

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
учебной дисциплины

**Теория функций комплексной и действительной переменных**

по направлению подготовки  
**44.03.05 Педагогическое образование**  
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) Математика и информатика

СОГЛАСОВАНО  
Зам. директора ИЭИС НовГУ

 Е.А. Ариас  
« 25 » 12 2020 г.

Разработал  
Профессор кафедры АГ НовГУ

 Е.Ю. Панов  
« 22 » 12 2020 г.

Принято на заседании кафедры АГ  
Протокол № 5 от 23.12 2020 г.  
Заведующий кафедрой АГ

 Т.Г. Сукачева  
« 23 » 12 2020 г.

## 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цели освоения учебной дисциплины: формирование компетентности студентов в области теории функций комплексной переменной (ТФКП) и теории функций действительной переменной (ТФДП) и их применение при изучении смежных математических дисциплин.

Задачи УД:

- формирование систематизированных теоретических знаний в области ТФКП и ТФДП;
- развитие абстрактного и логического мышления студентов;
- формирование умений решать типовые задачи курса и применять полученные теоретические знания к решению прикладных задач различного характера;
- стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины и формированию необходимых компетенций.

## 2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и информатика.

Освоение учебной дисциплины предполагает входные знания – знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения таких дисциплин, как: «Введение в математический анализ», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной», «Функции нескольких вещественных переменных», «Теория рядов».

Освоение учебной дисциплины является необходимой основой для написания выпускных квалификационных работ, для обучения в магистратуре и аспирантуре, а также способствует более глубокому пониманию других разделов математики, ее теоретических и практических приложений.

## 3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

*универсальные компетенции:*

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений;

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать особенности систематизации информации, полученной из разных источников и методы ее критического анализа	Уметь выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами, практиками и определять противоречия, возникающие в данных связях и отношениях; применять системный подход в интеллектуальной деятельности	Владеть навыками анализа и синтеза научной информации; навыками логической аргументации выводов и суждений в решении профессиональных задач
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Знать действующие правовые нормы, предъявляемые к способам решения профессиональных задач	Уметь отбирать оптимальные технологии достижения поставленных целей; определять алгоритм решения задач с учетом наличия и ограничения ресурсов	Владеть навыками анализа действующих правовых норм; навыками определения потребностей в ресурсах для решения задач профессиональной деятельности

#### 4 Структура и содержание учебной дисциплины

##### 4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		7 семестр
1 Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	4	4
2 Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	42	42
3 Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-
4 Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	66	66
5 Промежуточная аттестация - экзамен (АЧ)	36	36
	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>

## 4.2 Содержание учебной дисциплины

### Раздел 1. Теория функций комплексной переменной

1.1 Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды.

1.2 Предел и непрерывность функции комплексной переменной.

1.3 Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.

1.4 Комплексная производная. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.

1.5 Интеграл от функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

1.6 Ряды Тейлора. Теорема Лиувилля и ее приложения. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

1.7 Особые точки и их классификация. Понятие вычета. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов.

### Раздел 2. Теория функций действительной переменной.

2.1 Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Несчетность множества действительных чисел.

2.2 Подмножества действительной прямой. Совершенные множества и их структура.

2.3 Функции ограниченной вариации и их свойства. Критерий спрямляемости плоской кривой.

2.4 Мера Лебега на прямой. Понятия внешней и внутренней меры. Измеримые множества и их свойства.

2.5 Измеримые функции Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Предельный переход под знаком интеграла.

2.6 Нормированные линейные пространства. Полнота пространства суммируемых функций.

2.7 Гильбертовы пространства и ряды Фурье.

