

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 11 7D 78 67 C2 66 A3 34 B2 CE 4F 9A FD E9 38 84 E5 28 4A 09
Владелец: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого»
Действителен: с 08.07.2021 до 08.10.2022

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС
С.И. Эминов
2020 г.

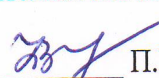
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины

Дискретная математика

по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) Физика и информатика

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС

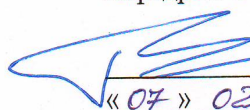

П.В. Лысухо
« 10 » 02 2020 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ НовГУ


Д.В. Коваленко
« 04 » 02 2020 г.

Принято на заседании кафедры АГ
Протокол № 6 от 04.02.2020 г.

Заведующий выпускающей
кафедрой ОЭФ


В.В. Гаврушко
« 07 » 02 2020 г.

Заведующий кафедрой АГ


Т.Г. Сукачева
« 04 » 02 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цель освоения учебной дисциплины (УД): обучение студентов методам дискретной математики, в том числе теории отношений, комбинаторики, теории графов, теории алгоритмов для решения задач прикладной математики. Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- формирование у студентов необходимого объема знаний по основам дискретной математики;
- анализ прикладных задач, для решения которых применяются методы дискретной математики;
- ознакомление студентов с основными комбинаторными методами и их приложениями;
- развитие навыков владения студентами прикладными аспектами теории алгебраических структур;
- формирование у студентов навыков разработки алгоритмов на основе теории графов.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений, основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Физика и информатика.

В результате обучения студент должен овладеть основами комбинаторного мышления, получить навыки свободного обращения с такими дискретными объектами, как алгебраические структуры, графы.

Базовые знания в области дискретной математики, полученные при изучении УД, используются при освоении дисциплин математического и естественно-научного цикла.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

ПК-1 Способен осваивать математические методы, необходимые в преподавании физики и информатики.

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
ПК-1 Способен осваивать математические методы, необходимые в преподавании физики и информатики	Знает основное содержание различных разделов высшей математики	Умеет применять знания по математике для решения задач физики и информатики	Владеет методами самостоятельного изучения и применения математики для организации обучения физике и информатике учащихся разного уровня основного, общего среднего, профессионального и дополнительного образования

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		3 семестр
1 Трудоемкость учебной дисциплины (модуля) в зачетных единицах (ЗЕТ)	3	3
2 Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	42	42
3 Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-
4 Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	66	66
5 Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	зачет	зачет

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Множества и отношения

1.1 Множества:

Множества. Способы задания множеств. Подмножества. Собственные и несобственные подмножества. Пустое и универсальное множества. Равенство множеств. Булеан. Мощность булеана конечного множества. Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств. Свойства операций. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Счетность множеств $\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Q}$. Счетность конечного или счетного объединения счетных множеств. Несчетность множества $\mathbb{R}$. Континуум. Упорядоченные пары и наборы. Равенство упорядоченных наборов. Прямое (декартово) произведение двух и нескольких множеств. Ассоциативность прямого произведения множеств. Степень множества. Мощность декартова произведения

конечных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств.

1.2 Отношения:

Бинарные отношения на множествах. Способы задания бинарных отношений. Граф, график, матрица смежности бинарного отношения. Области отправления, прибытия, определения и значений бинарного отношения. Инфиксная форма записи. Обратное отношение. Дополнение отношения. Тожественное и универсальное отношения. N-арное отношение. Композиция отношений. Ассоциативность композиции. Степень отношения. Теорема о степени отношения на конечном множестве. Свойства отношений. Рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Линейные отношения. Полные и частичные отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Критерии рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, линейности. Ядро отношения, его свойства. Замыкание отношений. Транзитивное и рефлексивное замыкания.

Раздел 2 Комбинаторика

2.1 Комбинаторные правила и конфигурации:

Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки. Перестановки с повторениями. Двойные факториалы, их свойства. Сочетания. Сочетания с повторениями.

2.2 Комбинаторные свойства и формулы:

Биномиальные коэффициенты. Свойства 1-3. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона, его следствия. Свойство 4. Тожество Коши. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула, ее следствие. Формула включений и исключений.

