Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Старорусский политехнический колледж (филиал)

Учебно-методическая документация

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЕН.04 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ПРОГРАММИРОВАНИИ

Специальность 09.02.03 Программирование в компьютерных системах

Квалификация техник - программист

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 00c9bf05791d187c83eda2101d20b2322a
Владелец: Алексеева Марина Анатольевна
Действителен: с 10.05.2023 до 02.08.2024
НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ЯРОСЛАВА МУДРОГО

Разработчик:

Елисеева Т.Е. , преподаватель математика высшей квалификационной категории

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка…… 4

Тематический план……... 8

Содержание самостоятельной работы…….. 17

Информационное обеспечение обучения ……... 51

Лист регистрации изменений…… 52

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине Численные методы в программировании составлены в соответствии с:

1 Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах;

2 Рабочей программой учебной дисциплины;

3 Положением о планировании и организации самостоятельной работы студентов СПК (ф) НовГУ.

Методические рекомендации включают аудиторную и/или внеаудиторную работу студентов, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объёме 39 часов.

Формами аудиторной самостоятельной работы являются проработка теоретического и практического материала, конспектирование отдельных тем курса, решение упражнений по теме.

В результате выполнения самостоятельной работы обучающийся должен:

уметь:

- использовать основные численные методы решения математических задач;
- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность полученного результата.

знать:

- методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительных машин (ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений;
- методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ

Перечень формируемых компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

Критерии оценки

Самостоятельная работа состоит из теоретических вопросов и (или) практических заданий.

Раскрытие теоретического вопроса считается ***безукоризненным***, если он по содержанию полностью соответствует программе и содержит все необходимые теоретические факты и выводы. При этом письменное изложение ответа логически правильное, стилистически грамотное с точным использованием математической символики.

Выполнение практического задания считается ***безукоризненным***, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимым обоснованием, получен правильный ответ, последовательно и грамотно записано решение.

При оценке знаний студентов учитываются ошибки и недочеты.

Ошибками следует считать:

- неточности определений математических понятий, формулировок теорем, формул;
- не владение одним из умений и навыков, предусмотренных программой.

Недочетами являются:

- неаккуратные и непоследовательные записи изложения материала;
- нерациональный (но правильный) способ решения практических заданий;

- отсутствие обоснований при правильном выполнении заданий.

Оценка «5» («отлично») ставится студенту, если в его работе:

- полностью раскрыто содержание теоретических вопросов;
- практические задания выполнены безукоризненно с применением стандартных методов и приемов, но при этом может иметь место 1 (один) недочет.

Оценка «4» («хорошо») – ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполненная теоретическая часть всего задания составляет не менее 4/5 объема и содержит не более 1-2 недочетов;
- при выполнении практических заданий допущена 1 (одна) ошибка или 1-2 недочета.

Оценка «3» («удовлетворительно») ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполненная теоретическая часть всего задания составляет не менее 3/5 объема и допущена 1 (одна) ошибка;
- при выполнении практических заданий допущено 2-3 ошибки или 4-5 недочетов.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится студенту, если в его работе:

- безукоризненно выполнена часть задания составляет менее 3/5 объема, при этом изложение материала содержит грубые ошибки;
- при выполнении практических заданий допущено большое количество ошибок и недочетов.

Тематический план и содержание учебной дисциплины Численные методы в программировании

Наименование разделов и тем	**Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект)** *(если предусмотрены)*	**Объем часов**	**Уровень освоения**
1	**2**	**3**	**4**
Введение	Роль вычислительной математики в жизни. Цели и задачи изучения вычислительной математики. Краткая характеристика и содержание программы изучения дисциплины, её связь с другими дисциплинами специальности.	**2**	
Раздел 1 Введение в теорию погрешностей		**26**	
Тема 1.1 Приближенные числа и действия над ними	**Содержание учебного материала**	6	
	Приближенные числа и их источники. Абсолютная и относительная погрешности, их границы. Запись приближенных чисел. Верные, сомнительные и значащие цифры. Округление приближенных чисел. Способы представления чисел в вычислительных машинах.		2

	Действия над приближенными числами. Оценка точности вычислений.		
	Практические занятия Приближенные числа – нахождение абсолютной и относительной погрешности; – нахождение верных и значащих цифр; – округление приближенных чисел. Действия над приближенными числами – выполнение действий над приближенными числами; – оценка погрешности вычислений.	6	
	Самостоятельная работа обучающихся Проработка теоретического и практического материала	14	
Раздел 2 Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений		**26**	
Тема 2.1 Отделение корней	**Содержание учебного материала**	2	
	Постановка задачи. Графический и аналитический способы отделения		2

алгебраических и трансцендентных уравнений	корней алгебраических и трансцендентных уравнения.		
Тема 2.2 Методы уточнения корней алгебраических и трансцендентных уравнения	**Содержание учебного материала**	12	
	Метод проб. Метод хорд. Метод касательных. Метод итераций. Комбинированный метод хорд и касательных. Сравнение методов.		2
	Практические занятия Уточнение корней – уточнение корней уравнения методом проб; – уточнение корней уравнения методом итерации. Уточнение корней – уточнение корней уравнения методом хорд. – уточнение корней уравнения методом касательных.	8	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала Комбинированный метод хорд и касательных. Конспект темы.	4	
Раздел 3 Решение систем линейных		**12**	

алгебраических уравнений			
Тема 3.1 Решение систем линейных алгебраических уравнений	**Содержание учебного материала**	4	
	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Уточнение решения. Метод простой итерации. Метод Зейделя. Сравнение методов.		2
	Практические занятия Приближенные методы решения систем линейных уравнений – решение систем линейных уравнений методом простой итерации; – решение систем линейных уравнений методом Зейделя.	6	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала. Решение упражнений по теме	2	
Раздел 4 Аппроксимация функций		**28**	
Тема 4.1 Приближение функций	**Содержание учебного материала**	2	
	Задача и способы аппроксимации функций. Точечная аппроксимация.		

