

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 11 7D 78 67 C2 66 A3 34 B2 CE 4F 9A FD E9 38 84 E5 28 4A 09
Владелец: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого»
Действителен: с 08.07.2021 до 08.10.2022



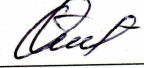
С.И. Эминов
2017 г.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Учебный модуль по направлению подготовки
44.03.05 – Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Профиль – Физика и информатика

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО
Начальник УМУ


Г.Н. Чурсинова
«31» 10 2017 г.

Заведующий выпускающей
кафедрой ОЭФ


В.В. Гаврушко
«14» 06 2017 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ НовГУ


Д.В. Коваленко
«13» 06 2017 г.

Принято на заседании кафедры АГ
Протокол № 10 от 14.06 2017 г.
Заведующий кафедрой АГ


Т.Г. Сукачева
«14» 06 2017 г.

1 Цели и задачи учебного модуля (УМ)

Преподавание учебного модуля ставит своей целью обучение студентов методам дискретной математики, в том числе теории отношений, комбинаторики, теории графов, для решения задач прикладной математики. Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- формирование у студентов необходимого объема знаний по основам дискретной математики;
- анализ прикладных задач, для решения которых применяются методы дискретной математики;
- ознакомление студентов с основными комбинаторными методами и их приложениями;
- развитие навыков владения студентами прикладными аспектами теории алгебраических структур;
- формирование у студентов навыков разработки алгоритмов на основе теории графов.

2 Место учебного модуля в структуре ОП направления подготовки

Модуль «Дискретная математика» входит в учебный план подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль – Физика и информатика, раздел Б2 – Математический и естественнонаучный цикл, вариативная часть. В результате обучения студент должен овладеть основами комбинаторного мышления, получить навыки свободного обращения с такими дискретными объектами, как алгебраические структуры, графы.

Базовые знания в области дискретной математики, полученные при изучении УМ, используются при освоении дисциплин математического и естественно-научного цикла.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Изучение УМ направлено на формирование перечисленных ниже элементов общекультурных и профессиональных компетенций

- 1) Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);
- 2) Готовность реализовывать образовательные программы по физике и информатике в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).

В результате освоения учебного модуля студент должен знать, уметь и владеть:

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ОК-3	повышенный	– основные положения теории отношений; – основы комбинаторики и особенности применения комбинаторных методов; – понятия основных алгебраических структур; – основные положения теории графов; – основные алгоритмы, базирующиеся на теории графов.	– применять комбинаторные методы при решении задач дискретной математики; – оценить вычислительную сложность алгоритмов, основанных на переборе элементов множеств; – выполнять действия в алгебраических структурах; – определять свойства графов и производить их классификацию; – строить алгоритмы на основе методов дискретной математики; – применять полученные знания для проектирования новых учебных курсов, факультативов, для организации работы тематических кружков.	– методами решения комбинаторных задач; – методами построения алгебраических структур; – методами и алгоритмами теории графов; – представлениями о применении дискретной математики в развитии науки и техники и о ее влиянии на развитие жизни общества.
ПК-1	повышенный	– дискретную математику; – методики	– использовать знания дискретной математики,	– навыками использования знаний дискретной

		обучения дискретной математике и технике решения задач; – образовательные программы по физике и информатике.	методик обучения дискретной математике и технике решения задач по ней, а также и образовательных программ по физике и информатике	математики, методик обучения дискретной математике и технике решения задач по ней, а также образовательных программ по физике и информатике.
--	--	---	---	--

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

В структуре УМ выделено 4 учебных элемента модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов:

УЭМ 1. Множества и отношения

УЭМ 2. Комбинаторика

УЭМ 3. Алгебраические структуры

УЭМ 4. Графы

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам	Коды формируемых компетенций
		3	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	3	3	ОК-3, ПК-1
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):			ОК-3, ПК-1
1) УЭМ1 (Множества и отношения):			
- лекции	4	4	
- практические занятия (семинары)	8	8	
- лабораторные работы			
- аудиторная СРС	2	2	
- внеаудиторная СРС	13	13	
2) УЭМ2 (Комбинаторика):			ОК-3, ПК-1
- лекции	5	5	
- практические занятия (семинары)	10	10	
- лабораторные работы			
- аудиторная СРС	3	3	
- внеаудиторная СРС	14	14	
3) УЭМ3 (Алгебраические структуры):			ОК-3, ПК-1
- лекции	4	4	