Раздел 3 Алгебраические структуры

3.1 Общие алгебраические структуры:

Алгебры, подалгебры. Примеры. Пересечение подалгебр. Свойства. Замыкание. Свойства замыкания. Системы образующих. Примеры. Гомоморфизмы алгебр. Виды гомоморфизмов. Изоморфность алгебр как отношение эквивалентности. Примеры.

3.2 Виды алгебр:

Полугруппы, свободные полугруппы. Определяющие соотношения. Проблема распознавания слов. Моноиды. Теорема Кэли. Примеры. Группы. Свойства групп. Примеры. Группа перестановок. Кольца. Свойства колец. Примеры. Области целостности. Поля. Свойства полей. Примеры. Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля. Построение конечных полей. Арифметика конечного поля.

Раздел 4 Графы

4.1 Графы и их элементы:

Графы, отношения смежности и инцидентности в графе. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы, гиперграфы, помеченные графы. Примеры. Изоморфизм графов. Инварианты. Подграфы. Примеры. Степень вершины графа. Регулярные графы. Лемма о рукопожатиях, ее следствия. Примеры.

4.2 Маршруты в графах:

Маршруты, цепи, циклы. Компоненты связности графа. Вполне несвязные графы. Примеры. Расстояние между вершинами. Геодезические. Ярус. Диаметр, графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и центр графа. Примеры.

4.3 Виды графов:

Виды графов. Полные графы. Двудольные графы. Критерий двудольности, его следствие. Направленные орграфы. Примеры. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Ориентированные графы. Планарные графы. Формула Эйлера.

4.4 Операции над графами:

Операции над графами. Свойства операций. Примеры. Алгоритмы для работы с графами. Кратчайшие пути.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Внеауд. СРС (в АЧ)	Форма текущего контроля
		Аудиторная			в т.ч. СРС	Экз		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
Раздел 1 Множества и отношения								
1.1	Множества	2	4		0,5		8	
1.2	Отношения	1	2		0,5		5	
Раздел 2 Комбинаторика								
2.1	Комбинаторные правила и конфигурации	1	2		1		5	СРС-1.1, 1.2
2.2	Комбинаторные свойства и формулы	2	4		0,5		8	
Рубежная аттестация								Контроль ная работа - 1 Контроль ный опрос – коллоквиу м 1
Раздел 3 Алгебраические структуры								
3.1	Общие алгебраические структуры	1	2		0,5		7	
3.2	Виды алгебр	2	4		0,5		7	Домашняя работа. - 3.1, 3.2
Раздел 4 Графы								
4.1	Графы и их элементы	1	2		0,5		6	
4.2	Маршруты в графах	1	3		0,5		7	
4.3	Виды графов	2	3		1		7	
4.4	Операции над графами	1	2		0,5		6	
Рубежная аттестация								Контроль ная работа - 2 Контроль ный опрос – коллоквиу м 2
Промежуточная аттестация								зачет
	Итого:	14	28		6		66	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Множества и отношения		
1.1	Л 1-2 Множества. Способы задания множеств. Подмножества. Собственные и несобственные подмножества. Пустое и универсальное множества. Равенство множеств. Булеан. Мощность булеана конечного множества. Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств. Свойства операций. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Счетность множеств Z и Q . Счетность конечного или счетного объединения счетных множеств. Несчетность множества R . Континуум. Упорядоченные пары и наборы. Равенство упорядоченных наборов. Прямое (декартово) произведение двух и нескольких множеств. Ассоциативность прямого произведения множеств. Степень множества. Мощность декартова произведения конечных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств (информационная лекция)	2
1.2	Л 3 Бинарные отношения на множествах. Способы задания бинарных отношений. Граф, график, матрица смежности бинарного отношения. Области отправления, прибытия, определения и значений бинарного отношения. Инфиксная форма записи. Обратное отношение. Дополнение отношения. Тожественное и универсальное отношения. N -арное отношение. Композиция отношений. Ассоциативность композиции. Степень отношения. Теорема о степени отношения на конечном множестве. Свойства отношений. Рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Линейные отношения. Полные и частичные отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Критерии рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, линейности. Ядро отношения, его свойства. Замыкание отношений. Транзитивное и рефлексивное замыкания (информационная лекция)	1
Раздел 2 Комбинаторика		
2.1	Л 4 Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки. Перестановки с повторениями. Двойные факториалы, их свойства. Сочетания. Сочетания с повторениями (информационная лекция)	1
2.2	Л 5-6 Биномиальные коэффициенты. Свойства 1-3. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона, его следствия. Свойство 4. Тожество Коши. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула, ее следствие. Формула включений и исключений (информационная лекция)	2
Раздел 3 Алгебраические структуры		
3.1	Л 7 Алгебры, подалгебры. Примеры. Пересечение подалгебр. Свойства. Замыкание. Свойства замыкания. Системы образующих. Примеры. Гомоморфизмы алгебр. Виды гомоморфизмов. Изоморфность алгебр как отношение эквивалентности. Примеры. (информационная лекция)	1
3.2	Л 8-9 Полугруппы, свободные полугруппы. Определяющие соотношения. Проблема распознавания слов. Моноиды. Теорема Кэли. Примеры. Группы. Свойства групп. Примеры. Группа перестановок. Кольца. Свойства колец. Примеры. Области целостности. Поля. Свойства полей. Примеры. Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля. Построение конечных полей. Арифметика конечного поля (информационная лекция)	2

