

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС

С.И. Оминов
2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины

Аппарат линейной и векторной алгебры

по направлению подготовки

44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) Математика и информатика

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС


П.В. Лысухо

«10» 02 2020 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ
 Н.В. Неустроев

«07» 02 2020 г.

Принято на заседании кафедры АГ
Протокол № 6 от «07» 02 2020 г.
Заведующий кафедрой АГ

 Т.Г. Сукачева

«07» 02 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цели освоения учебной дисциплины: формирование компетентности обучающихся в области аппарата линейной и векторной алгебры и его применения при изучении базовых курсов алгебры, геометрии, а также в ходе изучения смежных математических дисциплин.

Задачи дисциплины:

- а) формирование систематизированных теоретических знаний аппаратного материала линейной и векторной алгебры;
- б) овладение основными вычислительными методами, на которых базируется решение типовых заданий, развитие логического и алгоритмического мышления;
- в) выработка умений самостоятельно расширять математические знания и применять их к решению задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и информатика. Изучение учебной дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися в рамках общеобразовательной школы. Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин: «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра» и т.д., а также для успешного прохождения практики, для выполнения научно-исследовательской работы и написания выпускной квалификационной работы.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений;

ОПК-5 Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении.

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать особенности систематизации информации, полученной из разных источников и методы ее критического анализа	Уметь выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами, практиками и определять противоречия,	Владеть навыками анализа и синтеза научной информации; навыками логической аргументации выводов и суждений в решении

		возникающие в данных связях и отношениях; применять системный подход в интеллектуальной деятельности	профессиональных задач
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знать действующие правовые нормы, предъявляемые к способам решения профессиональных задач	Уметь отбирать оптимальные технологии достижения поставленных целей; определять алгоритм решения задач с учетом наличия и ограничения ресурсов	Владеть навыками анализа действующих правовых норм; навыками определения потребностей в ресурсах для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-5 Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	Формировать образовательные результаты обучающихся в рамках учебных предметов согласно освоенному профилю	Уметь осуществлять отбор диагностических средств, форм контроля и оценки сформированности образовательных результатов обучающихся	Применять различные диагностические средства, формы контроля и оценки сформированности образовательных результатов обучающихся, формулировать выявленные трудности в обучении и корректирует пути достижения образовательных результатов

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		1 семестр
1 Трудоемкость учебной дисциплины (модуля) в зачетных единицах (ЗЕТ)	7	7
2 Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	98	98
3 Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-

4 Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	118	118
5 Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	ЭКЗ	ЭКЗ

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Аппарат линейной алгебры

1.1 Комплексные числа

1.2 Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Ранг матрицы

1.3 Алгебра матриц

1.4 Определители, их свойства, приложения.

Раздел 2 Элементы векторной алгебры

2.1 Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними, свойства

2.2 Скалярное произведение векторов, свойства и его приложения

2.3 Векторное произведение векторов, свойства и его приложения

2.4 Смешанное произведение векторов, свойства и его приложения

2.5 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 –Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Форма текущего контроля
		Аудиторная				Внеауд. СРС (в АЧ)	
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	в т.ч. СРС		
Раздел 1 Аппарат линейной алгебры							
1.1	Комплексные числа	4	4	-	1	10	Домашняя работа СРС 1.1
1.2	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Ранг матрицы	7	7	-	2	14	Домашняя работа СРС 1.2
1.3	Алгебра матриц	7	7	-	2	16	Домашняя работа СРС 1.3
1.4	Определители, их свойства, приложения	7	7	-	2	19	Домашняя работа СРС 1.4 Контрольная работа I
	<i>Рубежная аттестация</i>						Контрольный опрос - коллоквиум I
Раздел 2 Элементы векторной алгебры							
2.1	Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними, свойства	4	4	-	1	9	Домашняя работа СРС 2.1