Тема 4.2 Интерполирование функций	**Содержание учебного материала**	6	
	Линейная и квадратичная интерполяции. Многочлен Лагранжа. Многочлен Ньютона. Интерполирование сплайнами. Экстраполирование. Сравнение методов интерполяции.		2
	Практические занятия Интерполирование – вычисление значений функций по интерполяционным многочленам. Сплайн интерполяция – построение интерполяционных сплайнов.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала. Решение упражнений по теме	4	
Тема 4.3 Подбор эмпирических формул	**Содержание учебного материала**	4	
	Характер опытных данных. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов		2
	Практические занятия Эмпирические формулы – применение метода наименьших квадратов.	4	

	Самостоятельная работа обучающихся Проработка теоретического и практического материала. Решение упражнений по теме	4	
Раздел 5 Численное дифференцирование и интегрирование		**16**	
Тема 5.1 Численное дифференцирование	**Содержание учебного материала**	2	
	Постановка задачи численного дифференцирования. Численное дифференцирование на основе интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона. Графическое дифференцирование.		2
	Практические занятия Численное дифференцирование – вычисление производных на основе интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона.	2	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	2	
Тема 5.1 Численное	**Содержание учебного материала**	4	
	Задача приближенного вычисления определенных интегралов. Метод		2

интегрирование	прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона. Сравнение методов интегрирования.		
	Практические занятия Приближенные методы решения определенных интегралов – вычисление определенного интеграла методом прямоугольников. – вычисление определенного интеграла методом трапеций. – вычисление определенного интеграла методом Симпсона.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся: Проработка теоретического и практического материала	2	
Раздел 6 Численное решение дифференциальных уравнений		**11**	
Тема 6.1 Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	**Содержание теоретического материала**	4	
	Понятие численного решения дифференциального уравнения. Метод Эйлера. Метод Рунге – Кутта. Сравнение методов.		2
	Практические занятия **Приближенные методы решения дифференциальных уравнений** – решение дифференциальных уравнений методом Эйлера.	4	

	Самостоятельная работа обучающихся Проработка теоретического и практического материала. Решение упражнений по теме	3	
Раздел 7 **Методы оптимизации**		**14**	
Тема 7.1 **Численное решение задач оптимизации**	**Содержание учебного материала**	6	
	Методы минимизации функций одной и двух переменных: методы дихотомии, золотого сечения. Многомерные методы оптимизации: методы покоординатного спуска, наискорейшего спуска. Сравнение методов.		2
	Практические занятия Задачи на экстремум – нахождение экстремумов функций одной переменной приближенными методами – нахождение экстремумов функций двух переменных приближенными методами.	4	
	Самостоятельная работа обучающихся Проработка теоретического и практического материала	4	

	Метод параболической аппроксимации. Конспект темы.		
	Всего:	**135**	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

1 – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);

2 – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)

3 – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач

СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

РАЗДЕЛ 1 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Тема 1.1 Приближенные числа и действия над ними

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 14 часов.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать теоретический и практический материал по теме.

2 Решить упражнения по теме а) вручную, б) автоматически в MS Excel

Задание 1:

1. Определить, какое равенство точнее.

2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:

а) в узком смысле; б) в широком смысле.

Определить абсолютную погрешность результата.

3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:

а) в узком смысле; б) в широком смысле.

Вариант 1	Вариант 2
1) $\sqrt{44}=6,63$; $\frac{19}{41}=0,463$. 2) а) $22,553(\pm 0,016)$; б) $2,8546$; $\delta=0,3\%$. 3) а) 0,2387; б) 42,884.	1) $\sqrt{83}=9,11$; $\frac{6}{11}=0,545$. 2) а) $21,68563$; $\delta=0,3\%$; б) $3,7834(\pm 0,0041)$. 3) а) 41,72; б) 0,678.

Вариант 3 1) $\sqrt{10,5}=3,24$; $\frac{4}{17}=0,235$. 2) а) 34,834; $\delta=0,1\%$; б) $0,5748(\pm 0,0034)$. 3) а) 11,445; б) 2,043.	Вариант 4 1) $\sqrt{4,8}=2,19$; $\frac{6}{7}=0,857$. 2) а) $5,435(\pm 0,0028)$; б) 10,8441; $\delta=0,5\%$. 3) а) 8,345; б) 0,288.
Вариант 5 1) $\sqrt{22}=4,69$; $\frac{2}{21}=0,095$. 2) а) $2,4543(\pm 0,0032)$; б) 24,5643; $\delta=0,1\%$. 3) а) 0,374; б) 4,348.	Вариант 6 1) $\sqrt{18}=4,24$; $\frac{17}{11}=1,545$. 2) а) 24,3618; $\delta=0,22\%$; б) $0,8647(\pm 0,0013)$. 3) а) 2,4516; б) 0,863.
Вариант 7 1) $\sqrt{14}=3,74$; $\frac{49}{13}=3,77$. 2) а) 83,736; $\delta=0,085\%$; б) $5,6483(\pm 0,0017)$. 3) а) 5,6432; б) 0,00858.	Вариант 8 1) $\sqrt{44}=6,63$; $\frac{21}{29}=0,723$. 2) а) 0,3567; $\delta=0,042\%$; б) $13,6253(\pm 0,0021)$. 3) а) 18,357; б) 2,16.
Вариант 9 1) $\sqrt{31}=5,56$; $\frac{13}{17}=0,764$. 2) а) $3,6878(\pm 0,0013)$; б) 15,873; $\delta=0,42\%$. 3) а) 14,862; б) 8,73.	Вариант 10 1) $\sqrt{30}=5,48$; $\frac{7}{15}=0,467$. 2) а) 17,2834; $\delta=0,3\%$; б) $6,4257(\pm 0,0024)$. 3) а) 3,751; б) 0,537.

Задание 2:

1)Вычислить и определить погрешности результата.

2) Вычислить и определить погрешность результата.

3) Вычислить, пользуясь правилами подсчета цифр.

Вариант 1

1) $x=\frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a=3,85(\pm 0,01)$, $b=2,0435(\pm 0,0004)$, $c=962,6(\pm 0,1)$.

2) $X=\left[\frac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, $a=4,3(\pm 0,05)$. $b=17,21(\pm 0,02)$,

$c=8,2(\pm 0,05)$, $m=12,417(\pm 0,003)$, $n=8,37(\pm 0,005)$.

3) $S=\dfrac{h^2(a+b)^2}{18(a^2+4ab+b^2)}$, $a=1{,}141$, $b=3{,}156$, $h=1{,}14$.

Вариант 2

1) $x=\dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a=4{,}16(\pm 0{,}005)$, $b=12{,}163(\pm 0{,}002)$, $c=55{,}18(\pm 0{,}01)$.

2) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, $a=5{,}2(\pm 0{,}04)$. $b=15{,}32(\pm 0{,}01)$, $c=7{,}5(\pm 0{,}05)$,

$m=21{,}823(\pm 0{,}002)$, $n=7{,}56(\pm 0{,}003)$.

3) $S=\dfrac{h^2(a+b)^2}{18(a^2+4ab+b^2)}$, $a=2{,}234$, $b=4{,}518$, $h=4{,}48$.

Вариант 3

1) $x=\dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a=7{,}27(\pm 0{,}001)$, $b=5{,}205(\pm 0{,}002)$, $c=87{,}32(\pm 0{,}03)$

2) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, $a=2{,}13(\pm 0{,}01)$, $b=22{,}16(\pm 0{,}03)$, $c=6{,}3(\pm 0{,}04)$,

$m=16{,}825(\pm 0{,}004)$, $n=8{,}13(\pm 0{,}002)$.

