Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»

ГУМАНИТАРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Специальность: 44.02.02 Преподавание в начальных классах

Квалификация выпускника: преподаватель начальных классов с дополнительной подготовкой в области иностранного (английского/немецкого) языка
(углубленная подготовка)

ПРИНЯТО:
Предметной (цикловой) комиссией общеобразовательных, общегуманитарных, социально-экономических, математических и естественнонаучных дисциплин колледжа

Протокол № 1
от «31» августа 2021 г.

Председатель предметной (цикловой) комиссии

_______________ Н.Х. Федорова
(подпись) (ФИО)

Разработчик:
преподаватель ГЭК НовГУ

_______________ Т.Н. Ефимова
(подпись) (ФИО)

«31» августа 2021 г.

Содержание

Пояснительная записка

Методические рекомендации по практическим занятиям, являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с:

1. Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах;
2. Рабочей программой учебной дисциплины;
3. Локальными актами НовГУ.

Методические рекомендации включают 8 практических занятия, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины в объёме 24 часов.

В результате выполнения практической работы обучающийся должен **уметь:**

- применять математические методы для решения профессиональных задач;
- решать текстовые задачи;
- выполнять приближённые вычисления;
- проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически.

В результате выполнения практической работы обучающийся должен **знать:**

- понятие множества, отношения между множествами, операции между ними;
- понятия величины и её измерения;
- историю создания систем единиц величины;
- этапы развития понятий натурального числа и нуля; системы счисления;
- понятие текстовой задачи и процесса её решения;
- историю развития геометрии;
- основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве;
- правила приближённых вычислений;
- методы математической статистики.

Критерии оценки выполненного практического задания:

Оценка «5» ставится за работу, выполненную полностью и без недочетов.

Оценка «4» ставится за выполненную полностью работу, но при наличии в ней не более:

а) одной негрубой ошибки и одного недочета или

б) трех недочетов.

Оценку «3» студент получает тогда, когда он правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более:

а) одной грубой ошибки и двух недочетов, или

б) одной грубой и одной негрубой ошибки, или

в) двух грубых ошибок, или

г) одной негрубой ошибки и трех недочетов.

Оценку «2» выставляют тогда, когда работа выполнена хуже, чем это требуется для оценки «3».

Тематический план и содержание учебной дисциплины

Математика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения
1	*2*	*3*	*4*
Раздел 1. Элементы логики		**22**	
Тема 1.1. Множества и операции над ними	**Содержание учебного материала** Понятие множества. Отношения между множествами. Подмножество. Равные множества. Подмножество. Операции над множествами. Понятие разбиения множества на классы. Декартово умножение множеств	2	1, 2, 3
	Практическое занятие № 1: Изображение отношений между множествами при помощи кругов Эйлера.	2	
	Самостоятельная работа №1: Решение практических упражнений по теме.	2	
Тема 1.2 Текстовая задача	**Содержание учебного материала** Текстовая задача, ее составные части. Приемы анализа содержания задачи. Способы поиска решения задачи. Моделирование	2	1, 2, 3
	Практическое занятие № 2: Решение текстовых задач.	4	
	Самостоятельная работа №2: Подбор различных типов задач.	2	
Тема 1.3 Элементы комбинаторики и математической статистики	**Содержание учебного материала** Основные понятия комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения. Основной закон комбинаторики. Задачи математической статистики. Основные понятия. Выборочный метод. Статистическая обработка информации и результатов исследования	2	1, 2, 3
	Практическое занятие № 3: Выполнение упражнений на применение формул числа перестановок, сочетаний, размещений; выполнение упражнений на применение бинома Ньютона	2	
	Самостоятельная работа №3: Решение задач и упражнений по образцу. Выполнение расчетно-графических работ.	4	
Раздел 2. Натуральные числа и нуль		**29**	
Тема 2.1. Понятие натурального числа	**Содержание учебного материала** Этапы развития понятия натурального числа и нуля. Аксиоматическое построение системы натуральных чисел. Теоретико-множественный смысл натурального числа.	2	1, 2, 3

	Самостоятельная работа №4: Подготовка сообщений по теме.	3	
Тема 2.2 Системы счисления	**Содержание учебного материала** Позиционные и непозиционные системы счисления. Запись числа в позиционной системе счисления. Позиционные системы счисления, отличные от десятичной	2	1, 2, 3
	Практическое занятие №4: Действия над числами в позиционных системах счисления, отличных от десятичной.	4	
	Самостоятельная работа №5: Составление тезисного плана по материалам лекций.	2	
Тема 2.3. Правила приближенных вычислений	**Содержание учебного материала** Правила приближенных вычислений. Выполнение приближенных вычислений	2	1, 2, 3
	Практическое занятие №5: Выполнение приближенных вычислений.	2	
	Самостоятельная работа №6:	3	
Тема 2.4.Величины и их измерение	**Содержание учебного материала** Понятие величины. Понятие измерения величины. История создания систем единиц величины. Длина отрезка и ее измерение. Площадь фигуры и ее измерение. Масса тела и ее измерение. Промежутки времени и их измерение. Зависимости между величинами	2	1, 2, 3
	Практическое занятие №6: Измерение длины отрезка, площади фигуры, массы тела, промежутков времени.	4	
	Самостоятельная работа №7: Подбор упражнений по теме. Систематизация величин и единиц их измерения.	3	
Раздел 3.Геометрические фигуры		**15**	
Тема 3.1 Геометрические фигуры на плоскости	**Содержание учебного материала** Из истории возникновения и развития геометрии. Свойства геометрических фигур на плоскости Многоугольники. Окружность. Параллельные и перпендикулярные прямые	1	1,2
	Практическое занятие №7: Построение геометрических фигур. Преобразование геометрических фигур.	2	
	Самостоятельная работа №8: Решение вариативных задач и упражнений.	3	

	Анализ аксиоматик, положенных в основу учебников геометрии.		
Тема 3.2. Геометрические фигуры в пространстве	**Содержание учебного материала** Свойства геометрических фигур в пространстве. Многогранники. Тела вращения	1	1,2
	Практическое занятие №8: Построение геометрических фигур в пространстве. Преобразование геометрических фигур.	4	
	Самостоятельная работа №9: Изображение пространственных фигур на плоскости.	4	
	Всего:	**66**	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:
1 – **ознакомительный** (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2 – **репродуктивный** (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)
3 – **продуктивный** (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

Содержание практических занятий

Раздел 1. Элементы логики
Тема 1.1. Множества и операции над ними

Практическое занятие № 1 (2час)

Изображение отношений между множествами при помощи кругов Эйлера.
Цель работы:

- систематизировать знания о понятии множества, формирование умений определять и иллюстрировать отношение между множествами.
- закрепить теоретический материал по теме
- овладеть умениями иллюстрировать кругами Эйлера множества и отношения между множествами.

Студент должен:
знать: основные способы решения текстовых задач;
уметь: составлять план решения текстовой задачи, решать текстовые задачи.

Средства обучения:

- Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019 – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
- демонстрационные стенды «Множество и действия над множествами». «Множество: отношение между множествами»;
- материалы теоретических занятий.

3. Характер работы: частично-поисковый.

4. Основные теоретические положения:

Множества принято обозначать большими латинскими буквами, например, A, B, C, … , X, Y, Z. Объекты, из которых состоит множество, называются его *элементами* . Их принято обозначать маленькими латинскими буквами: a , b , c , d . Если множество A состоит из элементов a , c , k , то записывают это так: A = { a , c , k }.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом Ø.

Множество может быть задано *перечислением* всех его элементов или описанием характеристического свойства его элементов. *Характеристическим свойством* называется такое свойство, которым обладают все элементы данного множества и не обладают никакие другие объекты. Например, запись A = { x | x – *житель Саратова* } означает, что множество A состоит из жителей Саратова.

Множества, состоящие из чисел, называют числовыми множествами.

$\boldsymbol{N}$ – множество натуральных чисел,

$\boldsymbol{Z}$ – множество целых чисел,
$\boldsymbol{N}_0$ или $\boldsymbol{Z}_0$ – множество целых неотрицательных чисел,

Q – множество рациональных чисел,
R – множество действительных чисел.

