

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 11 7D 78 67 C2 66 A3 34 B2 CE 4F 9A FD E9 38 84 E5 28 4A 09
Владелец: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого»
Действителен: с 08.07.2021 до 08.10.2022

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИС



С.И. Эминов
2019г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника

Направленность (профиль) Микроэлектроника и твердотельная электроника

СОГЛАСОВАНО

Начальник УОД НовГУ

А.Н. Макаревич

«24» января 2019 г.

Разработал

Доцент КПМИ НовГУ

П.В. Лысухо

«16» января 2019г.

Принято на заседании кафедры

Протокол № 6 от «23» января 2019 г.

Заведующий выпускающей кафедрой

Б. И. Селезнев

«23» января 2019г.

Заведующий кафедрой

А.В. Колногоров

«23» января 2019 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины (модуля)

Цель освоения учебной дисциплины (модуля):

формирование систематизированных знаний в области математики, теории вероятностей и математической статистики и математических методов как фундамента для успешного освоения модуля естественнонаучного и профессионального циклов.

Задачи:

привитие и развитие математического мышления, воспитание высокой математической культуры; формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования; на примерах математических понятий и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики, теории вероятностей и математической статистики и их роли в прикладных исследованиях.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина Высшая математика относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы (далее – ОПОП) направления подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, направленности (профилю) Микроэлектроника и твердотельная электроника.

В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках школьного курса математики в объеме курса средней школы и учебной дисциплины Высшая математика.

Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин (модулей, практик): Физика конденсированного состояния, Квантовая механика и статистическая физика, Математическое моделирование полупроводниковых приборов и интегральных микросхем и других учебных дисциплин (модулей), предусмотренных учебным планом направления подготовки.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины (модуля)

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины (модуля):

ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности (*категория – научное мышление*).

ОПК-2 Способен самостоятельно проводить экспериментальные исследования и использовать основные приемы обработки и представления полученных данных (*категория – исследовательская деятельность*).

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
	ОПК-1.1	ОПК-1.2	ОПК-1.3
ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	Знает фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы	Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач

ОПК-2 Способен самостоятельно проводить экспериментальные исследования и использовать основные приемы обработки и представления полученных данных	ОПК-2.1 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	ОПК-2.2 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	ОПК-2.4 Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач
--	---	--	---

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2. Заочная форма отсутствует.

Таблица 2 - Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		3 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	90	90
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	90	90
5. Промежуточная аттестация <i>(зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)</i>	36	36 экзамен

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

- 1.1. Основные правила комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. Бином Ньютона
- 1.2. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями
- 1.3. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Классическое и геометрическое определение вероятности
- 1.4. Условная вероятность. Независимость событий
- 1.5. Формула полной вероятности. Формула Байеса
- 1.6. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа

Раздел 2. Одномерные случайные величины

- 2.1. Одномерные случайные величины
- 2.2. Дискретная одномерная случайная величина (ДСВ)
- 2.3. Непрерывная одномерная случайная величина (НСВ)
- 2.4. Числовые характеристики одномерных случайных величин
- 2.5. Дискретные и непрерывные распределения

Раздел 3. Системы случайных величин

- 3.1. Свойства функции распределения и плотности распределения двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Функции случайных величин. Композиция случайных величин
- 3.2. Моменты системы случайных величин. Корреляционная матрица. Нормальное распределение системы случайных величин
- 3.3. Функции случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей
- 3.4. Распределения, связанные с нормальным

Раздел 4. Элементы математической статистики

- 4.1. Выборочный метод
- 4.2. Точечные оценки параметров распределения

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Раздел 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

- 1.1. Основные правила комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. Бином Ньютона
- 1.2. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями
- 1.3. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Классическое и геометрическое определение вероятности
- 1.4. Условная вероятность. Независимость событий
- 1.5. Формула полной вероятности. Формула Байеса
- 1.6. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа

Раздел 2. Одномерные случайные величины

- 2.1. Одномерные случайные величины.
- 2.2. Дискретная одномерная случайная величина (ДСВ)
- 2.3. Непрерывная одномерная случайная величина (НСВ)
- 2.4. Числовые характеристики одномерных случайных величин
- 2.5. Дискретные и непрерывные распределения