3) $S=\dfrac{h^2(a+b)^2}{18(a^2+4ab+b^2)}$, $a=5{,}813$, $b=1{,}315$, $h=2{,}56$

Вариант 4

1) $X=\dfrac{\sqrt{a}\cdot b}{c}$, $a=228{,}6(\pm 0{,}06)$, $b=86{,}4(\pm 0{,}02)$, $c=68{,}7(\pm 0{,}05)$.

2) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, $a=13{,}5(\pm 0{,}02)$, $b=3{,}7(\pm 0{,}02)$, $m=4{,}22(\pm 0{,}004)$,

$c=34{,}5(\pm 0{,}02)$, $d=23{,}725(\pm 0{,}005)$

3) $M=\dfrac{(a+b)h^3}{4}+\dfrac{(a+b)h}{12}$, $a=8{,}53, b=6{,}271, h=12{,}48$.

Вариант 5

1) $X = \dfrac{\sqrt{a}\cdot b}{c}$, $a = 315,6(\pm 0,05)$, $b = 72,5(\pm 0,03)$, $c = 53,8(\pm 0,04)$.

2) $X = \dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, $a = 18,5(\pm 0,03)$, $b = 5,6(\pm 0,02)$, $m = 3,42(\pm 0,003)$,

$c = 26,3(\pm 0,01)$, $d = 14,782(\pm 0,006)$.

3) $M = \dfrac{(a+b)h^3}{4} + \dfrac{(a+b)h}{12}$, $a = 6,44$, $b = 5,323$, $h = 15,44$.

Вариант 6

1) $X = \dfrac{\sqrt{a}\cdot b}{c}$, $a = 186,7(\pm 0,04)$, $b = 66,6(\pm 0,02)$, , $c = 72,3(\pm 0,03)$.

2) $X = \dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, $a = 11,8(\pm 0,02)$, $b = 7,4(\pm 0,03)$, $m = 5,82(\pm 0,005)$,

$c = 26,7(\pm 0,03)$, $d = 11,234(\pm 0,004)$.

3) $M = \dfrac{(a+b)h^3}{4} + \dfrac{(a+b)h}{12}$, $a = 9,05$, $b = 3,244$, $h = 20,18$.

Вариант 7

1) $X = \dfrac{\sqrt{ab}}{c}$, $a = 3,854(\pm 0,004), b = 16,2(\pm 0,005), c = 10,8(\pm 0,1)$.

2) $X = \dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, $a = 2,754(\pm 0,001)$, $b = 11,7(\pm 0,04)$,

$m = 0,56(\pm 0,005)$, $c = 10,536(\pm 0,002)$, $d = 6,32(\pm 0,008)$.

3) $N = \dfrac{(a+b)^2}{2h} + \dfrac{(a^2+b^2)h}{5}$, $a = 0,562$, $b = 0,2518$, $h = 0,68$.

Вариант 8

1) $X = \dfrac{\sqrt{ab}}{c}$, $a = 4,632(\pm 0,003)$, $b = 23,3(\pm 0,04)$, $c = 11,3(\pm 0,06)$.

2) $X = \dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, $a = 3,236(\pm 0,002)$, $b = 15,8(\pm 0,03)$,

$m = 0,64(\pm 0,004)$, $c = 12,415(\pm 0,003)$, $d = 7,18(\pm 0,006)$.

3) $N = \dfrac{(a+b)^2}{2h} + \dfrac{(a^2+b^2)h}{5}$, $a = 0,834$, $b = 0,3523$, $h = 0,74$.

Вариант 9

1) $X = \dfrac{\sqrt{ab}}{c}$, $a = 7,312(\pm 0,004)$, $b = 18,4(\pm 0,03)$, $c = 20,2(\pm 0,08)$.

2) $X = \dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, $a = 4,523(\pm 0,003)$, $b = 10,8(\pm 0,02)$,

$m = 0,85(\pm 0,003)$, $c = 9,318(\pm 0,002)$, $d = 4,17(\pm 0,004)$.

3) $N = \dfrac{(a+b)^2}{2h} + \dfrac{(a^2+b^2)h}{5}$, $a = 0,445$, $b = 0,4834$, $h = 0,87$.

Вариант 10

1) $X = \dfrac{a^2 b}{c}$, $a = 3,456(\pm 0,002)$, $b = 0,642(\pm 0,0005)$,

$c = 7,12(\pm 0,004)$.

2) $X = \dfrac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$, $a = 23,16(\pm 0,02)$, $b = 8,23(\pm 0,005)$,

$c = 145,5(\pm 0,08)$, $d = 28,6(\pm 0,1)$, $m = 0,28(\pm 0,006)$.

3) $V = \dfrac{h}{3} S\left(1 + \dfrac{a}{A} + \dfrac{a^2}{A^2}\right)$, $a = 8,51$, $A = 23,42$, $S = 45,8$, $h = 3,81$.

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

а) Что такое абсолютная погрешность приближенного значения величины?

б) Что такое относительная погрешность приближенного значения величины?

в) Какие цифры в записи приближенного числа называются верными в широком смысле? Как определить количество верных цифр числа?

г) Какие цифры в записи приближенного числа называются значащими? Как определить количество значащих цифр числа?

д) Какое влияние на погрешность арифметических действий оказывают погрешности исходных данных?

е) В какой зависимости находится абсолютная погрешность значения функции одной переменной от абсолютной погрешности значения аргумента?

ж) Как формулируются правила подсчета цифр?

з) Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях по правилам подсчета цифр с пооперационным учетом ошибок? на заключительном этапе?

и) Как оформляются вычисления со строгим учетом предельных погрешностей при пооперационном учете ошибок?

к) Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях по методу строгого учета предельных погрешностей с пооперационным учетом ошибок? на заключительном этапе?

л) Как вычисляются предельные погрешности результата при использовании методики итоговой оценки ошибки вычислений?

м) В чем основное отличие метода границ от вычислений по методу строгого учета границ погрешностей?

н) Какова последовательность действий на каждом промежуточном этапе расчетной таблицы в вычислениях по методу границ с пооперационным учетом ошибок? на заключительном этапе?