2.2	Скалярное произведение векторов, свойства и его приложения	4	4	-	1	11	Домашняя работа СРС 2.2
2.3	Векторное произведение векторов, свойства и его приложения	5	5		2	14	Домашняя работа СРС 2.3
2.4	Смешанное произведение векторов, свойства и его приложения	5	5		2	14	Домашняя работа СРС 2.4
2.5	Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении	6	6		1	11	Домашняя работа Контрольная работа 2
							Контрольный опрос – коллоквиум 2
<i>Промежуточная аттестация</i>		<i>Экзамен</i>					
ИТОГО		49	49		14	118	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Аппарат линейной алгебры		
1	Комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, действия над ними, свойства (информационная лекция)	4
2	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Критерии совместности и определенности. ФСР однородной системы линейных уравнений (информационная лекция)	7
3	Операции над матрицами, обратная матрица, свойства. Матричный способ решения системы линейных уравнений (информационная лекция)	7
4	Определители, свойства. Разложение определителя по строке и столбцу (информационная лекция)	7
Раздел 2. Элементы векторной алгебры		
5	Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними, свойства (информационная лекция)	4
6	Скалярное произведение двух векторов, свойства и его приложения (информационная лекция)	4
7	Векторное произведение двух векторов, свойства и его приложения (информационная лекция)	5
8	Смешанное произведение трех векторов, свойства и его приложения (информационная лекция)	5
9	Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении (информационная лекция)	6

ИТОГО	49
--------------	-----------

Таблица 5–Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Аппарат линейной алгебры		
1	Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах, решение квадратных уравнений (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
2	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, с применением критерий совместности и определенности (работа в группах, обсуждения, СРС)	7
3	Умножение матриц, вычисление обратной матрицы, решение матричных уравнений (работа в группах, обсуждения, СРС)	7
4	Вычисление определителя второго, третьего, разложение определителя по строке или столбцу (работа в группах, обсуждения, СРС)	7
Раздел 2 Элементы векторной алгебры		
5	Действия над векторами (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
6	Вычисление длины вектора, угла между векторами и решение задач, связанных со скалярным произведением векторов (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
7	Решение задач, связанных с векторным произведением векторов, его свойств и приложений (работа в группах, обсуждения, СРС)	5
8	Решение задач, связанных со смешанным произведением векторов, его свойств и приложений (работа в группах, обсуждения, СРС)	5
9	Решение задач с векторами, заданными декартовыми координатами на плоскости и в пространстве (работа в группах, обсуждения, СРС)	6
ИТОГО		49

Рекомендации к проведению занятий

Теоретические разделы соответствуют учебникам [1; 5], практические занятия и домашние задания соответствуют учебникам [2; 3; 4; 5]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, аналоги которых рассмотрены в аудитории, а также примеры, требующие самостоятельного поиска путей решения в соответствии с рассмотренной теорией.

Темы самостоятельных работ представлены в конце каждого раздела. Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

Освоение каждого вопроса, включенного в программу учебной дисциплины, предусматривает овладение студентами всех затронутых в нем понятий, теорем и их доказательств, методов и приемов решения соответствующих примеров и задач. Основными источниками, которые могут быть использованы, являются, в первую очередь, лекции преподавателя, а также учебники [1; 5], задачки [2; 3; 4; 5]. Полезными будут учебник [1; 2; 3] из дополнительной литературы, а также другая литература, которую студент может подобрать сам. Занятия проводятся, как правило, в диалоговой форме: в ходе лекций преподавателем систематически задаются вопросы студентам, на практических занятиях проводится опрос по пройденному материалу, преподавателем даются образцы решения типовых задач и т.п. После изучения каждой темы на лекционных и практических занятиях проводится небольшая практическая аудиторная самостоятельная работа, результаты которой учитываются в ходе рубежной аттестации. По завершению изучения каждого раздела

проводится итоговая контрольная работа (КР). Изучаемый в курсе «Аппарат линейной и векторной алгебры» материал является базовым и крайне востребован в других математических и прикладных дисциплинах. Поэтому основной задачей преподавателя является ознакомление студентов с математическими методами, применяемыми в смежных разделах математики (аналитическая геометрия, линейная алгебра, евклидова геометрия, дифференциальные уравнения и др.)

Технологически эти задачи решаются с помощью информационных лекций, практических занятий, ответов на вопросы студентов, обсуждений результатов решения задач, самостоятельной работы студентов.