Раздел 3. Системы случайных величин

- 3.1. Свойства функции распределения и плотности распределения двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Функции случайных величин. Композиция случайных величин
- 3.2. Моменты системы случайных величин. Корреляционная матрица. Нормальное распределение системы случайных величин
- 3.3. Функции случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей
- 3.4. Распределения, связанные с нормальным

Раздел 4. Элементы математической статистики

- 4.1. Выборочный метод
- 4.2. Точечные оценки параметров распределения
- 4.3. Доверительные интервалы.
- 4.4. Проверка статистических гипотез

Таблица 5 - Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий	Форма проведения	Трудоём- кость в АЧ
Третий семестр			
Раздел 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей			
1.	Основные правила комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. Бином Ньютона	Инф. Лекция	2
2.	Размещения, перестановки, сочетания с повторениями	Инф. Лекция	1
3.	Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Классическое и геометрическое определение вероятности	Инф. Лекция	2
4.	Условная вероятность. Независимость событий	Инф. Лекция	2
5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	Инф. Лекция	1
6.	Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа	Инф. Лекция	2
Раздел 2. Одномерные случайные величины			
7.	Одномерные случайные величины. Функция распределения случайной величины и её свойства	Инф. лекция	2
8.	Дискретная одномерная случайная величина (ДСВ). Закон распределения	Инф. лекция	1
9.	Непрерывная одномерная случайная величина (НСВ). Плотность вероятности и функция распределения	Инф. Лекция	2
10.	Числовые характеристики одномерных случайных величин. Моменты ДСВ. Моменты НСВ.	Инф. Лекция	2

11.	Дискретные и непрерывные распределения. Биномиальное распределение и его частные случаи. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Экспоненциальное (показательное) распределение. Функция Лапласа и ее свойства. Нормальное распределение. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трех сигма. Стандартное нормальное распределение. Характеристическая функция нормальной величины. Интеграл ошибок	Инф. Лекция	3
Раздел 3. Системы случайных величин			
12.	Свойства функции распределения и плотности распределения двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Функции случайных величин. Композиция случайных величин	Инф. лекция	1
13.	Моменты системы случайных величин. Корреляционная матрица. Нормальное распределение системы случайных величин	Инф. лекция	2
14.	Функции случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей	Инф. лекция	1
15.	Распределения, связанные с нормальным	Инф. лекция презентация	1
16.	Свойства функции распределения и плотности распределения двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Функции случайных величин. Композиция случайных величин	Инф. лекция	1
17.	Моменты системы случайных величин. Корреляционная матрица. Нормальное распределение системы случайных величин	Инф. лекция	1
Раздел 4. Элементы математической статистики			
18.	Выборочный метод. Статистический ряд и его характеристики. Генеральная совокупность и выборка. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки. Свойства законов распределения	Инф. лекция -презентация	2
19.	Точечные оценки параметров распределения. Основные понятия и определения. Метод моментов. Метод Пирсона. Метод максимального правдоподобия. Метод Фишера. Сравнение оценок параметров распределения. Эффективные оценки	Инф. лекция презентация	2
20.	Доверительные интервалы. Доверительная вероятность. Оценка параметров нормального распределения. Построение доверительного интервала для математического ожидания при известном среднем квадратическом отклонении. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения	Инф. лекция -презентация	2
21.	Проверка статистических гипотез. Статистические гипотезы и критерии. Гипотезы о законе распределения. Гипотезы о параметрах распределения одномерной случайной величины. Проверка гипотезы о законе распределения	Инф. лекция -презентация	2
ИТОГО за третий семестр			36

Таблица 6 - Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий	Форма проведения	Трудоемкость в АЧ
Третий семестр			
Раздел 1. Элементы комбинаторики и теории вероятностей			
1.	Основные правила комбинаторики: правило произведения, правило суммы. Размещения, перестановки, сочетания без повторений. Бином Ньютона	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	3
2.	Размещения, перестановки, сочетания с повторениями. Полиномиальная формула. Комбинаторные тождества.	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	1
3.	Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Задача о встрече. Частота событий. Свойства частоты событий. Классическое и геометрическое определение вероятности	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	4
4.	Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения.	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	3
5.	Формула полной вероятности. Формула Байеса	Работа в группе, самостоятельная	