6 Разберитесь в решении примеров, рассмотренных на практических занятиях и представленных в рекомендациях

Пример 1Определить, какое равенство точнее $\frac{9}{11}$=0,818 или $\sqrt{18}$=4,24

Решение: а) вручную

1. Находим значение данных выражений с большим числом десятичных знаков: $a_1 = \frac{9}{11}$=0,81818… a_2=4,2426…
2. Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком: Δa_1=|0,81818-0,818|≤ 0.00019 Δa_2=|4.2426-4.24|≤ 0.0027
3. Предельные относительные погрешности составляют

$$\delta_{a1} = \frac{\Delta_{a1}}{a_1} = \frac{0{,}00019}{0{,}818} = 0{,}00024 = 0{,}024\% \qquad \delta_{a2} = \frac{\Delta_{a2}}{a_2} = \frac{0{,}0027}{4{,}24}$$

=0,00064=0,064%

4. Так как δa< δ_{a2}, то равенство $\frac{9}{11}$=0,818 является более точным

б) автоматически в MS Excel

Подготовить рабочий лист так, как показано на рисунке 1

G13

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Элементарная теория погрешностей								
2									
3	равенство1	равенство2							
4	0,818	4,24							
5									
6	a1=	0,81818	Абс.погреш.1=	0,00019					
7	a2=	4,2426	Абс.погреш.2=	0,0027					
8									
9			Отн.погреш.1=	0,00023	или	0,023%			
10			Отн.погреш.2=	0,00064	или	0,064%			
11									
12			Результат:	первое равенство является более точным					
13									
14									

Рисунок 1 -Элементарная теория погрешностей

Здесь в ячейки A4 и B4 заносятся условия задачи: в A4 – 0,818, B4 – 4,24

В ячейки B6 и B7 записывают значения данных выражений с большим числом десятичных знаков (число знаков должно быть на два знака больше): B6 – 0,81818, B7 – 4,2426

В ячейки D6 и D7 записывают формулы для вычисления предельных абсолютных погрешностей для первого и второго равенств соответственно: D6= B6-A4+0,00001 (соответственно 0,81818-0,818+0,00001 т.к. мы брали 5 знаков после запятой, а по условию необходимо абсолютные погрешности округлять с избытком)

D7=B7-B4+0,0001(соответственно 4,2426-4,24+0,0001 т.к. мы брали 4 знака после запятой, а по условию необходимо абсолютные погрешности округлять с избытком)

В ячейки D9 и D10 записывают формулы для вычисления предельных относительных погрешностей для первого и второго равенств соответственно:

D9=D6/A4 (соответственно 0,00019/0,818)

D10=D7/B4 (соответственно 0,0027/4,24)

В ячейке D12 отображается результат выполнения задачи.

Для вывода результата используется функция ЕСЛИ (рисунок 2).

В строке Логическое выражение записываем условие для исполнения.

В оставшихся двух строках записываем результат вывода, который будет выведен, если Логическое выражение примет истину (первое равенство является более точным) или ложь (второе равенство является более точным).

В строке формул для этой ячейки будет записана следующая формула:

D12=ЕСЛИ (D9< D10: «первое равенство является более точным»; «второе равенство является более точным»)

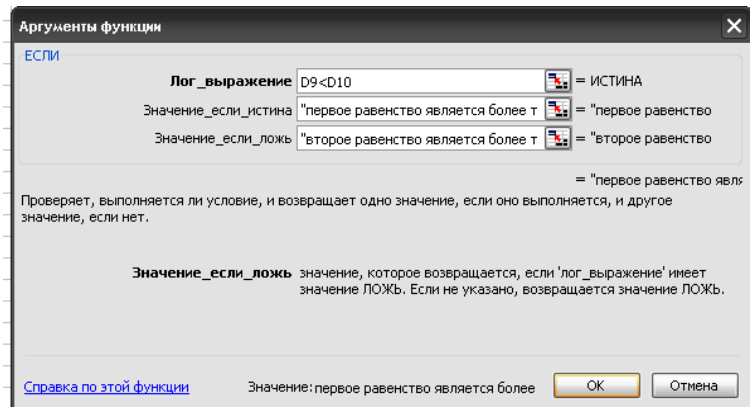


Рисунок 2 -Функция ЕСЛИ

Пример 2 Вычислить и определить погрешности результата $X=\frac{m^2n^3}{\sqrt{k}}$, где m=28.3(±2,02),n=7,45(±0,01),k=0,678(±0,003)

Решение: а) вручную

Для начала необходимо определить m^2,n^3 и $\sqrt{k}$. Получаем:

$m^2=(28,3)^2=800,9$; $n^3=(7,45)^3=413,5$; $\sqrt{k}=1,8234$;

Далее определяем X без учета абсолютных погрешностей:

$$X=\frac{800,9*413,5}{0,8234}=402,200$$

Теперь определяем предельные относительные погрешности для m, n и k:

$\delta_m=0,02/28,3=0,00071$; $\delta_n=0,01/7,45=0,00134$; $\delta_k=0,003/0,678=0,00442$

Получив эти данные, определим погрешность результата:

$\delta_x=2\ \delta_m+3\ \delta_n+0,5\ \delta_k$, где $2\ \delta_m$ т.к по условию дано m^2, $3\ \delta_n$ т.к. по условию дано n^3, $0,5\ \delta_k$ т.к. по условию дано $k^{1/2}$

Таким образом, $\delta_x=2\ \delta_m+3\ \delta_n+0,5\ \delta_k=2*0,00071+3*0,00135+0,5*0,00443=$
$=0,00142+0,00405+0,00222=0,00769=0,77\%$

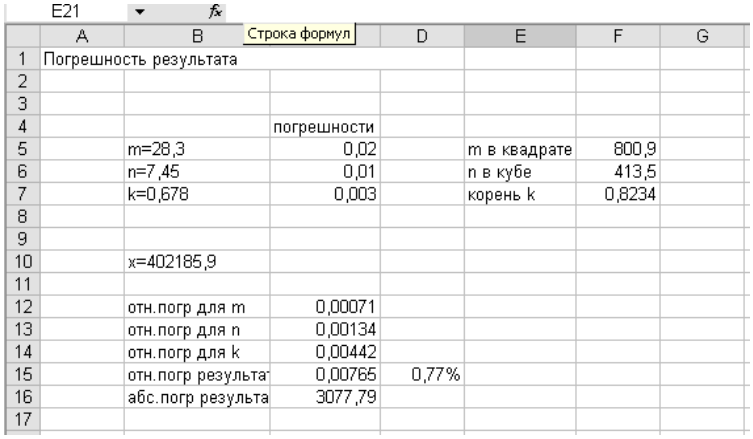
В заключении определим предельную абсолютную погрешность результата:

$\Delta_x=X*\ \delta_x=402,200*0,0077=3,096994.$

Ответ: X=402,200(±3,097); $\delta_x=0,77\%$

б) автоматически в MS Excel

Для автоматического поиска погрешностей результата начертите следующую таблицу в Excel т.к. показано на рисунке 3



	A	B	Строка формул	D	E	F	G
1	Погрешность результата						
2							
3							
4			погрешности				
5		m=28,3	0,02		m в квадрате	800,9	
6		n=7,45	0,01		n в кубе	413,5	
7		k=0,678	0,003		корень k	0,8234	
8							
9							
10		x=402185,9					
11							
12		отн.погр для m	0,00071				
13		отн.погр для n	0,00134				
14		отн.погр для k	0,00442				
15		отн.погр результат	0,00765	0,77%			
16		абс.погр результа	3077,79				
17							

Рисунок 3 - Автоматический поиск погрешностей результата

Определяем m^2 :Ячейка F5=B5^2.

n^3: Ячейка F6=B6^3.

$\sqrt{k}$: Ячейка F7=КОРЕНЬ(B7).

Далее определяем X без учета абсолютных погрешностей: Ячейка B10= (F5*F6)/F7.

