

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 11 7D 78 67 C2 66 A3 34 B2 CE 4F 9A FD E9 38 84 E5 28 4A 09
Владелец: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого»
Действителен: с 08.07.2021 до 08.10.2022



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС
С.Е. Эминов
«21» января 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебного модуля

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

СОГЛАСОВАНО
Начальник УОД НовГУ

А.Н. Макаревич
«24» января 2019 г.

Разработал
доцент кафедры ПМИ

М.С. Токмачев
«21» января 2019 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 6 от «23» 01 2019 г.
Заведующий кафедрой ПМИ

А.В. Колногоров
«23» января 2019 г.

1 Цели и задачи освоения учебного модуля

Цель освоения учебного модуля «Теория вероятностей»: в рамках компетентностного подхода формирование системы знаний будущих бакалавров в области применения вероятностных и вероятностно-статистических методов исследования.

- а) освоение теоретического базиса дисциплины;
- б) применение теоретических знаний для решения практических задач вероятностного характера;
- в) закладка теоретического фундамента, необходимого для изучения множества других специальных и прикладных дисциплин;
- г) формирование у студентов математической и исследовательской культуры.

2 Место учебного модуля в структуре ОПОП

Учебный модуль относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы бакалавриата направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и направленности (профилю) подготовки Прикладная математика и информатика (далее – ОПОП). В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках следующих дисциплин (модулей, практик): «Дискретная математика», «Математический анализ», «Алгебра и геометрия». Освоение учебного модуля является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения многих других дисциплин, в частности, является базовым для дисциплин (УМ) «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическое моделирование» и «Эконометрика» а также может быть задействовано в прикладных исследованиях статистического характера и при подготовке выпускных работ по соответствующей тематике.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебного модуля:

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Результаты освоения учебного модуля представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты освоения учебного модуля

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебного модуля (индикаторы достижения компетенций)		
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для	ОПК-2.1 Знать методы математического моделирования, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных в	ОПК-2.2 Уметь применять современные методы прикладной математики и информатики; использовать современные	ОПК-2.3 Владеть практическими навыками применения современных математических методов решения прикладных задач

разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	области профессиональной деятельности;	методы исследования для научных и прикладных задач в области профессиональной деятельности;	в области профессиональной деятельности;
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знать инструментарий математического моделирования, его методы, место и роль математического моделирования в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата;	ОПК-3.2 Уметь собирать и обрабатывать статистический, экспериментальный, теоретический материал, необходимый для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов;	ОПК-3.3 Владеть инструментарием математического моделирования для решения задач в области прикладной математики и информатики;

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

4.1.1 Трудоемкость учебного модуля для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 - Трудоемкость учебного модуля для очной формы обучения

Части учебной дисциплины (модуля)	Всего	Распределение по семестрам	
		3 семестр	4 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины (модуля) в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6	-
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	90	90	-
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-	-
4. Курсовая работа/курсовой проект (ЗЕТ)	-	-	-
5. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	90	90	-
6. Промежуточная аттестация <i>(экзамен) (АЧ)</i>	36	36	-

4.1.2 Трудоемкость учебного модуля для заочной / очно-заочной формы обучения: не предусмотрено учебным планом

4.2 Содержание учебного модуля

УЭМ 1. Теория случайных событий

Раздел 1.1 Случайные события и вероятность

1.1.1 Основные понятия теории случайных событий. Классическое определение вероятности.

1.1.2 Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.

1.1.3 Статистическое определение вероятности. Аксиоматическое построение теории вероятностей.

1.1.4 Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Формула Бернулли.

1.1.5 Функция Лапласа. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Теорема Бернулли (закон больших чисел).

УЭМ 2 Случайные величины

Раздел 2.1 Случайные величины

2.1.1 Функция распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины.

2.1.2 Классификация распределений.

2.1.3 Дискретные распределения

– дискретное равномерное;

– биномиальное;

– пуассоновское;

– геометрическое распределение;

– гипергеометрическое.