## 4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Вне-ауд. СРС (в АЧ)	Форма текущего контроля
		Аудиторная			в т.ч. СРС	Экз		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
<b>Раздел 1 Теория функций комплексной переменной</b>								
1.1	Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды.	1	2		0,5		4	
1.2	Предел и непрерывность функции комплексной переменной.	1	2		0,5		4	
1.3	Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.	1	2		0,5		4	СРС-1.1, 1.2, 1.3
1.4	Комплексная производная. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Аналитические функции. Конформные отображе-	1	2		0,5		6	Контрольная работа-1

	ния.							
1.5	Интеграл от функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.	1	2		0,5		4	
1.6	Ряды Тейлора. Теорема Лиувилля и ее приложения. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.	1	2		0,5		6	
1.7	Особые точки и их классификация. Понятие вычета. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов.	1	2		1		4	Контрольный опрос-коллоквиум Контрольная работа-2
<b>Раздел 2 Теория функций действительной переменной.</b>								
2.1	Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Несчетность множества действительных чисел.	1	2		0,5		4	
2.2	Подмножества действительной прямой. Совершенные множества и их структура.	1	2		0,5		4	
2.3	Функции ограниченной вариации и их свойства. Критерий спрямляемости плоской кривой.	1	2		0,5		5	Домашняя работа. -2.1, 2.2, 2.3
2.4	Мера Лебега на прямой. Понятия внешней и внутренней меры. Измеримые множества и их свойства.	1	2		0,5		4	
2.5	Измеримые функции Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Предельный переход под знаком интеграла.	1	2		0,5		5	Домашняя работа – 2.4, 2.5
2.6	Нормированные линейные пространства. Полнота пространства суммируемых функций.	1	2		0,5		6	
2.7	Гильбертовы пространства и ряды Фурье.	1	2		1		6	СРС – 2.6, 2.7
<i>Промежуточная аттестация</i>							36	<i>экзамен</i>
<b>Итого:</b>		<b>14</b>	<b>28</b>		<b>8</b>		<b>36</b>	<b>66</b>

#### 4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

##### 4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

##### 4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

## 5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
<b>Раздел 1 Теория функций комплексной переменной</b>		
1.1	Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды (информационная лекция)	1
1.2	Предел и непрерывность функции комплексной переменной (информационная лекция)	1
1.3	Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции (информационная лекция)	1
1.4	Комплексная производная. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Аналитические функции. Конформные отображения (информационная лекция)	1
1.5	Интеграл от функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши (информационная лекция)	1
1.6	Ряды Тейлора. Теорема Лиувилля и ее приложения. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел (информационная лекция)	1
1.7	Особые точки и их классификация. Понятие вычета. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов (информационная лекция)	1
<b>Раздел 2 Теория функций действительной переменной.</b>		
2.1	Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Несчетность множества действительных чисел (информационная лекция)	1
2.2	Подмножества действительной прямой. Совершенные множества и их структура (информационная лекция)	1
2.3	Функции ограниченной вариации и их свойства. Критерий спрямляемости плоской кривой (информационная лекция)	1
2.4	Мера Лебега на прямой. Понятия внешней и внутренней меры. Измеримые множества и их свойства (информационная лекция)	1
2.5	Измеримые функции Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Предельный переход под знаком интеграла (информационная лекция)	1
2.6	Нормированные линейные пространства. Полнота пространства суммируемых функций (информационная лекция)	1
2.7	Гильбертовы пространства и ряды Фурье (информационная лекция)	2
<b>ИТОГО</b>		<b>14</b>

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
<b>Раздел 1 Теория функций комплексной переменной</b>		
1.1	Решение задач на вычисление результатов алгебраических действий над комплексными числами, вычисление пределов последовательностей и сумм рядов (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
1.2	Решение задач на вычисление пределов функций комплексной переменной, исследование функций на непрерывность (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
1.3	Исследование функциональных рядов на сходимость и равномерную сходимость, нахождение радиуса и круга сходимости степенных рядов, вычисление значений экспоненциальных, тригонометрических и гиперболических функций, проверка тождеств (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
1.4	Проверка условия Коши-Римана, вычисление производных. Исследование	2

