

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Институт электронных и информационных систем  
Кафедра прикладной математики и информатики

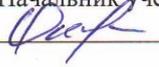
УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЭИС  
 С.И. Эминов  
подпись  
22 03 2017 г.  
число месяц

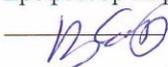


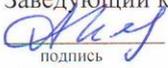
МАТЕМАТИКА

Учебный модуль по направлению подготовки бакалавров  
38.03.03 Управление персоналом

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО  
Начальник учебного отдела  
 О.Б. Широколобова  
22 03 2017 г.

Разработал  
профессор кафедры ПМИ  
 В.А. Едемский  
подпись  
01 03 2017 г.  
число месяц

Принято на заседании кафедры ПМИ  
Протокол № 7 от 01.03.2017 г.  
Заведующий кафедрой  
 А.В. Колногоров  
подпись  
01 03 2017 г.  
число месяц

## 1 Цели и задачи учебного модуля

Преподавание учебного модуля (УМ) «Математика» ставит своей целью формирование в рамках компетентностного подхода системы знаний, умений и навыков решения задач фундаментальных разделов математики, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности.

Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- сформировать представление у студентов об основных принципах моделирования и анализа экономических систем;
- ознакомить их с примерами применения математических моделей и методов в экономике;
- ознакомить обучающихся с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- подготовить студентов к изучению и применению методов математического анализа и моделирования, математического аппарата при решении профессиональных проблем;
- организовать среду для эффективного изучения основных понятий и методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа;
- подготовить обучающихся к самостоятельному изучению тех разделов математики, которые могут потребоваться дополнительно в практической и исследовательской работе.

## 2 Место учебного модуля в структуре ООП направления подготовки

УМ «Математика» относится к Математическому и естественнонаучному циклу ФГОС ВПО и ООП по экономическим направлениям подготовки бакалавров и базируется на знаниях по математике в объеме программы средней школы. УМ читается в 1 и 2 семестрах.

УМ обеспечивает математическую подготовку бакалавров и необходим для освоения учебной программы ряда учебных модулей естественнонаучного и профессионального циклов, в частности для изучения учебных элементов и разделов по теории вероятностей, статистики, информатики, а также многих разделов экономики, например, таких как бухгалтерский учет, менеджмент, экономика организации, разделов финансовой математики.

**В результате изучения модуля студент должен:**

**знать:**

- основные понятия и методы аналитической геометрии, линейной алгебры;
- математического анализа (основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных);
- математические методы решения профессиональных задач;
- фундаментальные разделы математики, необходимые для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности.

**уметь:**

- решать типовые математические задачи, используемые при принятии решений в профессиональной деятельности, производить расчеты математических величин, получать количественные результаты;
- использовать математический язык и математическую символику при построении экономических моделей;
- формализовать задачу и описать ее с помощью известных математических моделей;
- выбирать рациональные варианты действий при анализе практических задач;
- применять методы математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения профессиональных задач
- анализировать полученные результаты и делать выводы по поставленной задаче;

**владеть:**

- методами математического анализа и моделирования, математическим аппаратом при решении профессиональных проблем;
- методами построения и анализа эффективных решений;
- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.

### 3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ направлен на формирование следующих компетенций:

#### 38.03.03 Управление персоналом

ОПК -5- способностью анализировать результаты исследований в контексте целей и задач своей организации (базовый уровень);

ОПК-6 владением культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическому анализу информации, постановке цели и выбору путей ее достижения; способностью отстаивать свою точку зрения, не разрушая отношения (базовый уровень).

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть:

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-5 38.03.03	базовый	фундаментальные разделы математики, необходимые для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности	решать типовые математические задачи, используемые при принятии решений в профессиональной деятельности, производить расчеты математических величин, получать количественные результаты, использовать математический язык и математическую символику при построении экономических моделей	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач
ОПК-6 38.03.03	базовый	математические методы обобщения и анализа экономической информации	выбирать пути достижения цели на основе математического анализа экономической информации	культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическому анализу информации на основе математических методов

### 4 Структура и содержание учебного модуля

#### 4.1 Трудоемкость учебного модуля

В структуре УМ выделены учебные элементы модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов:

- УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра;
- УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа;
- УЭМ3 Математический анализ (часть 1) и элементы теории множеств;
- УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения.