Между двумя множествами существует пять видов отношений. Если множества А и В не имеют общих элементов, то говорят, что эти множества не пересекаются и записывают этот факт в виде $A \cap B = \emptyset$. Например, $A = \{ a, c, k \}$, $B = \{ d, e, m, n \}$, общих элементов у этих множеств нет, поэтому множества не пересекаются.

Если множества А и В имеют общие элементы, т.е. элементы, принадлежащие одновременно А и В, то говорят, что эти множества *пересекаются* и записывают $A \cap B \neq \emptyset$. Например, множества $A = \{ a, c, k \}$ и $B = \{ c, k, m, n \}$ пересекаются, т. к. у них есть общие элементы c, k.

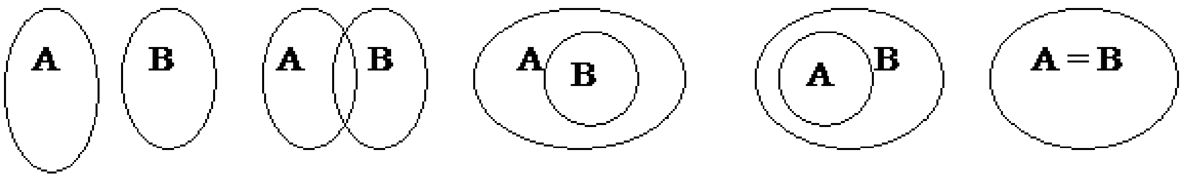
Множество В является *подмножеством* множества А, если каждый элемент множества В является также элементом множества А. Пустое множество является подмножеством любого множества. Само множество является подмножеством самого себя. (пишут $B \subset A$)

Пустое множество и само множество называют *несобственными подмножествами* . Остальные подмножества множества А называются *собственными.* Для каждого множества, состоящего из *n* элементов можно образовать 2^n подмножеств. Если рассматривают лишь подмножества некоторого множества U, то U называют *универсальным* множеством.

Если множества А и В состоят из одних и тех же элементов, то они называются равными.

Например, $A = \{ a, c, k, m, n \}$ и $B = \{ m, n, a, c, k \}$, $A = B$.

Существует пять случаев отношений между двумя множествами. Их можно наглядно представить при помощи особых чертежей, которые называются *кругами или диаграммами Эйлера-Венна.*



а) б) в) г) д)

Определение. *Пересечением* множеств А и В называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству А и множеству В.

Пересечение множеств А и В обозначают $A \cap B$. Таким образом, по определению, $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ и } x \in B \}$.

Например, если $A = \{ a, c, k, m, n \}$ и $B = \{ a, b, c, d, e \}$, то $A \cap B = \{ a, c \}$.

Если изобразить множества А и В при помощи кругов Эйлера-Венна, то пересечением данных множеств является заштрихованная область (рис. 3).

Для пересечения множеств выполняются следующие свойства.

1) Переместительное или коммутативное свойство: $A \cap B = B \cap A$.

2) Сочетательное или ассоциативное свойство: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

3) $A \cap \emptyset = \emptyset$ (пустое множество является поглощающим элементом).

4) $A \cap U = A$ (универсальное множество является нейтральным элементом).

5) Если $B \subset A$, то $A \cap B = B$

Определение. *Объединением* множеств A и B называется множество, содержащее все элементы, которые принадлежат множеству A или множеству B.

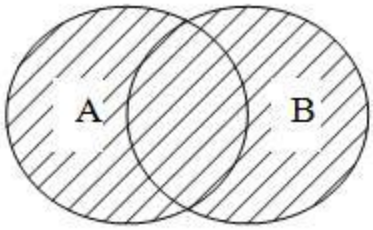


Рис. 4

Объединение множеств A и B обозначают $A \cup B$. Таким образом, по определению, $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \}$. Например, если $A = \{ a, c, k, m, n \}$ и $B = \{ a, b, c, d, e \}$, то $A \cup B = \{ a, c, k, m, n, b, d, e \}$.

Если изобразить A и B при помощи кругов Эйлера-Венна, то объединением данных множеств является заштрихованная область (рис. 4).

Для объединения множеств выполняются следующие свойства.

1) Переместительное или коммутативное свойство: $A \cup B = B \cup A$.

2) Сочетательное или ассоциативное свойство: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

3) $A \cup \emptyset = A$ (пустое множество является нейтральным элементом).

4) $A \cup U = U$ (универсальное множество является поглощающим элементом).

5) Если $B \subset A$, то $A \cup B = B$

Операции объединения и пересечения множеств связаны законами дистрибутивности или иначе распределительными свойствами:

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ и $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Определение. *Разностью* множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B.

Разность множеств A и B обозначают A \ B. Таким образом, по определению разности A \ B = { x | $x \in$ A и $x \notin$B}.

Например, если A = { a , c , k , m , n } и B = { a , b , c , d , e }, то A \ B = { k , m , n}.

Если изобразить A и B при помощи кругов Эйлера-Венна, то разность данных множеств является заштрихованная область (рис. 5).

Определение. Пусть B является подмножеством множества A. В этом случае разность множеств A и B называют *дополнением* подмножества B до множества A и обозначают B'_A. Дополнение можно изобразить как показано на рис. 5. Если B – подмножество универсального множества U, то дополнение подмножества B до U обозначают B'.

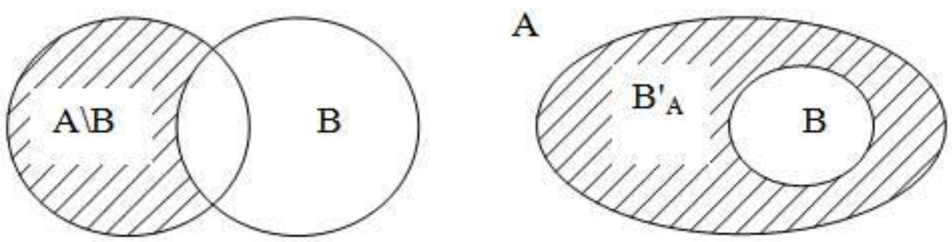


Рис. 5

Например, если B – множество однозначных натуральных чисел, то B'– множество неоднозначных натуральных чисел, если C – множество равнобедренных треугольников, то C' – множество треугольников, у которых все стороны имеют разную длину.

Разность множеств и дополнение к подмножеству обладают рядом свойств.

1) (A \ B) \ C = (A \ C) \ B.

2) (A∪B) \ C = (A \ C) ∪ (B \ C).

3) (A \ B) ∩ C = (A ∩C) \ (B ∩ C).

4) (A ∪ B)' = A' ∩ B'.

5) (A ∩ B)' = A' ∪B'.

Четвертое свойство формулируется так: дополнение к объединению двух множеств равно пересечению дополнений к этим множествам. Пятое свойство формулируется аналогично.

<u>5. Порядок выполнения работы:</u>

1. Повторить содержание теоретического материала
2. Разобрать примеры решения задач.
3. Самостоятельно решить задачи.

6. Задания

1. Выполнить упражнение:

Проказница-Мартышка,
Осел,
Козел
Да косолапый Мишка
Затеяли сыграть Квартет.
Достали нот, баса, альта, две скрипки
И сели на лужок под липки, -
Пленять своим искусством свет.
Ударили в смычки, дерут, а толку нет.
"Стой, братцы, стой! — кричит Мартышка. -
Погодите!
Как музыке идти? Ведь вы не так сидите.
Ты с басом, Мишенька, садись против альта,
Я, прима, сяду против вторы;
Тогда пойдет уж музыка не та:
У нас запляшут лес и горы!"
Расселись, начали Квартет;
Он все-таки на лад нейдет.
"Постойте ж, я сыскал секрет? -
Кричит Осел, — мы, верно, уж поладим,
Коль рядом сядем".
Послушались Осла: уселись чинно в ряд;
А все-таки Квартет нейдет на лад.
Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть.
Случилось Соловью на шум их прилететь.
Тут с просьбой все к нему, чтоб их решить сомненье.
"Пожалуй, — говорят, — возьми на час терпенье,
Чтобы Квартет в порядок наш привесть:
И ноты есть у нас, и инструменты есть,
Скажи лишь, как нам сесть!" -
"Чтоб музыкантом быть, так надобно уменье
И уши ваших понежней, -
Им отвечает Соловей, -
А вы, друзья, как ни садитесь;
Всё в музыканты не годитесь".