	аналитичности функций. Построение конформных отображений плоских областей (работа в группах, обсуждения, СРС)	
1.5	Решение задач на вычисление интегралов, в том числе - с использованием интегральных теоремы и формулы Коши (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
1.6	Решение задач на разложение аналитических функций в степенные ряды (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
1.7	Решение задач на классификацию особых точек, вычисление вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
<b>Раздел 2 Теория функций действительной переменной</b>		
2.1	Решение задач на доказательство эквивалентности множеств, нахождение и сравнение мощностей (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.2	Решение задач на доказательство открытости, замкнутости подмножеств прямой, нахождение предельных и внутренних точек и т.д. (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.3	Решение задач на вычисление вариации функций, представление функций ограниченной вариации в виде разности монотонных функций (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.4	Решение задач на вычисление внешней и внутренней меры Лебега, анализ множеств на измеримость (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.5	Решение задач на вычисление интегралов Лебега (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.6	Решение задач на доказательство элементарных свойств суммируемых функций, проверка суммируемости, вычисление норм (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
2.7	Решение задач на разложение функций в ряды Фурье по различным ортогональным базисам (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
<b>ИТОГО</b>		<b>28</b>

## 6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

## 7 Условия освоения учебной дисциплины

### 7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

### 7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования	
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)	
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)	
2.	Мультимедийное оборудование	Интерактивная доска SMART/мультимедиа-проектор Epson EB-1860/экран настенный/Компьютер Intel Pentium Processor G620 oem/ монитор ЖК 19" ViewSonic VA1931Wa с подключением к сети «Интернет»	
3.	Программное обеспечение		
	<b>Наименование программного продукта</b>	<b>Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)</b>	<b>Дата выдачи</b>
	Microsoft Windows 7 Professional	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Windows 10 for Educational Use	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
	Microsoft Office 2013 Standard	Open License № 62018256	31.07.2016
	Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard	Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
	ABBYY FineReader PDF 15 Business. Версия для скачивания (годовая лицензия с академической скидкой)*	Договор №191/Ю	16.11.2020
	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 500-999. Node 1 year Educational Renewal License *	Договор №148/ЕП(У)20-ВБ, 1С1С-200914-092322-497-674	11.09.2020
	Антиплагиат. Вуз.*	Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВБ	29.01.2021
	Подписка Microsoft Office 365	свободно распространяемое для вузов	-
	Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
	Teams	свободно распространяемое	-
	Skype	свободно распространяемое	-
	Zoom	свободно распространяемое	-

\* отечественное производство

Приложение А  
(обязательное)

**Фонд оценочных средств**  
учебной дисциплины «Теория функций комплексной и действительной переменных»

**1 Структура фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, который не может быть заранее доступен для обучающихся (вопросы к контрольной работе, коллоквиуму и пр.) и который хранится на кафедре.

**2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации**

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1	Контрольный опрос коллоквиум - 1	1.1 Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды. 1.2 Предел и непрерывность функции комплексной переменной. 1.3 Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции. 1.4 Комплексная производная. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. 1.5 Интеграл от функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. 1.6 Ряды Тейлора. Теорема Лиувилля и ее приложения. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. 1.7 Особые точки и их классификация. Понятие вычета. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов.	30	УК-1 УК-2
2	Контрольная работа - 1	1.1 Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды. 1.2 Предел и непрерывность функции комплексной переменной. 1.3 Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции. 1.4 Комплексная производная. Условия	30	

		Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.		
3	Контрольная работа - 2	1.5 Интеграл от функции комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. 1.6 Ряды Тейлора. Теорема Лиувилля и ее приложения. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. 1.7 Особые точки и их классификация. Понятие вычета. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов	30	
4	Домашняя работа	2.1 Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Несчетность множества действительных чисел. 2.2 Подмножества действительной прямой. Совершенные множества и их структура. 2.3 Функции ограниченной вариации и их свойства. Критерий спрямляемости плоской кривой. 2.4 Мера Лебега на прямой. Понятия внешней и внутренней меры. Измеримые множества и их свойства. 2.5 Измеримые функции Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Предельный переход под знаком интеграла.	30	
5	Самостоятельная работа	1.1 Комплексные числа. Числовые последовательности и ряды. 1.2 Предел и непрерывность функции комплексной переменной. 1.3 Функциональные ряды. Степенные ряды. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции. 2.6 Нормированные линейные пространства. Полнота пространства суммируемых функций. 2.7 Гильбертовы пространства и ряды Фурье.	30	
Промежуточная аттестация				
	Экзамен		50	
	<b>ИТОГО</b>		<b>200</b>	