Темы самостоятельных работ представлены ниже. Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	Интерактивная доска SMART/мультимедиа-проектор Epson EB-1860/экран настенный/Компьютер Intel Pentium Processor G620 oem/монитор ЖК 19" ViewSonic VA1931Wa с подключением к сети «Интернет»	
3.	Программное обеспечение		
	Наименование программного продукта	Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
	Microsoft Windows 7 Professional	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Windows 10 for Educational Use	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Office 2013 Standard	Open License № 62018256	31.07.2016
	Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard	Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
	Kaspersky Endpoint Security Standard*	Лицензия № 1C1C1909170834236571324	17.09.2019

Антиплагиат. Вуз.*	Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВБ	10.02.2020
Подписка Microsoft Office 365	свободно распространяемое для вузов	-
Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
Teams	свободно распространяемое	-
Skype	свободно распространяемое	-
Zoom	свободно распространяемое	-

* отечественное производство

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебной дисциплины «Аппарат линейной и векторной алгебры»

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, который не может быть заранее доступен для обучающихся (вопросы к контрольной работе, коллоквиуму и пр.) и который хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1	Контрольный опрос-коллоквиум 1	1.1 Комплексные числа 1.2 Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Ранг матрицы 1.3 Алгебра матриц 1.4 Определители, их свойства, приложения	50	УК-1 УК-2 ОПК-5
	Контрольный опрос-коллоквиум 2	2.1 Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними, свойства 2.2 Скалярное произведение векторов, свойства и его приложения 2.3 Векторное произведение векторов, свойства и его приложения 2.4 Смешанное произведение векторов, свойства и его приложения 2.5 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении	60	
2	Контрольная работа 1	1.1 Комплексные числа 1.2 Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Ранг матрицы 1.3 Алгебра матриц 1.4 Определители, их свойства, приложения	50	
	Контрольная работа 2	2.1 Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними, свойства 2.2 Скалярное произведение векторов, свойства и его приложения 2.3 Векторное произведение векторов, свойства и его приложения 2.4 Смешанное произведение векторов, свойства и его приложения 2.5 Декартовы координаты на плоскости и в	50	

		пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении		
3	Домашняя работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5	9x5	
4	Самостоятельная работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5	9x5	
<i>Промежуточная аттестация</i>				
	Экзамен		50	
	ИТОГО		350	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2–Контрольный опрос-коллоквиум 1 (КЛ 1)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
«удовлетворительно»	25–34 балла – испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	2	2
«хорошо»	35–44 балла – допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
«отлично»	45–50 баллов – имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

Таблица А.3–Контрольный опрос-коллоквиум 2 (КЛ 2)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
«удовлетворительно»	30–41 балла – испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	2	2
«хорошо»	42–53 балла – допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
«отлично»	54–60 баллов – имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

Контрольные вопросы (КЛ 1)

- 1 Определение комплексного числа, действия над ними
- 2 Тригонометрическая форма комплексного числа, операции над ними
- 3 Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
- 4 Определение и свойства арифметического n -мерного векторного пространства
- 5 Линейная зависимость и независимость конечной системы векторов, свойства
- 6 Ранг и базис конечной системы векторов, свойства
- 7 Ранг матрицы

- 8 Критерии совместности и определенности системы линейных уравнений
- 9 Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений
- 10 Операции над матрицами
- 11 Обратная матрица, свойства
- 12 Матричный способ решения системы линейных уравнений

Контрольные вопросы (КЛ 2)

- 1 Определитель n-го порядка, свойства
- 2 Вычисление ранга матрицы
- 3 Правило Крамера
- 4 Вычисление обратной матрицы
- 5 Линейные операции над векторами, свойства, вычисление
- 6 Скалярное произведение векторов, свойства, вычисление
- 7 Векторное произведение двух векторов, свойства
- 8 Смешанное произведение векторов, свойства, вычисление

Таблица А.4–Контрольная работа (КР)

Критерии оценки	Количество вариантов	Количество заданий
25–34 балл – испытывает трудности при выполнении заданий	2	5 заданий из соответствующего раздела
35–44 балла – допускает неточности при выполнении заданий		
45–50 баллов – демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий		

КР 1. Демонстрационный вариант

1 Найти:
$$\sqrt[4]{\frac{21-23i}{5i-15}} - 3 \cdot \frac{4-i}{4-3i}$$

2 Найти общее решение ФСР: 3. Найти ранг и базис системы векторов:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{x}_1 = (2, 4, 6, 0, 8) \\ \vec{x}_2 = (3, 3, -1, 2, 5) \\ \vec{x}_3 = (5, -4, -2, -1, -3) \\ \vec{x}_4 = (13, 1, 5, 7, -4) \end{cases}$$