Назовите и запишите множество зверей из басни И.А. Крылова «Квартет», используя способ:

а) перечисления элементов;
б) задания характеристического свойства.

Принадлежит ли Соловей этому множеству?

Приведите примеры множеств, элементами которых являются :

а)неодушевленные предметы,
б)геометрические фигуры,

в)животные,
г)растения.

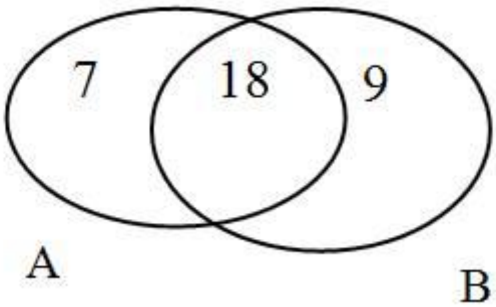
2. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им:
а) { *треугольник, квадрат, трапеция, круг, правильный шестиугольник* };
б) { *лев, лисица, гиена, слон, рысь* };
в) { *бежать, смотреть, синий, знать, читать* };
г) {2, 6, 15, 84, 156};
д) {1, 9, 67, 81, 121}.

3. Рассмотрите примеры:

П р и м е р 1. Пусть А – множество различных букв в слове «математика», а В – множество различных букв в слове «стереометрия». Найти пересечение и объединение множеств А и В.

Р е ш е н и е. Запишем множества А и В, перечислив их элементы: А = { *м, а, т, е, и, к* }, В = { *с, т, е, р, о, м, и, я* }. Буквы *м, т, е, и* принадлежат и множеству А, и множеству В, поэтому они войдут в пересечение этих множеств: А∩В = { *м, т, е, и* }. В объединение этих множеств войдут все элементы множества А и несовпадающие с ними элементы из множества В: А ∪ В = { *м, а, т, е, и, к, с, р, о, я* }.

П р и м е р 2 . В классе английский язык изучают 25 человек, а немецкий – 27 человек, причем 18 человек изучают одновременно английский и немецкий языки. Сколько всего человек в классе изучают эти иностранные языки? Сколько человек изучают только английский язык? Только немецкий язык?



Р е ш е н и е. Через А обозначим множество школьников, изучающих английский язык, через В – множество школьников, изучающих немецкий язык. Изобразим эту ситуацию с помощью диаграммы. Два языка изучают 18 школьников, поставим это число в пересечение множеств А и В. Английский язык изучают 25 человек, но среди них 18 человек изучают и немецкий язык, значит, только английский язык изучают 7 человек, укажем это число на диаграмме. Рассуждая аналогично, получим, что только немецкий язык изучают 27 – 18 = 9 человек. Поместим и это число на диаграмму. Теперь известно количество элементов в каждой части множеств, изображенных на диаграмме. Чтобы ответить на главный вопрос задачи, нужно сложить все числа: 7 + 18 + 9 = 34. Ответ: 34 человека в классе изучают иностранные языки.

П р и м е р 3. А – множество натуральных чисел, кратных 3, В – множество натуральных чисел, кратных 5. Задать описанием характеристического свойства множество А \ В и назвать три числа, принадлежащих этому множеству.

Р е ш е н и е. По определению разность данных множеств состоит из натуральных чисел, кратных 3 и не кратных 5. Поэтому разности множеств А и В принадлежат числа 9, 24, 33.

П р и м е р 4. Найти дополнение к множеству А в множестве натуральных чисел, если:

а) А = $\{ x \mid x = 2k + 1, k \in \boldsymbol{N} \}$;

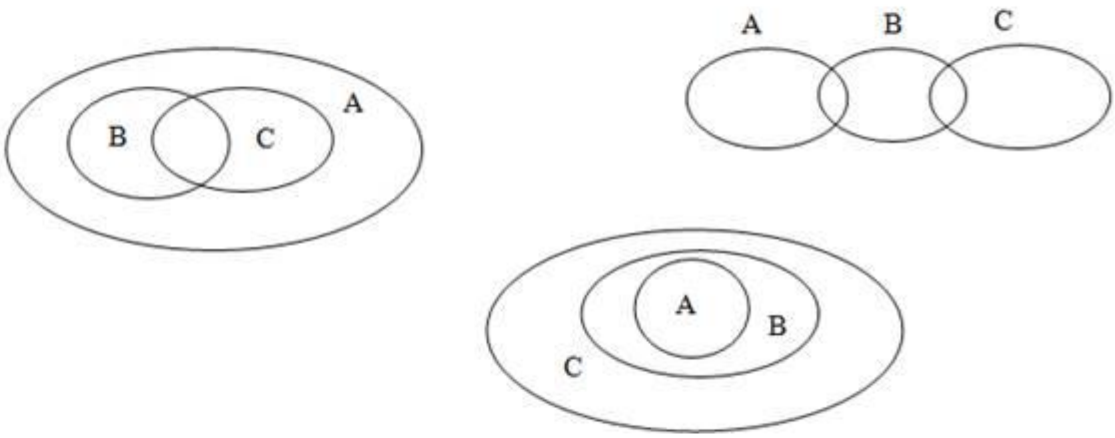
б) А = $\{ x \mid x = 3k,\ k \in \boldsymbol{N} \}$.

Р е ш е н и е. а) Числа вида $x = 2k + 1$, $k \in \boldsymbol{N}$ представляют собой нечетные натуральные числа, следовательно, дополнение А' – это четные натуральные числа: А' = $\{ x \mid x = 2k,\ k \in \boldsymbol{N} \}$.

При возникновении затруднений выполнения упражнений студенту необходимо обратиться к конспекту лекции по теме или к учебнику. Обратить внимание на выполнение упражнений, приведенных в качестве примеров во время изложения теоретического материала на лекции.

Самостоятельно решите задачи:

1. Приведите примеры множеств А, В, С, если отношения между ними таковы:



2. Образуйте все подмножества множества букв в слове «крот». Сколько подмножеств получилось?

3. Даны множества $A = \{ a, b, c, d, e, f, k \}$ и $B = \{ a, c, e, k, m, p \}$. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

4. Известно, что А – множество спортсменов класса, В – множество отличников класса. Сформулируйте условия, при которых: а) А ∩В=Ø б)А U В=А

5. Пусть X= $\{ x \in N / 1 \le x \le 15 \}$. Задайте с помощью перечисления следующие его подмножества:

А – подмножество всех четных чисел;
В – подмножество всех нечетных чисел;
С – подмножество всех чисел, кратных 3;

D – подмножество всех чисел, являющихся квадратами;
E – подмножество всех простых чисел.
В каких отношениях они находятся?

6. Из множества N выделили два подмножества: A – подмножество натуральных чисел, кратных 3, и B – подмножество натуральных чисел, кратных 5. Постройте круги Эйлера для множеств N , A , B ; установите, на сколько попарно непересекающихся множеств произошло разбиение множества N ; укажите характеристические свойства этих множеств.

7. Имеется множество блоков, различающихся по цвету (красные, желтые, зеленые), форме (круглые, треугольные, прямоугольные), размеру (большие, маленькие). На сколько классов разбивается множество, если в нем выделены подмножества: A – круглые блоки, B – зеленые блоки, C – маленькие блоки? Сделайте диаграмму Эйлера и охарактеризуйте каждый класс.

8. Форма отчета: выполнение письменной работы.

9. Контрольные вопросы:

1. В каких отношениях могут находиться два множества?
2. Как проиллюстрировать отношение между множествами с помощью кругов Эйлера?

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).
2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Тема 1.2 Текстовая задача

Практическое занятие № 2 (4час)

Решение текстовых задач.

Цель работы:

- систематизировать знания о текстовой задаче; структуре текстовой задачи, видах задач;
- формирование общих умений решать текстовые задачи.

Студент должен:

знать: основные способы решения текстовых задач;

уметь: составлять план решения текстовой задачи, решать текстовые задачи.

Средства обучения:

- Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019 – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

- демонстрационный стенд «Этапы решения задачи и приемы их выполнения».
- материалы теоретических занятий.