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
<b>Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)</b>	9	6	3	
<b>Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):</b>				
<b>1) УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра:</b>				ОПК-5, ОПК-6
- лекции	12	12		
- практические занятия (семинары), в том числе	18	18		
<i>аудиторная СРС</i>	6	6		
- внеаудиторная СРС	30	30		
<b>2) УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа:</b>				ОПК-5, ОПК-6
- лекции	12	12		
- практические занятия (семинары), в том числе	18	18		
<i>аудиторная СРС</i>	6	6		
- внеаудиторная СРС	30	30		
<b>3) УЭМ3 Математический анализ (часть 1) и элементы теории множеств</b>				ОПК-5, ОПК-6
- лекции	12	12		
- практические занятия (семинары), в том числе	18	18		
<i>аудиторная СРС</i>	6	6		
- внеаудиторная СРС	30	30		
<b>4) УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения</b>				ОПК-5, ОПК-6
- лекции	27		27	
- практические занятия (семинары), в том числе	27		27	
<i>аудиторная СРС</i>	9		9	
- внеаудиторная СРС	54		54	
<b>Аттестация:</b>				ОПК-5, ОПК-6
- дифференцированный зачет				
- экзамен	36	36		

Трудоемкость учебной дисциплины для заочной формы обучения

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
<b>Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)</b>	9	6	3	
<b>Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):</b>				
- лекции	18	12	6	ОПК-5, ОПК-6
- практические занятия (семинары),	14	9	5	

в том числе				
аудиторная СРС				
- внеаудиторная СРС	256	171	85	
Экзамен	36	36		
Дифференцированный зачет				

## 4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

### УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра

1.1 Основные принципы моделирования и анализа экономических систем. Предмет и методы математики. Индукция и дедукция, доказательство. Числа, множества, отношения. Математические построения и описание объектов математики. Построение курса математики в ВУЗе. Задачи изучения курса математики на лекциях, практических занятиях и самостоятельной работе.

1.2 Матрицы и определители. Свойства определителей. Операции над матрицами. Обратная матрица.

1.3 Решение систем линейных уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера и метод Гаусса.

1.4 Применение элементов линейной алгебры в экономике.

### УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа

2.1 Векторы и операции над ними. Линейная зависимость и независимость системы векторов.

2.2 Уравнения прямых и плоскостей на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости в  $R^2$  и  $R^3$ , их уравнения.

2.3 Применение элементов векторного анализа и аналитической геометрии в экономике.

### УЭМ3 Математический анализ (часть 1)

3.1 Элементы теории множеств. Множество вещественных чисел.

3.2 Введение в математический анализ. Числовые последовательности и их сходимость.

3.3 Функции, их графики. Предел и непрерывность.

3.4 Экстремальные задачи, основные понятия. Задачи линейного программирования.

3.5 Основы дифференциального исчисления. Исследование функций. Экономические приложения.

### УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения

4.1 Неопределенный интеграл. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование подстановкой и по частям.

4.2 Определенный интеграл. Понятие определенного интеграла, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла.

4.3 Функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы. Градиент. Экстремумы и условные экстремумы. Правило множителей Лагранжа. Применение в задачах экономики.

4.4 Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, их основные виды. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка.

Календарный план, наименование разделов учебного модуля с указанием трудоемкости по видам учебной работы представлены в технологической карте учебного модуля (приложение Б).

### **4.3 Организация изучения учебного модуля**

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

### **5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля**

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения УМЗ (по результатам изучения УЭМ1, УЭМ2 и УЭМ3) и УЭМ4.

Экзамен по модулю выставляется по результатам изучения УМ в первом семестре, дифференцированный зачет – во втором семестре. Минимальное количество баллов, необходимых для экзамена – 150, для зачета, – 75. Максимальное количество баллов – 450.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.2013 «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

### **6 Учебно-методическое и информационное обеспечение**

Учебно-методическое и информационное обеспечение УМ представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение Г).