- практические занятия (семинары)	8	8	
- лабораторные работы			
- аудиторная СРС	2	2	
- внеаудиторная СРС	15	15	
4) УЭМ4 (Графы):			ОК-3, ПК-1
- лекции	5	5	
- практические занятия (семинары)	10	10	
- лабораторные работы			
- аудиторная СРС	2	2	
- внеаудиторная СРС	12	12	
Аттестация:	3	-	
- зачеты*			
- экзамены			

*) зачеты принимаются в часы аудиторной СРС.

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

УЭМ 1. Множества и отношения

1.1 Множества:

Множества. Способы задания множеств. Подмножества. Собственные и несобственные подмножества. Пустое и универсальное множества. Равенство множеств. Булеан. Мощность булеана конечного множества.

Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств. Свойства операций.

Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Счетность множеств $\mathbf{Z}$ и $\mathbf{Q}$. Счетность конечного или счетного объединения счетных множеств. Несчетность множества $\mathbf{R}$. Континуум.

Упорядоченные пары и наборы. Равенство упорядоченных наборов. Прямое (декартово) произведение двух и нескольких множеств. Ассоциативность прямого произведения множеств. Степень множества. Мощность декартова произведения конечных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств.

1.2 Отношения:

Бинарные отношения на множествах. Способы задания бинарных отношений. Граф, график, матрица смежности бинарного отношения. Области отправления, прибытия, определения и значений бинарного отношения. Инфиксная форма записи.

Обратное отношение. Дополнение отношения. Тождественное и универсальное отношения. N-арное отношение.

Композиция отношений. Ассоциативность композиции. Степень отношения. Теорема о степени отношения на конечном множестве.

Свойства отношений. Рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Линейные отношения. Полные и частичные отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Критерии рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, линейности.

Ядро отношения, его свойства. Замыкание отношений. Транзитивное и рефлексивное замыкания.

УЭМ 2. Комбинаторика

2.1 Комбинаторные правила и конфигурации:

Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации. Размещения с повторениями. Размещения без повторений.

Перестановки. Перестановки с повторениями. Двойные факториалы, их свойства.

Сочетания. Сочетания с повторениями.

2.2 Комбинаторные свойства и формулы:

Биномиальные коэффициенты. Свойства 1-3. Треугольник Паскаля.

Бином Ньютона, его следствия. Свойство 4.

Тождество Коши. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула, ее следствие.

Формула включений и исключений.

УЭМ 3. Алгебраические структуры

3.1 Общие алгебраические структуры:

Алгебры, подалгебры. Примеры. Пересечение подалгебр. Свойства.

Замыкание. Свойства замыкания. Системы образующих. Примеры.

Гомоморфизмы алгебр. Виды гомоморфизмов. Изоморфность алгебр как отношение эквивалентности. Примеры.

3.2 Виды алгебр:

Полугруппы, свободные полугруппы. Определяющие соотношения. Проблема распознавания слов.

Моноиды. Теорема Кэли. Примеры.

Группы. Свойства групп. Примеры. Группа перестановок.

Кольца. Свойства колец. Примеры. Области целостности.

3.3 Поля:

Поля. Свойства полей. Примеры.

Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля. Построение конечных полей. Арифметика конечного поля.

УЭМ 4. Графы

4.1 Графы и их элементы:

Графы, отношения смежности и инцидентности в графе. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы, гиперграфы, помеченные графы. Примеры.

Изоморфизм графов. Инварианты. Подграфы. Примеры.

Степень вершины графа. Регулярные графы. Лемма о рукопожатиях, ее следствия. Примеры.

4.2 Маршруты в графах:

Маршруты, цепи, циклы. Компоненты связности графа. Вполне несвязные графы. Примеры.

Расстояние между вершинами. Геодезические. Ярус. Диаметр, графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и центр графа. Примеры.

4.3 Виды графов:

Виды графов. Полные графы. Двудольные графы. Критерий двудольности, его следствие. Направленные орграфы. Примеры.

Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Ориентированные графы.

Планарные графы. Формула Эйлера.