3. Характер работы: частично-поисковый.

4. Основные теоретические положения:

Текстовая задача – описание некоторой ситуации на естественном языке, с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами и определить вид этого отношения.

Любая текстовая задача состоит из двух частей – условия и требования (вопроса). В условии соблюдаются сведения об объектах и некоторые числовые данные объекта, об известных и неизвестных значениях между ними. Требования задачи – это указание того, что нужно найти. Оно выражено предложением в повелительной или вопросительной форме.

Характеристика видов текстовых задач:

- установление соответствия между содержанием задачи и схематическим рисунком (чертежом, таблицей, какой-либо иной формой краткой записи и, наоборот, между рисунком и содержанием задачи);
- выбор среди данных задач (задача на данной странице учебника, записанных на доске, на карточке и т.д.) той, которая соответствует данному рисунку;
- выбор среди нескольких данных рисунков (чертежей, таблиц, кратких записей) того, который соответствует данной задаче;
- нахождение ошибок в данном рисунке, чертеже, таблице, построенных к данной задаче;
- выбор среди данных задач задач данного вида;
- классификация простых задач по действиям, с помощью которых они могут быть решены;
- выбор задач, ответ на вопрос которых может быть найден заданной последовательностью действий;
- выбор задач, при решении которых необходимо применить данные вычислительные приемы;
- выбор задач, с помощью которых можно научиться тому или иному приему, помогающему решению текстовых задач;
- определение числа арифметических способов, которыми может быть решена текстовая задача;
- обнаружение ошибок в решении текстовой задачи;
- определение смысла выражений, составленных из чисел, имеющихся в тексте;
- решение вспомогательной задачи или цепочки таких задач перед решением трудной задачи;
- исключение из текста задачи лишних данных, лишних условий;
- дополнение содержания задачи недостающими данными или отношениями.

Способы решения текстовых задач

В качестве основных в математике различают **арифметический** и **алгебраический** способы решения задач. При арифметическом способе ответ на вопрос задачи находится в результате выполнения арифметических действий над числами. Арифметические способы решения задач отличаются друг от друга одним или несколькими действиями или количеством действий, также отношениями между данными, данными и искомым, данными и неизвестным, положенными в основу выбора арифметических действий, или последовательностью использования этих отношений при выборе действий.

При алгебраическом способе ответ на вопрос задачи находится в результате составления и решения уравнения.

В зависимости от выбора неизвестного для обозначения буквой, от хода рассуждений можно составить различные уравнения по одной и той же задаче. В этом случае можно говорить о различных алгебраических решениях этой задачи.

Опираясь только на чертёж, легко можно дать ответ на вопрос задачи. Такой способ решения называется **графическим.**

Графический способ даёт возможность более тесно установить связь между арифметическим и геометрическим материалами, развить функциональное мышление детей.

Решение задач различными способами — дело непростое, требующее глубоких математических знаний, умения отыскивать наиболее рациональные решения.

Главная ее цель – научить детей осознано устанавливать определенные связи между между данными и искомым в разных жизненных ситуациях, предусматривая постепенное их усложнение.

Подготовкой к решению составных задач будет умение вычленять систему связей, иначе говоря, разбивать составную задачу на ряд простых, последовательное решение которых и будет решением составной задачи.

На второй ступени обучения решению задач студенты учатся устанавливать связи между данными и искомым и на этой основе выбирать арифметические действия, то есть они учатся переходить от конкретной ситуации, выраженной в задаче к выбору соответствующего арифметического действия.

В методике работы на этой ступени выделяются следующие этапы:

1 этап – ознакомление с содержанием задачи;

2 этап – поиск решения задачи;

3 этап – выполнение решения задачи;

4 этап – проверка решения задачи.

Выделенные этапы органически связаны между собой, и работа на каждом этапе ведется на этой ступени преимущественно под руководством учителя.

Выработке умения решать задачи рассматриваемого вида помогают так называемые упражнения творческого характера. К ним относятся решение задач повышенной трудности, решение задач несколькими способами, решение задач с недостающими и лишними данными, решение задач, имеющих несколько решений, а так же упражнения в составлении и преобразовании задач.

Многие задачи могут быть решены различными способами. Поиск различных способов решения приводит детей к «открытию» новых связей между данными и искомым.

Решение задачи:

1. ***перефразировка текста задачи:***

замена данного в задаче описания некоторой ситуации другим, сохраняющим все отношения, связи, качественные характеристики, но более явно их выражающим.

Это достигается в результате

– отбрасывания несущественной, излишней информации;

– замены описания некоторых понятий соответствующими терминами и, наоборот, замены некоторых терминов описанием содержания соответствующих понятий;

– преобразования текста задачи в форму, удобную для поиска плана решения.

Особенно эффективно использование данного приёма в сочетании с разбиением текста задачи на смысловые части.

Результатом перефразировки должно быть выделение основных ситуаций.

Переформулируем рассмотренную задачу:

Первая часть: «скорость одного мальчика 4 км/ч, а скорость догоняющего его второго мальчика 5 км/ч»

Вторая часть: «расстояние, на которое мальчики сблизились, 2 км.»

Третья часть: «время движения мальчиков – это время, в течение которого второй мальчик догонит первого, т.е. в течение которого второй мальчик пройдёт на 2 км больше, чем первый»

Четвёртая часть: «скорость, с которой бежит собака, 8 км/ч. Время движения собаки равно времени движения мальчиков до встречи»

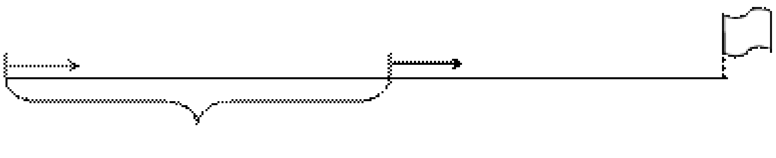
Требование: «определить расстояние, которое пробежала собака»

2. ***построение вспомогательной модели задачи:***

таблица

объекты	скорость	время	расстояние
1-й м. 2-й м. собака	4 км/ч 5 км/ч 8 км/ч	? ч. ? ч. одинаковое ? ч.	? км. ? км., на 2 км. больше 1-го м. ? км.

схематический чертёж



8 км/ч

5 км/ч 4 км/ч

2 км

После построения вспомогательной модели необходимо проверить:

1)все ли объекты задачи показаны на модели;

2)все ли отношения между объектами отражены;

3)все ли числовые данные приведены;

4)есть ли вопрос (требование) и правильно ли он указывает искомое?

<u>5. Порядок выполнения работы:</u>

1. Повторить содержание теоретического материала
2. Разобрать примеры решения задач.
3. Самостоятельно решить задачи.

<u>6. Задания</u>

1. Рассмотрите алгебраический способ решения задачи:

Свитер, шарф и шапку связали из 1 кг. 200 гр. шерсти. На шарф потребовалось на 100 гр. шерсти больше, чем на шапку, и на 400 гр. меньше, чем на свитер. Найти количество шерсти израсходованной на каждую вещь

решение:

<u>1 способ:</u>

Пусть x (гр) – масса шерсти, израсходованной на шапку, тогда на шарф – (x + 100) гр., а на свитер – ((x + 100) + 400) гр., так как на все три вещи израсходовано 1200 гр., то можно составить уравнение:

$x + (x + 100) + ((x + 100) + 400) = 1200$

$3x = 600$

$x = 200$ (гр) – израсходовали на шапку;

$x + 100 = 200 + 100 = 300$ (гр) – шарф;

$(x + 100) + 400 = 700$ (гр) – свитер.

<u>2способ:</u>

Пусть x (гр) – масса шерсти, израсходованной на шарф, тогда на шапку – (x – 100) гр., а на свитер – (x + 400) гр., так как на все три вещи израсходовано 1200 гр., то можно составить уравнение:

$x + (x – 100) + (x + 400) = 1200$

$3x = 900$

$x = 300$ (гр) – израсходовали на шарф;

$x – 100 = 300 – 100 = 200$ (гр) – шапка;

$x + 400 = 300 + 400 = 700$ (гр) – свитер.