### **7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля**

Для осуществления образовательного процесса по модулю используется лекционная аудитория, некоторые занятия рекомендуется проводить в компьютерном классе, либо в аудитории, оборудованной мультимедийными средствами для демонстрации реализации методов линейной алгебры и математического анализа пакетами прикладных программ.

#### **Приложения (обязательные):**

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В – Паспорта компетенций

Г – Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А  
(обязательное)

**Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Математика»**

Учебный модуль (УМ) «Математика» разделен на четыре учебных элемента модуля (УЭМ):

- УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра;
- УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа;
- УЭМ3 Математический анализ (часть 1) и элементы теории множеств;
- УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения.

Каждый УЭМ состоит нескольких разделов-тем, по которым предусмотрены лекционные и практические занятия.

Первый учебный элемент УЭМ1 предусматривает введение обучающихся в предмет математики, их знакомство с основными принципами моделирования и анализа экономических систем. Студентам рассказывается о построении курса математики в ВУЗе, формулируются задачи изучения УМ на лекциях, практических занятиях и самостоятельной работе. После этого в рамках УЭМ1 и УЭМ2 основная часть аудиторной и внеаудиторной работы посвящена изучению основ линейной алгебры, аналитической геометрии и основам векторного анализа.

Третий учебный элемент УЭМ3 включает занятия, направленные на знакомство студентов с элементами теории множеств и основами дифференциального исчисления функций одной действительной переменной. При этом обучающиеся знакомятся с основным понятием математического анализа – понятием функции.

По итогам изучения первых трех учебных элементов проводится семестровый контроль качества освоения материала.

Четвертый учебный элемент УЭМ4 предусматривает знакомство студентов с основами интегрального исчисления, введение в анализ функций нескольких переменных, изучение основ теории и некоторых методов решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

В таблице А.1 отражены разделы модуля, технологии и формы проведения занятий, задания по самостоятельной работе студента и ссылки на необходимую литературу. Содержание и структура разделов представлена в п. 4.2 рабочей программы УМ.

**А.1 Методические рекомендации по теоретической части учебного модуля**

Теоретическая часть модуля направлена на формирование системы знаний об основных понятиях и методах математики, в том числе линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа. Основное содержание теоретической части излагается преподавателем на лекционных занятиях, а также усваивается студентом при знакомстве с дополнительной литературой, которая предназначена для более глубокого овладения знаниями основных дидактических единиц соответствующего раздела и указана в таблице А.1.

**А.2 Методические рекомендации по практическим занятиям**

Цель практических занятий – формирование у студентов навыков решения типовых математических задач, используемых при принятии решений в профессиональной деятельности, овладение методами математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения профессиональных задач.

Практические занятия включают в себя аудиторное время

- предназначенное для объяснения решения типовых задач или заданий преподавателем у доски;
- самостоятельное решение задач студентами;
- разбор типовых ошибок при решении задач или подведение итогов в конце текущего занятия.

### А.3 Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов

Методические рекомендации по СРС состоят из текстов примерных задач, упражнений и других заданий, выполняемых в рамках аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы, а так же примерных вопросов для проверки знаний и контрольных работ.

Таблица А.1 – Организация изучения учебного модуля «Математика»

Учебный элемент модуля	Технология и форма проведения занятий, СРС	Задания на СРС	Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*
УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра	- вводная лекция, - обзорная лекция, - информационная лекция,	- используя основную, дополнительную литературу и Интернет-ресурсы, изучить основные дидактические единицы УМ (внеауд. СРС),	1. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Общий курс: Учеб. пособие для эконом. спец. вузов / Авт.: А.В. Кузнецов и др. – Минск: Вышэйшая школа, 1994. – 283, [1]с. : ил. – Библиогр.:с.279-280. – ISBN 5-339-00954-8(в пер.) 2. Сборник задач по высшей математике для экономистов : учеб. пособие / Под ред.В.И.Ермакова;Рос.экон.акад.им.Г.В.Плеханова. - М. : Инфра-М, 2001. - 574с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.:с.517-525. - ISBN 5-16-000301-0(в пер.) 3. Плис А.И.,Сливина Н.А. Mathcad: Математический практикум для инженеров и экономистов: Учеб.пособие для вузов.-2-е изд.,перераб.и доп.-М.:Финансы и статистика, 2003.-655с.:ил.-Библиогр.:с.654-655.-Прил.:с.563-653.- ISBN 5-279-02550-X
УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа	- проблемная лекция,	- решить типовые задачи и упражнения по теме (ауд. и внеауд. СРС),	
УЭМ3 Математический анализ (часть 1) и элементы теории множеств	- решение задач с обсуждением результатов, - работа в малых группах (командные упражнения),	- выполнить командные упражнения (ауд. и внеауд. СРС)	
УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения	- аудиторная контрольная работа, - выполнение домашнего задания, - индивидуальная работа	- выполнить контрольную работу (ауд. СРС), - выполнить индивидуальное расчетное задание (внеауд. СРС)	