4.4 Операции над графами:

Операции над графами. Свойства операций. Примеры.

Алгоритмы для работы с графами. Кратчайшие пути.

Календарный план, наименование разделов учебного модуля с указанием трудоемкости по видам учебной работы представлены в технологической карте учебного модуля (приложение Б).

4.3 Организация изучения учебного модуля

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения УМ.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.2013 № СМК УД 3.1.-00-02.17-13 «О фонде

оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено **Картой учебно-методического обеспечения** (Приложение В)

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине некоторые занятия можно проводить в компьютерном классе, либо в аудитории, оборудованной мультимедийными средствами для демонстрации реализации методов комбинаторики и теории графов пакетами прикладных программ.

Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Дискретная математика»

Специфика дисциплины состоит в том, что в ней представлены разделы математики, практически отсутствующие в традиционном школьном курсе, в том числе такие как «Алгебраические структуры», требующие высокого уровня абстрагирования. Другой особенностью служит малое количество аудиторных часов, выделяемых на самостоятельную работу студентов. Наконец, при преподавании дисциплины приходится учитывать возраст студентов 2 курса, которые еще только формируют у себя навыки самостоятельной работы с материалом, в том числе научными источниками.

Изучаемый в курсе материал является базовым и крайне востребован в других математических и прикладных дисциплинах. Поэтому основной задачей преподавателя является ознакомление студентов – на уровне строгих обоснований – с алгебраическими и дискретными методами, применяемыми как в смежных разделах математики (математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, геометрия, теория вероятностей и др.), так и в нематематических науках, с целью формирования у студентов единого «алгебраическо-дискретного» подхода к решению задач. Практика показывает, что, если материал начитывается отдельными, мало связанными друг с другом, блоками, достичь этой цели не удастся. В связи с вышеизложенным общее построение курса базируется на следующем: 1) обоснование необходимости введения каждого нового объекта для решения той или иной задачи; 2) связь каждой следующей темы с предыдущей; 3) регулярная демонстрация тесной взаимосвязи, существующей между алгебраическими и дискретными объектами.

Курс начинается с изучения операций на множествах. Затем вводится понятие мощности множества, обсуждается различие между конечными и бесконечными множествами, подробно изучаются счетные множества. Операция декартового произведения естественно приводит к введению понятия бинарного отношения на множествах. Свойства отношений вводятся аксиоматически, но подробно иллюстрируются на графах отношений, создавая предпосылку для введения в дальнейшем общего понятия графа.

Построение различных бинарных отношений на заданном множестве актуализирует задачу подсчета количества возможных отношений, что обуславливает переход к комбинаторной части курса. Очень важно, рассматривая комбинаторные конфигурации, подчеркнуть взаимосвязь с предыдущим (отношения на множествах) и последующим (алгебраические структуры) разделами. Кроме того, полезно насытить лекции и практические занятия бытовыми комбинаторными задачами.

Вводимые понятие общих алгебраических структур (полугруппы, моноиды, группы, кольца, поля) необходимо проиллюстрировать большим количеством примеров, которые желательно выбирать из различных разделов математики (математический анализ, теория множеств, алгебра, теория чисел, геометрия). Весьма полезным представляется дать студентам следующее задание на дом: придумать новые примеры структур, а главное, контрпримеры, отличающиеся от вводимых структур невыполнением всего одного атрибутивного свойства. Такое упражнение развивает абстрактное мышление и позволяет студентам глубже прочувствовать суть каждого определения.

Обращаясь к заключительному модулю «Графы», в вводной лекции рекомендуется описать известные практические задачи, послужившие импульсом к развитию этой теории (задача о Кенигсбергских мостах, задача о 3-х домах и колодцах, проблема 4-х красок). Крайне полезным представляются опять-таки упражнения на самостоятельное конструирование графов с заданными заранее характеристиками.

Задания для аудиторной самостоятельной работы студентов

КР1 – Доказать равномощность 2-х заданных множеств; составить граф и матрицу смежности отношения R , найти отношения R^{-1} и $\bar{R}$, определить свойства отношения R ; решить комбинаторную задачу; решить задачу на формулу включений и исключений;

КВ1 – Ответить на 2 теоретических вопроса коллоквиума по темам УЭМ1 и УЭМ2;

КР2 – Установить, является ли заданное множество с одной бинарной операцией алгеброй, полугруппой, моноидом, группой; установить, является ли заданное отображение между двумя алгебрами гомоморфизмом, изоморфизмом; определить эксцентриситеты вершин и центр заданного графа; построить граф с заданными характеристиками;

КВ2 – Ответить на 2 теоретических вопроса коллоквиума по темам УЭМ3 и УЭМ4.