Раздел 4 Графы		
4.1	Л 10 Графы, отношения смежности и инцидентности в графе. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы, гиперграфы, помеченные графы. Примеры. Изоморфизм графов. Инварианты. Подграфы. Примеры. Степень вершины графа. Регулярные графы. Лемма о рукопожатиях, ее следствия. Примеры (информационная лекция)	1
4.2	Л 11 Маршруты, цепи, циклы. Компоненты связности графа. Вполне несвязные графы. Примеры. Расстояние между вершинами. Геодезические. Ярус. Диаметр, графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и центр графа. Примеры (информационная лекция)	1
4.3	Л 12-13 Виды графов. Полные графы. Двудольные графы. Критерий двудольности, его следствие. Направленные орграфы. Примеры. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Ориентированные графы. Планарные графы. Формула Эйлера (информационная лекция)	2
4.4	Л 14 Операции над графами. Свойства операций. Примеры. Алгоритмы для работы с графами. Кратчайшие пути (информационная лекция)	1
ИТОГО		14

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Множества и отношения		
1.1	П 1-4 Решение задач на различные способы задания множеств, операции над множествами, построение изоморфизма множеств, доказательство счетности/континуальности множества (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
1.2	П 5-6 Решение задач на различные способы задания бинарных отношений, установление свойств бинарных отношений (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
Раздел 2. Комбинаторика		
2.1	П 7-8 Решение задач на общие правила комбинаторики и элементарные комбинаторные конфигурации. (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.2	П 9-12 Решение смешанных комбинаторных задач, задач на свойства биномиальных коэффициентов, формулу включений и исключений (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
Раздел 3. Алгебраические структуры		
3.1	П 13-14 Решение задач на замкнутость алгебр, гомоморфизмы алгебр (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
3.2	П 15-18 Решение задач на свойства полугрупп, групп, колец, полей, группу перестановок (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
Раздел 4. Графы		
4.1	П 19-20 Решение задач на изоморфизм графов, определение степеней вершин графа, построение регулярных графов (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
4.2	П 21-23 Решение задач на различные маршруты в графах, компоненты связности графа. Определение расстояния между вершинами, вычисление эксцентриситетов вершин. Построение геодезических, ярусов, центра графа (работа в группах, обсуждения, СРС)	3
4.3	П 24-26 Решение задач на полные, двудольные графы, деревья, эйлеровы и гамильтоновы графы. (работа в группах, обсуждения, СРС)	3
4.4	П 27-28 Решение задач на операции над графами, определение кратчайших путей (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
ИТОГО		28

Вся учебная работа по освоению студентами учебной дисциплины «Дискретная математика» подразделяется на следующие основные виды занятий: лекционные (Л), практические занятия (ПЗ), самостоятельную работу студентов (СРС).