\* Основная литература (учебные и учебно-методические издания, Интернет-ресурсы) указана в Карте учебно-методического обеспечения (Приложение Д).

**А.3.1 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 1) по теме “Матрицы и определители”**

1. Вычислить  $aA + bB$ ,  $AB$  и  $BA$ , если:  $a = -2, b = 4, A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ .
2. Вычислить определитель  $|A|$  по определению, а также разложив его по указанной строке (столбцу), если:  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ , 2 строка.
3. Вычислить определитель  $|A|$  по определению, а также разложив его по указанной строке (столбцу), если:  
 $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ , 3 строка.
4. Решить систему уравнений матричным методом, сделать проверку.  
$$\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$$
5. Решить систему уравнений по правилу Крамера, сделать проверку  $\begin{cases} 2x + 3y - z = 6 \\ 4x + 5y - 4z = -1 \\ 3x - 3y + 2z = 4 \end{cases}$ .
6. Решить систему уравнений по теореме Крамера, сделать проверку.  
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = -4 \\ 2x - 3y - z = 5 \\ 5x + y + z = 1 \end{cases}$$
7. Найти  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ .
8. Найти обратную матрицу, если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -5 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа №1**

Тема “Матрицы и определители”

Демонстрационный вариант

1. Вычислить  $aA + bB$ ,  $AB$  и  $BA$ , если:  $a = 2, b = -3, A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ ;

2. Вычислить определитель  $|A|$  по определению, а также разложив его по указанной строке

(столбцу), если:  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ , 1 строка;

3. Решить систему уравнений по теореме Крамера, сделать проверку.

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -3 \\ x - 3y + z = -6 \\ -2x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

**А.3.2 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 2) по теме “Метод Гаусса”**

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 30 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 34 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 41 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 23 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ 4x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

3. Найти общее решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

4. Найти общее решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -10 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы уравнений  $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$ .

**Контрольная работа №2**  
**Тема “Метод Гаусса”**  
Демонстрационный вариант

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 15 \\ 4x_1 + x_3 + x_4 = 11 \\ x_1 + x_2 + 5x_4 = 23 \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

**А.3.3 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 3) по теме “Аналитическая геометрия и основы векторного анализа”**

- Даны три вершины параллелограмма  $A(-3;3;2)$ ,  $B(9;-6;1)$ ,  $C(7;8;2)$ . Найти его четвертую вершину.
- Найти площадь треугольника  $ABC$ , где  $A(-1;3;-2)$ ;  $B(2;-1;3)$ ;  $C(0;-3;1)$ .
- Даны вершины  $A(3; 0)$ ,  $B(-5; 6)$ ,  $C(-4; 1)$  треугольника. Найти уравнения высоты и медианы, проведенных через вершину  $C$ .
- В треугольнике  $ABC$  написать уравнение высоты  $BD$ , медианы  $AE$ , если  $A(6,1)$ ,  $B(-2,0)$ ,  $C(2,-2)$ .
- Даны точки  $A(1; -2; 0)$ ,  $B(4; -2; 3)$ ,  $C(-3; 4; 3)$ ,  $D(0; -3; -4)$ .
  - Найти вершину  $K$  параллелограмма  $ABKD$ .
  - Найти расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ .
  - Написать уравнение прямой, проходящей через  $C$  параллельно  $AB$ .
  - Найти объем тетраэдра  $ABCD$ .
- При каком  $m$  прямая  $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  и плоскость  $3x + 2y - mz + 5 = 0$  параллельны.
- Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(2;-3;-5)$ , перпендикулярно прямой  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+7}{0}$ .