2.1.4 Плотность распределения вероятностей.

2.1.5 Непрерывные распределения

– равномерное распределение на отрезке;

– нормальное распределение и его основные характеристики;

– показательное распределение.

2.1.6 Числовые характеристики одной случайной величины (мода, медиана, квантили, асимметрия, эксцесс и т.д.).

УЭМ 3 Множества случайных величин

Раздел 3.1 Системы случайных величин

3.1.1 Функция распределения. Плотность распределения вероятностей.

3.1.2 Числовые характеристики системы случайных величин (моменты, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции, ковариационная и корреляционная матрицы). 3.1.3 Независимость и некоррелированность случайных величин.

3.1.4 Система двух и n дискретных случайных величин.

3.1.5 Система двух и n непрерывных случайных величин.

3.1.6 Нормальное распределение системы двух и n случайных величин.

Раздел 3.2 Функции случайных величин

3.2.1 Функции дискретных случайных величин. Свертка.

3.2.2 Линейная функция одной случайной величины (произвольной и гауссовской). Произвольная функция одной случайной величины.

3.2.3 Линейная функция двух и n случайных величин (произвольных и гауссовских).

3.2.4 Произведение и частное двух случайных величин.

УЭМ 4 Специальные распределения и регрессия

Раздел 4.1 Специальные распределения

4.1.1 Гамма- и бета- функции.

Распределения

- Пирсона (хи-квадрат);
- Стьюдента;
- Фишера-Снедекора.

4.1.2 Усеченные распределения.

4.1.3 Характеристические функции.

Раздел 4.2 Регрессия

4.2.1 Условная плотность. Условные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.

4.2.2 Регрессия. Линейная регрессионная зависимость гауссовских случайных величин.

4.2.3 Среднеквадратическая регрессия. Метод наименьших квадратов.

4.3 Трудоемкость разделов учебного модуля и контактной работы

Таблица 3 - Трудоемкость разделов учебного модуля и контактной работы

№	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Внеауд. СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная			В т.ч. СРС	ЭКЗ		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
1.	Раздел 1.1 Случайные события и вероятность	8	12		2		15	Опрос. Дом. работа
2.	Раздел 2.1 Случайные величины.	8	12		4		15	Опрос. Дом. работа КР
3.	Раздел 3.1 Системы случайных величин	8	12		2		15	Опрос. Дом. работа Теорет. СР
4.	Раздел 3.2 Функции случайных величин	4	9		8		25	Опрос. Дом. работа
5.	Раздел 4.1 Специальные распределения	4	5		-		10	Опрос. Дом. работа КР
6	Раздел 4.2 Регрессия	4	4		2		10	Опрос. Дом. работа
	Промежуточная аттестация					36		Экзамен
	ИТОГО	36	54		18	36	90	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

«не предусмотрены учебных планом»

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

«не предусмотрены учебных планом»

5 Методические рекомендации по организации освоения учебного модуля

Таблица 4 - Лекционные занятия

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
---	--	-------------------

1.	Случайные события и вероятность (вводная лекция, информационная лекция)	8
2.	Случайные величины (информационная лекция)	8
3.	Системы случайных величин (информационная лекция)	8
4.	Функции случайных величин (информационная лекция, обзорная лекция)	4
	Специальные распределения (информационная лекция)	4
	Регрессия (информационная лекция, обзорная лекция)	4
	ИТОГО	36

Таблица 5 - Практические занятия

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоем- кость в АЧ
1.	Случайные события и вероятность (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	12
2.	Случайные величины (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	12
3.	Системы случайных величин (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	12
4.	Функции случайных величин (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	9
5	Специальные распределения (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	5
6	Регрессия (Решение типовых задач преподавателем, студентами под руководством преподавателя, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий. Разбор заданий индивидуальной работы, анализ ее результатов)	4
	ИТОГО	54

6 Фонд оценочных средств учебного модуля

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебного модуля**7.1 Учебно-методическое обеспечение**