Содержание основных разделов, а также методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л – 1 академический час, ПЗ – 1 академический час). Теоретические разделы соответствуют учебникам [1; 2], практические занятия и домашние задания соответствуют задачникам и учебникам [3; 7]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, аналоги которых рассмотрены в аудитории, а также примеры, требующие самостоятельного поиска путей решения в соответствии с рассмотренной теорией.

Темы самостоятельных работ представлены в конце каждого раздела. Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

Освоение каждого вопроса, включенного в программу учебной дисциплины, предусматривает овладение студентами всех затронутых в нем понятий, теорем и их доказательств, методов и приемов решения соответствующих примеров и задач. Основными источниками, которые могут быть использованы, являются, в первую очередь, лекции преподавателя, а также учебники [1; 2], задачки [3; 7]. Полезной будет и другая литература, которую студент может подобрать сам.

Занятия проводятся, как правило, в диалоговой форме: в ходе лекций преподавателем систематически задаются вопросы студентам, на практических занятиях проводится опрос материала, преподавателем даются образцы решения типовых задач и т.п. После изучения каждой темы на лекционных и практических занятиях проводится небольшая практическая аудиторная самостоятельная работа, результаты которой учитываются в ходе рубежной аттестации. По завершению изучения каждого раздела учебной дисциплины проводится итоговая контрольная работа (КР). Ниже дается краткое изложение содержания учебных элементов дисциплины, тем домашних заданий, аудиторных практических работ, а также демонстрационных вариантов контрольных работ.

Специфика дисциплины состоит в том, что в ней представлены разделы математики, практически отсутствующие в традиционном школьном курсе, в том числе такие как «Алгебраические структуры», требующие высокого уровня абстрагирования. Другой особенностью служит малое количество аудиторных часов, выделяемых на самостоятельную работу студентов. Наконец, при преподавании дисциплины приходится учитывать возраст студентов 2 курса, которые еще только формируют у себя навыки самостоятельной работы с материалом, в том числе научными источниками.

Изучаемый в курсе материал является базовым и крайне востребован в других математических и прикладных дисциплинах. Поэтому основной задачей преподавателя является ознакомление студентов – на уровне строгих обоснований – с алгебраическими и дискретными методами, применяемыми как в смежных разделах математики (математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, геометрия, теория вероятностей и др.), так и в нематематических науках, с целью формирования у студентов единого «алгебраическо-дискретного» подхода к решению задач. Практика показывает, что, если материал начитывается отдельными, мало связанными друг с другом, блоками, достичь этой цели не удастся. В связи с вышеизложенным общее построение курса базируется на следующем: 1) обоснование необходимости введения каждого нового объекта для решения той или иной задачи; 2) связь каждой следующей темы с предыдущей; 3) регулярная демонстрация тесной взаимосвязи, существующей между алгебраическими и дискретными объектами.

Курс начинается с изучения операций на множествах. Затем вводится понятие мощности множества, обсуждается различие между конечными и бесконечными множествами, подробно изучаются счетные множества. Операция декартового

произведения естественно приводит к введению понятия бинарного отношения на множествах. Свойства отношений вводятся аксиоматически, но подробно иллюстрируются на графах отношений, создавая предпосылку для введения в дальнейшем общего понятия графа.

Построение различных бинарных отношений на заданном множестве актуализирует задачу подсчета количества возможных отношений, что обуславливает переход к комбинаторной части курса. Очень важно, рассматривая комбинаторные конфигурации, подчеркнуть взаимосвязь с предыдущим (отношения на множествах) и последующим (алгебраические структуры) разделами. Кроме того, полезно насытить лекции и практические занятия бытовыми комбинаторными задачами.

Вводимые понятие общих алгебраических структур (полугруппы, моноиды, группы, кольца, поля) необходимо проиллюстрировать большим количеством примеров, которые желательно выбирать из различных разделов математики (математический анализ, теория множеств, алгебра, теория чисел, геометрия). Весьма полезным представляется дать студентам следующее задание на дом: придумать новые примеры структур, а главное, контрпримеры, отличающиеся от вводимых структур невыполнением всего одного атрибутивного свойства. Такое упражнение развивает абстрактное мышление и позволяет студентам глубже прочувствовать суть каждого определения.

