

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 11 7D 78 67 C2 66 A3 34 B2 CE 4F 9A FD E9 38 84 E5 28 4A 09
Владелец: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого»
Действителен: с 08.07.2021 до 08.10.2022

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИЭИС

 С.И. Оминов

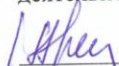
2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

СОГЛАСОВАНО

Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС

 П.В. Лысухо
«25» 12 2020 г.

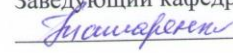
Разработал

Профессор кафедры ПМИ

 А.В. Колногоров
«18» декабря 2020 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 5 от «24» 12 2020 г.

Заведующий кафедрой ПМИ

 А.С. Татаренко
«24» 12 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цель освоения учебной дисциплины: формирование в рамках компетентностного подхода системы знаний по методам оптимизации, включающих выпуклый анализ, линейное и выпуклое программирование, вариационное исчисление, оптимальное управление, численные методы оптимизации, а также умений и навыков решения фундаментальных и прикладных задач методами, используемыми в рассматриваемых разделах прикладной математики.

Задачи:

- а) формирование у студентов системы теоретических знаний, позволяющих решать задачи оптимизации;
- б) формирование умений вычислительного характера, на которых базируется решение типовых заданий учебной дисциплины;
- в) стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению учебной дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к элективным дисциплинам (модулям) учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и направленности (профилю) Прикладная математика и информатика (далее – ОПОП). В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках следующих дисциплин (модулей, практик): Математический анализ, Дискретная математика, Дифференциальные уравнения, Вычислительная математика. Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин (модулей, практик): Практика производственная: практика проектно-технологическая.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

Профессиональные компетенции:

ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат;

ПК-4 Способность разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения в области информационных систем и технологий.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины:

<i>Код и наименование компетенции</i>	<i>Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)</i>		
ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат .	Знать ПК-2.1 Знать углубленные понятия дисциплин современного математического аппарата, методы, место и роль этих дисциплин в решении научно-	Уметь ПК-2.2 Уметь применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной	Владеть ПК-2.3 Владеть инструментарием для решения задач в области прикладной математики и информатики; инструментарием формально-

	практических задач с использованием современного математического аппарата при разработке, внедрении и сопровождении информационных технологий и систем	математики и информатики, при разработке, внедрении и сопровождении информационных технологий и систем; применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей	логической концепции математики для идеализации и системного анализа связей при построении математических моделей процессов и явлений, при разработке, внедрении и сопровождении информационных технологий и систем
ПК-4 Способность разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения в области информационных систем и технологий	Знать ПК-4.1 Знать основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий	Уметь ПК-4.2 Уметь применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ	Владеть ПК-4.3 Владеть навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения:

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины (модуля)	Всего	Распределение по семестрам
		7 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	3	3
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	42	42

3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	66	66
5. Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	ДЗ	ДЗ

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел № 1. Выпуклый анализ и выпуклое программирование.

1.1. Выпуклые множества и их свойства. Проекция точки на множество.

1.2. Теоремы отделимости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.

1.3. Выпуклые функции и их свойства. Основная задача выпуклого программирования. Условия оптимальности.

1.4. Теоремы Куна-Таккера. Задача квадратичного программирования.

Раздел № 2. Линейное программирование. Численные методы математического программирования.

2.1 Основная задача линейного программирования. Решение задач линейного программирования графически и перебором базисных решений. Двойственность в задачах линейного программирования.

2.2. Канонический вид задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Метод отыскания исходной угловой точки. Метод возмущений для решения вырожденных задач.

2.3. Численные методы математического программирования. Методы одномерной минимизации: метод золотого сечения, метод парабол, метод касательных. Метод штрафных функций. Градиентные методы.

Раздел № 3. Вариационное исчисление.

3.1. Понятие функционала. Понятие вариации. Необходимое условие экстремума функционала.

3.2. Уравнение Эйлера для нахождения экстремалей. Достаточные условия Лежандра экстремума функционала.

3.3. Изопериметрическая задача. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности.

3.4. Приложения вариационного исчисления к физике. Классические задачи вариационного исчисления.

Раздел № 4. Оптимальное управление.

