности. Может самостоятельно освоить теоретический материал из отдельных специальных разделов математических и естественнонаучных дисциплин для решения задач в профессиональной сфере деятельности	Способен указать специальные разделы естественных наук, математики и информатики, необходимые для решения поставленной задачи профессиональной направленности. Способен самостоятельно освоить типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики и естественнонаучных дисциплин, но допускает отдельные ошибки при их применении в профессиональной сфере деятельности	Может обосновать необходимость привлечения сведений из дополнительных разделов математики и естественнонаучных дисциплин и ранжировать их по степени значимости для решения поставленной задачи (необходимые, вспомогательные, иллюстративные др.) Способен самостоятельно освоить основные теоретические положения и типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики и естественнонаучных дисциплин

	Владеть навыками использования теоретических основ базовых разделов естественных наук, математики и информатики при решении конкретных задач прикладной математики	Способен предложить примеры использования теоретических представлений отдельных разделов естественных наук, математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности	Владеет навыками применения методов естественных наук, математики и информатики для решения профессиональных задач, но допускает отдельные неточности	Владеет навыками применения методов естественных наук, математики и информатики для решения профессиональных задач и грамотной интерпретации полученных результатов
--	--	--	---	---

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

В структуре УМ выделены учебные элементы модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов.

Учебная работа (УР)	Всего (семестр 3)	Коды формируемых компетенций
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):		ОПК-1
1) <i>УЭМ 1. Дифференциальные уравнения</i>		
- лекции	18	
- практические занятия (семинары)	27	
- в т.ч. аудиторная СРС	9	
- внеаудиторная СРС	45	
2) <i>УЭМ 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости</i>		ОПК-1
- лекции	18	
- практические занятия (семинары)	27	
- в т.ч. аудиторная СРС	9	
- внеаудиторная СРС	45	
Аттестация:	36	
- экзамен		

4.2 Содержание учебного модуля и структура разделов

УЭМ 1. Дифференциальные уравнения.

- 1.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия и определения. Задача Коши. Поле направлений. Изоклины. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в симметричной форме. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- 1.2 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения уравнения. Уравнения Лагранжа и Клеро.
- 1.3 Линейные уравнения n – го порядка. Основные понятия и определения. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского. Комплексные решения линейных однородных уравнений. Линейные неоднородные уравнения. Построение общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Построение фундаментальной системы решений линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

УЭМ 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости.

- 2.1 Основные понятия. Канонические системы, нормальные системы. Переход от линейного дифференциального уравнения к нормальной системе разностных уравнений. Линейные однородные и неоднородные системы (ЛОС и ЛНС). Общее и частное решения. Линейная зависимость и линейная независимость вектор-функций. Критерий линейной независимости решений ЛОС. Теорема о связи между фундаментальными матрицами ЛОС. Теорема об общем решении ЛОС. Простейшие свойства решений ЛНС. Теорема об общем решении ЛНС. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС. ЛНС с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Построение фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными действительными коэффициентами по методу Эйлера. Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами. Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице.
- 2.2 Понятие об устойчивости решения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Оценка нормы фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными коэффициентами. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению.
- 2.3 Уравнения с частными производными первого порядка.

Содержание практических занятий

- ПР 1 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Метод изоклин.
- ПР 2 Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
- ПР 3 Уравнения однородные относительно искомой функции и независимой переменной и уравнения, приводящиеся к ним.
- ПР 4 Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
- ПР 5 Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- ПР 6 Задачи естествознания, решение которых приводит к дифференциальным уравнениям первого порядка.