**Контрольная работа №3**  
**Тема “Аналитическая геометрия и основы векторного анализа”**  
Демонстрационный вариант

- При каких значениях параметра  $t$  вектора  $\vec{a}(-1;2;t)$  и  $\vec{b}(t;-3;2)$  будут перпендикулярны.
- Даны вершины треугольника  $A(-3;3)$ ;  $B(9;-6)$ ;  $C(7;8)$ . Найти  $\cos C$  и уравнение прямой  $AB$ .
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(-4;5;-8)$ , перпендикулярно плоскости  $5x + 2y - 4z + 7 = 0$ .

**А.3.4 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 4) по теме “Функции, их графики. Предел функции”**

1. Построить график функции  $y = \frac{2x-3}{x-1}$ .
2. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$ .
3. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} \right)^x$ .
4. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{\sqrt{3-x} - \sqrt{x-1}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-3x^2}{5-3x^2} \right)^{5x-1}$ .
5. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - \sqrt{x^4 + 2}}{x^2 - 1}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-4x^2}}{3x^2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-3}{4x+1} \right)^{2x}$ .

**Контрольная работа №4**

**Тема “Функции, их графики. Предел функции”**

Демонстрационный вариант

1. Построить график функции  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .
2. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - \sqrt{x-1}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x-5)^{\frac{x}{x-1}}$ .

**А.3.5 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 5) по теме “Производные и дифференциалы. Экстремумы”**

1. Найти  $y'$ , если  $y = \arcsin \frac{2x^2}{1+x^4}$ .
2. Вычислить  $y'(x)$  а)  $y = \log_3(2x^2 + 5e^{-x})$  б)  $y = \sqrt{\sin 2x} \cdot \operatorname{arctg}(1-x^3)$ .
3. Вычислить  $y'(x)$  а)  $y = \frac{3^{\sin x}}{(x + \operatorname{tg} 2x)^2}$  б)  $y = \operatorname{arctg}^3(1-x^3 \log_2(1-x))$ .
4. Найти  $y'''$ , если  $y = x \cdot e^{-x}$ .
5. Найти экстремумы функции  $y = \frac{2x^2 + x + 7}{x+1}$ .
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+7}$  на отрезке  $[-3;7]$ .
7. Определить, какой из равнобедренных треугольников с заданным периметром имеет наибольшую площадь?
8. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = \frac{2x^2}{2x-1}$ .
9. Найти точки перегиба выпуклости графика функции  $y = \frac{9x}{1+x^2}$ .

**Контрольная работа №5****Тема “Производные и дифференциалы. Экстремумы”**Демонстрационный вариант

1. Вычислить  $y'(x)$  а)  $y = \arctg(2x^2 + 5)$  б)  $y = \sqrt{x} \log_2(1 - x^3)$ .
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}$  на отрезке  

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}.$$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = \frac{2(x-1)^2}{x^2}$

***А.3.6 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 6) по теме “Интегралы”***

Найти неопределенные интегралы:

$$\int \frac{\sqrt[6]{x} - 7\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx, \quad \int \frac{4\sqrt{x^3} - \sqrt[6]{x}}{x^4} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^3} + 5\sqrt[3]{x}}{x^2} dx$$

$$\int \frac{dx}{4x^2 + 4x - 3}, \quad \int \frac{3}{(3x+5)^2} dx, \quad \int \frac{x+4}{(x-3)(x+9)} dx, \quad \int \frac{x+4}{(x+1)(x+3)} dx$$

$$\int \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{4}{(x+1) \cdot \ln^2(x+1)} dx, \quad \int x \sin 2x dx, \quad \int (6x+1) \cdot e^x dx,$$

$$\int 4^{3x+5} dx, \quad \int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx, \quad \int (7x+5) \cdot \cos x dx,$$

**Контрольная работа №6****Тема “Неопределенный интеграл ”**Демонстрационный вариант

Найти неопределенные интегралы:

1.  $\int \frac{6\sqrt{x^3} + 4\sqrt[4]{x}}{x^3} dx,$
2.  $\int \sin(2x-3) dx,$
3.  $\int \frac{4x^4}{5+7x^5} dx,$
4.  $\int (3x+2) \cdot 4^{2x} dx,$
5.  $\int \frac{7x+5}{(x-3)(x-4)} dx.$