Теперь определим предельные относительные погрешности для

m: Ячейка C12=C5/B5.

n: Ячейка C13=C6/B6.

k: Ячейка C14=C7/B7.

Откуда определим погрешность результата δ_x: Ячейка C15=2*C12+3*C13+0,5*C14.

В заключении определим предельную абсолютную погрешность результата Δ_x : Ячейка C16=B10+C15.

7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ и в электронном виде.

Форма контроля:

1 Фронтальный опрос

2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 2 ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Тема 2.2 Методы уточнения корней алгебраических и трансцендентных уравнения

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 4 часа.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать теоретический и практический материал по конспекту.

2 Составить конспект по теме Комбинированный метод хорд и касательных.

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

а) Для какого типа уравнений применим метод половинного деления?

б) Для чего нужна точность вычислений ε?

в) В чем заключается суть метода половинного деления?

г) Какому условию должна удовлетворять функция на интервале, если нам известно, что корень уравнения находится на этом интервале?

д) В чем основная идея метода хорд?

е) Какая формула используется в методе хорд?

ж) В чем основная идея метода касательных?

з) Какая формула используется в методе касательных?

и) В чем схожесть между методами хорд и касательных?

к) Почему чаще всего применяется комбинированный метод?

л) В каком виде нужно записать исходное уравнение, чтобы применить к нему метод итераций?

м) При каких условиях итерационный процесс сходится?

н) Если итерационный процесс сходится, какую точку можно брать в качестве нулевого приближения?

о) Можно ли графическим методом найти точку нулевого приближения?

6 Выполняя задание 2, необходимо помнить, что конспект представляет собой связанное, сжатое и последовательное письменное изложение материала. В основу задания положено чтение текста учебника. Сначала следует познакомиться с текстом, затем проработать учебный материал с целью выделения главного и второстепенного и лишь, затем переходить к конспектированию.

7 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки.

Форма контроля:

Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 3 РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Тема 3.1 Решение систем линейных алгебраических уравнений

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 4 часа.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать теоретический и практический материал по конспекту.

2 Решить упражнения по теме а) вручную, б) автоматически в MS Excel

Метод итерации

а)
$$\begin{cases} x_1 = 0{,}32x_1 - 0{,}18x_2 + 0{,}02x_3 + 0{,}21x_4 + 1{,}83 \\ x_2 = 0{,}16x_1 + 0{,}12x_2 - 0{,}14x_3 + 0{,}27x_4 - 0{,}65 \\ x_3 = 0{,}37x_1 + 0{,}27x_2 - 0{,}02x_3 - 0{,}24x_4 + 2{,}23 \\ x_4 = 0{,}12x_1 + 0{,}21x_2 - 0{,}18x_3 + 0{,}25x_4 - 1{,}13 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x_1 = 0{,}42x - 0{,}32_1 x_2\ 0{,}03x_3 + 0{,}44 \\ x_2 = 0{,}11x_1 - 0{,}26x_2 - 0{,}36x_3 + 1{,}42 \\ x_3 = 0{,}12x_1 + 0{,}08x_2 - 0{,}14x_3 - 0{,}24x_4 - 0{,}83 \\ x_4 = 0{,}15x_1 - 0{,}35x_2 - 0{,}18x_3 - 1{,}42 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x_1 = 0{,}18x_1 - 0{,}34x_2 - 0{,}12x_3 + 0{,}15x_4 - 1{,}33 \\ x_2 = 0{,}11x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}15x + 0{,}32_3 + 0{,}84 \\ x_3 = 0{,}05x_1 - 0{,}12x_2 + 0{,}14x_3 - 0{,}18x_4 - 1{,}16 \\ x_4 = 0{,}12x_1 + 0{,}08x_2\ 0{,}06x_3 + 0{,}57 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x_1 = 0{,}13x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}44x_3 - 0{,}05x_4 + 2{,}13 \\ x_2 = 0{,}24x_1 - 0{,}31x_2 + 0{,}15x_3 - 0{,}18 \\ x_3 = 0{,}06x_1 - 0{,}15x_2 - 0{,}23x_3 + 1{,}44 \\ x_4 = 0{,}72x_1 - 0{,}08x_2 - 0{,}05x_3 + 2{,}42 \end{cases}$$

Метод Зейделя

а)
$$\begin{cases} 3,7x_1 - 3,1x_2 + 4,0x_3 = 5,0 \\ 4,1x_1 + 4,5x_2 - 4,8x_3 = 4,9 \\ -2,1x_1 + 3,7x_2 + 1,8x_3 = 2,7 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3,3x_1 - 3,7x_2 - 4,2x_3 = 5,8 \\ 2,7x_1 + 2,3x_2 - 2,9x_3 = 8,1 \\ 4,1x_1 + 1,8x_2 + 5,0x_3 = -1,9 \end{cases}$$

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

   а) Каковы условия сходимости итерационного процесса при решении системы уравнений?

   б) В чем суть метода простой итерации?

   в) В чем суть итерационного процесса Зейделя?

   г) При каком итерационном процессе сходимость этого процесса значительно лучше?

6 Разберитесь в решении примеров, рассмотренных на практических занятиях и представленных в рекомендациях

Пример 1: Методом итерации решить систему с точностью до 0,001

$$x_1 = 0,32x_1 - 0,05x_2 + 0,11x_3 - 0,08x_4 + 2,15$$

$$x_2 = 0,11x_1 - 0,16x_2 - 0,28x_3 - 0,06x_4 - 0,83$$

$$x_3 = 0,08x_1 - 0,15x_2 + 0,02x_4 + 1,16$$

$$x_4 = -0,21x_1 + 0,13x_2 - 0,27x_3 + 0,44$$

Решение: Для начала выбираем нулевые приближения (за нулевые приближения берем свободные члены):

$x_1^{(0)}=2,15;\ x_2^{(0)}=-0,83;\ x_3^{(0)}=1,16;\ x_4^{(0)}=0,44;$

Подставляя эти значения в правые части уравнения системы, получаем первые приближения корней:

$x_1^{(1)}=0,32*2,15-0,05*(-0,83)+0,11*1,16-0,08*0,44+2,15=2,9719$

$x_2^{(1)}=0,11*2,15+0,16*(-0,83)-0,28*1,16-0,16*0,44-0,83=-1,0775$

$x_3^{(1)}=0,08*2,15-0,15*(-0,83)+0,12*0,44+1,16=1,5093$

$x_4^{(1)}=-0,21*2,15+0,13*(-0,83)-0,27*1,16+0,44=-0,4326$

$x_1^{(1)}=2,9719;\ x_2^{(1)}=-1,0775;\ x_3^{(1)}=1,5093;\ x_4^{(1)}=-0,4326.$

Снова подставляем эти значения в правые части уравнений, получаем вторые приближения корней:

$x_1^{(2)}=0,32*2,9719-0,05*(-1,0775)+0,11*1,5093-0,08*(-0,4326)+2,15=3,3555$

$x_2^{(2)}=0,11*2,9719+0,16*(-1,0775)-0,28*1,5093-0,06*(-0,4326)-0,83=-1,0721$

$x_3^{(2)}=0,08*2,9719-0,15*(-1,0775)+0,12*(-0,4326)+1,16=1,5075$

$x_4^{(2)}=-0,21*2,9719+0,13*(-1,0775)-0,27*1,5093+0,44=-0,7317$

$x_1^{(2)}=3,3555;\ x_2^{(2)}=-1,0721;\ x_3^{(2)}=1,5075;\ x_4^{(2)}=-0,7317;$

Снова подставляем эти значения в правые части уравнений, получаем третьи приближения корней и т.д. до тех пор, пока последующее значение корня минус предыдущее не станет меньше 0,001, т.е.

