

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Старорусский политехнический колледж (филиал)**

**Учебно-методическая документация**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И  
ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ЕН.02 ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ**

Специальность 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Квалификация техник - программист

Рассмотрены и утверждены  
Методическим советом колледжа  
(протокол № 51 от 12.10.2017 г)

**Разработчик:**

Елисеева Т.Е., преподаватель математики высшей квалификационной  
категории

**СОДЕРЖАНИЕ**

Пояснительная записка.....	4
Тематический план.....	8
Содержание самостоятельной работы.....	15
Информационное обеспечение обучения .....	46
Лист регистрации изменений.....	47

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине Элементы математической логики составлены в соответствии с:

1 Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах;

2 Рабочей программой учебной дисциплины;

3 Положением о планировании и организации самостоятельной работы студентов СПК (ф) НовГУ.

Методические рекомендации включают аудиторную и/или внеаудиторную работу студентов, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объёме 31 час.

Формами аудиторной самостоятельной работы являются проработка теоретического и практического материала, конспектирование отдельных тем курса, решение упражнений по теме.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен:

*уметь:*

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

*знать:*

- основные средства математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;
- формулы алгебры высказываний;
- методы минимизации алгебраических преобразований;
- основы языка и алгебры предикатов.

## **Перечень формируемых компетенций:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

## Критерии оценки

Самостоятельная работа состоит из теоретических вопросов и (или) практических заданий.

Раскрытие теоретического вопроса считается *безукоризненным*, если он по содержанию полностью соответствует программе и содержит все необходимые теоретические факты и выводы. При этом письменное изложение ответа логически правильное, стилистически грамотное с точным использованием математической символики.

Выполнение практического задания считается *безукоризненным*, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимым обоснованием, получен правильный ответ, последовательно и грамотно записано решение.

При оценке знаний студентов учитываются ошибки и недочеты.

**Ошибками** следует считать:

- неточности определений математических понятий, формулировок теорем, формул;
- не владение одним из умений и навыков, предусмотренных программой.

**Недочетами** являются:

- неаккуратные и непоследовательные записи изложения материала;
- нерациональный (но правильный) способ решения практических заданий;
- отсутствие обоснований при правильном выполнении заданий.

**Оценка «5» («отлично»)** ставится студенту, если в его работе:

- полностью раскрыто содержание теоретических вопросов;
- практические задания выполнены безукоризненно с применением стандартных методов и приемов, но при этом может иметь место 1 (один) недочет.

**Оценка «4» («хорошо»)** – ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполненная теоретическая часть всего задания составляет не менее  $4/5$  объема и содержит не более 1-2 недочетов;
- при выполнении практических заданий допущена 1 (одна) ошибка или 1-2 недочета.

**Оценка «3» («удовлетворительно»)** ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполненная теоретическая часть всего задания составляет не менее  $3/5$  объема и допущена 1 (одна) ошибка;
- при выполнении практических заданий допущено 2-3 ошибки или 4-5 недочетов.

**Оценка «2» («неудовлетворительно»)** ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполнена часть задания составляет менее  $3/5$  объема, при этом изложение материала содержит грубые ошибки;
- при выполнении практических заданий допущено большое количество ошибок и недочетов.

**Тематический план и содержание учебной дисциплины Элементы математической логики**

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект) <i>(если предусмотрены)</i>	Объем часов	Уровень освоения	
1	2	3	4	
<b>Раздел 1</b> <b>Формулы логики</b>		<b>25</b>		
<b>Тема 1.1</b> <b>Высказывания</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Тавтологично-истинные формулы. Равносильность формул.	4		2
	<b>Практические занятия:</b> Логические операции	4		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> Проработка лекционного материала по конспекту. Решение упражнений по теме Логика высказываний.	5		
<b>Тема 1.2</b> <b>Законы логики</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Законы алгебры логики. Методика упрощения формул логики с помощью	4	2	

	равносильных преобразований. Двойственность. Закон двойственности.		
	<b>Практические занятия:</b> Законы алгебры логики	4	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	4	
	Проработка лекционного материала по конспекту. Решение упражнений по теме Законы логики.		
<b>Раздел 2</b> <b>Булевы функции</b>		<b>24</b>	
<b>Тема 2.1</b> <b>Функции алгебры логики</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Булевы функции. Равенство функций. Способы задания булевых функций. Представление булевой функции формулой логики высказываний.	2	2
<b>Тема 2.2</b> <b>Минимизация булевых функций</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Минимизация булевых функций. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Методика представления булевой функции в виде совершенной ДНФ. Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма. Методика представления булевой функции в виде совершенной КНФ.	4	2

	<p><b>Практические занятия:</b> Приведение булевых функций к совершенной дизъюнктивной нормальной форме. Приведение булевых функций к совершенной конъюнктивной нормальной форме</p>	4	
	<p><b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> Проработка лекционного материала по конспекту. Решение упражнений по теме Минимизация булевых функций</p>	4	
<p><b>Тема 2.3</b> <b>Многочлен Жегалкина.</b> <b>Замкнутые классы</b></p>	<p><b>Содержание учебного материала</b></p> <p>Операция двоичного сложения и ее свойства. Полином Жегалкина. Методика представления булевой функции в виде многочлена Жегалкина. Понятие выражения одних булевых функций через другие.</p> <p>Полнота множества функций. Замыкание множества функций. Понятие замкнутого класса функций. Важнейшие замкнутые классы: <math>T_0</math> (класс функций, сохраняющих константу 0), <math>T_1</math> (класс функций, сохраняющих константу 1), <math>S</math> (класс самодвойственных функций), <math>L</math> (класс линейных функций), <math>M</math> (класс монотонных функций). Теорема Поста.</p>	4	2
	<p><b>Практические занятия:</b> Многочлен Жегалкина. Проверка булевой функции на принадлежность к классам <math>T_0</math>, <math>T_1</math>, <math>S</math>, <math>L</math>, <math>M</math>; проверка множества булевых функций на полноту</p>	4	