<u>3 способ:</u>

Пусть x (гр) – масса шерсти, израсходованной на свитер, тогда на шарф – (x – 400) гр., а на шапку – (x – 400 – 100) гр., так как на все три вещи израсходовано 1200 гр., то можно составить уравнение:

$x + (x – 400) + (x – 500) = 1200$

3x = 210

x = 700 (гр) – израсходовали на свитер;

x – 400 = 700 – 400 = 300 (гр) – шарф;

x – 500 = 700 – 500 = 200 (гр) – шапка.

Ответ: свитер – 700 гр., шарф – 300 гр., шапка – 200 гр.

2. При возникновении затруднений выполнения упражнений студенту необходимо обратиться к конспекту лекции по теме или к учебнику. Обратить внимание на выполнение упражнений, приведенных в качестве примеров во время изложения теоретического материала на лекции.

Самостоятельно решите задачи:

1. Две девочки одновременно побежали навстречу друг другу по спортивной дорожке, длина которой 420 м. Когда они встретились через 30 сек., первая пробежала на 60 м. больше, чем вторая. С какой скоростью бежала каждая девочка?
2. Два автобуса отправились одновременно из города в село, расстояние до которого 72 км. Первый автобус ехал со скоростью на 4 км/ч больше и прибыл в село на 15 мин. раньше второго. Найдите скорость каждого автобуса.
3. По дороге в одном и том же направлении идут два мальчика. Вначале расстояние между ними было 2 км, но так как скорость идущего впереди мальчика 4 км/ч, а скорость второго 5 км/ч, то второй нагоняет первого. С начала движения до того, как второй мальчик догонит первого, между ними бегает собака со скоростью 8 км/ч. От идущего позади мальчика она бежит к идущему впереди, добежав, возвращается обратно и так бегает до тех пор, пока мальчики не окажутся рядом. Какое расстояние пробежит за всё это время собака?»

8. Форма отчета: письменная работа.

9. Контрольные вопросы:

1. Какие методы используются при решении текстовых задач?
2. Какие этапы решения задачи и приемы их выполнения?

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).

2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Тема 1.3 Методы математической статистики

Практическое занятие № 3 (2час)

Выполнение упражнений на применение формул числа перестановок, сочетаний, размещений; выполнение упражнений на применение бинома Ньютона; решение комбинаторных задач.

Цель работы:

- систематизировать знания об основных понятиях комбинаторики, закрепить знания бинома Ньютона, свойств биномиальных коэффициентов, расширить область умений по решению комбинаторных и прикладных задач с применением формул для вычисления числа перестановок, сочетаний, размещений, с применением бинома Ньютона;
- обобщение, систематизация, закрепление знаний об основных понятиях математической статистики;
- формирование умений применять основные формулы математической статистики.

Студент должен:

знать:

- основные понятия комбинаторики;
- формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний, размещений;
- выборочный метод;
- обобщающие показатели выборки;

уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- решать простейшие комбинаторные задачи с использованием формулы бинома Ньютона;
- решать прикладные задачи с использованием основных правил и формул комбинаторики.
- вычислять математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

2. Средства обучения:

Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019- - 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

3. Характер работы: частично-поисковый.

4. Основные теоретические положения:

- понятия перестановки, сочетания, размещения;
- формулы числа перестановок, размещений, сочетаний;
- треугольник Паскаля;
- бином Ньютона;
- свойства биномиальных коэффициентов;
- выборочный метод;
- обобщающие показатели выборки.

5. Порядок выполнения работы:

1. Повторить содержание теоретического материала.
2. Рассмотреть примеры решения задач.
3. Выполнить упражнения.

6. Задания:

1. Рассмотрите приведённые ниже решения практических задач.

Задача 1. Имеется 6 видов конвертов без марок и 3 вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт и марку для посылки письма?
Решение: конверт можно выбрать шестью способами, марку - тремя, с каждым из шести способов выбора конверта может совпасть любой из трех способов выбора марки. Тогда, согласно правилу умножения, имеем $6 \cdot 3 = 18$ способов.

Ответ. 18.

Задача 2. Из 7 человек надо выбрать 5 человек и разместить их на пяти занумерованных стульях (по 1 человеку на стуле). Сколькими способами это можно сделать?
Решение: т.к. имеются 7 человек, а в выборе участвуют 5 (т.е. часть элементов), то это либо размещения, либо сочетания. Рассуждаем далее, имеет ли значение порядок следования элементов? Безусловно, т.к. стулья пронумерованы, и способы, когда человека <*X*> посадили на стул № 1 и на стул № 2 и т.д. считаются различными. Следовательно, речь идет о размещениях. Воспользуемся формулой размещений $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, учитывая наши данные получаем $A_n^k = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$.

Ответ. 2520 способов.

Задача 3. Для участия в первенстве университета по легкой атлетике необходимо составить команду из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать, если имеется 7 бегунов?
Решение: т.к. имеются 7 человек, а в выборе участвуют 5 (т.е. часть элементов), то это либо размещения, либо сочетания. Рассуждаем далее, имеет ли значение порядок следования элементов? В данном случае неважно назовут студента <*X*> первым по списку, вторым или пятым, важно, что он составе команды. Следовательно, речь идет о сочетаниях. Применим формулу сочетаний: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$. Получаем, $C_7^5 = \frac{7!}{(7-5)! \cdot 5!} = 21$.

Ответ. 21 способом можно составить команду.

3. Самостоятельно выполните упражнения:

3.1 № 1. Сколькими способами может разместиться семья из трёх человек в четырёхместном купе, если других пассажиров нет? (ответ: 24)
№ 2. В круговой диаграмме круг разбит на 5 секторов. Секторы решили закрасить разными краскам, взятыми из набора, содержащего 10 красок. Сколькими способами это можно сделать? (ответ: 30 240)
№ 3. На плоскости отметили 5 точек. Их надо обозначить латинскими буквами. Сколькими способами это можно сделать (в латинском алфавите 26 букв)? (ответ: 7 893 601)
№ 4. Курьер должен разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать? (ответ: 5040)

№ 5. Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге. (ответ: 6)
3.2 Выполните задания Дадаян А.А. Математика стр. 461 № 15.15 - № 15.19
3.3 № 6. Студенты третьего курса изучают 14 дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание уроков из 5 различных дисциплин на один день. (ответ. 227040 способов)
№ 7. Сколькими способами можно выделить двух человек в команду колледжа из шести спортсменов группы.(ответ: 15 способов)
№ 8. Дана выборка:

Вариант	Выборка
1	3, 5, – 1, 3, 0, 5, 3, – 1, 0, 5
2	2, 1, 1, 1, 3, 5, 2, 1, 2, 3
3	8, 6, 4, 3, 3, 3, 8, 8, 6, 4
4	4, 10, 5, 6, 5, 5, 5, 10, 4, 4
5	2, 5, 7, 12, 2, 2, 12, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 2, 12
6	1, 6, 6, 6, 6, 6, 3, 4, 4, 4
7	10, 12, 15, 14, 15, 12, 10, 15, 12, 12
8	– 5, 0, – 3, 4, 4, – 3, 0, 4, 4, 0
9	1, 2, 3, 10, 1, 1, 2, 1, 3, 2
10	3, 5, 5, 6, 7, 6, 7, 7, 3

1. Запишите выборку в виде вариационного ряда.
2. Вычислите объём и размах выборки.
3. Вычислите относительные частоты.
4. Найдите выборочное распределение.
5. Вычислите выборочное среднее, выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение.

7. Содержание отчета о работе: перечень заданий, решение, ответы.

8. Форма отчета письменная работа.

9. Контрольные вопросы:
1. Что называется перестановкой элементов множества? Напишите формулу числа перестановок.
2. Что называется размещением? Напишите формулу числа размещений.
3. Что называется сочетанием? По каким формулам вычисляется число сочетаний?
4. Что такое треугольник Паскаля?
5. Составьте строку треугольника Паскаля для $n = 6$.
6. Напишите формулу бинома Ньютона.

Список рекомендуемой литературы
1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).

2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Раздел 2. Натуральные числа и нуль

Тема 2.2 Системы счисления

Практическое занятие №4: (4час)

Действия над числами в позиционных системах счисления, отличных от десятичной.