Обращаясь к разделу «Графы», во вводной лекции рекомендуется описать известные практические задачи, послужившие импульсом к развитию этой теории (задача о Кенигсбергских мостах, задача о 3-х домах и колодцах, проблема 4-х красок). Крайне полезным представляются опять-таки упражнения на самостоятельное конструирование графов с заданными заранее характеристиками.

Технологически эти задачи решаются с помощью информационных лекций, практических занятий, ответов на вопросы студентов, обсуждений результатов решения задач, самостоятельной работы студентов.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 –Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1	Наличие учебной аудитории	Учебная мебель, доска
2	Мультимедийное оборудование	1 компьютер, проектор, экран, выход в интернет
3	Программное обеспечение	Microsoft Windows 7 Professional. Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212. Microsoft Office 2007 Standard. Open License № 47742190. Kaspersky Endpoint Security Standard. Лицензия № 1C1C-180910-103950-813-1463.

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебной дисциплины «Дискретная математика»

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, который не может быть заранее доступен для обучающихся (вопросы к контрольной работе, коллоквиуму и пр.) и который хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1	Контрольный опрос - коллоквиум - 1	1.1, 1.2, 2.1, 2.2	30	ПК-1
	Контрольный опрос - коллоквиум - 2	3.1, 3.2, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4	30	
2	Контрольная работа - 1	1.1, 1.2, 2.1, 2.2	30	
	Контрольная работа - 2	3.1, 3.2, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4	30	
3	Домашняя работа	3.1, 3.2	15	
4	Самостоятельная работа	1.1, 1.2	15	
Промежуточная аттестация				
	Зачет			
	ИТОГО		150	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольный опрос-коллоквиум (КЛ)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
15-20 баллов	испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	7	2
21-26 баллов	допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		

27-30 баллов	имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		
--------------	---	--	--

Контрольные вопросы (КЛ 1)

1 Множества. Способы задания множеств. Подмножества. Собственные и несобственные подмножества. Пустое и универсальное множества. Равенство множеств. Критерий равенства множеств. Булеан. Мощность булеана конечного множества.

2 Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств. Прямое объединение и симметрическая разность. Свойства операций. Изоморфность множеств, изоморфность как отношение эквивалентности. Мощность множества. Равномощные и более мощные множества. Конечные и бесконечные множества. Бесконечность множества, имеющего бесконечное подмножество.

3 Счетные множества. Счетность множеств Z и Q . Счетность конечного или счетного объединения счетных множеств. Несчетность множества R . Континуум. Множество Кантора. Континуум-гипотеза. Булеан как более мощное множество.

4 Упорядоченные пары и наборы. Равенство упорядоченных наборов. Прямое (декартово) произведение двух и нескольких множеств. Ассоциативность прямого произведения множеств. Степень множества. Мощность декартова произведения конечных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств.

5 Бинарные отношения на множествах. Способы задания бинарных отношений. Граф, график, матрица смежности бинарного отношения. Области отправления, прибытия, определения и значений бинарного отношения. Инфиксная форма записи. Обратное отношение. Дополнение отношения. Тожественное и универсальное отношения. N -арное отношение. Композиция отношений. Ассоциативность композиции. Степень отношения. Теорема о степени отношения на конечном множестве.

6 Свойства отношений. Рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Линейные отношения. Отношение эквивалентности, отношения строгого и нестрогого порядка. Отношение эквивалентности и разбиение множества на попарно непересекающиеся классы. Критерии рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, линейности.

7 Ядро отношения, его свойства. Замыкание отношений. Транзитивное и рефлексивное замыкания. Отображения, виды отображений.

8 Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации. Размещения с повторениями. Размещения без повторений.

9 Перестановки. Перестановки с повторениями. Двойные факториалы, их свойства.

10 Сочетания. Сочетания с повторениями.

11 Биномиальные коэффициенты. Свойства 1-3. Треугольник Паскаля.