	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	2	
	Проработка лекционного материала по конспекту.		
<b>Раздел 3</b> <b>Основы теории</b> <b>множеств</b>		<b>14</b>	
<b>Тема 3.1</b> <b>Основные</b> <b>понятия теории</b> <b>множеств</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	4	2
	Понятие множества. Способы задания множеств. Конечные и бесконечные множества, пустое множество. Подмножество; количество подмножеств конечного множества. Изображение множеств с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Операции над множествами (объединение, пересечение, дополнение, теоретико-множественная разность) и их свойства. Декартово произведение множеств. Декартова степень множества.		
	<b>Практические занятия:</b> Операции над множествами. Решение логических задач.	6	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	4	
	Проработка лекционного материала по конспекту. Решение упражнений по теме Множества		
<b>Раздел 4</b>		<b>12</b>	

<b>Логика предикатов</b>			
<b>Тема 4.1</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	4	
<b>Предикаты</b>	Понятие предиката. Область определения и область истинности предиката. Обычные логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Понятие предикатной формулы; свободные и связанные переменные. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции. Формализация предложений с помощью логики предикатов		2
	<b>Практические занятия:</b> Логические операции над предикатами. Формализация предложений с помощью логики предикатов.	4	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> Проработка лекционного материала по конспекту и учебной литературе. Решение упражнений по теме Предикаты.	4	
<b>Раздел 5</b>		<b>20</b>	
<b>Элементы теории алгоритмов</b>			
<b>Тема 5.1</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	4	

<b>Вычислимые функции и алгоритмы</b>	Понятие алгоритма. Вычислимые функции. Примеры. Свойства алгоритма. Основные требования к алгоритмам. Вычислительная сложность алгоритмов.		2
	<b>Практические занятия:</b> Вычислимые функции.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> Проработка лекционного материала по конспекту.	4	
<b>Тема 5.2</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	4	
<b>Машина Тьюринга</b>	Нормальный алгоритм Маркова. Принцип нормализации и его обоснование. Машина Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции.		2
	<b>Практические занятия:</b> Машина Тьюринга.	2	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> Проработка лекционного материала по конспекту	4	
<b>Всего:</b>		<b>95</b>	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

- 1 – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
- 2 – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
- 3 – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

## СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

### РАЗДЕЛ 1 ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ

#### Тема 1.1 Высказывания

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 5 часов.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

*Содержание заданий:*

- 1 Проработать лекционный материал по конспекту.
- 2 Решить упражнения по теме

#### Упражнения

1 Записать в символической форме следующие сложные высказывания:

- а) если студент отлично учится, занимается общественной работой и не имеет нарушений, то он получает повышенную стипендию;
- б) если деталь не стоит в плане и обеспечена заготовкой, то , если она срочная и план составлен правильно, - неверно, что деталь не стоит плане;
- в) Иванов сдал экзамен и получил пять неравнозначно тому, что Иванов получил пять и сдал экзамен;
- г) если он идёт, то он поезд, но это не значит, что если он стоит, то он поезд;
- д) если ЭВМ исправна и мы не сделали ошибки, то мы сделали открытие тогда и только тогда, когда, если ЭВМ неисправна и мы не сделали ошибки, то мы всё-таки что-то сделали.

- е) Кто хочет разговаривать, тот должен выговаривать все правильно и внятно, чтобы было всем понятно
- ж) Этот человек студент или предприниматель
- з) Петров женат на Марье Ивановне или Лукерии Ильиничне
- и) Если при выполнении программы отклонение контролируемых параметров превышает предусмотренные нормы (стандарты), то требуется оперативная корректировка программы или уточнение стандартов
- к) Если Иванов Гражданин России, и все граждане Росси имеют право на образование, то Иванов имеет право на образование. Найти отрицание полученного высказывания.

2 Привести примеры, когда содержательный смысл связок «и», «или», «не» и «если...,-то» не соответствует формально определённым операциям  $\&$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ ,  $\rightarrow$ .

3 Какие из приведённых ниже высказываний являются отрицанием высказывания «Петя пошел в институт»:

- Не Петя пошел в институт;
- Петя не пошел в институт;
- Петя пошел не в институт.

4 Каково значение истинности сложного высказывания «Речка движется и не движется»?

5 Придумать содержательное описание формул:

- а)  $(A \sim \bar{B}) \rightarrow AC$ ;
- б)  $A \rightarrow (B \rightarrow (\bar{A} \vee C))$ ;
- в)  $A|B \rightarrow (C \oplus D)$ ;
- г)  $(A \rightarrow B) \sim (A \rightarrow C)$ .

6 Возможна ли ситуация, когда  $A \vee \bar{A} \neq 1$  ?

7 Построить таблицы истинности для формул:

- а)  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow BA)$ ;
- б)  $(A(B \rightarrow A)) \rightarrow \bar{A}$ ;
- в)  $(A|A)|(B|B)$ ;

- г)  $(A \downarrow B) \rightarrow (A | C)$ ;  
 д)  $(A \sim B) \oplus C$ ;  
 е)  $A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ .  
 ж)  $A \cdot B \vee \overline{A \cdot B}$   
 з)  $A \cdot B \equiv \overline{\overline{A \cdot B}}$   
 и)  $(A \rightarrow B) \rightarrow \overline{A}$

8\* Выразить операции  $\vee$  и  $\&$  через операции  $-$  и  $\rightarrow$ .

9 Выразить операции  $-$ ,  $\vee$  и  $\&$  через:

- а) штрих Шеффера;  
 б) стрелку Пирса.

10 Построить тавтологию и противоречие с использованием трёх элементарных высказываний  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Определите понятие высказывания.
  - б) Дайте определение логических операций отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации и эквивалентности.
  - в) Приведите варианты чтения импликации.
  - г) Приведите варианты чтения эквивалентности.
- 6 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;
- 7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

### *Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

#### *Форма контроля:*

- 1 Фронтальный опрос
- 2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

#### *Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

### **Тема 1.2 Законы логики**

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

Сформировать умение применять законы логики для упрощения формул логики.