Учебно-методического обеспечение учебного модуля представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 6 - Материально-техническое обеспечение

<i>№</i>	<i>Требование к материально-техническому обеспечению</i>	<i>Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения</i>
1.	Обычная вместительная аудитория	Большая, удобная для записей доска
		Компьютер
		Программы «Word, Excel»

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебного модуля «Теория вероятностей»

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть - общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть - фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А1 - Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
2.	Домашнее задание	Раздел 1.1 - Раздел 4.2	40	ОПК-2, ОПК-3
3.	Контрольная работа	Раздел 1.1 - Раздел 3.2	50х3	ОПК-2, ОПК-3
4.	Теоретическая СР	Раздел 1.1 - Раздел 2.1	40	ОПК-2, ОПК-3
5.	Устный ответ	Раздел 1.1 - Раздел 4.2	20	ОПК-2, ОПК-3
Промежуточная аттестация				
	Экзамен		50	ОПК-2, ОПК-3
	ИТОГО		300	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

1) Контрольная работа

Таблица А2 - Контрольная работа

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
Правильное, теоретически объясненное решение задач	Соответствует количеству студентов в группе	4-3
Уверенное владение материалом		

Примерные задания:

Пример варианта КР1

1. Пятеро пиратов нашли клад: 8 рубинов и 12 алмазов. Сколькими способами они могут их поделить между собой?
2. В круг радиуса R вписан квадрат. Найти вероятность, что из трех наудачу поставленных в круг точек лишь одна окажется внутри квадрата.
3. Вероятность двух промахов при двух выстрелах равна 0,4. Найти вероятность двух попаданий при трех выстрелах.
4. В урне 12 шаров: 2 белых, 4 черных и 6 красных. Наудачу достали два шара, а затем из них наудачу выбрали один шар. Найти вероятность, что этот шар красный.

Пример варианта контрольной работы КР2

1. Вероятность сдачи зачета первым студентом оценивается, как 0,2, вторым – 0,7, третьим – 0,9. Случайная величина X - число зачетов, поставленных преподавателем этим трем студентам. Найти: а) $M(X)$; б) $D(X)$.

2. Дискретная случайная величина X может принимать лишь два возможных значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. $P(X = x_1) = 0,6$; $M(X) = 1,4$; $D(X) = 0,24$. Найти закон распределения X .

3. Случайная величина X имеет функцию распределения $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{x}{2}\right)$.

Найти значение x_0 , такое, что $P(X > x_0) = \frac{1}{6}$

4. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} A \sin^2 x & \text{при } x \in (0; \pi], \\ 0 & \text{при } x \notin (0; \pi]. \end{cases}$$

Найти вероятность, что в трех независимых испытаниях случайная величина X дважды примет значение из интервала $(M(X); M(X) + \pi)$.

Пример варианта контрольной работы КР3

1. Случайная величина $X \sim N(1; 2)$. Найти: $x_{0,75} - x_{0,25}$.

2. Система дискретных случайных величин X, Y имеет распределение

$Y \backslash X$	-2	0	1
1	0,1	0,2	0,2
2	0,0	0,2	0,1
3	0,1	0,0	0,1

Найти: корреляционную матрицу R .

3. Для системы непрерывных случайных величин X, Y функция совместной плотности распределения имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x^2 - y) & \text{при } (x, y) \in D, \\ 0 & \text{при } x \notin D, \end{cases}$$

где область D определяется прямыми:
$$\begin{cases} x = 0; \\ x = 1; \\ y = -1; \\ y = -x + 1. \end{cases}$$

Найти: а) C ; б) $\text{cov}(X; Y)$.

4. X, Y - система гауссовских случайных величин. Функция совместной плотности распределения имеет вид

$$f(x, y) = A e^{-0,25(x+1)^2 - 0,5xy - 0,5y - 0,75y^2}.$$

Найти: а) A ; б) ковариационную матрицу $\mathbf{K}$.