		контактная работа	
6.	Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Функция Гаусса. Предельные теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
7.		КР 1	2
Раздел 2. Одномерные случайные величины			
8.	Дискретная одномерная случайная величина (ДСВ). Закон распределения. Функция распределения.	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	4
9.	Непрерывная одномерная случайная величина (НСВ). Плотность вероятности и функция распределения	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	
10.	Числовые характеристики одномерных случайных величин. Моменты ДСВ. Моменты НСВ.	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	4
11.	Дискретные и непрерывные распределения. Биномиальное распределение и его частные случаи. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Экспоненциальное (показательное) распределение. Нормальное распределение. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трех сигма	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
12.		КР 2	2
Раздел 3. Системы случайных величин			
13.	Свойства функции распределения и плотности распределения двумерной случайной величины. Независимые случайные величины. Функции случайных величин. Композиция случайных величин	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
14.	Моменты системы случайных величин. Корреляционная матрица. Нормальное распределение системы случайных величин	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
15.	Функции случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
16.	Распределения, связанные с нормальным	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	3
17.		КР 3	1
Раздел 4. Элементы математической статистики			
18.	Выборочный метод. Статистический ряд и его характеристики. Генеральная совокупность и выборка. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки. Свойства законов распределения	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	3
19.	Точечные оценки параметров распределения. Основные понятия и определения. Метод моментов. Метод Пирсона. Метод максимального правдоподобия. Метод Фишера. Сравнение оценок параметров распределения. Эффективные оценки	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	2
20.	Доверительные интервалы. Доверительная вероятность. Оценка параметров нормального распределения. Построение доверительного интервала для математического ожидания при известном σ . Доверительные интервалы для параметров нормального распределения	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	4
21.	Проверка статистических гипотез. Статистические гипотезы и критерии. Гипотезы о законе распределения. Гипотезы о параметрах распределения одномерной случайной величины. Проверка гипотезы о законе распределения	Работа в группе, самостоятельная контактная работа	6
22.		КР 4	2
ИТОГО за третий семестр			54

Рекомендации к проведению лекционных и практических занятий.

Интегральную модель образовательного процесса (ОП) по дисциплине формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, контекстное

обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих образовательных технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов ОП), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

лекционные занятия проводятся в традиционной форме: вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция; **практические занятия** проводятся в традиционной форме (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач); **тренинговые** (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления); **активизации познавательной деятельности** (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой); **самоуправления** (самостоятельная работа включает подготовку к контрольным работам, выполнение и оформление индивидуальных заданий, самостоятельное изучение материала, составление конспектов, подготовку к экзамену); **консультации индивидуальные и групповые**.

Основное содержание теоретической части излагается преподавателем на лекционных занятиях, которые направлены на формирование системы знаний об основных понятиях и методах математики. Для более глубокого овладения и понимания материала обучающемуся рекомендуется изучение литературы, указанной в Приложение Б (**Карта учебно-методического обеспечения учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика**).

Практические занятия предназначены для объяснения решения типовых задач, самостоятельного решения задач студентами, разбор ошибок при решении задач, подведения итогов текущих занятий, а также подведения итогов контрольных точек дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить лекционный материал, в случае необходимости обратиться к соответствующим разделам рекомендованной литературы и методическим пособиям. К практическим занятиям по конкретной теме студент обязан знать основные понятия, определения, формулировки теорем и свойства. На практических занятиях необходимо иметь конспект лекций по изучаемой теме. Для закрепления темы студенту выдаются ИДЗ для самостоятельной работы. Самостоятельная работа студентов (СРС) делится на контактную аудиторную и внеаудиторную. Контактная аудиторная СРС проводится при непосредственном присутствии и контроле преподавателя. Внеаудиторная СРС состоит: в самостоятельном прорабатывании лекционного материала; в изучении теоретического материала; в решении индивидуальных домашних заданий (ИДЗ); в подготовке к контрольным работам; в подготовке к экзамену. При выполнении ИДЗ рекомендуется использовать проработанный в аудитории материал и обратиться к задачкам, в которых разобраны типовые примеры с решениями стандартных задач. При возникновении затруднений при изучении материала студент может получить консультацию у преподавателя.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методическое обеспечение учебной дисциплины (модуля) представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	проектор, компьютер, экран, интерактивная доска	
3.	Программное обеспечение		
Наименование программного продукта		Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
Microsoft Windows 7 Professional		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Windows 10 for Educational Use		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard		Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
Kaspersky Endpoint Security Standard*		Лицензия № 1C1C-180910-103950-813-1463	10.09.2018
Microsoft Office 2013 Standard		Open License № 62018256	31.07.2016
Подписка Microsoft Office 365		свободно распространяемое для вузов	-
Adobe Acrobat		свободно распространяемое	-
Skype		свободно распространяемое	-
Teams		свободно распространяемое	-