*Содержание заданий:*

Решить упражнения по теме

#### Упражнения

1 Составив таблицы истинности для законов логики, доказать, что они являются тавтологиями

1 Закон двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} \equiv A$
2 Переместительный (коммутативный) закон	$A \vee B \equiv B \vee A$
	$A \wedge B \equiv B \wedge A$
3 Сочетательный (ассоциативный) закон	$A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$
	$A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$
4 Распределительный (дистрибутивный) закон	$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
	$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
5 Закон общей инверсии (законы де Моргана)	$\overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B}$
	$\overline{A \wedge B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}$
6 Закон идемпотентности (равносильности)	$A \vee A \equiv A$
	$A \wedge A \equiv A$
7 Закон исключения констант	$\begin{array}{ll} \overline{0} \equiv 1 & \overline{1} \equiv 0 \\ A \vee 0 \equiv A & A \wedge 0 \equiv 0 \\ A \vee 1 \equiv 1 & A \wedge 1 \equiv A \end{array}$
8. Закон противоречия	$A \wedge \overline{A} \equiv 0$
9. Закон исключения третьего	$A \vee \overline{A} \equiv 1$
10. Закон поглощения	$\begin{array}{l} A \vee (A \wedge B) \equiv A \\ A \wedge (A \vee B) \equiv A \end{array}$
11 Снятие импликации	$A \rightarrow B \equiv \overline{A} \vee B$
12 Снятие эквиваленции	$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
13 Закон контрпозиции	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\overline{B} \rightarrow \overline{A})$
14 Закон силлогизма	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

2 Применяя равносильные преобразования, приведите следующие формулы к возможно более простой форме:

- а)  $\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow P)$ ;  
б)  $\neg(\neg P \wedge \neg Q) \vee ((P \rightarrow Q) \wedge P)$ ;  
в)  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \wedge (P \vee Q)$ ;  
г)  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow \neg P) \wedge (R \rightarrow P)$ ;  
д)  $(P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$ .

3 Следующие формулы преобразуйте так, чтобы они содержали только логические связки «отрицание» и «конъюнкция»

- а)  $(X \vee Y) \rightarrow (\neg X \rightarrow Z)$ ;  
 б)  $(\neg X \rightarrow Y) \vee \neg(X \rightarrow Y)$ .

4 Следующие формулы преобразуйте так, чтобы они содержали только логические связки «отрицание» и «конъюнкция»

- а)  $(X \rightarrow Y) \rightarrow (Y \wedge Z)$ ;  
 б)  $(\neg X \wedge \neg Y) \rightarrow (X \wedge Y)$ .

*Практические рекомендации по выполнению:*

Прежде чем решать упражнения по теме, необходимо разобраться в решении примеров и задач, приведенных в лекции и на практическом занятии. Решение упражнений приводить подробно, вычисления записывать в определенном порядке, доводя до конца, в тетради для практических работ.

*Основные требования к результату работы*

Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

*Форма контроля:*

Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## РАЗДЕЛ 2 БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ

### Тема 2.2 Минимизация булевых функций

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

*Содержание заданий:*

- 1 Проработать лекционный материал по конспекту.
- 2 Решить упражнения по теме

#### Упражнения

- 1 Получить ДНФ для формул:

а)\*  $(xy \vee \bar{x}y \vee z)xz\bar{z}$ ;

б)  $(x \vee y)(\bar{x} \vee z)$ ;

в)\*  $x \vee y$ ;

г)  $(xy \vee z)(\bar{x}z \vee y)$ ;

д)  $\overline{xy \vee xz}$ ;

е)  $\overline{\overline{xyz}}$ ;

ж)  $(x \rightarrow y)(y \rightarrow x)$ ;

з)  $((x \sim y) \vee z) | (x \downarrow y)$ .

к)  $\overline{\overline{x \cdot y \vee z \cdot x}}$

- 2 Получить КНФ для формул:

а)\*  $xy \vee z$ ;

д)  $\overline{\overline{x \vee y \cdot x \vee y}}$ ;

б)\*  $xy$ ;

е)  $\overline{\overline{xyz \vee y}}$ ;

в)  $xy \vee \bar{x}z$ ;

ж)  $(xy \sim z)(x \oplus y)$ ;

г)  $(xy \vee z)(\bar{y} \vee \bar{z})$ ;

з)  $((x | y) \downarrow z) \sim y$ .

- 3 Получить СДНФ для формул:

- |   |  |
|---|--|
| а)* $(x \vee y)(\bar{x} \vee z)$ ;                    | з) $\overline{xyz \vee x}$ ;                           |
| б)* $(x \downarrow y) \rightarrow (\bar{y}   z)$ ;    | и) $x \rightarrow (y \rightarrow (z \rightarrow w))$ ; |
| в) $(x \oplus y)   (x \vee y \sim z \rightarrow x)$ ; | к) $((x \rightarrow y) \rightarrow z) \rightarrow w$ ; |
| г) $\overline{x \vee y \vee xy}$ ;                    | л) $(x \sim y) \sim z$ ;                               |
| д)* $x \vee \bar{x} \vee y$ ;                         | м) $((x \rightarrow y)   z) \rightarrow y$ ;           |
| е) $x \rightarrow y$ ;                                | н) $(1 \oplus xy) \oplus xz$ ;                         |
| ж) $x \rightarrow x \sim y \rightarrow y$ ;           | о) $(x \oplus y) \oplus xyz$ .                         |

4 Получить СКНФ для формул:

- |   |   |
|---|---|
| а)* $xy \vee \bar{xz}$ ;                                  | и) $\overline{xy \rightarrow x \vee x(y \vee z)}$ ; |
| б) $x \sim y$ ;   | к) $(x   y) \rightarrow (x   z)$ ;                  |
| в)* $xy$ ;  | л) $(x \vee y)(x \vee z) \vee xy$ ;                 |
| г) $xyz$ ;  | м) $(x \vee y)\bar{x} \vee z$ ;                     |
| д) $\overline{x(y \vee z)} \rightarrow (xy \vee z)$ ;     | н) $(x \downarrow y) \sim (x \oplus y)$ ;           |
| ж) $(\overline{x \oplus y} \rightarrow c) \downarrow c$ ; | о) $(x \sim y) \sim (x \sim z)$ ;                   |
| з)* $x \rightarrow (y \rightarrow x)$ ;                   | п) $(x \sim y) \oplus (x \sim z)$ ;                 |
|   | р) $(x \vee y)(x \vee z)(x \vee \bar{w})$ .         |

5 Получить СДНФ, а затем перейти к СКНФ:

- а)  $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((x \rightarrow \bar{z}) \rightarrow (x \rightarrow \bar{y}))$ ;
- б)\*  $(x \rightarrow y) \rightarrow (\bar{y} \rightarrow \bar{x})$ ;
- в)  $(x \vee y \vee z)(x \vee \bar{z})\bar{y}$ ;
- г)  $((x \downarrow y) | z) | (x \rightarrow y)$ ;
- д)  $yz \rightarrow (\overline{x \vee y \sim \bar{z}})$ ;
- е)  $(x \rightarrow y) \rightarrow (x \oplus z)$ ;
- ж)  $((x | y) | z) \vee ((x \downarrow y) \downarrow z)$ .

6 \* Пусть задана функция  $f$  (сложное высказывание) от трёх аргументов (элементарных высказываний)  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $f(x, y, z) = x$ .

Построить для данной функции СДНФ:

7 Получить СКНФ, а затем перейти к СДНФ:

- а)  $(x | y) \rightarrow (z \rightarrow \bar{y})$ ;
- б)  $(x \rightarrow (y \oplus z)) \rightarrow z$ ;
- в)  $(x \sim y) | (y | z)$ ;
- г)\*  $(x | y)xy$ ;
- д)  $(x \vee y)xyz$ ;
- е)  $(x \downarrow y) \downarrow z$ ;
- ж)  $(xy) | (\overline{x \rightarrow z})$ .

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Дайте определение элементарной конъюнкции.
  - б) Дайте определение дизъюнктивной нормальной формы.
  - в) Совершенная дизъюнктивная нормальная форма и правила ее получения.
  - г) Дайте определение элементарной дизъюнкции..
  - д) Дайте определение конъюнктивной нормальной формы.
  - е) Совершенная конъюнктивная нормальная форма и правила ее получения.
- 6 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;
- 7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

*Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

*Форма контроля:*

Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

### **Тема 2.3 Многочлен Жегалкина. Замкнутые классы**

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 2 часа.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме

*Содержание заданий:*

Проработать лекционный материал по конспекту.

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Дайте определение операции двоичного сложения и перечислите ее свойства.
  - б) Полином Жегалкина.
  - в) Сформулируйте методику представления булевой функции в виде многочлена Жегалкина.

- г) Понятие выражения одних булевых функций через другие.
- д) Полнота множества функций. Замыкание множества функций.  
Понятие замкнутого класса функций.
- е) Перечислите важнейшие замкнутые классы.
- ж) Сформулируйте теорему Поста.

*Основные требования к результату работы:*

Усвоить пройденный материал.

*Форма контроля:*

Фронтальный опрос.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## РАЗДЕЛ 3 ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

### Тема 3.1 Основные понятия теории множеств

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

*Содержание заданий:*

- 1 Проработать лекционный материал по конспекту.
- 2 Решить упражнения по теме

#### Упражнения

- 1 Пусть  $A = \{\{1,2,3\}, \{1,3\}, 1, 2\}$ . Верно ли, что  $\{1, 2\} \in A$ ?
  - а)  $\{1, 2\} \subset A$ ?
- 2 Перечислить элементы множества

$$A = \{x \mid x = \frac{n}{n^2 + n + 3}, n=1, 2, \dots\}.$$

- 3 Перечислить элементы следующих множеств:
  - а)  $A = \{x \mid x \in \{\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}\}\}$ ;
  - б)  $B = \{x \mid x \subset \{a, b, c, d\}\}$ ;
  - в)  $C = \{x \mid x \subseteq \{a, b, c, d\}\}$ .
- 4 Перечислите все элементы множества
  - а)  $P \subseteq A = \{\{1, 2\}, \{3\}, 1\}$ .
- 5 Пусть  $A$  – произвольное множество. Что представляют собой следующие множества:  $A \cap \emptyset$ ?  $A \cup \emptyset$ ?  $A \setminus \emptyset$ ?  $A \setminus A$ ?
- 6 Множество  $A$  состоит из натуральных чисел, делящихся на 4, множество  $B$  – из натуральных чисел, делящихся на 10, множество  $C$  – из

натуральных чисел, делящихся на 75. Из каких чисел состоит множество  $A \cap B \cap C$ ?

7 Даны произвольные множества  $A, B, C$  такие, что:

$$A \subset B \text{ и } A \subset C;$$

$$A \subset C \text{ и } B \subset C.$$

Чему равно  $A \cap B \cap C$ ?  $A \cup B \cup C$ ?

8 Даны произвольные множества  $A, B$  и  $C$  такие, что  $A \subset B$ ,  $B \subset C$ . Чему равно  $A \cap B \cap C$ ?  $A \cup B \cup C$ ?  $A \setminus C$ ?  $C \setminus A$ ?

9 Даны множества:

$$\text{а) } A = \{h, o, t\} \text{ и } B = \{t, o, o, t, h\};$$

$$\text{б) } A = \{r, e, s, t\} \text{ и } B = \{s, t, r, e, e, t\}.$$

Верно ли, что  $A \subset B$ ?  $B \subset A$ ?  $A = B$ ?

10 Известно, что а).  $A \cap B \cap C = A$ ; б).  $A \cup B \cup C = A$ . Каковы следствия из этих уравнений?