$|x_1^{(n)}-x_1^{(n-1)}|<=0.001;$

$|x_2^{(n)}-x_2^{(n-1)}|<=0.001;$

$|x_3^{(n)}-x_3^{(n-1)}|<=0.001;$

$|x_4^{(n)}-x_4^{(n-1)}|<=0.001;$

Реализация данного метода в среде Excel

Заполним исходные данные системы как показано на рисунке 4

I17

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	коэффициенты при неизвестных								
2	x1	x2	x3	x4	Свободные члены		Начальное приближение		
3	0,32	-0,05	0,11	-0,08	2,15	x1(0)=	2,15		
4	0,11	0,06	-0,28	-0,06	-0,83	x2(0)=	-0,83		
5	0,08	-0,05	0	0,12	1,16	x3(0)=	1,16		
6	-0,21	0,13	-0,27	0	0,44	x3(0)=	0,44		
7									
8	x1	x2	x3	x4	k	x1(n)-x1(n-1)	x2(n)-x2(n-1)	x3(n)-x3(n-1)	x4(n)-x4(n-1)
9	2,15	-0,83	1,16	0,44	0	0,8219	0,2475	0,3493	0,8726
10	2,9719	-1,0775	1,5093	-0,4326	1	0,3836	0,0054	0,00184	0,29909
11	3,3555	-1,0721	1,5075	-0,7317	2	0,1462	0,0615	0,00601	0,07937
12	3,5017	-1,0106	1,5015	-0,8111	3	0,0494	0,0324	0,00705	0,02109
13	3,5511	-0,9783	1,4944	-0,8321	4	0,0151	0,0139	0,00343	0,00426
14	3,5662	-0,9644	1,491	-0,8364	5	0,0041	0,0051	0,00138	0,00044
15	3,5703	-0,9593	1,4896	-0,8368	6	0,0009	0,0017	0,00049	0,00017
16	5,5713	-0,9576	1,4891	-0,8367	7	0,0001	0,0005	0,00016	0,00015
17									

Рисунок 4

Коэффициенты исходной системы вносим в ячейки A3:E6. В ячейки блока G3:G6 записываем начальные приближения, которые равны свободным членам. В ячейки блока A10:D10 записываем последующие приближения:

Для $x_1^{(1)}$: A10=$A$3*A9+$B$3*B9+$C$3*C9+d3*D9+$E$3;

Для $x_2^{(1)}$: B10=$A$4*A9+$B$4*B9+$C$4*C9+d4*D9+$E$4;

Для $x_3^{(1)}$: C10=$A$5*A9+$B$5*B9+$C$5*C9+d5*D9+$E$5;

Для $x_4^{(1)}$: D10=$A$6*A9+$B$6*B9+$C$6*C9+d6*D9+$E$6;

Затем копируем данные формулы:

A10 в A11; B10 в B11; C10 в C11; D10 в D11;

Проделываем эти операции до тех пор пока $|x_1^{(n)} - x_1^{(n-1)}| <= 0.001$; $|x_2^{(n)} - x_2^{(n-1)}| <= 0.001$;

$|x_3^{(n)} - x_3^{(n-1)}| <= 0.001$; $|x_4^{(n)} - x_4^{(n-1)}| <= 0.001$;

Данная разность вычисляется в ячейках блока F9:I9

Для $x_1^{(1)}$: F9=ABS(A10-A9);

Для $x_2^{(1)}$: G9=ABS(B10-B9);

Для $x_3^{(1)}$: H9=ABS(C10-C9);

Для $x_4^{(1)}$: I9=ABS(D10-D9);

Затем копируем данные формулы: F9 в F10; G9 в G10; H9 в H10; I9 в I10 и т.д.

Ответ: $x_1=3,571$; $x_2=-0,957$; $x_3=1,489$; $x_4=-0,836$;

Пример: Метод Зейделя решить систему с точностью до 0,001

$4,5x_1-1,8x_2+3,6x_3=-1,7$

$3,1x_1+2,3x_2-1,2x_3=3,6$

$1,8x_1+2,5x_2+4,6x_3=2,2$

Решение: приведем систему к виду, в котором элементы главной диагонали превосходили бы остальные элементы строк:

$7,6x_1+0,5x_2+2,4x_3=1,9$ [(1)+(2)]

$2,2x_1+9,1x_2+4,4x_3=9,7$ [2*(3)+(2)-(1)]

$-1,3x_1+0,2x_2+5,8x_3=-1,4$ [(3)-(2)]

Теперь в левой части оставляем $10x_i$, а оставшиеся компоненты переносим в правую часть:

$10x_1=2,4x_1-0,5x_2-2,4x_3+1,9$

$10x_2=-2,2x_1+0,9x_2-4,4x_3+9,7$

$10x_3=1,3x_1-0,2x_2-4,2x_3-1,4$

Теперь каждое уравнение делим на 10:

$x_1=0,24x_1-0,05x_2-0,24x_3+0,19$

$x_2=-0,22x_1+0,09x_2-0,44x_3+0,97$

$x_3=0,13x_1-0,02x_2-0,42x_3-0,14$

Для начала выбираем нулевые приближения (за нулевые приближения берем свободные члены):

$x_1^{(0)}=0,19$; $x_2^{(0)}=0,97$; $x_3^{(0)}=-0,14$.