* отечественное производство

Приложение А

(обязательное)

Фонд оценочных средств

учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть - общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающихся;

б) закрытая часть - фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (варианты контрольных работ, билеты к экзаменам) и которая хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 - Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
<i>Третий семестр</i>				
1.	ИДЗ 1	Раздел 1. Элементы комбинаторики и теория вероятностей	25	ОПК-1, ОПК-2
2.	ИДЗ 2	Раздел 2. Одномерные случайные величины	25	
3.	ИДЗ 3	Раздел 3. Системы случайных величин	30	
4.	ИДЗ 4	Раздел 4. Элементы математической статистики	25	
5.	КР 1	Раздел 1. Элементы комбинаторики и теория вероятностей	35	
6.	КР 2	Раздел 2. Одномерные случайные величины	30	
7.	КР 3	Раздел 3. Системы случайных величин	20	
8.	КР 4	Раздел 4. Элементы математической статистики	30	
9.	КР5	Раздел 4. Элементы математической статистики	30	
10.	Экзамен		50	
	ИТОГО		300	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2– ИДЗ

Критерии оценки	Оценочные средства	Количество вариантов заданий	Количество заданий
• количество выполненных заданий • правильность решений • полнота и обоснованность решений	ИДЗ 1	10	3
	ИДЗ 2	10	4
	ИДЗ 3	10	3
	ИДЗ 4	10	1

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Типовые варианты ИДЗ (Индивидуальное домашнее задание)

ИДЗ 1 Элементы комбинаторики и теории вероятностей

Задание 1.

1. На карточках написаны числа $\{2,2,2,3,3,3,5,6,7,8,9,11\}$. Случайным образом вынимается одна карточка. Событие A : «число $x \in [3,8]$ ». Событие B : «число x делится на 3». Зависимы ли события A и B ?

2. Подбрасываются два игральных кубика. Какова вероятность, что:

а) модуль разности очков не более 3; б) произведение очков более 23?

3. На собрании 16 мужчин и 11 женщин. По жребию выбирается делегация из 6 человек. Какова вероятность, что в нее войдут: а) 5 женщин; б) не менее 5 женщин?
4. В урне 7 белых и 9 черных. Из урны случайным образом вынимают 3 шара, а затем еще 2. Оказалось, что среди последних нет черных шаров. Какова вероятность, что в первый раз были вынуты только черные шары?
5. На первом станке изготавливают 95% стандартных деталей. На втором, производительность которого в 1,3 раза больше, – 80% стандартных деталей. Наугад взята одна деталь. Какова вероятность, что она стандартна?
6. На белых карточках написаны числа {2,6,7,10,12}, на красных {1,4,7,9,11} – числа. Наугад выбираются одна белая и одна красная карточки. Пусть x – число на белой карточке, y – на красной карточке. Найти вероятность события: « $x > y$ ».

Задание 2.

1. Проводится 7 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом испытании равна 0,42.
 - а) Найти вероятность того, что успех имел место в 3 испытаниях.
 - б) Найти ту же вероятность, если вероятность успеха в любом испытании увеличилась в два раза.
2. Проводится 6 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,3. Найти вероятность того, что в приведенных испытаниях число успехов $k \in [3,5]$.
3. Проводится 70 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,3. Найти вероятность того, что в приведенных испытаниях число успехов $k \in [25,51]$.

Задание 3.