Цель работы:

- систематизировать знания о системах счисления (двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной системах счисления);

Студент должен:

знать: основные понятия о системах счисления; двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы счисления;

уметь: выполнять перевод от одной системы к другой.

Средства обучения:

- материалы теоретических занятий.

3. Характер работы: частично-поисковый.

4. Основные теоретические положения:

Система счисления – это способ записи чисел. Обычно, числа записываются с помощью специальных знаков – цифр (хотя и не всегда). Если вы никогда не изучали данный вопрос, то, по крайней мере, вам должны быть известны две системы счисления – это арабская и римская. В первой используются цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и это позиционная система счисления. А во второй – I, V, X, L, C, D, M и это непозиционная система счисления.

В позиционных системах счисления количество, обозначаемое цифрой в числе, зависит от ее позиции, а в непозиционных – нет. Например:

11 – здесь первая единица обозначает десять, а вторая – 1.

II – здесь обе единицы обозначают единицу.

345, 259, 521 – здесь цифра 5 в первом случае обозначает 5, во втором – 50, а в третьем – 500.

XXV, XVI, VII – здесь, где бы ни стояла цифра V, она везде обозначает пять единиц. Другими словами, величина, обозначаемая знаком V, не зависит от его позиции.

Сложение, умножение и другие математические операции в позиционных системах счисления выполнить легче, чем в непозиционных, т.к. математические операции осуществляются по несложным алгоритмам (например, умножение в столбик, сравнение двух чисел).

В мире наиболее распространены позиционные системы счисления. Помимо знакомой всем с детства десятичной (где используется десять цифр от 0 до 9), в технике широкое распространение нашли такие системы счисление как двоичная (используются цифры 0 и 1), восьмеричная и шестнадцатеричная.

Следует отметить, важную роль нуля. «Открытие» этой цифры в истории человечества сыграло большую роль в формировании позиционных систем счисления.

Основание системы счисления – это количество знаков, которое используется для записи цифр.

Разряд - это позиция цифры в числе. Разрядность числа - количество цифр, из которых состоит число (например, 264 - трехразрядное число, 00010101 - восьмиразрядное число). Разряды нумеруются справа на лево (например, в числе 598 восьмерка занимает первый разряд, а пятерка - третий).

Итак, в **позиционной системе счисления числа записываются таким образом, что каждый следующий (движение справа на лево) разряд больше другого на степень основания системы счисления**. *(придумать схему)*

Одно и тоже число (значение) можно представить в различных системах счисления. Представление числа при этом различно, а значение остается неизменным.

Двоичная система счисления

В двоичной системе счисления используются всего две цифры 0 и 1. Другими словами, двойка является основанием двоичной системы счисления. (Аналогично у десятичной системы основание 10.)

Чтобы научиться понимать числа в двоичной системе счисления, сначала рассмотрим, как формируются числа в привычной для нас десятичной системе счисления.

В десятичной системе счисления мы располагаем десятью знаками-цифрами (от 0 до 9). Когда счет достигает 9, то вводится новый разряд (десятки), а единицы обнуляются и счет начинается снова. После 19 разряд десятков увеличивается на 1, а единицы снова обнуляются. И так далее. Когда десятки доходят до 9, то потом появляется третий разряд – сотни.

Двоичная система счисления аналогична десятичной за исключением того, что в формировании числа участвуют всего лишь две знака-цифры: 0 и 1. Как только разряд достигает своего предела (т.е. единицы), появляется новый разряд, а старый обнуляется.

Попробуем считать в двоичной системе:
0 – это ноль
1 – это один (и это предел разряда)
10 – это два
11 – это три (и это снова предел)
100 – это четыре
101 – пять
110 – шесть
111 – семь и т.д.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Не трудно заметить, что в двоичной системе счисления длины чисел с увеличением значения растут быстрыми темпами. Как определить, что значит вот это: 10001001? Непривычный к такой форме записи чисел человеческий мозг обычно не может понять сколько это. Неплохо бы уметь переводить двоичные числа в десятичные.

В десятичной системе счисления любое число можно представить в форме суммы единиц, десяток, сотен и т.д. Например:

$1476 = 1000 + 400 + 70 + 6$

Можно пойти еще дальше и разложить так:

$1476 = 1 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 6 * 10^0$

Посмотрите на эту запись внимательно. Здесь цифры 1, 4, 7 и 6 - это набор цифр из которых состоит число 1476. Все эти цифры поочередно умножаются на десять возведенную в ту или иную степень. Десять – это основание десятичной системы счисления. Степень, в которую возводится десятка – это разряд цифры за минусом единицы.

Аналогично можно разложить и любое двоичное число. Только основание здесь будет 2:

$10001001 = 1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$

Если посчитать сумму составляющих, то в итоге мы получим десятичное число, соответствующее 10001001:

$1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 128 + 0 + 0 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 137$

Т.е. число 10001001 по основанию 2 равно числу 137 по основанию 10. Записать это можно так:

$10001001_2 = 137_{10}$

Почему двоичная система счисления так распространена?

Дело в том, что двоичная система счисления – это язык вычислительной техники. Каждая цифра должна быть как-то представлена на физическом носителе. Если это десятичная система, то придется создать такое устройство, которое может быть в десяти состояниях. Это сложно. Проще изготовить физический элемент, который может быть лишь в двух состояниях (например, есть ток или нет тока). Это одна из основных причин, почему двоичной системе счисления уделяется столько внимания.

Перевод десятичного числа в двоичное

Может потребоваться перевести десятичное число в двоичное. Один из способов – это деление на два и формирование двоичного числа из остатков. Например, нужно получить из числа 77 его двоичную запись:

77 / 2 = 38 (1 остаток)
38 / 2 = 19 (0 остаток)
19 / 2 = 9 (1 остаток)
9 / 2 = 4 (1 остаток)
4 / 2 = 2 (0 остаток)
2 / 2 = 1 (0 остаток)
1 / 2 = 0 (1 остаток)

Собираем остатки вместе, начиная с конца: 1001101. Это и есть число 77 в двоичном представлении. Проверим:
$1001101 = 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 77$

Восьмеричная система счисления

Итак, современное «железо понимает» лишь двоичную систему счисления. Однако человеку трудно воспринимать длинные записи нулей и единиц с одной стороны, а с другой – переводит числа из двоичной в десятичную систему и обратно, достаточно долго и трудоемко. В результате, часто программисты используют другие системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную. И 8 и 16 являются степенями двойки, и преобразовывать двоичное число в них (так же как и выполнять обратную операцию) очень легко.

В восьмеричной системе счисления используется восемь знаков-цифр (от 0 до 7). Каждой цифре соответствуют набор из трех цифр в двоичной системе счисления:

000 – 0
001 – 1
010 – 2
011 – 3
100 – 4
101 – 5
110 – 6
111 – 7

Для преобразования двоичного числа в восьмеричное достаточно разбить его на тройки и заменить их соответствующими им цифрами из восьмеричной системы счисления. Разбивать на тройки нужно начинать с конца, а недостающие цифры в начале заменить нулями. Например:

1011101 = 1 011 101 = 001 011 101 = 1 3 5 = 135

Т.е число 1011101 в двоичной системе счисления равно числу 135 в восьмеричной системе счисления. Или $1011101_2 = 135_8$.

Обратный перевод. Допустим, требуется перевести число 100_8 (не заблуждайтесь! 100 в восьмеричной системе – это не 100 в десятичной) в двоичную систему счисления.

100_8 = 1 0 0 = 001 000 000 = 001000000 = 1000000_2

Перевод восьмеричного числа в десятичное можно осуществить по уже знакомой схеме:

$672_8 = 6 * 8^2 + 7 * 8^1 + 2 * 8^0 = 6 * 64 + 56 + 2 = 384 + 56 + 2 = 442_{10}$
$100_8 = 1 * 8^2 + 0 * 8^1 + 0 * 8^0 = 64_{10}$

Шестнадцатеричная система счисления

Шестнадцатеричная система счисления, так же как и восьмеричная, широко используется в компьютерной науке из-за легкости перевода в нее двоичных чисел. При шестнадцатеричной записи числа получаются более компактными.

В шестнадцатеричной системе счисления используются цифры от 0 до 9 и шесть первых латинских букв – A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15).