4.1. Постановка задачи. Принцип Лагранжа для ляпуновских задач оптимального управления. Необходимые условия оптимальности. Некоторые обобщения.

4.2. Игольчатое варьирование управления. Принцип максимума Л.С.Понтрягина. Линейные оптимальные быстродействия. Синтез оптимального управления.

4.3. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)				Внеауд. СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная			В т.ч. СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР			
1.	Выпуклый анализ и выпуклое программирование	3	7	-	1	16	Выполнение контрольной работы 1
2.	Линейное программирование.	4	9	-	2	17	Выполнение

	Численные методы математического программирования						контрольной работы 2, Выполнение домашнего задания 1
3.	Вариационное исчисление	4	6	-	2	17	Выполнение контрольной работы 3
4.	Оптимальное управление	3	6	-	1	16	Выполнение контрольной работы 4, Собеседование
	Промежуточная аттестация						ДЗ
	ИТОГО	14	28	-	6	66	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы /курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
1.	Выпуклые множества. Свойства выпуклых множеств. Проекция точки на множество и уравнение разделяющей прямой Теоремы отделимости. Теорема о разделяющей гиперплоскости (<i>информационная лекция</i>)	1
2.	Выпуклые функции. Критерии выпуклости функций. Свойства выпуклых функций. Основная задача выпуклого программирования (<i>проблемная лекция</i>)	1
3.	Теоремы Куна-Таккера. Задача квадратичного программирования (<i>информационная лекция</i>)	1
4.	Основная задача линейного программирования. Решение задач линейного программирования графически и перебором базисных решений (<i>информационная лекция</i>)	1
5.	Двойственность в задачах линейного программирования. Экономические интерпретации задач линейного программирования (<i>лекция-презентация</i>)	1
6.	Канонический вид задачи линейного программирования. Конечные методы решения. Симплекс-метод (<i>проблемная лекция</i>)	1
7.	Численные методы математического программирования. Методы одномерной минимизации: метод золотого сечения, метод парабол, метод касательных. Метод штрафных функций. Градиентные методы (<i>лекция-презентация</i>)	1
8.	Вариационное исчисление. Понятие функционала. Понятие вариации. Необходимое условие экстремума функционала (<i>информационная лекция</i>)	1
9.	Уравнение Эйлера для нахождения экстремалей. Достаточные условия Лежандра экстремума функционала (<i>информационная лекция</i>)	1
10.	Изопериметрическая задача. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности (<i>информационная лекция</i>)	1
11.	Приложения вариационного исчисления к физике. Классические задачи вариационного исчисления (<i>лекция-презентация</i>)	1
12.	Постановка задачи оптимального управления. Принцип Лагранжа для	1

	ляпуновских задач оптимального управления (<i>информационная лекция</i>)	
13	Необходимые условия оптимальности. Некоторые обобщения (<i>информационная лекция</i>)	1
14	Принцип максимума Л.С. Понтрягина. Линейные оптимальные быстродействия (<i>информационная лекция</i>)	1
	ИТОГО	14