***А.3.7 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 7) по теме “Определенный интеграл и функции многих переменных”***

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_{-\pi}^{\pi} (x-1) \sin 2x dx.$
2. Вычислить:  $\int_4^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}, \quad \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \arctg x dx.$

3. Вычислить:  $\int_0^{\pi} e^{\sin 2x} \cos 2x dx$ ,  $\int_0^{\pi} (2x + 1) \sin 3x dx$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = 2x^2$ ,  $y = 1 - x$ .
5. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4x - x^2$  и осью  $Ox$ .
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 4x + 4$ ,  $y = x$ .
7. Найти объем тела вращения вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $y = \sqrt{6x - x^2} - 8$ .
8. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = (2x - 1)^2 + 4xy + 2y^2$ .
9. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = (2x - 1)^2 + 4xy + 2y^2$ .

### Контрольная работа №7

#### Тема “Определенный интеграл и функции многих переменных”

##### Демонстрационный вариант

1. Вычислить:  $\int_4^9 \frac{1}{x - \sqrt{x}} dx$ ,  $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$ . Сделать чертёж.
3. Для функции  $f(x) = \sqrt{x^2 - y^2}$  найти  $grad f(x)$  и производную по направлению вектора  $\vec{l}(1; -2)$  в точке  $M_0(5; 3)$ .

#### *А.3.8 Примерные типовые задачи (для подготовки к контрольной работе № 8) по теме “Дифференциальные уравнения”*

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $(x + xy^2)dx - (2y + yx^2)dy = 0$ .
2. Найти общее решение дифференциального уравнения  $\frac{ydy}{\sqrt{1 + y^2}} + xdx = 0$
3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' - 2xy = x$
4. Найти общее решение дифференциальных уравнений  $(2x + 5)\sqrt{y} = e^x y'$ ,  
 $y' = (2y + 1)ctg x$ .
5. Решить задачу Коши:  $y' + \frac{y}{x} = 3x$ ,  $y(1) = 1$ .
6. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = x^2$ .
7. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y = e^{-2x}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$ .
8. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y' = e^x$

### Контрольная работа №8

#### Тема “Дифференциальные уравнения”

##### Демонстрационный вариант

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

1.  $\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$ ;

2.  $x^2 y' = 2xy + 3$ ,
3.  $y'' - 2y' + y = e^x$ .

### ***А.3.9 Списки примерных контрольных вопросов для проверки теоретических знаний***

#### ***I семестр***

1. Определители второго и третьего порядков.
2. Свойства определителей 1 – 4.
3. Матрицы, операции над ними.
4. Обратная матрица, ее вычисление.
5. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
6. Матричная запись систем. Решение с помощью обратной матрицы.
7. Ранг системы векторов и ранг матрицы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли.
8. Экономические приложения линейной алгебры.
9. Векторы, действия над ними. Скалярное произведение.
10. Координаты точек и векторов, длина вектора.
11. Деление отрезка в данном отношении.
12. Уравнение прямой на плоскости.
13. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
14. Уравнение плоскости в пространстве.
15. Взаимное расположение двух плоскостей.
16. Уравнение прямой в пространстве.
17. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
18. Взаимное расположение прямой и плоскости.
19. Экономические приложения векторного анализа и аналитической геометрии.
20. Простейшие функции и их графики.
21. Операции над функциями. Элементарные функции.
22. Бесконечно малые и их свойства.
23. Сохранение непрерывности при алгебраических операциях и композиции.
24. Непрерывность элементарных функций.
25. Предел функции в точке, свойства пределов.
26. Замечательные пределы.
27. Сравнение бесконечно малых.
28. Точки разрыва функции.
29. Асимптоты и их нахождение.
30. Производная, ее механический, геометрический и экономический смысл.
31. Таблица производных.
32. Правила вычисления производных 1 – 4.
33. Производная сложной и обратной функции.
34. Формула для приращения функции. Дифференциал функции.
35. Правила Лопиталя.
36. Условие возрастания и убывания функции. Экстремумы.
37. Условие выпуклости вниз и вверх функции. Точки перегиба.
38. Схема построения графика функции на примере.
39. Экономические приложения дифференциального исчисления.