Проводится n ($n = 120, n = 240$) независимых однотипных испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,65.

1. Найти вероятность того, что частота появления успеха будет отклоняться от его вероятности менее, чем на 0,01.
2. При каком числе испытаний вероятность отклонения частоты появления успеха от его вероятности менее, чем на 0,125, будет равна 0,99?

Типовой вариант ИДЗ 2 Одномерные случайные величины

3. В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают одновременно два шара. Какое событие более вероятно: А – шары одного цвета; В – шары разных цветов?
4. Считая, что вероятность рождения в любой день одна и та же, найти вероятность того, что из 500 студентов у двух день рождения придется на Новый год.
5. Задан закон распределения дискретной случайной величины X . Найти $M(X)$, $M(2X + 5)$, $D(X)$, $D(3X - 4)$.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

6. Для НСВ X задана функция распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ A(x^2 - x), & 1 < x \leq 2. \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ Найти

$$A, f(x), M(X), M(3X - 2), D(X), D(2X + 4), P(X < 5), P(X > 1), P(-1 < X < 3).$$

Типовой вариант ИДЗ 3 Системы случайных величин

1. Совместное распределение дискретных случайных величин X, Y задано указанием их возможных значений и вероятностей $P_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$.

Требуется:

1. составить законы распределения случайных величин;
2. вычислить математические ожидания суммы и произведения этих случайных величин;
3. вычислить коэффициент корреляции.

$$x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 3; y_1 = -3, y_2 = -1, y_3 = 1; (p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,13 & 0,07 \\ 0,05 & 0,15 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

2. Плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины $(X; Y)$ равна $f = C \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(2x^2 - 4xy + 5y^2 - 12x + 18y + 21)\right)$.

Найти: а) постоянный множитель C ; б) плотности распределения составляющих; в) условные плотности распределения составляющих.

3. Задана двумерная плотность вероятности системы двух случайных величин $(X; Y)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left[0; \frac{\pi}{2}\right], y \notin \left[0; \frac{\pi}{2}\right], \\ 0,5 \sin(x + y), & x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right], y \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

Найти функцию распределения системы $(X; Y)$.

Типовой вариант ИДЗ 4 Элементы математической статистики

Дана выборка: 1,8; 2; 3,3; 2,6; 1,3; -4; 0,5; 0,7; -0,7; 5,1; 5,7; 2

Доверительная вероятность равна 0,9, математическое ожидание 1,5 и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 2,5$

1. Построить график эмпирической функции распределения.
2. Построить гистограмму.
3. Найти оценку математического ожидания, а также несмещённые оценки дисперсии при известном и неизвестном математическом ожидании.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и стандартного отклонения при известном и неизвестном втором параметре соответственно.

Таблица А.3– КР

Критерии оценки	Оценочные средства	Количество вариантов заданий	Количество заданий
• количество выполненных заданий	КР 1	10	5
• форма записи решений	КР 2	10	4
• степень подробности решений	КР 3	10	1
• правильность и обоснованность решений	КР 4	16	1

Демонстрационные варианты контрольных работ (КР)

Демонстрационный вариант КР 1 Элементы комбинаторики и теории вероятностей

1. Сколько существует трехзначных натуральных чисел, в записи которых: 1) есть хотя бы одна цифра 0; 2) не встречается цифр меньше 6; 3) все цифры нечетные?
2. В семизначном телефонном номере стерлись 3 последние цифры. Найти вероятность того, что стерлись одинаковые цифры;
3. В лотерее из 20 билетов 10 выигрышных. Три человека приобрели по одному билету. Найти вероятности событий А – никто не выиграл, В – хотя бы один билет выиграл, С – выиграл только один билет.
4. Производственные мощности трех заводов относятся как 2:3:5. Процент брака соответственно: 3%, 10%, 6%. Случайно взятое изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на втором заводе.
5. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,82. Найти вероятность того, что событие наступит 110 раз в 136 испытаниях.

Демонстрационный вариант КР2 Одномерные случайные величины

1. Задан закон распределения дискретной случайной величины X .

x_i	-0,7	0	0,2	0,3	0,8
p_i	0,04	0,06	0,2	0,5	p_5

Найти $p_5, M(X), M(3X+5), D(X), D(2X-4)$.