### 3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольный опрос-коллоквиум (КЛ)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
15-20 баллов	испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	26	2

21-26 баллов	допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
27-30 баллов	имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

### Контрольные вопросы (КЛ)

- 1 Алгебраическая структура множества комплексных чисел и их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая форма комплексного числа.
- 2 Подмножества множества комплексных чисел.
- 3 Числовые последовательности. Понятие предела последовательности. Свойства пределов.
- 4 Числовые ряды и их свойства. Сходимость и абсолютная сходимость. Теорема о произведении рядов.
- 5 Определение, предел и непрерывность функции комплексной переменной. Свойства непрерывных функций.
- 6 Функциональные последовательности и ряды. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости функционального ряда.
- 7 Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Свойства степенных рядов.
- 8 Непрерывность суммы степенного ряда. Произведение степенных рядов.
- 9 Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
- 10 Свойства производных. Производная сложной функции.
- 11 Понятие аналитической функции. Аналитичность обратной функции.
- 12 Теорема об аналитичности суммы степенного ряда.
- 13 Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.
- 14 Гармонические функции двух переменных и их связь с голоморфными функциями.
- 15 Линейная функция  $w=az+b$ . Функция  $w=z^{-1}$ . Свойства этих функций.
- 16 Дробно-линейные функции и их свойства.
- 17 Степенная функция  $w=z^n$  и радикал.
- 18 Экспоненциальная функция и логарифм. Главное значение логарифма. Степень с произвольным комплексным показателем.
- 19 Круговые функции и их свойства. Обратные круговые функции.
- 20 Интегрирование функций комплексной переменной. Основные свойства интеграла.
- 21 Интегральная теорема Коши. Понятие первообразной функции. Теорема о существовании первообразной.
- 22 Интегральная формула Коши и разложение голоморфной функции в степенной ряд. Бесконечная дифференцируемость голоморфной функции.
- 23 Оценка коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля  $\mathbb{C}$ .
- 24 Изолированность нулей голоморфной функции.
- 25 Изолированные особые точки. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана в проколотой окрестности особой точки.
- 26 Вычеты и их приложения к вычислению интегралов.

Таблица А.3 – Контрольная работа (1,2) (КР)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество задач
15-20 баллов	испытывает трудности при выполнении заданий	2	4
21-26 баллов	допускает неточности при выполнении заданий		
27-30 баллов	демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий		

**КР 1 Демонстрационный вариант**

1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $z = \frac{i-1}{1+i}$ . Записать это число в тригонометрической форме.
2. Найти все значения корней и изобразить их в виде точек комплексной плоскости:  $\sqrt[3]{i}$ .
3. Найти множество точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:  $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 2$ .
4. Определить радиус сходимости и круг сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (2^n + i3^n)z^n$ .
5. Вычислить:  $\operatorname{Ln}(1+i)$ .
6. Найти производную функции  $f(z) = \cos(1+iz^2)$ .

**КР 2 Демонстрационный вариант**

1. Вычислить интеграл  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  по пути  $\gamma$ ,  $\gamma$  - полуокружность  $|z|=1$ ,  $0 \leq \arg z \leq \pi$ .
2. Разложить функцию  $f(z) = \frac{1}{z^2}$  в степенной ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-1)^n$ .
3. Найти изолированные особые точки функции  $f(z) = \frac{z+1}{z^2+4}$  определить их характер и найти соответствующие вычеты.
4. Вычислить интеграл:  $f(z) = \int_{|z-1|=2} z e^{1/z} dz$ .

Примечание: Задачи для контрольных работ берутся из учебных изданий [2; 3; 4; 5], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Таблица А.4 – Самостоятельная работа (СР)

Критерии оценки		Количество заданий
15-20 баллов	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	3 из контролируемого раздела
21-26 баллов	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	
27-30 баллов	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	

**Темы СРС 1.1, 1.2, 1.3, 2.7:**

- 1 Задачи на действия с комплексными в алгебраической и тригонометрической формах, вычисление корней из комплексного числа, решение уравнений.
- 2 Задачи на вычисление пределов последовательностей и функций. Комплексные варианты замечательных пределов.
- 3 Элементарные функции комплексной переменной и их вычисление.
- 4 Гильбертовы пространства и ряды Фурье.