12 Бином Ньютона, его следствия. Свойство 4.

13 Тожество Коши (Свойство 5). Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула, ее следствие.

14 Формула включений и исключений.

Контрольные вопросы (КЛ 2)

1. Алгебры, подалгебры. Примеры. Пересечение подалгебр. Свойства.

2. Замыкание. Свойства замыкания. Системы образующих. Примеры.

3. Гомоморфизмы алгебр. Виды гомоморфизмов. Изоморфность алгебр как отношение эквивалентности. Примеры.

4. Полугруппы, моноиды, определяющие соотношения. Теорема Кэли. Примеры.

5. Группы. Свойства групп. Примеры. Группа перестановок.

6. Кольца. Свойства колец. Примеры. Области целостности.
7. Поля. Свойства полей. Примеры.
8. Векторные пространства. Свойства векторных пространств. Примеры.

Линейная зависимость и независимость векторов.

9. Графы, отношения смежности и инцидентности в графе. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы, гиперграфы, помеченные графы. Примеры. Матрица смежности и матрица инцидентностей графа и орграфа.

10. Изоморфизм графов. Инварианты. Подграфы. Примеры.

11. Степень вершины графа. Регулярные графы. Лемма о рукопожатиях, ее следствия. Примеры.

12. Маршруты, цепи, циклы. Компоненты связности графа. Вполне несвязные графы. Примеры. Критерий связности графа.

13. Расстояние между вершинами. Геодезические. Ярус. Диаметр графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и центр графа. Примеры.

14. Виды графов. Полные графы. Двудольные графы. Критерий двудольности, его следствие. Направленные орграфы. Примеры.

15. Операции над графами. Свойства операций. Примеры.

16. Точки сочленения, мосты и блоки. Примеры. Критерий точки сочленения. Теорема о наличии в графе вершин, не являющихся точками сочленения. Критерий моста.

Таблица А.3 – Контрольная работа (КР)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество задач
15-20 баллов	испытывает трудности при выполнении заданий	2	4
21-26 баллов	допускает неточности при выполнении заданий		
27-30 баллов	демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий		

КР 1 Демонстрационный вариант

1. Доказать равномощность множеств.

$$A = \left\{ \frac{1}{p^n} \mid p = 2 \text{ или } 3, n \in \mathbb{N} \right\},$$

$$B = \{x = 2^k \cdot 3^l \cdot 7^m \mid k, l, m \in \mathbb{N}\}$$

2. Составить граф и матрицу смежности отношения R . Найти отношения R^{-1} и $\bar{R}$. Определить свойства отношения R .

$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $xRy \sim x+y$ – простое.

3. Решить комбинаторную задачу.

Есть 3 курицы, 4 утки и 2 гуся. Сколько комбинаций для выбора нескольких птиц таких, чтобы среди выбранных были и курицы, и утки, и гуси?

4. Решить задачу.

Каждый из работающих в отделе человек знает хотя бы один иностранный язык: 6 знают английский, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский. Один человек знает все три языка. Сколько человек работает в отделе?

КР 2 Демонстрационный вариант

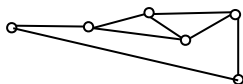
1. Установить, является ли заданное множество с одной бинарной операцией алгеброй, полугруппой, моноидом, группой.

$$A = R^+, a \circ b = \sqrt{a \cdot b}$$

2. Установить, является ли заданное отображение между двумя алгебрами гомоморфизмом, изоморфизмом.

$$f: \langle Z, + \rangle \rightarrow \langle Z, + \rangle, f(a) = -|a|$$

3. Определить эксцентриситеты вершин и центр заданного графа, найти мосты и точки сочленения.



4. Построить граф с заданными характеристиками.

6-вершинный регулярный граф степени регулярности 4.

Примечание: Задачи для контрольных работ берутся из учебных изданий [3; 7], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Таблица А.4 – Самостоятельная работа (СР)

Критерии оценки		Количество заданий
5-9 баллов	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	3 из контролируемого раздела
10-12 баллов	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	
13-15 баллов	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	

Темы СРС 1.1, 1.2:

- 1 Задачи на различные способы задания множеств.
- 2 Задачи на свойства операций над множествами.
- 3 Задачи на различные способы задания бинарных отношений на множестве, исследование свойств бинарных отношений.