При переводе двоичного числа в шестнадцатеричное, первое разбивается на группы по четыре разряда, начиная с конца. В случае, если количество разрядов не делится нацело, то первая четверка дописывается нулями впереди. Каждой четверке соответствует цифра шестнадцатеричной системе счисления:

Двоичное число	*Шестнадцатеричное число*
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

http://inf1.info

Например:
10001100101 = 0100 1100 0101 = 4 C 5 = 4C5

Если потребуется, то число 4C5 можно перевести в десятичную систему счисления следующим образом (C следует заменить на соответствующее данному символу число в десятичной системе счисления – это 12):

$4C5 = 4 * 16^2 + 12 * 16^1 + 5 * 16^0 = 4 * 256 + 192 + 5 = 1221$

Максимальное двухразрядное число, которое можно получить с помощью шестнадцатеричной записи - это FF.

$FF = 15 * 16^1 + 15 * 16^0 = 240 + 15 = 255$

255 – это максимальное значение одного байта, равного 8 битам: 1111 1111 = FF. Поэтому с помощью шестнадцатеричной системы счисления очень удобно кратко (с помощью двух цифр-знаков) записывать значения байтов. Внимание! Состояний у 8-ми битного байта может быть 256, однако максимальное значение – 255. Не забывайте про 0 – это как раз 256-е состояние.

5. Порядок выполнения работы:

1. Повторить содержание теоретического материала по конспекту.
2. Разобрать примеры решения задач.
3. Самостоятельно решить задачи.
4. Оформить решение задач в тетради для самостоятельных и практических работ.

6. Задания.

Рассмотрите примеры перевода из одной системы в другую:

Перевод из двоичной в десятичную

$101{,}01_2 =$
$= 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} =$
$= 4 + 0 + 1 + 0 + 1/4 =$
$= 5{,}25_{10}$

из восьмеричной в десятичную

$253{,}31_8 =$
$= 2 * 8^2 + 5 * 8^1 + 3 * 8^0 + 3 * 8^{-1} + 1 * 8^{-2} =$
$= 128 + 40 + 3 + 3/8 + 1/64 =$
$= 171 + 0{,}375 + 0{,}015625 =$
$= 171{,}390625_{10}$

из шестнадцатеричной в десятичную

$42D_{16} =$
$= 4 * 16^2 + 2 * 16^1 + 13 * 16^0 =$
$= 1024 + 32 + 13 =$
$= 1069_{10}$

Из десятичной системы счисления

При переводе целых чисел из десятичной системы счисления последовательно выполняют деление этого числа и получаемых целых частных на основание выбранной системы счисления. Деление выполняют до тех пор, пока частное не будет равно нулю.

Число получают путем «сбора» остатков, начиная с конца.

Из десятичной системы счисления в двоичную

34 / 2 = 17 (0)
17 / 2 = 8 (1)
8 / 2 = 4 (0)
4 / 2 = 2 (0)
2 / 2 = 1 (0)
1 / 2 = 0 (1)

$34_{10} = 100010_2$

в восьмеричную

472 / 8 = 59 (0)
59 / 8 = 7 (3)
7 / 8 = 0 (7)

$472_{10} = 730_8$

в шестнадцатеричную

924 / 16 = 57 (12)
57 / 16 = 3 (9)
3 / 16 = 0 (3)

$924_{10} = 39C_{16}$

Самостоятельно решите задачи:

1. Перевести из десятичной системы в двоичную числа: 25, 320, 61, 15
2. Перевести из десятичной системы в восьмеричную числа: 564, 68, 19, 5
3. Перевести из десятичной системы в шестнадцатеричную числа: 952, 60,
4. Перевести из двоичной в десятичную: 1001,01
5. Перевести из восьмеричной в десятичную: 674,98
6. Перевести из шестнадцатеричной в десятичную: 28С

8. Форма отчета: письменная работа.

9. Контрольные вопросы:

1. Какие системы счисления вам известны?
2. Что такое основание, разряд системы счисления?
3. Как выполнить переход от двоичной системы к десятичной?
4. Как выполнить переход от восьмеричной системы к десятичной?
5. Как выполнить переход от шестнадцатеричной системы к десятичной?
6. Как выполнить переход от десятичной системы к остальным?
7. Почему двоичная система счисления так распространена?

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).

2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Практическое занятие №5 (2 час)

Тема 2.3. Правила приближенных вычислений
Выполнение приближенных вычислений.

Цель работы:

- систематизировать знания о приближенных вычислениях, погрешностях вычислений;
- овладеть умениями выполнять действия с приближенными вычислениями, находить абсолютную и относительную погрешности вычислений;
- вычисление приближенных значений с недостатком и избытком;

Студент должен:
знать: определение абсолютной и относительной погрешности вычислений, границы абсолютной и относительной погрешности;
уметь: выполнять вычисление приближенных значений с недостатком и избытком , применять правила действий с приближенными вычислениями, уметь находить границы абсолютной и относительной погрешности;

1.Средства обучения:

Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019 – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).

1. Характер работы: частично-поисковый.
2. Теоретические положения

Правила приближенных вычислений		
ПОНЯТИЕ	ОПРЕДЕЛЕНИЕ	ПРИМЕР ИЛИ ПРИМЕЧАНИЕ
Приближенные вычисления	Вычисления, производимые над числами, которые известны нам с определённой точностью, например, полученными в эксперименте.	Выполняя вычисления, всегда необходимо помнить о той точности, которую нужно или которую можно получить. Недопустимо вести вычисления с большой точностью, если данные задачи не допускают или не требуют этого. И наоборот.
Погрешности	Разница между точным числом x и его приближенным значением a называет-	3,14 является приближенным значением числа

	ся ***погрешностью*** данного приближенного числа. Если известно, что $\mid x - a \mid < D_a$, то величина D_a называется ***абсолютной погрешностью*** приближенной величины a. Отношение $D_a / a = d_a$ называется ***относительной погрешностью***; последнюю часто выражают в процентах.	р, погрешность его равна 0,00159..., абсолютную погрешность можно считать равной 0,0016, а относительную погрешность v равной 0.0016/3.14 = 0,00051 = 0,051%.
Значащие цифры	все цифры числа, начиная с 1-й слева, отличной от нуля, до последней, за правильность которой можно ручаться.	Приближенные числа следует записывать, сохраняя только верные знаки. Если, например, абсолютная погрешность числа 52438 равна 100, то это число должно быть записано, например, в виде $524 \cdot 10^2$ или $0,524 \cdot 10^5$. Оценить погрешность приближенного числа можно, указав, сколько верных значащих цифр оно содержит. Если число a = 47,542 получено в результате действий над приближенными числами и известно, что d_a = 0,1%, то а имеет 3 верных знака, т.е. а = 47,5
Округление	Если приближенное число содержит лишние (или неверные) знаки, то его следует округлить.	При округлении сохраняются только верные знаки; лишние знаки отбрасываются, причем если первая отбрасываемая цифра больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.
Действия над приближенными числами	Результат действий над приближёнными числами представляет собой также приближённое число. Число значащих цифр результата можно вычислить при помощи следующих правил: 1. При сложении и вычитании приближённых чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их вприближённом данном с наименьшим числом десятичных знаков. 2. При умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр,	

	сколько их имеет приближённое данное с наименьшим числом значащих цифр.	

4. Порядок выполнения работы:
1. Повторить содержание теоретического материала
2. Разобрать примеры решения задач.
2. Самостоятельно решить задачи.
3. Оформить решение задач в тетради для самостоятельных и практических работ.

5. Задания Рассмотрите примеры

1. Пример 1
Округлить число α = 2471,05624 с точностью
а) до тысяч α ≈ 2000;
б) до сотен α ≈ 2500;
в) до десятков α ≈ 2470;
г) до единиц α ≈ 2471;
д) до десятых α ≈ 2471,1;
е) до сотых α ≈ 2471,06;
ж) до тысячных α ≈ 2471,056.
При округлении десятичной дроби до какого-нибудь разряда все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают. Если первая следующая за этим разрядом цифра больше или равна 5, то последнюю оставшуюся цифру увеличивают на 1. Если же первая оставшаяся за этим разрядом цифра меньше 5, то последнюю оставшуюся цифру не изменяют.