4 Решить методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 6x_4 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 2 \\ 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

5 Решить матричным способом:

$$\begin{cases} -2x_1 - 5x_2 + x_3 - 6 = 0 \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 + 1 = 0 \\ -x_1 - 4x_2 + 9x_3 - 23 = 0 \end{cases}$$

КР 2. Демонстрационный вариант

1 Вектор \vec{a} составляет с координатными осями равные углы. Найти его координаты, если $|\vec{a}| = \sqrt{3}$

2 Найти разложение вектора \vec{a} по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$, если

$$\vec{p} = \overline{(1;2;4)}, \quad \vec{q} = \overline{(1;-1;1)}, \quad \vec{r} = \overline{(2;2;4)}, \quad \vec{a} = \overline{(-1;-4;-2)}.$$

3 Коллинеарны ли векторы \vec{a} и \vec{b} , разложенные по векторам \vec{p} и \vec{q} :

$$\vec{a} = 3\vec{p} - 4\vec{q}; \quad \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}; \quad \vec{p} = \overline{(1;1;2)}; \quad \vec{q} = \overline{(3;1;0)}$$

4 Дан треугольник с вершинами $A(3;-2;8); B(2;0;4); C(8;2;0)$. Найти его площадь S и высоту BD

5 Показать, что объем параллелепипеда, построенного на диагоналях граней данного параллелепипеда, равен удвоенному объему данного параллелепипеда

Примечание: Задачи для контрольных работ берутся из учебных изданий [2], [5]

Таблица А.4 – Самостоятельная работа (СР)

Критерии оценки		Количество заданий
Не менее 50%, но не менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	Низкое качество выполнения учебных заданий (не выполнены либо оценены числом баллов, близким к минимальному)	2 из контролируемого раздела
Не менее 70%, но не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	Достаточное качество выполнения всех предложенных заданий (ни одно из них не оценено минимальным числом баллов, но имеются отдельные недочеты)	
Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	Высокое качество выполнения всех предложенных заданий	

Задачи для самостоятельных работ берутся из учебных изданий [2], [5] списка учебно-методической литературы.

Темы СРС 1.1:

- 1 Действия над комплексными числами в алгебраической форме
- 2 Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
- 3 Решение квадратных уравнений

Темы СРС 1.2:

- 1 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса
- 2 Решение систем линейных уравнений с применением критерий совместности и определенности

Темы СРС 1.3:

- 1 Вычисление обратной матрицы
- 2 Решение матричных уравнений
- 3 Решение систем линейных уравнений матричным способом

Темы СРС 1.4:

- 1 Вычисление определителей второго, третьего и n-го порядка
- 2 Вычисление определителей с помощью разложения по строке или столбцу
- 3 Вычисление обратной матрицы с помощью определителей
- 4 Вычисление ранга матрицы с помощью миноров
- 5 Решение систем линейных уравнений с помощью правила Крамера

Тема СРС 2.1:

- 1 Решение задач на линейные операции с векторами

Темы СРС 2.2:

- 1 Решение задач на скалярное произведение двух векторов
- 2 Вычисление длины вектора, угла между векторами

Темы СРС 2.3:

- 1 Решение задач на векторное произведение двух векторов
- 2 Вычисление площади треугольника, параллелограмма

Темы СРС 2.4:

- 1 Решение задач на смешанное произведение трех векторов
- 2 Вычисление объемов параллелепипеда, пирамиды

Тема СРС 2.5:

- 1 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении

СРС. Демонстрационный вариант

- 1 Решить системы уравнений методом Гаусса

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}.$$

- 2 Найти общее решение и ФСР ОСЛУ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}.$$

- 3 Найти ранг матриц:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Таблица А.5 – Домашняя работа (ДР)

Критерии оценки		Количество заданий
Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на ДР	Низкое качество выполнения учебных заданий (не выполнены либо оценены числом баллов, близким к минимальному)	2 из контролируемого раздела
Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	Достаточное качество выполнения всех предложенных заданий (ни одно из них не оценено минимальным числом баллов, но имеются отдельные недочеты)	
Не менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	Высокое качество выполнения всех предложенных заданий	

Задачи для домашних работ берутся из учебных изданий [2], [5] списка учебно-методической литературы.