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
1.	Свойства векторов и множеств в n -мерном пространстве (<i>работа в группе</i>)	1
2.	Проверка выпуклости множеств по критериям (<i>работа в группе</i>)	1
3.	Проекция точки на множество. Построение разделяющих гиперплоскостей между точкой и множеством, между двумя множествами (<i>работа в группе</i>)	1
4.	Проверка выпуклости функций по критериям (<i>работа в группе</i>)	1
5.	Метод множителей Лагранжа (<i>работа в группе</i>)	1
6.	Поиск экстремума при наличии ограничений типа неравенств (<i>работа в группе</i>)	1
7.	Теоремы Куна-Таккера. Квадратичное программирование (<i>работа в группе</i>)	1
8.	Графическое решение задач линейного программирования (<i>работа в группе</i>)	1
9.	Использование принципа двойственности для решения задач линейного программирования (<i>работа в группе</i>)	1
10.	Стандартная постановка задачи линейного программирования. Решение методом перебора базисных решений (<i>работа в группе</i>)	1
11.	Симплекс-метод. Решение задач симплекс-методом (<i>работа в группе</i>)	2
12.	Нахождение исходного базисного решения (<i>работа в группе</i>)	1
13.	Вырожденные задачи линейного программирования. Метод возмущений (<i>работа в группе</i>)	1
14.	Использование EXCEL для решения задач линейного программирования (<i>работа в группе</i>)	1
15.	Использование EXCEL для численного решения задач математического программирования (<i>подготовка документа</i>)	1
16.	Вычисление первых вариаций функционалов (<i>работа в группе</i>)	1
17.	Нахождение экстремалей с использованием уравнения Эйлера (<i>работа в группе</i>)	1
18.	Проверка достаточных условий экстремума (<i>работа в группе</i>)	1
19.	Изопериметрические задачи (<i>работа в группе</i>)	1
20.	Задачи с подвижными границами (<i>работа в группе</i>)	1
21.	Задачи в параметрической форме (<i>работа в группе</i>)	1
22.	Нахождение необходимых условий оптимальности (<i>работа в группе</i>)	2
23.	Нахождение необходимых условий оптимальности при наличии ограничений (<i>работа в группе</i>)	2
24.	Нахождение необходимых условий оптимальности с использованием принципа максимума (<i>работа в группе</i>)	1
25.	Линейные оптимальные быстродействия (<i>работа в группе</i>)	1
	ИТОГО	28

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 6 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

<i>№</i>	<i>Требование к материально-техническому обеспечению</i>	<i>Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения</i>
1.	Наличие специальной аудитории	Мультимедийная аудитория 3315
2.	Мультимедийное оборудование	Проектор, компьютер, экран, интерактивная доска
3.	Программное обеспечение	Программа «EXCEL»

Приложение А
(обязательное)

**Фонд оценочных средств
учебной дисциплины Методы оптимизации**

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1.	Контрольная работа 1	Критерии выпуклости, теоремы отделимости, метод множителей Лагранжа	30	ПК-2.1, ПК-4.1
2.	Контрольная работа 2	Нахождение экстремумов функций с использованием теоремы Куна-Таккера	25	ПК-2.2, ПК-4.2
3.	Домашнее задание 1	Линейное программирование	20	ПК-2.3, ПК-4.3
4.	Контрольная работа 3	Вариационное исчисление	30	ПК-2.1, ПК-4.1
5.	Контрольная работа 4	Оптимальное управление	20	ПК-2.3, ПК-4.3
6.	Собеседование	Собеседование по курсу	25	ПК-2.1, ПК-2.2, ПК-4.1, ПК-4.2
<i>Промежуточная аттестация</i>				
	Дифференциальный зачет			
	ИТОГО		150	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольная работа 1

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	5

«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 1:

- 1) Определить проекцию точки на множество и написать уравнение разделяющей прямой: точка (3,-5), множество $x_2 \geq |x_1|$.
- 2) Написать уравнение разделяющей прямой между двумя множествами: $X = \{x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ и $Y = \{x_2 \geq \max(7 - x_1, 4)\}$.
- 3) Являются ли выпуклыми следующие множества и почему:
а) $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 \leq 1$; б) $3x_1^2 - x_2^2 \leq 1$; в) $x_2 \leq 3|x_1|$; г) $x_1 \leq 5, x_2 \leq 4$;
- 4) Являются ли выпуклыми следующие функции и почему:
а) $2x_1$; б) $x_1 - 2x_2 + 4x_3$ в) $|x_1 - 2x_2| - 2x_3 + 3x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2$.
- 5) Найти $\max(x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + 3x_2 x_3)$ при ограничении $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Таблица А.3 – Контрольная работа 2

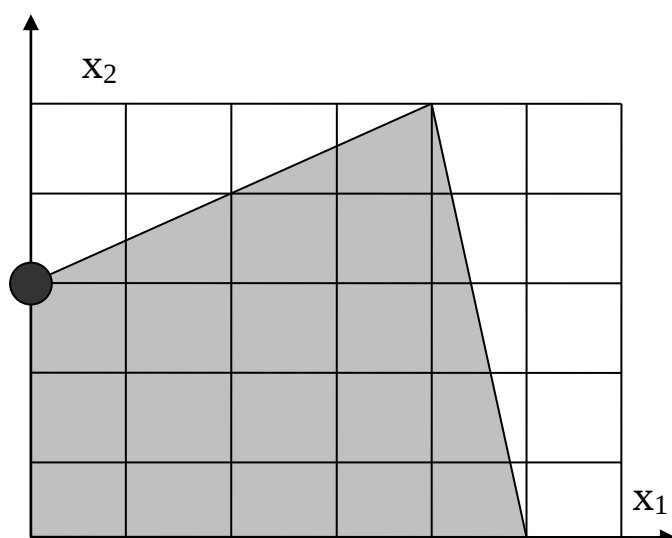
Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 15-18 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	3
«4» 19-22 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 23-25 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 2:

- 1) Найти $\min(2x^2 + 4|x - 4| + 2)$
- 2) Найти $\min(2x_1^2 + x_2^2 + |x_1 - 4x_2| + 2)$
- 3) Найти $\min(x_1^2 + 2x_2^2)$
при ограничениях
 $2x_1 + x_2 \leq -4$
 $x_1 \leq -2$

Таблица А.4 – Домашнее задание 1

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 12-14 баллов. Получены не совсем точные и полные результаты	20	5
«4» 15-17 баллов. Получены достаточно точные и полные результаты		
«5» 18-20 баллов. Получены точные и полные результаты		

Пример домашнего задания 1:

Записать аналитически ограничения для приведенной на рисунке области. Для целевой функции $\min (-x_1 + 2x_2)$ сделать следующее:

1. Решить графически задачу линейного программирования.
2. Записать двойственную задачу и решить ее графически.
3. Записать задачу линейного программирования в стандартной форме.
4. Решить задачу в стандартной форме перебором базисных решений
5. Решить задачу в стандартной форме симплекс-методом, выбрав в качестве начального базисного решения то, которое соответствует выделенной на рисунке точке.

Таблица А.5 – Контрольная работа 3

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	6
«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 3:

Найти экстремали и установить, какой тип экстремума достигается:

- 1) $J[y] = \int_0^{\pi/2} ((y')^2 - y^2) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 5$
- 2) $J[y] = \int_0^1 ((y')^2 - y^2 - e^x y) e^{2x} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = e$
- 3) $J[y] = \int_{-1}^1 ((y')^2 - 2xy) dx, \quad y(-1) = -1, \quad y(1) = 1$
- 4) $J[y] = \int_0^{\pi} (2y \cos(x) - y'^2) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(\pi) = -1,$

$$5) \quad J[y] = \int_0^1 e^{-2x} y'^2 dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 1,$$

$$6) \quad J[y] = \int_0^1 \frac{y'^2}{x} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2,$$

Таблица А.6 – Контрольная работа 4

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 12-14 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	3
«4» 15-17 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 18-20 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 4:

Решить задачи оптимального управления:

$$1. \quad \int_0^1 2u^2 dt \rightarrow \text{extr} \quad \text{при ограничениях} \quad \dot{x} - x = u, \quad x(1) = e^2.$$

$$2. \quad \int_0^1 (u^2 + x^2) dt \rightarrow \text{extr} \quad \text{при ограничениях} \quad \dot{x} - x = u, \quad x(1) = 1.$$

3. Найдите общий вид решения задачи оптимального управления

$$\int_0^1 (x^2(t) - u^2(t)) dt + x^2(1) \rightarrow \min \quad \text{при ограничениях}$$

$$\ddot{x}(t) - x(t) = u(t), \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1 \quad \text{и выпишите условия для определения констант.}$$

Таблица А.7 – Собеседование

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
«3» 15-18 баллов. Не совсем точные и полные ответы.	20	2
«4» 19-22 баллов. Достаточно точные и полные ответы		
«5» 23-25 баллов. Даны точные и полные ответы.		

Примерные вопросы для собеседования:

1. Определение и основные свойства выпуклых множеств. Проекция вектора на множество. Существование и единственность проекции в случае выпуклого множества.
2. Теорема отделимости. Теорема об опорной гиперплоскости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.
3. Определение и основные свойства выпуклых функций. Неравенство Йенсена.
4. Основные свойства дифференцируемых выпуклых функций.
5. Минимизация функций при наличии ограничений типа неравенств.