#### ***II семестр***

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Таблица интегралов.
3. Простейшие правила интегрирования.

4. Интегрирование подстановкой.
5. Интегрирование по частям.
6. Интегрирование простейших дробей.
7. Метод неопределенных коэффициентов.
8. Понятие определенного интеграла.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Площадь криволинейной трапеции.
11. Объем тела и, в частности, тела вращения.
12. Производная по направлению, частные производные.
13. Градиент.
14. Экстремумы, их нахождение.
15. Применение дифференциального исчисления функций нескольких переменных в задачах экономики.
16. Дифференциальные уравнения, их порядок.
17. Интегральные линии. Задача Коши.
18. Уравнения с разделяющимися переменными.
19. Однородные уравнения.
20. Линейные уравнения первого порядка.
21. Линейные однородные уравнения второго порядка.
22. Линейные неоднородные уравнения второго порядка.

**Пример экзаменационного билета**

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**  
Кафедра прикладной математики и информатики  
**Экзаменационный билет № 1**

Учебный модуль «Математика»

Для направления подготовки бакалавров 38.03.03 Управление персоналом

1. Уравнение прямой в пространстве.
2. Формула для приращения функции. Дифференциал функции.

3. Задача. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 6 \\ 4x + 5y - 4z = -1 \\ 3x - 3y + 2z = 4 \end{cases}$$

4. Задача. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$ .

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой КПМИ

А.В. Колногоров

Приложение Б  
(обязательное)

**Технологическая карта  
учебного модуля «Математика»**

**семестр – 1, 2, ЗЕТ – 9, вид аттестации – ЭКЗ, ДЗ, академ. часов – 324, баллов рейтинга – 450**

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем.	Трудоемкость, ак. час					СРС	Форма текущего контроля успев. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия							
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
<b>I семестр</b>									
УЭМ1 Введение в предмет. Линейная алгебра	1-6	12	18	-	6	30		100	
							разноуровневые задачи	26	
							командные упражнения	24	
							контрольные работы № 1 и 2	50	
УЭМ2 Аналитическая геометрия и основы векторного анализа	7-12	12	18	-	6	30		50	
							разноуровневые задачи	15	
							командные упражнения	10	
							контрольная работа № 3	25	
УЭМ3 Математический анализ (часть 1) и элементы теории множеств	13-18	12	18	-	6	30		100	
							разноуровневые задачи	26	
							командные упражнения	24	
							контрольные работы № 4 и 5	50	
Рубежная аттестация	9	не менее 50 баллов из 100							
Семестровый контроль	18	не менее 125 баллов из 250							
Сессия		экзамен							50
<b>II семестр</b>									
УЭМ4 Математический анализ (часть 2) и дифференциальные уравнения	1-18	27	27	-	9	54		150	
							разноуровневые задачи	35	
							командные упражнения	40	
							контрольные работы № 6-8	75	
Рубежная аттестация	9	не менее 25 из 50							
Семестровый контроль	18	не менее 75 баллов из 150							
<b>Итого:</b>		63	81	-	27	144		450	

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины

(в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по основным образовательным программам высшего профессионального образования» от 27.09.2011 г. № 32):

- удовлетворительно – 50 - 69 % от 50\*ЗЕТ
- хорошо – 70 - 89 % от 50\*ЗЕТ
- отлично – 90 - 100 % от 50\*ЗЕТ

## Приложение В

### Паспорт компетенции

**Способность анализировать результаты исследований в контексте целей и задач своей организации (ОПК-5 38.03.03).**

Уровни	Показатели	Оценочная шкала		
		удовлетворительно	хорошо	отлично
базовый уровень	Знает фундаментальные разделы математики, необходимые для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности	Имеет несистемное представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности. Испытывает трудности в определении основных понятий	Имеет представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности. Недостаточно четко формулирует и объясняет определения основных понятий	Имеет целостное представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности. Четко формулирует и объясняет определения основных понятий.
	Умеет решать типовые математические задачи, используемые при принятии решений в профессиональной деятельности, производить расчеты математических величин, получать количественные результаты, использовать математический язык и математическую символику при построении экономических моделей	Не всегда адекватно применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения профессиональных задач	Может применять методы математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения профессиональных задач	Способен обосновать выбор методов математического анализа и моделирования, теоретического исследования и может уверенно их использовать для решения профессиональных задач
	Владеет навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач	Не всегда адекватно применяет современный математический инструментарий для решения экономических задач	Может применять современный математический инструментарий для решения экономических задач	Способен обосновать выбор современного математического инструментария и может уверенно его использовать для решения экономических задач