Примечание: задания контрольных работ составлены автором.

Образовательные технологии

Образовательный процесс по дисциплине формируется с использованием технологии модульно-рейтингового обучения.

Реализация интегральной модели образовательного процесса по дисциплине предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

– лекционные (вводная лекция, информационная лекция, проблемная лекция; обзорная лекция; рефлексия);

- практические (моделирование; работа в малых группах);
- самоуправления (самостоятельная работа студентов) (работа с источниками по темам учебного модуля, моделирование процессов, выполнение индивидуальных заданий).

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа–средств при проведении лекционных и практических занятий.

Формы проведения лекционно-практических занятий по дисциплине представлены в таблице (рекомендуемые).

Тема занятий	Форма проведения
УЭМ 1. Множества и отношения	
1.1 Множества, операции с множествами, свойства операций.	Вводная лекция. Формирование умений и навыков решения задач по теме.
1.2 Мощность множества, конечные множества, счетные множества, континуум. Булеан.	Информационная лекция. Решение задач. Самообразовательная деятельность.
1.3 Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах.
1.4 Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания.	Проблемная лекция. Решение задач. Самообразовательная деятельность.
УЭМ 2. Комбинаторика	
2.1 Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.
2.2 Размещения, перестановки.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
2.3 Сочетания. Двойные факториалы.	Лекция-консультация. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
2.4 Биномиальные коэффициенты, их свойства.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.
2.5 Бином Ньютона.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.
2.6 Тождество Коши.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
2.7 Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула.	Проблемная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
2.8 Формула включений и исключений.	Обзорная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.

УЭМ 3. Алгебраические структуры	
3.1 Алгебры. Замыкания и подалгебры.	Вводная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.
3.2 Морфизмы.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Самообразовательная деятельность.
3.3 Полугруппы, группы, кольца, поля.	Обзорная лекция. Решение задач по теме. Самостоятельное изучение материала.
3.4 Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля.	Информационная лекция. Решение задач по теме. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
3.5 Характеристика конечного поля. Построение конечных полей.	Обзорная лекция. Решение задач по теме. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.
3.6 Арифметика конечного поля.	Рефлексия. Решение задач по теме. Самостоятельное изучение материала.
УЭМ 4. Графы	
4.1 Графы. Изоморфизм. Подграфы и дополнения.	Вводная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.
4.2 Связность и компоненты графа. Маршруты, цепи, пути и циклы.	Лекция-консультация. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
4.3 Матрицы графов. Операции над графами.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме.
4.4 Деревья.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах.
4.5 Эйлеровы и гамильтоновы графы.	Проблемная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.
4.6 Ориентированные графы. Планы графы. Формула Эйлера.	Обзорная лекция. Решение задач. Работа в группах.
4.7 Теорема Куратовского.	Информационная лекция. Решение задач. Работа в группах.
4.8 Покрытия и раскраски.	Обзорная лекция. Решение задач. Работа в группах. Самообразовательная деятельность.
4.9 Алгоритмы для работы с графами. Кратчайшие пути.	Рефлексия. Решение задач. Работа в группах. Самостоятельное изучение материала.

Оценочные средства контроля успеваемости

Для оценки качества усвоения курса используются следующие формы контроля:

- **текущий:** контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий, индивидуальных заданий; работы с источниками;
- **рубежный:** предполагает проведение контрольных работ для аудиторного контроля практических умений (примеры заданий даны ниже); учет суммарных результатов по итогам текущего контроля за соответствующий период (баллы за выполнение индивидуальных заданий для аудиторной самостоятельной работы студентов), систематичность и активность работы студентов. Рубежный контроль осуществляется в два этапа;
- **семестровый (зачет):** осуществляется посредством суммирования баллов за соответствующий семестр изучения учебного модуля.