2) Домашнее задание

Таблица А3 - Домашнее задание

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
Правильное, теоретически объясненное решение задач	Соответствует количеству занятий	3-4
Полнота ответов на вопросы		

Примерные вопросы:

Решить 3-4 задачи по изучаемой тематике из рекомендованных учебных пособий (см. Приложение Б, Карта учебно-методического обеспечения)

3) Теоретическая Самостоятельная работа

Таблица А4 - Теоретическая Самостоятельная работа

Критерии оценки	Количество вариантов заданий
Правильное изложение математической теории.	Соответствует количеству студентов в группе
Точность и обоснование результатов	

Примерные задания:

1. Аксиоматическое построение теории вероятностей.

2. С.в. X имеет геометрическое распределение. $M(X)=2$. Найти: $P(X=3)$

4) Экзамен

Таблица А5 - Экзамен

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
Правильное изложение теории.	Соответствует количеству	41(теория)
Правильное, теоретически объясненное решение задач		40(задачи)

Полнота ответов на вопросы	студентов в	
	группе	

Пример экзаменационного билета:

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Кафедра ПМИ

Экзаменационный билет № _____

Учебный модуль «Теория вероятностей»

Для направления подготовки (специальности) 01.03.02- Прикладная математика и информатика

1. Классификация распределений.
2. Плотность распределения вероятностей системы случайных величин.
3. а) Задача по тематике УМ 1, 2.

б) Задача по тематике УМ 3, 4.

Принято на заседании кафедры « ____ » _____ 20 ____ г. Протокол № _____

Заведующий кафедрой _____ (ФИО)

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)

**Карта учебно-методического обеспечения
учебного модуля «Теория вероятностей»**

1. Основная литература*

Таблица Б1 - Основная литература

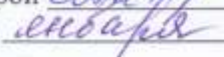
Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для вузов. – 12-е изд. перераб.– М.: Высшее образование, 2006. – 476с. (др. издания)	228	
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – 12-е изд. перераб.– М.: Юрайт: Высшее образование, 2006, 2009, 2012. – 478с. (др. издания)	306	
3. Медик В.А., Токмачев М.С. Математическая статистика в медицине. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 800с.	26	
4. Токмачев М.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Рабочая программа для направления 01.03.02 НовГУ им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород, 2019. – 13 с.	-	
5. Токмачев М.С. Функции случайных величин. – Великий Новгород: НовГУ, 2004. – 74с.	12	
6. Теория вероятностей: Учеб.-метод. пособие / Сост. В.А. Едемский; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2006. – 72 с.	5	
Электронные ресурсы		
1. Токмачев М.С. Сборник статистических таблиц (теория вероятностей и математическая статистика), [Электронный ресурс] / НовГУ им. Ярослава Мудрого, Великий Новгород: 2013. – 68с. – Режим доступа: http://www.novsu.bibliotex.ru	-	да
2. Теория вероятностей и математическая статистика: Метод. указания / Сост. Н.В. Манова, С.В. Мельникова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2006. – 75с. (др. издания) [Электронный ресурс] Режим доступа: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/Book/-334	161	да

*См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).

2. Дополнительная литература

Таблица Б2 - Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2002. – 575с. (др. издания)	75	
2. Вероятностные разделы математики. Учебник для бакалавров технических направлений. // Под ред. Максимов Ю.Д. – СПб.: «Иван Федоров», 2001. – 588с.	13	
3. Медик В.А., Токмачев М.С., Фишман Б.Б. Статистика в медицине и биологии. Том 1. – Теоретическая статистика. М.: Медицина, 2000. – 456 с.	21	-

Зав. кафедрой  А.В. Колмогоров
« 23 »  20 19 г.

Лист актуализации рабочей программы
учебного модуля «Теория вероятностей»

Зав. кафедрой Тамаренко /Тамарченко А.С./

Зав. кафедрой *Григорьев (Григорьевский) А.С.*

Зав. кафедрой _____

[illegible]