## Паспорт компетенции

**Владение культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическому анализу информации, постановке цели и выбору путей ее достижения; способность отстаивать свою точку зрения, не разрушая отношения (ОПК-6 38.03.03).**

Уровни	Показатели	Оценочная шкала		
		удовлетворительно	хорошо	отлично
базовый уровень	Знает математические методы обобщения и анализа экономической информации	Имеет несистемное представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для обобщения и анализа экономической информации. Испытывает трудности в определении основных понятий	Имеет представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для выполнения обобщения и анализа экономической информации. Недостаточно четко формулирует и объясняет определения основных понятий	Имеет целостное представление о фундаментальных разделах математики, необходимых для выполнения обобщения и анализа экономической информации. Четко формулирует и объясняет определения основных понятий.
	Умеет выбирать пути достижения цели на основе математического анализа экономической информации	Не всегда адекватно выбирает пути достижения цели на основе математического анализа экономической информации	Может выбирать путь достижения цели на основе математического анализа экономической информации	Способен обосновать выбор пути достижения цели на основе математического анализа экономической информации
	Владеет культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и экономическому анализу информации на основе математических методов	Не всегда адекватно выполняет экономический анализ информации на основе математических методов	Может применять анализ информации на основе математических методов для решения экономических задач	Способен обосновать выбор современного математического инструментария и может уверенно его использовать для экономического анализа информации

## Приложение Д

(обязательное)

### Карта учебно-методического обеспечения

#### Учебного модуля «Математика»

Направление (специальность): 38.03.03 Управление персоналом

Формы обучения: очная

Курс – 1 Семестры – 1, 2

Часов: всего – 324, лекций – 63, практ. зан. – 81, СРС и виды индивидуальной работы – 180

Обеспечивающая кафедра: Прикладной математики и информатики

Таблица 1- Обеспечение учебного модуля учебными изданиями

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1 Высшая математика для экономистов: Учеб. для студентов вузов/Кремер Н.Ш.,Путко Б.А.,Тришин И.М.,Фридман М.Н.;Под ред.Н.Ш.Кремера.-2-е изд.,перераб.и доп.-М.: ЮНИТИ,2003.- 470, [1]с. :ил.-Библиогр.:с.445.-Указ.:с. 456-465.	27 (Изд. других лет 55 шт.)	
Учебно-методические издания		
1 Математика: Рабочая программа учебного модуля по экономическим направлениям подготовки бакалавров / Сост. В.А. Едемский; НовГУ. – Великий Новгород, 2013. - 28 с.	1	Электр.
2 В.А. Едемский, С. В. Неустроева, Ю.Ю. Петрова. Линейная алгебра, 1 часть: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, 2012 г. – 36 с.		Электр.
3 Ю.Ю. Петрова. Пределы и непрерывность функции: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, 2012 г. – 10 с.		Электр.
4 В.А. Едемский, Т.Н. Шелонина. Неопределенный интеграл: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого», Великий Новгород, 2013 г. – 20 с.		Электр.

Таблица 2 – Информационное обеспечение учебного модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
Единый портал Интернет-тестирования в сфере образования	<a href="http://training.i-exam.ru/">http://training.i-exam.ru/</a>	внеауд. СРС

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1 Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб.для студентов вузов.-8-е изд., стер.- М.:Высшая школа,2007.-479,[1]с.: ил.-Указ.:с.455-463.- ISBN 978-5-06-003959-7(в пер.).	100	
2 Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике:Учеб.пособие для втузов.-15- е изд.-М.:Физматлит, 2008.- 336с.:ил.-Прил.:с.332-336.-ISBN 987-5-94052-143-6(в пер.).	15	

Действительно для учебного года \_2018/2019

Заведующий кафедрой  
20.12. 2017

 / Колногоров А.В. /