Пример СРС

- 1 Задать множество $A = \{\text{вторник, суббота, понедельник, четверг, среда, воскресенье, пятница}\}$ через характеристическое свойство.
- 2 Выяснить, верно ли равенство для произвольных множеств: $A = A \setminus (A \setminus B)$.
- 3 Составить граф и матрицу смежности бинарного отношения R на множестве A , установить свойства R : $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $xRy \sim |x-y| < 2$.

Примечание: Задачи для самостоятельных работ берутся из учебных изданий [3; 7], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Таблица А.5 –Домашняя работа (ДР)

Критерии оценки		Количество заданий
5-9 баллов	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на ДР	3 из контролируемого раздела
10-12 баллов	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	
13-15 баллов	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	

Темы домашней работы 3.1, 3.2:

- 1 Задачи на установление замкнутости множества относительно данной операции.
- 2 Задачи на установление вида алгебры.
- 3 Задачи на гомоморфизмы/изоморфизмы алгебр.

Пример ДР

- 1 Выяснить, образует ли алгебру множество целых чисел относительно операции вычитания.
- 2 Определить вид алгебры, состоящей из невырожденных матриц второго порядка с единственной операцией матричного умножения.
- 3 Является ли отображение $f: (R, \cdot) \rightarrow (R, +)$, задаваемое формулой $f(x)=|x|$ гомоморфизмом алгебр? Является ли оно изоморфизмом?

Примечание: Задачи для домашних работ берутся из учебных изданий [3; 7], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Приложение Б
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины «Дискретная математика»

Таблица Б.1 – Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. / Новиков Ф.А. – СПб.: Питер, 2009. 384 с.	51	
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. / Кузнецов О.П. – СПб. Лань. 2007, 400с.	14	
3 Куликов Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел. / Л.Я. Куликов, А.И. Москаленко, А.А. Фомин. – М.: Просвещение, 1993. – 288 с.	10	
Учебно-методические издания		
4 Рабочая программа учебной дисциплины «Дискретная математика» для направления 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Физика и информатика / Сост. Д.В. Коваленко, НовГУ, - Великий Новгород, 2020,-21 с.		

*См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
5 Горбатов В.А. Основы дискретной математики. / В.А. Горбатов – М.: Высшая школа, 1986. – 311 с.	10	
6. В.М. Фомичев Дискретная математика и криптология. Курс лекций / Под общ. ред. д-ра физ.-мат. н. Н.Д. Подуфалова. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003 – 400 с.	2	
7 Горбачев Н.М. Сборник олимпиадных задач по математике. / Н.М. Горбачев – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.	2	
Электронные ресурсы	Электронный адрес	Примечание
8 Лекция профессора Я.М. Ерусалимского (ЮФУ) по курсу "Дискретная математика"	https://www.youtube.com/watch?v=BZMCozNg8g4&index=2&list=PLEUFtezWzWoCVDHJTysD5WmMn129yqozv	
9 Лекция доцента Б.С. Бояршинова (НОУ ИНТУИТ) «Комбинаторика»	https://www.youtube.com/watch?v=lxAheSLAn10	

Зав. кафедрой _____ Т.Г. Сукачева

подпись

«07» 02 2020г.

**Лист актуализации рабочей программы
учебной дисциплины «Дискретная математика»**

Рабочая программа актуализирована на 2021/2022 учебный год.
Протокол № 9 заседания кафедры от «25» 03 2021 г.
Разработчик: Коваленко Д.В.
Зав. кафедрой Сумахера М.Т.

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
 Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
 Разработчик: _____
 Зав. кафедрой _____

Рабочая программа актуализирована на 20__ /20__ учебный год.
Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
Разработчик: _____
Зав. кафедрой _____

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
 Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
 Разработчик: _____
 Зав. кафедрой _____

Таблица В.1 Перечень изменений, внесенных в рабочую программу:

[illegible]