- ПР 7 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
Литература. [1] гл. I, §1- 4, 6, 7, 10-13; гл. 2, §14,16;
[3] гл. IV, §1; [5] гл. I, §1-8.
- ПР 8 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
- ПР 9 Метод Эйлера решения ЛОРУ с постоянными действительными коэффициентами.
- ПР 10 Построение ЛОРУ по заданной ФСР.
- ПР 11 Метод вариации произвольных постоянных для ЛНРУ.
- ПР 12 ЛНРУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью.
Литература. [1] гл. III, §18, 19; гл. VI, § 30-31; гл. VII, § 32-36;
[3], гл. IV, § 2, 3; [5] гл. II, § 9-14.
- ПР 13 Защита РГЗ № 1.
- ПР 14 Системы дифференциальных уравнений в нормальной и симметричной формах.
- ПР 15 Метод Эйлера решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами.
- ПР 16 Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами.
- ПР 17 Матричная экспонента.
- ПР 18 Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице.
- ПР 19 ЛНС с постоянными действительными коэффициентами и правой частью специального вида.
- ПР 20 Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС.
Литература. [1] гл. IV, § 20, 21; гл. IX, § 41, 42; гл. X, § 43-45;
[3], гл. IV, § 5; [5] гл. IV, § 20-23.
- ПР 21 Основные понятия теории устойчивости решений.
- ПР 22 Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.
- ПР 23 Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка.
- ПР 24 Теорема об устойчивости по первому приближению.
- ПР 25 Уравнения с частными производными первого порядка.
Литература. [1] гл. XII, § 50, 51; [3], гл. IX, § 6, 7; [5] гл. V, § 24-28, дополнение.
- ПР 26 Защита РГЗ № 2.
- ПР 27 Итоговое занятие.

Внеаудиторная СРС

Содержание приведено в приложении А.

4.3 Организация изучения учебного модуля

Образовательный процесс основан на комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое, контекстное обучение, развивающее и проектное обучение, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

– лекционные (вводная лекция, лекция-презентация, проблемная лекция);

- практические (тренинги функциональной грамотности, дискуссионные процедуры, моделирование, обсуждение конкретных ситуаций);
- исследовательские (самостоятельная работа с научной литературой, с источниками по темам дисциплины, моделирование процессов, создание словаря терминов по материалам модулей, написание эссе по проблеме, подготовка презентаций по темам домашних работ, подготовка рефератов, докладов, выступление на практических занятиях и конференциях);

Рекомендуется использование информационных технологий, выдача рекомендаций и консультирование студентов по электронной почте, использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

Для оценки качества усвоения курса используются следующие формы контроля:

- **текущий:** контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий, работы с источниками;
- **рубежный:** студенты в семестре выполняют два расчетно-графических задания. Учет суммарных баллов по итогам текущего контроля.
- **семестровый:** осуществляется посредством экзамена. Билет к экзамену состоит из двух частей:

- 1) Теоретическая часть (вопросы приведены в приложении А).
- 2) Практическая часть (решение задач). Задачи аналогичны задачам, которые решали студенты в контрольных работах.

Образцы расчетно-графических работ и билета к экзамену приведены в приложении А.

Технологическая карта учебного модуля с оценкой различных видов учебной деятельности по этапам контроля приведена в приложении Б.

Критерии оценки качества освоения студентами учебного модуля:

- пороговый («оценка «удовлетворительно») – 150 – 209 баллов;
- стандартный (оценка «хорошо») – 210 – 269 баллов;
- эталонный (оценка «отлично») – 270 – 300 баллов.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля

Основная литература:

1 Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Санкт-Петербург: Лань, 2003. – 832с.

2 Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению/ В.К.Романко, Н.Х. Агаханов, В.В.Власов, Л.И.Коваленко; Под ред. В.К. Романко. – М.:Лаборатория Базовых Знаний, 2006.– 255с

Дополнительная литература:

3 Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2./П.Е. Данко, А.Г.Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Высшая школа, 2003 –2011–330с.

4 Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. – М.: Физматлит, 2003.– 384с.

3 Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: Практ. курс: учеб. пособие для вузов/ А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, Н.Е. Перестюк.-3-е изд., перераб.– М.: Высшая школа, 2006.–382 с.

4 Особые точки обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод. указ. / Сост.: С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова. НовГУ.- В.Новгород, 2006. – 48 с.

5 Пантелеев А.В. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учеб. пособие втузов/ А.В. Пантелеев, А.С.Якимова, А.В. Босов.– М.: Высшая школа, 2001.-376с.

Карта учебно-методического обеспечения по дисциплине представлена в приложении В.

Приложение А

Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Дифференциальные уравнения»

При обучении студентов по программе бакалавриата большое внимание уделяется самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работе. Теоретический материал излагается на лекциях, проводятся практические занятия. Студентам предлагается самостоятельная аудиторная и внеаудиторная работа над учебным материалом.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить лекционный материал, в случае необходимости обратиться к соответствующим разделам рекомендованной литературы. К практическим занятиям по конкретной теме студент обязан знать основные понятия, определения, формулировки теорем и свойства. На практических занятиях необходимо иметь конспект лекций по изучаемой теме. Для закрепления темы студенту выдаются домашние задания для самостоятельной работы.