Задания для аудиторной самостоятельной работы студентов

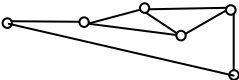
(примеры решения представлены в учебно-методической литературе – Приложение В)

A1. КР1 по УЭМ 1 «Множества и отношения» и УЭМ 2

«Комбинаторика»

1. Доказать равномощность множеств.
$A = \left\{ \frac{1}{p^n} \mid p = 2 \text{ или } 3, n \in N \right\},$ $B = \{x = 2^k \cdot 3^l \cdot 7^m \mid k, l, m \in N\}$
2. Составить граф и матрицу смежности отношения R . Найти отношения R^{-1} и $\bar{R}$. Определить свойства отношения R .
$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $xRy \sim x+y$ – простое.
3. Решить комбинаторную задачу.
Есть 4 курицы, 8 уток и 3 гуся. Сколько комбинаций для выбора нескольких птиц таких, чтобы среди выбранных были и курицы, и утки, и гуси?
4. Решить задачу.
Каждый из работающих в отделе человек знает хотя бы один иностранный язык: 12 знают английский, 11 – немецкий, 10 – французский, 5 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 3 – французский и английский. Два человека знают все три языка. Сколько человек работает в отделе?

A2. КР2 по УЭМ 3 «Алгебраические структуры» и УЭМ 4 «Графы»

1. Установить, является ли заданное множество с одной бинарной операцией алгеброй, полугруппой, моноидом, группой.
$A = R^+$, $a \circ b = \sqrt{a \cdot b}$
2. Установить, является ли заданное отображение между двумя алгебрами гомоморфизмом, изоморфизмом.
$f : \langle Z, + \rangle \rightarrow \langle Z, + \rangle$, $f(a) = - a $
3. Определить эксцентриситеты вершин и центр заданного графа.

4. Построить граф с заданными характеристиками.
6-вершинный регулярный граф степени 4.

А3. Вопросы к 1 коллоквиуму по УЭМ 1 «Множества и отношения» и УЭМ 2 «Комбинаторика»

1. Множества. Способы задания множеств. Подмножества. Собственные и несобственные подмножества. Пустое и универсальное множества. Равенство множеств. Булеан. Мощность булеана конечного множества.
2. Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств. Свойства операций.
3. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Счетность множеств $\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Q}$. Счетность конечного или счетного объединения счетных множеств. Несчетность множества $\mathbb{R}$. Континуум.
4. Упорядоченные пары и наборы. Равенство упорядоченных наборов. Прямое (декартово) произведение двух и нескольких множеств. Ассоциативность прямого произведения множеств. Степень множества. Мощность декартова произведения конечных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств.
5. Бинарные отношения на множествах. Способы задания бинарных отношений. Граф, график, матрица смежности бинарного отношения. Области отправления, прибытия, определения и значений бинарного отношения. Инфиксная форма записи. Обратное отношение. Дополнение отношения. Тожественное и универсальное отношения. N-арное отношение. Композиция отношений. Ассоциативность композиции. Степень отношения. Теорема о степени отношения на конечном множестве.
6. Свойства отношений. Рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Линейные отношения. Полные и частичные отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Критерии рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, линейности.
7. Ядро отношения, его свойства. Замыкание отношений. Транзитивное и рефлексивное замыкания.
8. Общие правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации. Размещения с повторениями. Размещения без повторений.
9. Перестановки. Перестановки с повторениями. Двойные факториалы, их свойства.
10. Сочетания. Сочетания с повторениями.
11. Биномиальные коэффициенты. Свойства 1-3. Треугольник Паскаля.
12. Бином Ньютона, его следствия. Свойство 4.
13. Тожество Коши. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула, ее следствие.
14. Формула включений и исключений.