Теперь вычисляем первые приближения:

$x_1^{(1)}=a_{11}*x_1^{(0)}+a_{12}*x_2^{(0)}+a_{13}*x_3^{(0)}+b_1=0,24*0,19-0,05*0,97-0,24*(-0,14)+0,19=0,2207$

$x_2^{(1)} = a_{21} * x_1^{(0)} + a_{22} * x_2^{(0)} + a_{23} * x_3^{(0)} + b_2 =$ -0,22*0,2207+0,09*0,97-0,44*(-0,14)+0,97=1,0703

$x_3^{(1)} = a_{31} * x_1^{(0)} + a_{32} * x_2^{(0)} + a_{33} * x_3^{(0)} + b_3$=0,13*0,2207-0,02*1,0703-0,42*(-0,14)-0,14= - 0,1915

Затем вычисляем вторые приближения, третьи и т.д. До тех пор пока последующее значение корня минус предыдущее не станет меньше 0,001

Реализация данного метода в среде Excel

Заполним исходные данные системы как показано на рисунке 5

5

N19

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Коэффициенты при неизвестных			свободные							приводим систе					
2	x1	x2	x3	члены							удобному ви					
3	4,5	-1,8	3,6	-1,7		x1=	0,24	x1	-0,05	x2	-0,24	x3	0,19			
4	3,1	2,3	-1,2	3,6		x2=	-0,22	x1	0,09	x2	-0,44	x3	0,97			
5	1,8	2,5	4,6	2,2		x3=	0,13	x1	-0,02	x2	0,42	x3	-0,14			
6																
7		начальные														
8		приближения														
9	x1=	0,19														
10	x2=	0,97														
11	x3=	-0,14														
12														x1(n)-x1(n-1)	x2(n)-x2(n-1)	x3(n)-x3(n-1)
13	x1	x2	x3	к										0,0147	0,0285	0,0203
14	0,19	0,97	-0,14											0,007	0,01	0,0078
15	0,2207	1,0703	-0,1915	1										0,0031	0,0037	0,003
16	0,2354	1,0988	-0,2118	2										0,0013	0,0014	0,0011
17	0,2424	1,1088	-0,2196	3										0,0005	0,0005	0,0004
18	0,2454	1,1124	-0,2226	4										0,0002	0,0002	0,0002
19	0,2467	1,1138	-0,2237	5												
20	0,2472	1,1143	-0,2241	6												
21	0,2474	1,1145	-0,2242	7												
22																

Рисунок 5

Коэффициенты исходной системы вносим в ячейки блока A3:D5. В ячейки блока B9:B11 записываем начальные приближения, которые равны свободным членам. В ячейки блока A14:C14 записываем последующие приближения:

Для $x_1^{(1)}$: A15=$G$3*A14+$I$3*B14+$K$3*C14+$M$3;

Для $x_2^{(1)}$: B15=$G$4*A15+$I$4*B14+$K$4*C14+$M$4;

Для $x_3^{(1)}$: C15=$G$5*A15+$I$5*B15+$K$5*C14+$M$5;

Затем копируем данные формулы: A15 в A16; B15 в B16; C15 в C16;

Проделываем эти операции до тех пор, пока $|x_1^{(n)} - x_1^{(n-1)}| <= 0.001$; $|x_2^{(n)} - x_2^{(n-1)}| <= 0.001$; $|x_3^{(n)} - x_3^{(n-1)}| <= 0.001$; $|x_4^{(n)} - x_4^{(n-1)}| <= 0.001$;

Данная разность вычисляется в ячейках блока N14:P14

Для $x_1^{(1)}$: N14=ABS(A15-A14);

Для $x_2^{(1)}$: O14=ABS(B15-B14);

Для $x_3^{(1)}$: P14=ABS(C15-C14);

Затем копируем данные формулы: N14 в N15; O14 в O15; P14 в P15;

Ответ: x_1=0,247; x_2=1,114; x_3= -0,224

7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ и в электронном виде.

Форма контроля:

1 Фронтальный опрос

2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 4 АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ

Тема 4.1 Приближение функций

Тема 4.2 Интерполирование функций

Тема 4.3 Подбор эмпирических формул

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 8 часов.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать лекционный материал по конспекту.

2 Решить упражнения по теме

Задание 1 Функции $y = f(x)$ задана таблицей (смотри варианты заданий). Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке x. Оценить погрешность полученного результата.

1 $y = \ln x,\ x = 6{,}8$

x_k	6,0	6,5	7,0	7,5
y_k	1,792	1,8724	1,9646	2,015

2 $y = e^x,\ x$=3,2

x_k	3,0	3,5	4,0	4,5
y_k	20,086	33,115	54,598	90,017

3 $y = \sin x$, x=1,64

x_k	1,60	1,70	1,80	1,90
y_k	0,99957	0,99166	0,9738	0,9463

4 $y = \cos x$, x=1,15

x_k	1,00	1,10	1,20	1,30
y_k	0,5403	0,4536	0,36236	0,2675

5 $y = \ln x$, x=3,2

x_k	3,0	3,5	4,0	4,5
y_k	1,099	1,253	1,386	1,504

6 $y = x + \frac{10}{x}$, x=4,39

x_k	4,00	4,30	4,60	4,90
y_k	6,500	6,626	6,774	6,941

7 $y = \cos x$, x=0,12

x_k	0,10	0,30	0,50	0,70
y_k	0,99500	0,95534	0,87758	0,76484

8 $y = \sin x$, x=1,6

x_k	1,5	2,0	2,5	3,5
y_k	0,99745	0,9093	0,59847	0,14112

9 $y = lg\, x,\ x=7,2$

x_k	7,0	7,5	8,0	8,5
y_k	0,8451	0,8751	0,9031	0,9294

10 $y = \ln x,\ x = 8,2$

x_k	8,0	8,5	9,0	9,5
y_k	2,079	2,140	2,197	2,251

Задание 2

1) Пользуясь первой интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции *f(x)* для заданного *x*. Оценить погрешность полученного результата.

2) Пользуясь второй интерполяционной формулой Ньютона второй степени, найти значение функции *f(x)* для заданного *x*. Оценить погрешность полученного результата. Функция $f(x)$ задана таблицей значений, которая представлена в вариантах заданий к лабораторной работе.

1 1) x=0,02; 2) x=0,31.

x	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

2 1) x=0,03; 2) x=0,32.

x	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
0,00	0,2808	0,20	0,4131	0,40	0,5522
0,05	0,3127	0,25	0,4477	0,45	0,5868
0,10	0,3454	0,30	0,4825	0,50	0,6209
0,15	0,3790	0,35	0,5174		

3 1) x=1,53; 2) x=1,82.

x	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
1,50	0,51183	1,70	0,4894	1,90	0,46678
1,55	0,50642	1,75	0,48376	1,95	0,4611
1,60	0,50064	1,80	0,47811	2,00	0,4554
1,65	0,49503	1,85	0,47245		

4 1) x=0,03; 2) x=0,34.

x	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
0,00	0,28081	0,20	0,41318	0,40	0,55226
0,05	0,31270	0,25	0,44771	0,45	0,58682
0,10	0,34549	0,30	0,48255	0,50	0,62096
0,15	0,37904	0,35	0,51745		

5 1) x=1,52; 2) x=1,81.