6. Экстремальные свойства выпуклых функций. Основная задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
7. Решение задачи линейного программирования графически.
8. Решение задачи линейного программирования перебором базисных решений.
9. Стандартная постановка задачи линейного программирования.
10. Основная и двойственная задачи линейного программирования.
11. Основная процедура и альтернатива симплекс-метода решения задачи линейного программирования.
12. Метод отыскания исходного базисного решения в процедуре симплекс-метода.
13. Необходимое условие экстремума функционала.
14. Уравнение Эйлера.
15. Изопериметрическая задача на примере задачи Дидоны.
16. Задача о минимальной поверхности вращения.
17. Классификация экстремумов функционала. Достаточные условия экстремума функционала.
18. Задача о брахистохроне
19. Задача о форме тяжелой нити (цепной линии).
20. Оптимальное управление. Необходимые условия оптимальности. Примеры задач.
21. Принцип максимума Понтрягина.
22. Методы одномерной оптимизации. Выбор удачной тройки чисел
23. Методы одномерной оптимизации. Метод парабол.
24. Методы одномерной оптимизации: метод касательных.
25. Методы одномерной оптимизации: метод золотого сечения.
26. Метод штрафных функций.
27. Метод покоординатного спуска.
28. Метод наискорейшего спуска.

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)
**Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины Методы оптимизации**

Таблица Б.1 – Основная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Черноруцкий И. Г. Методы оптимизации в теории управления : учебное пособие для вузов / И. Г. Черноруцкий ; изд. прогр. "300 лучших учеб. для высш. шк. в честь 300-летия Санкт-Петербурга". - Санкт-Петербург : Питер, 2004. - 255 с. : ил. - (Учебное пособие). - Библиогр.: с. 253-255. - ISBN 5-94723-514-5 : (в пер.) : 115.00.	12	
2. Карманов В. Г. Математическое программирование. - 5-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2000. - 263 с. : ил. - Библиогр.: с. 260. - ISBN 5-9221-0068-8 : (в пер.) : 49.00. [1980]	5	
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 347, [1] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 346-347. - ISBN 978-5-8114-0916-7 : (в пер.) : 320.10.	5	
3. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие для вузов. - 2-е изд., испр. - Москва : Высшая школа, 2005. - 544 с. : ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 543-544. - ISBN 5-06-004137-9 : (в пер.) : 460.00. [2002, 2008]	4	
Электронные ресурсы		
1. Колногоров А. В. Классические задачи вариационного исчисления : учебное пособие / А. В. Колногоров ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2016. - 31, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 31. - 27.00, 500 экз. - URL: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/Book/-2624	11	БиблиоТех

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
4. Пантелеев А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие для вузов. - Москва : Высшая школа, 2006. - 271, [1] с. : ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 270-272. - ISBN 5-06-005327-X. - ISBN 978-5-060-05327-2 : (в пер.) : 253.99.	2	
2. Пантелеев А.В. Теория управления в примерах и задачах : учебное пособие для вузов. - Москва : Высшая школа, 2003. - 582, [2] с. : ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 581-583. - ISBN 5-06-004136-0. - ISBN 978-5-06-004136-1 : (в пер.) : 144.90. - 287.76.	2	

Новгородский государственный
университет им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета *Иванов*

Электронные ресурсы		
5. Задача Лагранжа и принцип максимума Понтрягина: методические указания / сост. А. В. Колногоров ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2003. - 33, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 33. - 4.87, 200 экз. – URL: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/Book/-380	90	Библиотех

Проверено НБ Новгородского государственного
университета им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета *Татаренко*

Зав. кафедрой *Татаренко* А.С. Татаренко
подпись И.О. Фамилия
« 24 » 12 20 20 г.

Лист актуализации рабочей программы
учебной дисциплины Методы оптимизации

Протокол № 4 заседания кафедры от «10» 02 2021 г.

Разработчик:

Зав. кафедрой Гамбаровский А.С. Гамбаровский

Протокол № _____ заседания кафедры от « _____ » _____ 20 ____ г.

Разработчик:

Зав. кафедрой

Протокол № _____ заседания кафедры от « _____ » _____ 20 ____ г.

Разработчик:

Зав. кафедрой _____

Таблица В.1 — Перечень изменений, внесенных в рабочую программу:

[illegible]