11 Задано, что  $S = \{a_1, a_2, a_3\}$ , причем известно, что  $A \subset S$ ,  $A = \{a_1, a_2\}$ ;  $B \subset S$ ,  $B = \{a_2, a_3\}$ ;  $C \subset S$ ;  $C = \{a_2\}$ . Найти элементы следующих множеств:  $A \cap A$ ;  $A \cap B$ ;  $B \cap A$ ;  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ .

12 Пусть  $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $X = \{1, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 4\}$ ,  $Z = \{2, 5\}$ .

Найти множества:

$$\text{а) } X \cap \bar{Y}; \quad \text{б) } (X \cap Z) \cup \bar{Y}; \quad \text{в) } X \cup (Y \cap Z); \quad \text{г) } (X \cup Y) \cap (X \cup Z);$$

$$\text{д) } \overline{X \cup Y}; \quad \text{е) } \bar{X} \cap \bar{Y}; \quad \text{ж) } \overline{X \cap Y}; \quad \text{з) } (X \cup Y) \cup Z; \quad \text{и) } X \cup (Y \cup Z);$$

$$\text{к) } X \setminus Z; \quad \text{л) } (X \setminus Z) \cup (Y \setminus Z).$$

13 Пусть  $I = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{f, e, c, a\}$ ,  $C = \{d, e, f\}$ .

Найти множества:

$$\text{а) } A \setminus C; \quad \text{б) } B \setminus C; \quad \text{в) } C \setminus B; \quad \text{г) } A \setminus B; \quad \text{д) } \bar{A} \cup B; \quad \text{е) } B \cap \bar{A}; \quad \text{ж) } A \cap C;$$

$$\text{з) } C \cap A; \quad \text{и) } C \Delta A.$$

14 Даны два произвольных множества  $A$  и  $B$  такие, что  $A \cap B = \emptyset$ . Что представляют собой множества  $A \setminus B$  и  $B \setminus A$ ?

15 Даны два произвольных множества  $C$  и  $D$  такие, что  $C \cap \bar{D} = \emptyset$ . Что можно сказать о множествах  $C \cap D$  и  $C \cup D$ ?

16 Дано произвольное множество  $X$ . Найти множества: а)  $X \cap \bar{X}$ ; б)  $X \cup \bar{X}$ ; в)  $X \setminus \bar{X}$ ; г)  $\bar{X} \setminus X$ .

17 Какие из следующих утверждений справедливы:

а)  $0 \in \emptyset$ ; б)  $\emptyset = \{0\}$ ; в)  $|\{\emptyset\}| = 1$ ; г)  $\{\{\emptyset\}\} \in \{\{\{\emptyset\}\}\}$ ; д)  $|\{\{\emptyset\}\}| = 2$ ?

18 Сформулируйте следующее утверждение на языке множеств: даны множества  $A$ ,  $B$  и  $C$ ; определить множество, включающее в себя только два из этих множеств.

19 Решите предыдущую задачу при условии, что множества  $A$ ,  $B$  и  $C$  взаимно не пересекаются.

20 Даны множества  $V$ ,  $W$ ,  $Y$ ,  $X$  и  $Z$ . Определить множество, включающее по крайней мере два из множеств  $V$ ,  $W$ ,  $X$  и  $Y$  и не включающее  $Z$ .

21 Упростить выражения:

а)  $\overline{A \cap \bar{B}} \cup B$ ;

б)  $\overline{\overline{(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})} \cup (A \cup B)}$ ;

в)  $\overline{(A \cup \bar{B}) \cup (\bar{A} \cup B) \cap (A \cup B)}$ ;

г)  $\overline{[(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) \cup (B \cap D)] \cap (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap D \cup I)}$ ;

д)  $(A \cap B \cap C \cap D) \cup (A \cap B \cap C \cap \bar{D}) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap B) \cup \bar{B} \cup$

е)  $(A \cap \bar{B} \cap C \cap \bar{D})$ ;

ж)  $(\bar{A} \setminus \bar{B} \setminus B \cap C) \setminus \bar{C} \cup D$ ;

з)  $(A \cup A \cap \bar{B} \cup \bar{A} \cap C) \cap \bar{A} \cap B \setminus C$ ;

и)  $\bar{A} \setminus \overline{\bar{B} \cup C} \setminus \bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cup A \cap B \cap C$ ;

к)  $\bar{A} \cup A \cup B \cup \overline{\bar{B} \cup \bar{C}} \setminus A$ ;

л)  $\bar{A} \setminus \bar{B} \cap \bar{C} \setminus A \cap \bar{B} \cap C \cup A \cup B \cap C$ ;

м)  $\bar{A} \cup (A \setminus \bar{B}) \cup (\bar{A} \setminus B)$ ;

- н)  $A \cup B \cap \overline{\overline{B \cup C}} \setminus \overline{B}$ ;  
 о)  $(A \cup \overline{A} \cap B \cup \overline{A} \cap C) \cap \overline{A} \cap B \cap \overline{C}$ ;  
 п)  $(A \cup B \cap C) \setminus (\overline{B} \cup \overline{C} \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap C) \cup \overline{(A \cup B \cup C)}$ ;  
 р)  $(A \cup (B \setminus A) \cup \overline{A} \cap C) \cap \overline{A} \cap C \setminus C$ .

22 Доказать тождества, используя законы алгебры множеств:

- а)  $\overline{\overline{\overline{A \cup B}} \cup (A \cup \overline{B})} = B \setminus A$ ;  
 б)  $A \setminus [(A \cap B) \cup (A \setminus B)] = \emptyset$ ;  
 в)  $(A \cap B \cap C \cap \overline{D}) \cup (\overline{A} \cap C) \cup (\overline{B} \cap C) \cup (C \cap D) = C$ ;  
 г)  $(A \cap B \cap D) \cup (A \cap B \cap C \cap D \cap E) \cup (A \cap D \cap \overline{A}) = A \cap B \cap D$ ;  
 д)  $[(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (\overline{A} \cap D \cap E)] \cap \overline{[(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap \overline{D} \cap \overline{E}) \cup (\overline{A} \cap B \cap E)]} = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{D} \cap E)$ .