В начале лекционного курса преподаватель должен познакомить студентов с модульно-рейтинговой системой обучения и контроля знаний, которая представлена в рабочей программе по дифференциальным уравнениям для данного направления подготовки бакалавров, познакомить с технологической картой дисциплины, в которой трудоемкость дисциплины выражена в баллах. Охарактеризовать расчетно-графические работы, творческий рейтинг и экзамен. Далее нужно указать и охарактеризовать основную литературу, выделив при этом учебник как обязательное руководство и подчеркнув, что лекция и учебник служит основой для самостоятельной работы, а также сборники задач и упражнений, пригодные как для самообразования, так и для активной работы с преподавателем на практических занятиях. Ряд вопросов программы выносятся на самостоятельную проработку. Список этих тем приведен далее.

На практических занятиях преподаватель проверяет выполнение текущих домашних заданий, разбирает вместе со всеми нерешенные дома задачи.

Студент допускается к экзамену, если он выполнит оба расчетно-графических задания, хотя бы на минимальные баллы.

Образец расчетно-графической работы № 1

Вариант 0

1. С помощью изоклин построить интегральные кривые уравнения

$$y' = 2 + 2x - y.$$

2. Решить уравнение $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}.$

3. Решить уравнение $\frac{ydx}{x} + (y^3 - \ln x)dy = 0.$

4. Решить задачу Коши $y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

5. Решить уравнение $y'' + 4y = 8x.$

Образец расчетно-графической работы № 2

Вариант 0

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\dot{x} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} x.$

2. Построить линейную однородную систему ДУ по заданной интегральной матрице

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} e^{3t} & (t+2)e^{3t} \\ -e^{3t} & -te^{3t} \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^{3t} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4. Построить многочлен третьей степени с положительными целыми коэффициентами, у которого есть корень с положительной вещественной частью. Указать корни этого многочлена.
5. Для данных матриц A и B найти их произведение AB . Вычислить все три наиболее употребительные матричные нормы для матриц A , B , AB . На этом конкретном примере убедиться в мультипликативности рассмотренных матричных норм.

$$A = \begin{pmatrix} 2i & 1 \\ 3-4i & 1-i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -2 & -i \end{pmatrix}.$$

6. В зависимости от значений параметра a исследовать систему на устойчивость по Ляпунову и асимптотическую устойчивость.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -2 & a & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} x.$$

7. Определить тип точки покоя системы дифференциальных уравнений $\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} x$. Построить траектории решений и направления движения по этим траекториям.

Теоретические вопросы к экзамену по учебному модулю «Дифференциальные уравнения» (третий семестр)

1. ДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия. Поле направлений. Построение интегральных кривых методом изоклин. Примеры.
2. ДУ с разделенными и разделяющимися переменными.
3. Однородное уравнение и уравнения, приводящиеся к однородному.
4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, построение общего решения.
5. Уравнение Бернулли. Особое решение уравнения Бернулли.
6. ДУ в симметричной форме. Признак уравнения в полных дифференциалах.
7. Интегрирующий множитель уравнения в симметричной форме, методы его нахождения.
8. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения таких уравнений. Уравнение Лагранжа.
9. Уравнение Клеро. Понятие огибающей семейства интегральных кривых. Особое решение уравнения Клеро.
10. ДУ высших порядков, разрешенные относительно старшей производной. Задача Коши, определение общего решения. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.
11. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
12. Линейная зависимость и линейная независимость функций. Определитель Вронского.
13. ЛОДУ n – го порядка. Критерий линейной независимости решений ЛОДУ.
14. Теорема об общем решении ЛОДУ.
15. Формула Остроградского – Лиувилля для ЛОДУ n – го порядка.
16. Понижение порядка ЛОДУ n – го порядка, если известны его нетривиальные решения. Формула Абеля.
17. Построение ЛОДУ по заданной фундаментальной системе решений.
18. Свойства решений ЛНДУ n – го порядка. Теорема об общем решении ЛНДУ.
19. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ n – го порядка.
20. Построение фундаментальной системы решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами (случай простых корней характеристического уравнения).
21. Построение фундаментальной системы решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами (случай кратных корней характеристического уравнения).
22. Теорема о частном решении. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = e^{lx} \cdot Q_k(x)$.