2. Дискретная случайная величина X – число нечетных чисел при бросании трех игральных костей. Составить закон распределения X .
3. Задана функция распределения НСВ X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ A(x^2 + x - 2), & \text{если } 1 < x \leq 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найти $A, f(x), P(X \in (1,5; 2,5)), M(X)$.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону $X \sim N(9; 5)$. Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал $(4; 15)$.

Демонстрационный вариант КР3 Системы случайных величин

Найти коэффициент корреляции между величинами X (энерговооруженность труда в квт/час на 1 человека) и Y (годовая выработка на одного работника в млн.рублей) на основании следующих данных:

X	2	3	4	5	6
Y	2,5	3,0	3,5	4,2	5,1

Найти уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y . Начертить графики этих уравнений в одной системе координат. Сделать вывод о силе линейной зависимости между X и Y .

Демонстрационный вариант КР4 Элементы математической статистики

Дана выборка объема $n = 100$ из генеральной совокупности π_i

Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i	Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i
0 – 2	1	10 – 12	19
2 – 4	6	12 – 14	8
4 – 6	9	14 – 16	5
6 – 8	21	16 – 18	5
8 – 10	26	18 – 20	2

1. с помощью критерия согласия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение;
2. построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания с надёжностью $1 - \alpha = 0,95$.

Таблица А.5 – Экзамен

Критерии оценки	Количество вариантов билетов	Количество вопросов и заданий
- грамотность и логическая последовательность изложения материала - точность использования математической терминологии и символики - знание и понимание теоретического содержания курса - правильность и обоснованность решений - сформированность необходимых практических умений	10	2 теоретических вопроса, 6 типовых задач

Теоретические вопросы к экзамену

1. Принципы сложения и умножения в комбинаторике. Размещения, перестановки и сочетания без повторений и с повторениями.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий.
4. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Формула Бернулли. Приближенные формулы в схеме Бернулли.
7. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Моменты дискретных случайных величин. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график.
8. Дискретная случайная величина, имеющая биномиальное распределение (распределение Бернулли). Математическое ожидание и дисперсия.
9. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.
10. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
11. Равномерное распределение. Вычисление математического ожидания и дисперсии.
12. Функция Лапласа и ее свойства.
13. Нормальное распределение одной случайной величины. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.
14. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило 3σ для нормальной случайной величины.
15. Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства.
16. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства.
17. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.
18. Свойства корреляционного момента. Коэффициент корреляции.
19. Критерий невырожденной линейной зависимости двух случайных величин.
20. Нормальное распределение системы двух случайных величин. Критерий независимости двух случайных величин, распределенных по нормальному закону.
21. Линейная функция одной случайной величины. Линейная функция случайной величины, имеющей нормальное распределение.
22. Гамма-функция и ее свойства.
23. Распределение Пирсона. Распределение Стьюдента.
24. Предельные теоремы и неравенства теории вероятностей.
25. Точечные оценки параметров распределения случайной величины.
26. Доверительные оценки параметров распределения случайной величины.
27. Проверка гипотезы о виде распределения генеральной совокупности (критерий χ^2).
28. Цели и задачи математической статистики. Генеральная совокупность. Конечная и случайная выборки. Репрезентативность выборки.
29. Эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма.
30. Точечные оценки числовых характеристик и параметров генеральной СВ на основе выборки и характеристики их качества (состоятельность, несмещенность и эффективность).
31. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия. Несмещенная выборочная дисперсия.
32. Получение точечных оценок неизвестных параметров распределений методом моментов.
33. Получение точечных оценок неизвестных параметров распределений методом максимального правдоподобия.
34. Интервальные оценки неизвестных параметров распределений. Доверительная вероятность (надёжность).