23 Для произвольных множеств  $A, B, C, D \subset I$  построить диаграммы Эйлера-Венна при условии:

- а)  $A, B, C \subset D$ ;  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ ;  
 б)  $C \subset A \cap B$ ;  $D \subset B$ ;  $C \cap D \neq \emptyset$ ;  
 в)  $A \subset B$ ;  $C \subset D$ ;  $A \cap D = \emptyset$ ;  $B \cap C = \emptyset$ ;  
 г)  $C \subset A \cup B$ ;  $(A \setminus B) \cap C \neq \emptyset$ ;  $(B \setminus A) \cap C \neq \emptyset$ .

24 С помощью диаграмм Эйлера-Венна установить справедливость каждого из следующих утверждений относительно произвольных множеств  $A, B, C \subset I$ :

- а)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ ;  
 б) если  $A \cap B \subset \overline{C}$  и  $A \cup C \subset B$ , то  $A \cap C = \emptyset$ ;  
 в) если  $A \subset \overline{B \cup C}$ , и  $B \subset \overline{A \cup C}$ , то  $B \neq \emptyset$ ;  
 г)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

25 показать с помощью диаграмм Эйлера Венна, какое из двух множеств  $(\overline{A} \cap \overline{B})$  и  $(A \cup B)$  является подмножеством другого.

26 Как можно представить следующие множества, используя диаграммы Эйлера-Венна:

$$а) \{A, \{A\}\}, \{\{a\}, \{b\}\}, \{X, Y, Z\},$$

$$\text{где } X = \{x | x=1 \text{ или } (x-2) \in X\},$$

$$Y = \{x | x=3 \text{ или } (x-3) \in Y\},$$

$$Z = \{x | x=2 \text{ или } (x-2) \in Z\}?$$

27 Пусть даны множества  $A$ ,  $B$  и  $C$ .  $C \subseteq B$ . Доказать, что:

$$а) A \cap C \subseteq A \cap B; \quad б) A \cup C \subseteq A \cup B; \quad в) A \setminus B \subseteq A \setminus C; \quad г) C \setminus A \subseteq B \setminus A;$$

$$д) \overline{B} \setminus A \subseteq \overline{C} \setminus A.$$

28 Доказать, что если  $A \subseteq B$ , то  $P(A) \subseteq P(B)$ .

29 Доказать, что  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ .

Решите задачи с использованием диаграммы Эйлера-Венна.

30 В студенческом потоке 37 человек хорошо знают математику, а 25 человек – электронику, и 19 человек хорошо знают и математику и электронику. Если в потоке каждый из студентов знает хотя бы один из этих предметов, то сколько студентов в потоке?

31 Из 250 студентов 151 изучают немецкий язык, 136 – французский язык, 27 – итальянский, 63 – французский и немецкий, 7 – итальянский и французский, 11 – немецкий и итальянский, 4 – все три языка.

а) Сколько студентов изучают немецкий или французский язык?

б) Сколько студентов изучают только итальянский язык?

в) Сколько студентов изучают немецкий и французский язык, но не итальянский?

г) Сколько студентов не изучают ни одного языка?

д) Сколько студентов изучают хотя два иностранных языка?

32 В отчете о количестве студентов, изучающих иностранные языки, сообщалось, что из 100 студентов все три языка изучают 5 человек, немецкий и английский – 10 человек, французский и английский – 8 человек, немецкий и французский – 20 человек, английский – 30,

немецкий – 23, французский – 50. Инспектор, представивший этот отчет, был отстранен от работы. Почему?

- 33 Каждый из 500 студентов обязан посещать хотя бы один из трех спецкурсов: по математике, физике, астрономии. Три спецкурса посещают 10 студентов, по математике и астрономии – 25 студентов, спецкурс только по физике – 80 студентов. Известно также, что спецкурс по математике посещают 345 студентов, по физике – 145, по астрономии – 100 студентов. Сколько студентов посещают спецкурс только по астрономии? Сколько студентов посещают два спецкурса?
- 34 Экзамен по математике содержал три задачи: по алгебре, геометрии и тригонометрии. Из 800 абитуриентов задачу по алгебре решили 250 человек; по алгебре или геометрии – 660 человек; по две задачи решили 400 человек, из них две задачи по алгебре и геометрии решили 150 человек, по алгебре и тригонометрии – 50 человек; ни один абитуриент не решил все задачи; 20 абитуриентов не решили ни одной задачи; только по тригонометрии задачи решили 120 человек. Сколько абитуриентов решили только одну задачу? Сколько абитуриентов решили задачи по тригонометрии?
- 35 На курсах иностранных языков учится 600 человек. Из них французский изучают 220 человек, английский – 270 человек. Слушатели, изучающие английский язык, не изучают немецкий язык; один французский язык изучают 100 человек, один немецкий язык изучают 180 человек. Сколько человек изучает по два иностранных языка? Сколько человек изучает один иностранный язык?
- 36 На кафедре иностранных языков работают 18 преподавателей. Из них 12 преподают английский язык, 11 – немецкий язык, 9 – французский язык. 5 преподавателей преподают английский и немецкий языки, 4 – английский и французский, 3 – немецкий и французский. Сколько преподавателей преподают все три языка? Сколько преподавателей преподают только два языка?