А4. Вопросы к 2 коллоквиуму по УЭМ 3 «Алгебраические структуры» и УЭМ 4 «Графы»

1. Алгебры, подалгебры. Примеры. Пересечение подалгебр. Свойства.
2. Замыкание. Свойства замыкания. Системы образующих. Примеры.
3. Гомоморфизмы алгебр. Виды гомоморфизмов. Изоморфность алгебр как отношение эквивалентности. Примеры.
4. Полугруппы, моноиды, определяющие соотношения. Теорема Кэли. Примеры.
5. Группы. Свойства групп. Примеры. Группа перестановок.
6. Кольца. Свойства колец. Примеры. Области целостности.
7. Поля. Свойства полей. Примеры.
8. Графы, отношения смежности и инцидентности в графе. Диаграммы. Орграфы, псевдографы, мультиграфы, гиперграфы, помеченные графы. Примеры.
9. Изоморфизм графов. Инварианты. Подграфы. Примеры.
10. Степень вершины графа. Регулярные графы. Лемма о рукопожатиях, ее следствия. Примеры.
11. Маршруты, цепи, циклы. Компоненты связности графа. Вполне несвязные графы. Примеры.
12. Расстояние между вершинами. Геодезические. Ярус. Диаметр, графа. Эксцентриситет вершины. Радиус и центр графа. Примеры.
13. Виды графов. Полные графы. Двудольные графы. Критерий двудольности, его следствие. Направленные орграфы. Примеры.
14. Операции над графами. Свойства операций. Примеры.

Технологическая карта
учебного модуля «Дискретная математика»
семестр 3, ЗЕТ 3, вид аттестации 3, академ. часов 108, баллов рейтинга 150

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ недели сем.	Трудоемкость, ак. час					Форма текущего контроля успеv. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия				СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
УЭМ 1. Множества и отношения	1–6	4	8		2	13		
1.1 Множества	1	2	4		1	6		
1.2 Отношения	2	2	4		1	7		
УЭМ 2. Комбинаторика	7–9	5	10		3	14		75
2.1 Комбинаторные правила и конфигурации	7	2	4		1	7	КР1	35
2.2 Комбинаторные свойства и формулы	8-9	3	6		2	7	КВ1	40
Рубежная аттестация	9							
УЭМ 3. Алгебраические структуры	10-13	4	8		2	15		
3.1 Общие алгебраические структуры	10-11	1	2		1	5		
3.2 Виды алгебр	12	2	4			5		
3.3 Поля	13	1	2		1	5		
УЭМ 4. Графы	14-18	5	10		2	12		75
4.1 Графы и их элементы	13-14	1	2			4		
4.2 Маршруты в графах	15-16	1	2		1	4		
4.3 Виды графов	16-17	2	4			4	КР2	35
4.4 Операции над графами	18	1	2		1	4	КВ2	40
Итого:	19	18	36		9	54	3	150

Критерии оценки качества освоения студентами учебного модуля

(в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по основным образовательным программам высшего профессионального образования» от 27.09.2011г. № 32):

оценка «удовлетворительно» – 50 - 69 % от 50*ЗЕТ

оценка «хорошо» – 70 - 89 % от 50*ЗЕТ

оценка «отлично» – 90 - 100 % от 50*ЗЕТ

**Карта учебно-методического обеспечения
Учебного модуля «Дискретная математика»**

Направление 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль – Физика и информатика

Формы обучения очная

Курс 2 Семестр 3

Часов: всего 117, лекций 18, практ. зан. 36, лаб. раб. -, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 34,1

Обеспечивающая кафедра алгебры и геометрии

Таблица 1 - Обеспечение учебного модуля учебными изданиями

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2009. 383 с.	31	
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров. СПб. Лань. 2004, 394с.	15	
Учебно-методические издания		
1 Дискретная математика: Рабочая программа / Авт.-сост. Д.В. Коваленко. – Великий Новгород, 2015 – 17 с.		

Таблица 2 – Информационное обеспечение модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечани е
1. Лекция профессора Я.М.Ерусалимского (ЮФУ) по курсу "Дискретная математика"	https://www.youtube.com/watch?v=BZMCoZNg8g4&index=2&list=PLEUFtezWzWoCVDHJTYsD5WmMn129yqozv	
2. Лекция доцента Б.С. Бояршинова (НОУ ИНТУИТ) «Комбинаторика»	https://www.youtube.com/watch?v=lxAheSLAn10	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. В.М. Фомичев Дискретная математика и криптология. Курс лекций / Под общ. ред. д-ра физ.-мат. н. Н.Д. Подуфалова. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003 – 400 с.	1	

Действительно для учебного года 2017/2018

Зав. кафедрой алгебры и геометрии

подпись

Т.Г. Сукачева

20..... г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность

подпись

расшифровка