35. Построение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания нормально распределённой СВ при а) известной дисперсии, б) неизвестной дисперсии.
36. Построение доверительного интервала для неизвестной дисперсии нормально распределённой СВ при а) известном математическом ожидании, б) при неизвестном математическом ожидании.
37. Построение доверительного интервала для неизвестной дисперсии нормально распределённой СВ.
38. Условное математическое ожидание. Уравнения выборочной линейной регрессии Y на X и X на Y (метод наименьших квадратов построения уравнения выборочной линейной регрессии Y на X).
39. Статистическая проверка гипотез. Параметрические гипотезы. Понятия критерия, критической области, ошибки первого и второго рода, мощности критерия.
40. Гипотеза о равенстве средних двух нормальных распределений при известных дисперсиях и при неизвестных дисперсиях.
41. Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормальных распределений при известных средних.
42. Критерий согласия χ^2 относительно закона распределения генеральной СВ.
43. Критерий согласия χ^2 для распределения Пуассона.
44. Критерий согласия χ^2 для нормального распределения.

ИДЗ 9.1 Элементы теории вероятностей

Задание 1. В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают одновременно два шара. Какое событие более вероятно: A - шары одного цвета; B - шары разных цветов?

Задание 2. Считая, что вероятность рождения в любой день одна и та же, найти вероятность того, что из 500 студентов у двух день рождения придется на Новый год.

Задание 3. Задан закон распределения дискретной случайной величины X . Найти $M(X)$, $M(2X + 5)$, $D(X)$, $D(3X - 4)$.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Задание 4. Для НСВ X задана функция распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ A(x^2 - x), & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$

Найти A , $f(x)$, $M(X)$, $M(3X - 2)$, $D(X)$, $D(2X + 4)$, $P(X < 5)$, $P(X > 1)$, $P(-1 < X < 3)$.

ИДЗ 9.2 Элементы математической статистики

Задание 1. Дана выборка объёма $n = 100$ из генеральной совокупности

Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i	Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i
0 - 2	1	10 - 12	19
2 - 4	6	12 - 14	8
4 - 6	9	14 - 16	5
6 - 8	21	16 - 18	5
8 - 10	26	18 - 20	2

1) с помощью критерия согласия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение;

2) построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания с надёжностью $1 - \alpha = 0,95$.

Задание 2. Найти коэффициент корреляции между величинами X (энерговооруженность труда в квт/час на 1 человека) и Y (годовая выработка на одного работника в млн.рублей) на основании следующих данных:

X	2	3	4	5	6
Y	2,5	3,0	3,5	4,2	5,1

Найти уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y . Начертить графики этих уравнений в одной системе координат. Сделать вывод о силе линейной зависимости между X и Y .

Пример экзаменационного билета

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра прикладной математики и информатики

Учебная дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика
Для направления подготовки (специальности) 11.03.04 Электроника и наноэлектроника
направленность (профиль) Микроэлектроника и твердотельная электроника

Экзаменационный билет № 0

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Нормальный закон распределения. Функция Лапласа.
3. Сколько существует четырехзначных натуральных чисел, в записи которых: 1) есть хотя бы одна цифра 0; 2) не встречается цифр меньше 5; 3) все цифры четные?
4. В корзине лежат 15 белых и 4 черных шара и 8 зеленых. Наудачу вынули 3 из них. Найти вероятность того, что они одного цвета.
5. Производственные мощности трех заводов относятся как 2:3:7. Процент брака соответственно: 3%, 10%, 6%. Случайно взятое изделие оказались бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на втором заводе.
6. Монета подбрасывается пять раз. Построить многоугольник распределения дискретной случайной величины X . Найти функцию распределения дискретной случайной величины X . Найти $M(X)$, $P(X \geq 2)$, $P(|X| < 2)$.
7. Плотность распределения непрерывной случайной величины имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0; 2a], \\ x, & x \in [0; a], \\ 2a - x, & x \in [a; 2a]. \end{cases}$$
 Найти значения $a > 0$, функцию распределения.
8. Дана выборка: 1,8; 2; 3; 2,6; 1,3; -2; 0,5; 0,7; -0,7; 5,1; 5,7; 2; 2; 2,7.
Постройте график эмпирической функции распределения, гистограмму частот.
Найдите выборочное среднее.