Темы домашней работы 1.1:

- 2 Действия над комплексными числами в алгебраической форме
- 3 Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
- 4 Решение квадратных уравнений

Темы домашней работы 1.2:

- 1 Решение систем линейных уравнений методом Гаусса
- 2 Решение систем линейных уравнений с применением критерий совместности и определенности

Темы домашней работы 1.3:

- 1 Вычисление обратной матрицы
- 2 Решение матричных уравнений
- 3 Решение систем линейных уравнений матричным способом

Темы домашней работы 1.4:

- 1 Вычисление определителей второго, третьего и n-го порядка
- 2 Вычисление определителей с помощью разложения по строке или столбцу
- 3 Вычисление обратной матрицы с помощью определителей
- 5 Вычисление ранга матрицы с помощью миноров
- 6 Решение систем линейных уравнений с помощью правила Крамера

Тема домашней работы 2.1:

- 1 Решение задач на линейные операции с векторами

Темы домашней работы 2.2:

- 1 Решение задач на скалярное произведение двух векторов
- 2 Вычисление длины вектора, угла между векторами

Темы домашней работы 2.3:

- 1 Решение задач на векторное произведение двух векторов
- 2 Вычисление площади треугольника, параллелограмма

Темы домашней работы 2.4:

- 1 Решение задач на смешанное произведение трех векторов
- 2 Вычисление объемов параллелепипеда, пирамиды

Тема домашней работы 2.5:

1 Декартовы координаты на плоскости и в пространстве, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.

ДР. Демонстрационный вариант

1 Решите уравнения:

1) $2,5x^2 + x + 1 = 0$;

2) $x^2 - (7 + i)x - 6 + 17i = 0$

2 Изобразите на комплексной плоскости область, удовлетворяющая следующим неравенствам:

$$\begin{cases} 2 \leq \left| \frac{z(1-i)}{3+4i} \right| \leq 4 \\ \frac{\pi}{6} < \arg\left(\frac{(\sqrt{3}+i)z}{i-1} \right) < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

3 Вычислите:

$$\sqrt[4]{\frac{i-7\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} + \frac{39i}{2\sqrt{3}-i}} :$$

Таблица А.6 – Экзамен

Критерии оценки		Количество билетов	Количество вопросов
«удовлетворительно»	25–34 балла – ответ не полный, слабо аргументированный, демонстрирует несформированность некоторых практических умений, низкий уровень мотивации учения	10	4
«хорошо»	35–44 балла – ответ полный, достаточно обоснованный, с отдельными неточностями в изложении. Пути решения практических задач не всегда рациональны. Уровень мотивации учения средний		
«отлично»	45–50 баллов – ответ полный с достаточно глубоким пониманием теоретических и практических вопросов. Изложение четкое, логически выдержанное. Высокий уровень мотивации учения		

**Вопросы к экзамену по учебной дисциплине
«Аппарат линейной и векторной алгебры»**

- 1 Определение комплексного числа, действия над ними
- 2 Тригонометрическая форма комплексного числа, операции над ними

- 3 Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
- 4 Определение и свойства арифметического n -мерного векторного пространства
- 5 Линейная зависимость и независимость конечной системы векторов, свойства
- 6 Ранг и базис конечной системы векторов, свойства
- 7 Ранг матрицы
- 8 Критерии совместности и определенности системы линейных уравнений
- 9 Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений
- 10 Операции над матрицами
- 11 Обратная матрица, свойства
- 12 Матричный способ решения системы линейных уравнений
- 13 Определитель n -го порядка, свойства
- 14 Вычисление ранга матрицы
- 15 Правило Крамера
- 16 Вычисление обратной матрицы
- 17 Линейные операции над векторами, свойства
- 18 Скалярное произведение векторов, свойства, вычисление
- 19 Векторное произведение двух векторов, свойства, вычисление
- 20 Смешанное произведение векторов, свойства, вычисление

Образец экзаменационного билета

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра алгебры и геометрии
Экзаменационный билет № 1

Учебная дисциплина «Аппарат линейной и векторной алгебры»

Для направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) направленность (профиль) Математика и информатика

1 Сформулировать определения линейной комбинации, линейно зависимой и линейно независимой конечной системы векторов арифметического пространства и их свойства, два свойства доказать.

2 Доказать теорему о геометрическом смысле смешанного произведения векторов.