- 37 Группа студентов из 25 человек сдала экзаменационную сессию со следующими результатами: 2 человека получили только “отлично”; 3 человека получили отличные, хорошие и удовлетворительные оценки; 4 человека только “хорошо”; 3 человека только хорошие и удовлетворительные оценки. Число студентов, сдавших сессию только на “удовлетворительно”, равно числу студентов, сдавших сессию только на “хорошо” и “отлично”. Студентов, получивших только отличные и удовлетворительные оценки – нет. Удовлетворительные или хорошие оценки получили только 22 студента. Сколько студентов сдали сессию только на “удовлетворительно”?
- 38 Преподаватели кафедры Прикладной математики преподают на трех факультетах: механическом, технологическом, экономическом. На технологическом факультете работает 22 преподавателя, на механическом – 23 преподавателя, на механическом и экономическом – 36 преподавателей. Только на технологическом факультете работают 10 преподавателей. 2 – на трех факультетах. 5 преподавателей работают только на механическом и экономическом факультетах. Число преподавателей, работающих только на механическом и технологическом факультетах, равно числу преподавателей, работающих на экономическом и технологическом факультетах. Сколько преподавателей работает на кафедре? Сколько преподавателей работает только на одном факультете?
- 39 Экзамен по математике содержал три задачи: по алгебре, геометрии и тригонометрии. Из 750 абитуриентов задачу по алгебре решили 400 абитуриентов, по геометрии – 480, по тригонометрии – 420. Задачи по алгебре или геометрии решили 630 абитуриентов; по геометрии или тригонометрии – 600 абитуриентов; по алгебре или тригонометрии – 620 абитуриентов. 100 абитуриентов не решили ни одной задачи. Сколько абитуриентов решили все задачи? Сколько абитуриентов решили только одну задачу?

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Определите понятие высказывания.
  - б) Дайте определение логических операций отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации и эквивалентности.
  - в) Приведите варианты чтения импликации.
  - г) Приведите варианты чтения эквивалентности.
- 6 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;
- 7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

*Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

*Форма контроля:*

- 1 Фронтальный опрос
- 2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## РАЗДЕЛ 4 ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

### Тема 4.1 Предикаты

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

*Содержание заданий:*

- 1 Проработать лекционный материал по конспекту.
- 2 Решить упражнения по теме

#### Упражнения

- 1 Составить таблицу значений предиката. Указать область истинности предиката. Рассмотреть случаи: а)  $P(x, y) - "x < y"$  на множестве  $A = \{3, 4, 5, 6\}$ ; б)  $P(x, y, z) - "xy = z"$  на множестве  $A = \{0, 1\}$ ; в)  $P(x, y) - "y = 2x \text{ или } x = 2y"$  на множестве  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ; г)  $P(x, y) - "((x < y) \text{ и } (x = 2y)) \text{ или } y = 2x"$  на множестве  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- 2 Пусть предикат  $P(x, y)$  описывает отношение на множестве людей. Рассмотреть все варианты навешивания кванторов на обе переменные. Дать словесную интерпретацию полученных высказываний. Рассмотреть случаи: а)  $P(x, y) - \langle x \text{ уважает } y \rangle$ ; б)  $P(x, y) - \langle x \text{ является родственником } y \rangle$ ;  $P(x, y) - \langle x \text{ является дедом } y \rangle$ .
- 3 Пусть предикат  $P(x, y)$  задан на множестве  $M = \{a, b, c\}$  таблицей.

$x$	$y$	$P(x, y)$
$a$	$a$	0
$a$	$b$	1
$a$	$c$	1
$b$	$a$	0

$b$	$b$	1
$b$	$c$	1
$c$	$a$	0
$c$	$b$	1
$c$	$c$	1

- 4 Определить истинность следующих формул:
- а)  $\forall xP(x, a)$ ;
- б)  $\exists xP(x, a)$ ; в)  $\forall yP(a, y)$ ; г)  $\exists yP(a, y)$ ; д)  $\forall x\forall yP(x, y)$ ;
- е)  $\forall x\exists yP(x, y)$ ; ж)  $\exists x\forall yP(x, y)$ ; и)  $\forall y\exists xP(x, y)$ ; к)  $\exists y\forall xP(x, y)$ .
- 5 Построить отрицание высказывания: во всяком городе есть, по крайней мере, одна улица, во всяком доме которой есть, по крайней мере, одна квартира, все жильцы которой женщины.
- 6 На множестве  $\{1, 2, 3, 4\}$  задан предикат  $P(x, y, z) = "xy \neq z"$ . Найти область истинности предиката.
- 7 Рассмотреть все варианты навешивания кванторов на предикат  $P(x, y)$  –  $x$  делит  $y$ , заданный на множестве натуральных чисел. Найти значение полученных высказываний.
- 8 Пусть  $E$  – множество всех европейцев,  $A(e)$  – европеец, гражданин Швейцарии;  $B(e)$  – европеец владеет немецким языком;  $C(e)$  – европеец владеет французским языком;  $D(e)$  – европеец владеет итальянским языком. Что означает следующее высказывание  $\forall eA(e) \rightarrow (B(e) \vee C(e) \vee D(e))$ ? Определить истинность этого высказывания.
- 9 На множестве чисел заданы предикаты  $N(x)$  –  $x$  – натуральное;  $Z(x)$  –  $x$  – целое;  $P(x)$  –  $x$  – простое;  $\Pi(x)$  –  $x$  – положительное;  $\Upsilon(x)$  –  $x$  – четное;  $D(x, y)$  –  $x$  делит  $y$ . Найти значение высказываний:
- а)  $\forall xN(x) \rightarrow Z(x)$ ;
- б)  $\exists xN(x) \wedge \Upsilon(x)$ ;
- в)  $\forall xZ(x) \wedge \Pi(x) \rightarrow N(x)$ ;
- г)  $\forall xZ(x) \rightarrow N(x)$ ;

д)  $\forall x Z(x) \rightarrow \mathcal{C}(x) \vee \neg \mathcal{C}(x)$ ;

е)  $\forall x \exists y Z(x) \wedge Z(y) \rightarrow D(x, y)$ ;

ж)  $\forall x \forall y \mathcal{C}(x) \wedge \neg \mathcal{C}(y) \rightarrow \neg D(x, y)$ ;

з)  $\forall x P(x) \rightarrow \neg \mathcal{C}(x)$ .

10 На множестве  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  заданы предикаты  $Q(x, y)$  и  $F(x)$  соответственно.

$x \backslash y$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$x$	$F(x)$
$a_1$	1	0	1	1	$a_1$	<b>0</b>
$a_2$	0	1	1	1	$a_2$	<b>0</b>
$a_3$	1	1	0	1	$a_3$	<b>1</b>
$a_4$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	$a_4$	<b>1</b>

16 Найти значение высказываний:

а)  $\forall y \exists x Q(x, y) \rightarrow F(y)$ ;

б)  $\exists y \forall x Q(x, y) \wedge \neg F(x)$ .