**Пример СРС**

1 Найти значение  $(1+i)^{100}$ . Вычислить корни 4-ой степени из  $1-i$ . 2. Найти множество  $z$  точек комплексной плоскости, таких что  $\operatorname{Re} \exp(z) = 0$ . 3. Найти предел при  $n \rightarrow \infty$  последовательности  $(1+i/n)^n$ . Вычислить  $\operatorname{tg} i$ . Решить уравнение  $\sin z = 3$ . 4. Самостоятельно изучить основы теории гильбертовых пространств. Разложить функцию  $x^2$  в ряд Фурье по многочленам Лежандра.

Примечание: Задачи для самостоятельных работ берутся из учебных изданий [2; 3; 4; 5], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Таблица А.5 – Домашняя работа (ДР)

Критерии оценки		Количество заданий
15-20 баллов	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на ДР	3 из контролируемого раздела
21-26 баллов	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	
27-30 баллов	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на ДР	

**Темы домашней работы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5:**

- 1 Эквивалентности множеств, мощность множества.
- 2 Свойства подмножеств прямой и операций над ними.
- 3 Функции ограниченной вариации и их свойства. Решение задач на вычисление/оценку вариации.
4. Внешняя и внутренняя меры Лебега, измеримые множества.
5. Измеримые функции и интеграл Лебега.

**Пример ДР**

- 1 Установить биективное соответствие между множествами натуральных и целых чисел. Найти мощность множества монотонных функций.
- 2 Доказать, что открытый интервал является открытым множеством. Определить производное множество для множества чисел, представимых в виде суммы двух слагаемых вида  $1/n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- 3 Найти полную вариацию функции  $\sin x$  на отрезке  $[0, 10]$ .
- 4 Доказать измеримость множеств точек отрезка  $[0, 1]$ , в десятичной записи которых нет цифры 6. Найти меру этого множества.
- 5 Доказать измеримость максимума конечного множества измеримых функций. Найти интеграл на отрезке  $[0, 1]$  от функции  $D(x^2)$ , где  $D$ -функция Дирихле.

Примечание: Задачи для домашних работ берутся из учебных изданий [4; 5], либо составляются преподавателем самостоятельно по их образцу.

Таблица А.6 – Экзамен

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
демонстрирует знания в области <b>теории функций комплексной и действительной переменных</b> при осуществлении совместной учебной и воспитательной деятельности	10	4
демонстрирует навыки применения <b>теории функций комплексной и действительной переменных</b> в области мате-		

матики и методики ее преподавания при осуществлении совместной учебной и воспитательной деятельности		
демонстрирует умения применять теорию функций комплексной и действительной переменных в области математики и методики ее преподавания при осуществлении совместной учебной и воспитательной деятельности		

**Контрольные вопросы к экзамену «Теория функция комплексной и действительной переменной»**

1. Комплексные числа.
2. Числовые последовательности и ряды.
3. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
4. Функциональные ряды.
5. Степенные ряды.
6. Комплексная экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.
7. Комплексная производная.
8. Условия Коши-Римана.
9. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
10. Конформные отображения.
11. Интеграл от функции комплексной переменной.
12. Интегральная теорема Коши.
13. Интегральная формула Коши.
14. Ряды Тейлора.
15. Теорема Лиувилля и ее приложения.
16. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
17. Особые точки и их классификация.
18. Понятие вычета.
19. Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов.
20. Понятие мощности множества.
21. Сравнение мощностей.
22. Теорема Кантора-Бернштейна.
23. Несчетность множества действительных чисел.
24. Подмножества действительной прямой.
25. Совершенные множества и их структура.
26. Функции ограниченной вариации и их свойства.
27. Критерий спрямляемости плоской кривой.
28. Мера Лебега на прямой.
29. Понятия внешней и внутренней меры.
30. Измеримые множества и их свойства.
31. Измеримые функции Интеграл Лебега.
32. Сравнение интегралов Лебега и Римана.
33. Предельный переход под знаком интеграла.
34. Нормированные линейные пространства.
35. Полнота пространства суммируемых функций.
36. Гильбертовы пространства и ряды Фурье.