Принято на заседании кафедры « _____ » _____ 2019 г. Протокол № _____

Заведующий кафедрой _____ А.В. Колногоров

Приложение Б
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика
Таблица Б.1 – Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 6-е изд., доп. - М. : Высшая школа, 2002. - 403, [1] с.	58	https://novsu.bibliotech.ru
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 8-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2002. - 478, [1] с. - Прил.: с. 461-473. - Указ.: с. 474-479.	80	https://novsu.bibliotech.ru
3. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2008. - 448 с.	10	
Электронные ресурсы		
Электронные учебники http://www.mathelp.spb.ru/		

**См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
11. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2011. – 52с. (4ч.)	28	https://novsu.bibliotech.ru
13. Высшая математика часть 2 [Электронный ресурс]: Мет. указ. и контр. Задания для студ. 30 обучения / Сост. О.Н. Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2013. – 78с. – Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	наличие на КГМИ	https://novsu.bibliotech.ru
Электронные ресурсы		

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
Профессиональные базы данных		
База данных электронной библиотечной системы вуза «Электронный читальный зал-БиблиоТех» https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/	Договор № БТ-46/11 от 17.12.2014	бессрочный
Электронный каталог научной библиотеки http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
База данных «Аналитика» (картотека статей) http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/	в открытом доступе	-
Национальная подписка в рамках проекта Министерства образования и науки РФ (Госзадание № 4/2017 г.) к наукометрическим БД Scopus и Web of Science https://www.webofscience.com/wos/woscc/basic-search https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic	регистрация (территория вуза)	2022
База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» https://нэб.рф	в открытом доступе	-
Информационные справочные системы		
Университетская информационная система «РОССИЯ» https://uisrussia.msu.ru	в открытом доступе	-
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» https://openedu.ru	в открытом доступе	-
Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии http://protect.gost.ru/	в открытом доступе	-

Зав. кафедрой  А.В. Колногородов
« 23 » января 2019 г.

Приложение В
(обязательное)

Лист актуализации рабочей программы
учебной дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика

Рабочая программа актуализирована на 2020/2021 учебный год.

Протокол № 6 заседания кафедры от «22» 01 2020 г.

Разработчик: Мирош Т.В.

Зав. кафедрой Маторенко А.С.

Рабочая программа актуализирована на 2021/2022 учебный год.

Протокол № 7 заседания кафедры от «10» 02 2021 г.

Разработчик: Мирош Т.В.

Зав. кафедрой Маторенко А.С.

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.

Протокол № ____ заседания кафедры от «__» ____ 20__ г.

Разработчик: _____

Зав. кафедрой _____

Таблица В.1 Перечень изменений, внесенных в рабочую программу:

Номер изменения	№ и дата протокола заседания кафедры	Содержание изменений	Зав. кафедрой	Подпись

Содержание изменений:

1 Актуализировать п. 7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица - Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера , выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	проектор, компьютер, экран, интерактивная доска	
3.	Программное обеспечение		
Наименование программного продукта		Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
Microsoft Windows 7 Professional		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Windows 10 for Educational Use		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Office 2013 Standard		Open License № 62018256	31.07.2016
Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard		Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
Kaspersky Endpoint Security Standard*		Лицензия № 1C1C1909170834236571324	17.09.2019
Антиплагиат. Вуз.*		Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВБ	10.02.2020
Подписка Microsoft Office 365		свободно распространяемое для вузов	-
Adobe Acrobat		свободно распространяемое	-
Teams		свободно распространяемое	-
Skype		свободно распространяемое	-
Zoom		свободно распространяемое	-

* отечественное производство

2 Актуализировать п. 7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица - Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера , выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	проектор, компьютер, экран, интерактивная доска	
3.	Программное обеспечение		
Наименование программного продукта		Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
Microsoft Windows 7 Professional		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Windows 10 for Educational Use		Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Office 2013 Standard		Open License № 62018256	31.07.2016
Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard		Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
ABBYY FineReader PDF 15 Business. Версия для скачивания (годовая		Договор №191/Ю	16.11.2020

лицензия с академической скидкой)*		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 500-999. Node 1 year Educational Renewal License *	Договор №148/ЕП(У)20-ВБ, 1С1С-200914-092322-497-674	11.09.2020
Антиплагиат. Вуз.*	Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВБ	29.01.2021
Подписка Microsoft Office 365	свободно распространяемое для вузов	-
Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
Teams	свободно распространяемое	-
Skype	свободно распространяемое	-
Zoom	свободно распространяемое	-

* отечественное производство