17 Определить истинность, ложность либо выполнимость следующих формул:

а)  $\forall x (P(x) \vee \neg P(x))$ ;

б)  $\exists x (P(x) \wedge \neg P(x))$ ;

в)  $\neg \forall x P(x) \rightarrow \exists x \neg P(x)$ .

18 Доказать истинность формулы  $\forall x ((P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow P(x))$ .

19 Привести к ПНФ предикатную формулу. Рассмотреть случаи: а)

$\forall x \forall y (\exists z (P(x, z) \wedge Q(y, z)) \rightarrow \exists u R(z, y, u))$ ;

б)  $(\neg \exists u P(u) \rightarrow \neg \forall y \forall u Q(y, u)) \rightarrow \forall x R(x)$ .

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
- а) Что называется булеаном?
  - б) Дайте определение понятия предиката.
  - в) Дайте определение множества истинности предиката. Охарактеризуйте связь этого понятия с понятием отношения.
  - г) Дайте определение логических операций отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации и эквивалентности над предикатами.
  - д) Дайте определение логических операций квантификации предикатов посредством кванторов всеобщности и существования.
  - е) Как взаимосвязаны кванторы всеобщности и существования?
- 6 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;
- 7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

*Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

*Форма контроля:*

- 1 Фронтальный опрос
- 2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. —М.: Академия, 2016. — 320 с.

- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## РАЗДЕЛ 5 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ

### Тема 5.1 Вычислимые функции и алгоритмы

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

Закрепить и систематизировать знания по теме.

*Содержание заданий:*

Проработать лекционный материал по конспекту.

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Перечислите основные свойства алгоритмов.
  - б) Опишите условия, которым должны удовлетворять исполнители алгоритмов.
  - в) Какие из приведенных ниже последовательностей действий можно отнести к алгоритмам, а какие нельзя. Объясните почему?
    - Инструкция, направленная из разведцентра резиденту с указанием порядка встречи с прибывающим к нему на явку агентом.
    - Напечатанная на пакете инструкция по приготовлению супа из концентрата.

- Программа для вычисления  $n!$ , написанная на одном из языков программирования.
- г) Дайте определение вычислимой функции.
- д) Чем частичная функция отличается от тотальной? приведите примеры.
- е) Дайте определение разрешимого множества. Приведите примеры.
- ж) Дайте определение перечислимого множества. приведите примеры.
- з) Что такое характеристическая функция множества?
- и) При каком условии перечислимое множество является также разрешимым?

*Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал.

*Форма контроля:*

Фронтальный опрос на занятии.

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## **Тема 5.2 Машина Тьюринга**

*Вид самостоятельной работы:* внеаудиторная

*Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу:* 4 часа.

*Цель:*

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

*Содержание заданий:*

Проработать лекционный материал по конспекту.

*Практические рекомендации по выполнению:*

- 1 Повторите изученный материал по конспекту.
- 2 Выделите и уточните непонятные предложения.
- 3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.
- 4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).
- 5 Ответьте на вопросы:
  - а) Нормальный алгоритм Маркова.
  - б) Принцип нормализации и его обоснование.
  - в) Как устроена машина Тьюринга и для чего она предназначена?
  - г) Что называется конфигурацией машины Тьюринга?
  - д) Как можно описать работу машины Тьюринга?
  - е) Каким образом машина Тьюринга вычисляет словарную функцию?
  - ж) Каким образом задается программа машины Тьюринга?
  - з) Как формулируется проблема останова?
  - и) Какое значение имеет неразрешимость проблемы останова в теории вычислительных систем?
  - к) Как доказывается неразрешимость проблемы останова с помощью модели алгоритма в виде машины Тьюринга?

*Основные требования к результату работы*

Усвоить пройденный материал.

*Форма контроля:*

Фронтальный опрос

*Список рекомендованной литературы:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

## Информационное обеспечение обучения

### *Основная литература:*

- 1 Баврин, И. И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник и задачник для СПО / И. И. Баврин. — М.: Юрайт, 2017. — 209 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>
- 2 Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник для студ.учреждений сред. проф. образования/В.И.Игошин. –М.: Академия, 2016. – 320 с.
- 3 Кучер, Т. П. Математика. Тесты [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Т. П. Кучер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 417 с. — Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>

### *Интернет –ресурсы:*

- 4 Белых С.В. Карманный справочник по математике [Электронный ресурс]. - Ростов н/Д: Феникс, 2013. - Изд. 2-е. - 224 с. - Режим доступа: <http://www.medcollegelib.ru>.
- 5 Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа– Режим доступа: <http://www.bymath.net>
- 6 Интернет-проект «Задачи» – Режим доступа: <http://www.problems.ru>
- 7 Луканкин А.Г. Математика [Электронный ресурс] : учеб. для учащихся учреждений сред. проф. образования / А. Г. Луканкин. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2014. - 320 с. - Режим доступа: <http://www.medcollegelib.ru>.
- 8 Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов – Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>
- 9 Московский центр непрерывного математического образования – Режим доступа: <http://www.mccme.ru>

- 10 Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – Режим доступа: <http://www.kvant.info> ,<http://kvant.mccme.ru>
- 11 Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте – Режим доступа: <http://www.allmath.ru>
- 12 Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями – Режим доступа: <http://www.pm298.ru>



Учебное издание

Елисеева Татьяна Евгеньевна

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Компьютерный набор Т.Е.Елисеева  
Компьютерная верстка О.Н.Давыдова

---

Подписано к печати 20 г. Формат 60\*84 1/16 . Уч.- изд. л. . Тираж экз.  
Старорусский политехнический колледж. Отпечатано: ЦИНТЕХ (Сервисный  
центр) СПК (филиал) НовГУ, 175200, г. Старая Русса, ул. К. Маркса, 4.