23. Теорема о частном решении ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и кривой частью вида $f(x) = e^{sx} (Q_{k_1}(x) \cos vx + Q_{k_2}(x) \sin vx)$.
24. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, основные понятия.
25. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
26. Понятие интеграла нормальной системы. Метод интегрируемых комбинаций интегрирования нормальной системы.
27. Системы дифференциальных уравнений в симметрической форме.
28. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие понятия, свойства.
29. Линейная зависимость вектор – функций. Определитель Вронского для вектор – функций. Необходимый признак линейной зависимости вектор – функций.
30. Критерий линейной независимости решений ЛОС.
31. Формула Остроградского-Лиувилля-Якоби. Свойства вронскиана.
32. Построение ЛОС по заданной ФСР.
33. Теорема об общем решении ЛОС.
34. ЛНС. Общие понятия. Теорема об общем решении ЛНС.
35. Метод вариации произвольных для ЛНС.
36. ЛОС с постоянными коэффициентами. Построение ФСР. (Случай различных корней характеристического уравнения).
37. ЛОС с постоянными коэффициентами. Построение ФСР. (Случай кратных корней характеристического уравнения).
38. Матричный метод решения ЛОС с постоянными коэффициентами.
39. Понятие устойчивости решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Примеры.
40. Устойчивость линейных систем.
41. Достаточные условия устойчивости и неустойчивости нулевого решения ЛОС с постоянными коэффициентами. Критерий Рауса-Гурвица.
42. Устойчивость по первому приближению. Теорема Ляпунова.
43. Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка.
44. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости.

Образцы экзаменационных билетов

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра прикладной математики и информатики

Билет № 0

Учебный модуль “Дифференциальные уравнения”
Для направления подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика

1. Дифференциальные уравнения в симметричной форме. Признак уравнения в полных дифференциалах.
2. Метод вариации произвольных для линейных неоднородных систем.
3. Решить уравнение $\frac{dy}{dx} = 2x(1 - y)$.

4. Решить уравнение $y''' + 2y'' = x + 4$.
5. В каком виде можно найти частное решение линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений $\dot{y} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ \cos t - \sin t \end{pmatrix}$?
- Единственно ли решение такого вида?
6. При каких значениях параметра a система $\dot{x} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix} x$ асимптотически устойчива?

Утверждаю

Зав. кафедрой ПМИ _____ А.В. Колногоров

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра прикладной математики и информатики

Билет № 00

Учебный модуль “Дифференциальные уравнения”

Для направления подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика

1. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, построение общего решения.
2. Устойчивость ЛОС с постоянными коэффициентами. Критерий Рауса-Гурвица.
3. Решить уравнение $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$.
4. Решить уравнение $y'' + y' = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.
5. Решить систему дифференциальных уравнений $z' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} z$.
6. В зависимости от значений параметра a классифицировать точки покоя системы $z' = \begin{pmatrix} -4 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix} z$.

Утверждаю

Зав. кафедрой ПМИ _____ А.В. Колногоров

Содержание внеаудиторной СРС

1. Огибающая семейства интегральных кривых как особое решение.
2. Обобщенное однородное уравнение.
3. Общие свойства уравнения Риккати.
4. Приведение уравнения Риккати к каноническому виду.
5. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Риккати в квадратурах.
6. Структура общего решения уравнения Риккати.
7. Специальное уравнение Риккати.
8. Особые решения дифференциальных уравнений высших порядков.
9. Линейное уравнение Эйлера.
10. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
11. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Теорема об интегральной непрерывности.
12. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы системы, матрица монодромии. Теория Флоке. Проводимость системы с периодическими коэффициентами.
13. Операционный метод интегрирования линейных дифференциальных уравнений и систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
14. Предельные циклы.
15. Уравнения с частными производными первого порядка.
16. Операционный метод решения уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Литература. [1] гл. I, §1-4, 6, 7, 10-13; гл. II, §14,16; гл. III, §18, 19; гл. IV, § 20, 21 гл. VI, § 30-31; гл. VII, § 32-36; гл. IX, § 41, 42; гл. X, § 43-45; гл. XII, § 50, 51; [3] гл. IV, §1-5; [5] гл. I, §1-8; гл. II, § 9-14; гл. IV, § 20-23; гл. V, § 24-28, дополнение.