3 Найти общее решение, ФСР:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

4 Вектор \vec{a} составляет с координатными осями равные углы. Найти его координаты, если $|\vec{a}| = \sqrt{3}$.

Принято на заседании кафедры

Протокол №

Заведующий кафедрой АГ _____ Сукачева Т.Г.

Приложение Б
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины «Аппарат линейной и векторной алгебры»

Таблица Б.1 – Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1 Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник для вузов. - 13-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2006. - 238,[1]с. : ил. - ISBN 5-9221-0252-4 : (в пер.) : 175.78. – (др. стереотип. изд)	51	
2 Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Профессия, 2003. - 199 с. : ил. - (Специалист). - ISBN 5-93913-037-2	47	
3 Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие. - 10-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2007. - 475,[1]с. - ISBN 978-5-8114-0707-1 – [2008]	32	
4 Практическое руководство к решению задач по высшей математике: Линейная алгебра: Векторная алгебра: Аналитическая геометрия: Введение в математический анализ: Производная и ее приложения: учебное пособие для вузов / И. А. Соловьев [и др.]. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009. - 319, [1] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 316. - ISBN 978-5-8114-0751-4	11	
5 Алгебра и геометрия : учебное пособие. Ч. 1 / составители: Д. В. Коваленко, Н. В. Неустроев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - 3-е изд., испр. и доп. - Великий Новгород, 2013. - 79, [1] с. : ил –URL: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/Book/-2139	13	БиблиоТех

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1 Кадомцев С. Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С. Б. Кадомцев. - Москва : Физматлит, 2003. - 157 с. - Указ.: с. 154-157. - ISBN 5-9221-0145-5 : 101.30.	48	
2 Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д. Т. Письменный. - 14-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2017. - 602, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - (др. стереотип. изд)	97	

Новгородский государственный
университет им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета *Валерий*

3 Сборник задач по высшей математике, 2 курс : с контрол. работами / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Фебина. - 7-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2011. - 589, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 589-590. - На тит. л. вынесены 4 авт. - (др. стереотип. изд)	15	
---	----	--

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
Профессиональные базы данных		
База данных электронной библиотечной системы вуза «Электронный читальный зал-БиблиоТех» https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/	Договор № БТ-46/11 от 17.12.2014	бессрочный
Электронный каталог научной библиотеки http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
База данных «Аналитика» (картотека статей) http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/	в открытом доступе	-
Национальная подписка в рамках проекта Министерства образования и науки РФ (Госзадание № 4/2017 г.) к наукометрическим БД Scopus и Web of Science https://www.webofscience.com/wos/woscc/basic-search https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic	регистрация (территория вуза)	2022
База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» https://нэб.рф	в открытом доступе	-
Информационные справочные системы		
Университетская информационная система «РОССИЯ» https://uisrussia.msu.ru	в открытом доступе	-
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» https://openedu.ru	в открытом доступе	-
Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии http://protect.gost.ru/	в открытом доступе	-

Проверено НБ НовГУ

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета *Малыш*

Зав. кафедрой АГ _____ Т.Г. Сукачева

«04» 02 _____ 2020г.

Содержание изменений:

1 Актуализировать п. 7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица - Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		компьютерный класс с выходом в Интернет, в том числе для проведения практических занятий	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	ПК IBM ATX Inwia S500 с подключением к сети «Интернет», монитор 17/КК/м, проектор Epson EMP-X5, экран подвесной (800x600)	
3.	Программное обеспечение		
	Наименование программного продукта	Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
	Microsoft Windows 7 Professional	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Windows 10 for Educational Use	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Office 2013 Standard	Open License № 62018256	31.07.2016
	Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard	Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
	ABBYY FineReader PDF 15 Business. Версия для скачивания (годовая лицензия с академической скидкой)*	Договор №191/Ю	16.11.2020
	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 500-999. Node 1 year Educational Renewal License *	Договор №148/ЕП(У)20-ВБ, 1С1С-200914-092322-497-674	11.09.2020
	Антиплагиат. Вуз.*	Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВБ	29.01.2021
	Подписка Microsoft Office 365	свободно распространяемое для вузов	-
	Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
	Teams	свободно распространяемое	-
	Skype	свободно распространяемое	-
	Zoom	свободно распространяемое	-

* отечественное производство