X	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
1,50	0,51183	1,70	0,4894	1,90	0,46678
1,55	0,50642	1,75	0,48376	1,95	0,4611
1,60	0,50064	1,80	0,47811	2,00	0,4554
1,65	0,49503	1,85	0,47245		

6 1) x=1,53; 2) x=1,82.

x	*f(x)*	*x*	*f(x)*	*x*	*f(x)*
1,00	0,5652	1,20	0,8861	1,40	1,3172
1,05	0,6375	1,25	0,9817	1,45	1,4482
1,10	0,7147	1,30	1,0848	1,50	1,5906
1,15	0,7973	1,35	1,1964		

7 1) $x=1{,}03$; 2) $x=1{,}33$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1,00	0,5652	1,20	0,8861	1,40	1,3172
1,05	0,6375	1,25	0,9817	1,45	1,4482
1,10	0,7147	1,30	1,0848	1,50	1,5906
1,15	0,7973	1,35	1,1964		

8 1) $x=1{,}04$; 2) $x=1{,}63$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1,00	0,5652	1,40	0,8861	1,80	1,3172
1,10	0,6375	1,50	0,9817	1,90	1,4482
1,20	0,7147	1,60	1,0848	2,00	1,5906
1,30	0,7973	1,70	1,1964		

9 1) $x=0{,}04$; 2) $x=0{,}32$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,28081	0,20	0,41318	0,40	0,55226
0,05	0,3127	0,25	0,44771	0,45	0,58682
0,10	0,34549	0,30	0,48255	0,50	0,62096
0,15	0,37904	0,35	0,51745		

10 1) $x=0{,}03$; 2) $x=0{,}32$.

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
0,00	0,3809	0,20	0,4532	0,40	0,5621
0,05	0,39120	0,25	0,4720	0,45	0,5832
0,10	0,4054	0,30	0,4856	0,50	0,6001
0,15	0,4290	0,35	0,5064		

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

а) Что такое аппроксимация функций?

б) Что такое интерполяция?

в) Дайте характеристику каждому классу интерполирующих функций.

г) В чем суть параболического интерполирования?

д) В чем суть метода интерполяции Лагранжа?

е) В чем суть метода интерполяции Ньютона?

ж) Что такое сплайн-интерполяция?

з) Что такое экстраполяция для чего она применяется?

и) В чем суть метода наименьших квадратов?

к) Что дает большую ошибку, использование интерполяции или экстраполяции?

6 Разберитесь в решении примеров и задач, рассмотренных на практическом занятии;

7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

Форма контроля:

1 Фронтальный опрос

2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 5 ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Тема 5.1 Численное дифференцирование

Тема 5.1 Численное интегрирование

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 4 часа.

Цель:

Закрепить и систематизировать знания по теме.

Содержание заданий:

Проработать лекционный материал по конспекту.

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

а) Что такое дифференцирование?

б) В каких случаях применяется численное дифференцирование?

в) Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.

г) Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.

д) Какие приближенный методы интегрирования Вы знаете? Какой из них наиболее точный?

е) В чем суть численных методов интегрирования?

ж) Приведите формулу для метода прямоугольников.

з) Приведите формулу для метода трапеций.

и) Приведите формулу для метода Симпсона.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал.

Форма контроля:

Фронтальный опрос на занятии.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 6 ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Тема 6.1 Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 3 часа.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать теоретический и практический материал по теме.

2 Решить упражнения

Задание Используя метод Рунге - Кутта составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения $y = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке [0;1]; шаг $h = 0{,}1$; все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками.

1 $y' = x + y^2,\ y(0) = 0{,}5.$ 2 $y' = 2x + 0{,}1y^2,\ y(0) = 0{,}2.$

3 $y' = 2x + y^2,\ y(0) = 0{,}3.$ 4 $y' = x^2 + xy,\ y(0) = 0{,}2.$

5 $y' = 0{,}2x + y^2,\ y(0) = 0{,}1.$ 6 $y' = x^2 + y,\ y(0) = 0{,}4.$

7 $y' = x^2 + 2y,\ y(0) = 0{,}1.$ 8 $y' = xy + y^2,\ y(0) = 0{,}6.$

9 $y' = x^2 + y^2,\ y(0) = 0{,}7.$ 10 $y' = x^2 + 0{,}2y^2,\ y(0) = 0{,}2.$

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

а) Методы Эйлера первого и второго порядка точности.

б) Методы Рунге-Кутты второго и четвертого порядка точности.

в) Методы Рунге-Кутты для систем дифференциальных уравнений.

6 Разберитесь в решении примеров, рассмотренных на практических занятиях и представленных в рекомендациях

7 Решение приводите подробно, вычисления записывайте в определенном порядке, доводя до конца.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях для практических работ.

Форма контроля:

1 Фронтальный опрос

2 Индивидуальная с выставлением оценки каждому студенту.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

РАЗДЕЛ 7 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Тема 7.1 Численное решение задач оптимизации

Вид самостоятельной работы: внеаудиторная

Объем учебного времени, отведенный на самостоятельную работу: 4 часов.

Цель:

- Закрепить и систематизировать знания по теме.
- Сформировать умение решать упражнения по теме.

Содержание заданий:

1 Проработать теоретический и практический материал по теме.

2 Составить конспект текста учебника по теме Метод параболической аппроксимации.

Практические рекомендации по выполнению:

1 Повторите изученный материал по конспекту.

2 Выделите и уточните непонятные предложения.

3 Неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устраните, пользуясь материалами из учебника и других источников.

4 Завершите техническое оформление конспекта (произведите подчеркивания, выделите главное, отметьте разделы и подразделы, вопросы и подвопросы).

5 Ответьте на вопросы:

1) Безусловная и условная минимизация.
2) Метод дихотомии.
3) Методы золотого сечения.
4) Основные методы многомерной минимизации:

а) покоординатный спуск;

б) наискорейшего спуска.

6 Разберитесь в решении примеров, рассмотренных на практических занятиях.

Основные требования к результату работы

Усвоить пройденный материал. Выполнить задания в установленные сроки в тетрадях.

Форма контроля:

1 Фронтальный опрос.

Список рекомендованной литературы:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

Информационное обеспечение обучения

Основная литература:

1 Зенков, А. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А. В. Зенков. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 122 с. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru

2 Численные методы и программирование: Учебное пособие / Колдаев В.Д.; Под ред. Гагариной Л.Г. - М.:ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с

Интернет –ресурсы:

3 Белых С.В. Карманный справочник по математике [Электронный ресурс]. - Ростов н/Д: Феникс, 2013. - Изд. 2-е. - 224 с. - Режим доступа: http://www.medcollegelib.ru.

4 Единое окно доступа к информационным ресурсам. Раздел «Вычислительная математика, численные методы и математическое программирование». Режим доступа: http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr:2.2.74.12.57

5 Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов – Режим доступа: http://school-collection.edu.ru/collection/matematika

6 Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте – Режим доступа: http://www.allmath.ru

7 Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы,учительская, история математики – Режим доступа: http://www.math.ru

8 Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями – Режим доступа: http://www.pm298.ru

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Номер изменения	Номер листа				Всего листов в документе	ФИО и подпись ответственного за внесенные изменения	Дата внесения изменения	Дата введения изменения
	измененного	замененного	нового	изъятого				