Приложение Б

Технологическая карта
учебного модуля «Дифференциальные уравнения»
семестр _3_, ЗЕТ_6_, вид аттестации экзамен, академ. часов_90_, баллов рейтинга_300_

№ и наименование раздела учебного модуля	се- мес тр	№ не- дели	Трудоемкость, акад. часов					СРС	Форма текущего контроля успе- (в соотв. с пас- портом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
			Аудиторные занятия							
			ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
1. Дифференциальные уравнения.	3	1-9	18	27		9	45		125	
1.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Метод изоклин. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	3	1,2	4	6		2	10			
1.2 Уравнения однородные относительно искомой функции и независимой переменной и уравнения, приводящиеся к ним. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.	3	3,4	4	6		2	10			
1.3 Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Задачи естествознания, решение которых приводит к дифференциальным уравнениям первого порядка.	3	5	2	3		1	5			
1.4 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	3	6	2	3		1	5			
1.5 Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Метод Эйлера решения ЛОРУ с постоянными действительными коэффициентами.	3	7	2	3		1	5	Творческий рейтинг	15	
1.6 Метод вариации произвольных постоянных для ЛНРУ. ЛНРУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью.	3	8,9	4	6		2	10	РГЗ № 1	110	
2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости.	3	10-18	18	27		9	45		125	
2.1 Системы дифференциальных уравнений в нормальной и симметричной формах.	3	10	2	3		1	5			
2.2 Метод Эйлера решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами.	3	11,12	4	6		2	10			
2.3 Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными ко-	3	13	2	3		1	5			

эффициентами. Матричная экспонента.									
2.4 ЛНС с постоянными действительными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС.	3	14	2	3		1	5		
2.5 Основные понятия теории устойчивости решений. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.	3	15	2	3		1	5		
2.6 Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка. Устойчивость по первому приближению.	3	16	2	3		1	5	Творческий рейтинг	15
2.7 Уравнения с частными производными первого порядка.	3	17,18	4	6		2	10	РГЗ № 2	110
Итого			36	54		18	90		250
Экзамен	3								50

Приложение В

Карта учебно-методического обеспечения

Учебный модуль «Дифференциальные уравнения»

Направление (специальность) 01.03.02 – прикладная математика и информатика

Всего часов – 90 (6 ЗЕ), из них лекций – 36, практических занятий – 54, в т.ч. ауд. СРС – 18, СРС – 90, экзамен – 36.

Форма обучения – дневная

Курс 2 Семестр 3

Выпускающая кафедра – каф. прикладной математики и информатики

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1 Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: Учеб. пособие. - 5-е изд., доп.-СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2003.– 832 с.	21	
2 Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В.К. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко; под ред. В.К. Романко. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2006. – 255 с.	12	
Учебно-методические издания		
1 Рабочая программа учебного модуля «Дифференциальные уравнения» по направлению подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика – с приложениями / Авт.-сост. А.В. Ласунский; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2017. – 17 с.		
2 Особые точки обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод. указ. / Сост.: С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова. НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2006. – 48 с.	13	
3 Введение в операционное исчисление: учеб. пособие / А.В. Ласунский; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2016. – 91 с.	10	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1 Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: Практик. курс: учеб. пособие для вузов/ А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, Н.Е. Перестюк. - 3-е изд., перераб.- М.: Высшая школа, 2006.-382 с.	2	
2 Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Высшая школа, 2003 –2011–330 с.	39	
3 Пантелеев А.В. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учеб. пособие втузов/ А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. – М.: Высшая школа, 2001. - 376 с.	2	

Действительно для учебного года 2017 / 2018

Зав. кафедрой ПМИ _____

17 марта 2017 г.

А.В.Колногооров

Действительно для учебного года

Зав. кафедрой ПМИ _____

_____ 20..... г.

А.В.Колногооров

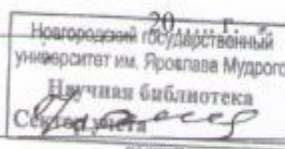
Действительно для учебного года

Зав. кафедрой ПМИ _____

А.В.Колногооров

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

и. Библиот.
должностьКолногооров А.
расшифровка