**Пример экзаменационного билета:**

---

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Кафедра алгебры и геометрии

**Экзаменационный билет № 1**

Учебная дисциплина Теория функций комплексной и действительной переменных

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) Математика и информатика

- 1 Функциональные ряды.
- 2 Теорема о вычетах и ее приложение к вычислению интегралов.
- 3 Нормированные линейные пространства.
- 4 Гильбертовы пространства и ряды Фурье.

Принято на заседании кафедры « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_  
Заведующий кафедрой АГ \_\_\_\_\_ Сукачева Т.Г.

---

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б  
(обязательное)  
**Карта учебно-методического обеспечения**  
**учебной дисциплины «Теория функций комплексной и действительной переменных»**

Таблица Б.1 – Основная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
<b>Печатные источники</b>		
1. Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. - 6-е изд., стер. - Москва : Лань, 2002. - 688 с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 681-684. - Указ.: с. 685-688. - ISBN 5-9511-0014-3	13	
2. Волковский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов. - 4-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2006. - 312с. : ил. - ISBN 5-9221-0264-8 : 234.96. - ISBN 978-5-922-10264-3	5	
3. Шабунин М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. - 362с. : ил. - (Технический университет, Математика). - Библиогр.: с. 360. - ISBN 5-94774-330-2 : 296.00. - ISBN 978-5-94774-330-2	14	
4 Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов / И. П. Натансон. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 560 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники). - (1999 стереотип. изд..)	4	

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
<b>Печатные источники</b>		
5. Шерстнев А. Н. Конспект лекций по математическому анализу. - 3-е изд., доп. - Казань : УНИПРЕСС, 1998. - 490с. - Указ.: с. 476-486. - ISBN 5-900044-18-1	13	

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
<b>Профессиональные базы данных</b>		
База данных электронной библиотечной системы вуза «Электронный читальный зал-БиблиоТех» <a href="https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/">https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/</a>	Договор № БТ-46/11 от 17.12.2014	бессрочный
Электронный каталог научной библиотеки <a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>	База собственной генерации	бессрочный
База данных «Аналитика» (картотека статей) <a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>	База собственной генерации	бессрочный
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	в открытом доступе	-
Национальная подписка в рамках проекта Министерства образования и науки РФ (Госзадание № 4/2017 г.) к наукометрическим БД Scopus и Web of Science <a href="https://www.webofscience.com/wos/woscc/basic-search">https://www.webofscience.com/wos/woscc/basic-search</a> <a href="https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic">https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic</a>	регистрация (территория вуза)	2022
База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» <a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	в открытом доступе	-

Новгородский государственный  
университет им. Ярослава Мудрого  
Научная библиотека  
Сектор учета *Павлов*

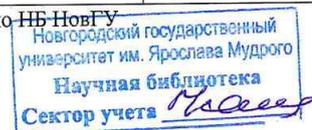
Информационные справочные системы		
Университетская информационная система «РОССИЯ» <a href="https://uisrussia.msu.ru">https://uisrussia.msu.ru</a>	в открытом доступе	-
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» <a href="https://openedu.ru">https://openedu.ru</a>	в открытом доступе	-
Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <a href="http://protect.gost.ru/">http://protect.gost.ru/</a>	в открытом доступе	-

Зав. кафедрой  Т.Г. Сукачева

*подпись*

«23» 12 2020 г.

Проверено НБ НовГУ





Содержание изменений:

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
ПК-3 Способность демонстрировать знания, умения и навыки в области математики и методики ее преподавания при осуществлении совместной учебной и воспитательной деятельности	ПК-3.1 Знает математику и методику ее преподавания	ПК-3.2 Умеет применить полученные знания в области математики к решению профессиональных задач	ПК-3.3 Владеет навыками в области математики и методики ее преподавания