Пример 2

Длина листа бумаги формата А4 равна (29.7 ± 0.1) см. А расстояние от Санкт-Петербурга до Москвы равно (650± 1) км. Абсолютная погрешность в первом случае не превосходит одного миллиметра, а во втором – одного километра. Вопрос, сравнить точность этих измерений.

Если вы думаете, что длина листа измерена точнее потому, что величина абсолютной погрешности не превышает 1 мм. То вы ошибаетесь. Напрямую сравнить эти величины нельзя. Проведем некоторые рассуждения.

При измерении длины листа абсолютная погрешность не превышает 0.1 см на 29.7 см, то есть в процентном соотношении это составляет 0.1/29.7 *100% = 0.33% измеряемой величины.

Когда мы измеряем расстояние от Санкт-Петербурга до Москвы абсолютная погрешность не превышает 1 км на 650 км, что в процентном соотношении составляет 1/650 *100% = 0.15% измеряемой величины. Видим, что расстояние между городами измерено точнее, чем длина листа формата А4.

Самостоятельно решите задачи:
Выполните задания:

1. Округлить число α = 1367,034219с точностью:
а) до тысяч; б) до сотен; в) до десятков; г) до единиц; д) до десятых; е) до сотых; ж) до тысячных .
2. Записать десятичные приближения числа 0,37893 с недостатком и с избытком с точностью до: а) до десятых; б) до сотых; в) до тысячных .

3. Найти абсолютную и относительную погрешность приближения, *x* – точное значение, *a* - приближенное

а) x =5/3; a =1,6 б) x =-5/3; a = -1,66

4. приближенное значение a = 18, относительная погрешность δ=1%. Найти h- границу абсолютной погрешности.

5. Какое равенство точнее?

$\frac{13}{19} \approx 0{,}684$ или $\sqrt{52} \approx 7{,}21$

6. Найти границы числа: a = 0,12, δ=0,1%.

6. Форма отчета: письменная работа.

7.Контрольные вопросы:

1. Из каких чисел состоит множество действительных чисел?
2. Дайте определение погрешности приближенного вычисления. Напишите формулу.
3. Дайте определение относительной погрешности приближенного вычисления. Напишите формулу.
4. Дайте определение абсолютной погрешности приближенного вычисления. Напишите формулу
5. Напишите формулу границы относительной погрешности.
6. Запишите десятичные приближения чисел 5,2764…; -3, 1891… с недостатком до 0,1; 0,01; 0,001.

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).
2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Тема 2.4.Величины и их измерение

Практическое занятие № 6 (4час)

Решение задач на величины и их измерение.
Цель работы:

- обобщить и систематизировать знания о величинах и их измерении.
- дать понятие величины, ее измерения.
- познакомить с историей развития системы единиц величин.

Студент должен:
знать:

- понятие величины, свойства величин, их измерение, действия над величинами;
- историю развития системы единиц величин. Международную систему единиц.

Средства обучения:
- материалы теоретических занятий.

3. Характер работы: частично-поисковый.
4. Основные теоретические положения:

Понятие величины, их свойства

Величина – одно из основных математических понятий, возникшее в древности и подвергшееся в процессе длительного развития ряду обобщений.

Первоначальное представление о величине связано с созданием чувственной основы, формированием представлений о размерах предметов: показать и назвать длину, ширину, высоту.

Под величиной понимаются особые свойства реальных объектов или явлений окружающего мира. Величина предмета – это его относительная характеристика, подчеркивающая протяженность отдельных частей и определяющая его место среди однородных.

Величины, характеризующиеся только числовым значением, называют **скалярными** (длина, масса, время, объем, площадь и др.). Кроме скалярных величин в математике рассматривают еще **векторные величины,** которые характеризуются не только числом, но и направлением (сила, ускорение, напряженность электрического поля и др.).

Скалярные величины могут быть **однородными** или **разнородными.** Однородные величины выражают одно и то же свойство объектов некоторого множества. Разнородные величины выражают различные свойства объектов (длина и площадь)

Свойства скалярных величин:

1 . любые две величины одного рода сравнимы либо они равны, либо одна из них меньше (больше) другой
2. величины одного рода можно складывать, в результате получится величина того же рода
3. величину можно умножать на действительное число, в результате получится величина того же рода
4. величины одного рода можно вычитать, в результате получится величина того же рода
5. величины одного рода можно делить, в результате получится действительное число

Величина является свойством предмета, воспринимаемым разными анализаторами: зрительным, тактильным и двигательным. При этом чаще всего величина воспринимается одновременно несколькими анализаторами: зрительно-двигательным, тактильно-двигательным и т. д.

Основные свойства величины:

Сравнимость – определение величины возможно только на основе сравнения (непосредственно или сопоставляя с неким образом).

Относительность – характеристика величины относительна и зависит от выбранных для сравнения объектов один и тот же предмет может быть определен нами как больший или меньший в зависимости от того, с каким по размерам предметом он сравнивается. Например, зайчик меньше медведя, но больше мышки.

Изменчивость – изменчивость величин характеризуется тем, что их можно складывать, вычитать, умножать на число.

Измеряемость – измерение дает возможность характеризовать величину к сравнению чисел.

2. Понятие измерения величины

Потребность в измерении всякого рода величин, так же как потребность в счете предметов, возникла в практической деятельности человека на заре человеческой цивилизации. Так же как для определения численности множеств, люди сравнивали различные множества, различные однородные величины, определяя прежде всего, какая из сравниваемых величин больше, как меньше. Эти сравнения еще не были измерениями. В дальнейшем процедура сравнения величин была усовершенствована. Одна какая-нибудь величина принималась за эталон, а другие величины того же рода сравнивались с эталоном. Когда же люди овладели знаниями о числах и их свойствах, величине – эталону приписывалось число 1 и этот эталон стал называться единицей измерения. Цель измерения стала более определенной – оценить. Сколько единиц содержится в измеряемой величине. результат измерения стал выражаться числом.

Сущность измерения состоит в количественном дроблении измеряемых объектов и установлении величины данного объекта по отношению к принятой мере. Посредством операции измерения устанавливается численное отношение объекта между измеряемой величиной и заранее выбранной единицей измерения, масштабом или эталоном.

Международная система единиц

Международная система единиц (СИ) — это единая универсальная практическая система единиц для всех отраслей науки, техники, народного хозяйства и преподавания. Так как потребность в такой системе единиц, являющейся единой для всего мира, была велика, то за короткое время она получила широкое международное признание и распространение во всем мире.

В этой системе семь основных единиц (метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль и кандела) и две дополнительные единицы (радиан и стерадиан).

Как известно, единица длины метр и единица массы килограмм входили и в метрическую систему мер. Какие изменения претерпели они, войдя в новую систему? Введено новое определение метра — он рассматривается как расстояние, которое проходит в вакууме

плоская электромагнитная волна за долей секунды. Переход на это определение метра вызван ростом требований к точности измерений, а также стремлением иметь такую единицу величины, которая существует в природе и остается неизменной при любых условиях.

Определение единицы массы килограмма не изменилось, по-прежнему килограмм — это масса цилиндра из платиноиридиевого сплава, изготовленного в 1889 году. Хранится этот эталон в Международном бюро мер и весов в г. Севре (Франция).

Третьей основной единицей Международной системы является единица времени секунда. Она намного старше метра.

До 1960 года секунду определяли как часть солнечных суток, т. е. секунда определялась по вращению Земли вокруг своей оси. Это было сделано с таким расчетом, чтобы сохранить привычные отношения между различными единицами времени. При таком определении в сутках содержится, что составляет 1440 мин, или 24 ч.

В 1960 году Генеральная конференция мер и весов приняла решение о переходе к единице времени, основанной на движении Земли по орбите вокруг Солнца. Секунду определили как часть года. Новое определение учитывало непостоянство средних солнечных суток и значительно повысило точность ее воспроизведения. Однако и это определение не удовлетворило ученых. В 1967 году секунду определили следующим образом: «Секунда равна периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия- 133». В настоящее время имеется более точное определение секунды.

Измерять на практике все длины в метрах, массы в килограммах, время в секундах неудобно. Поэтому из основных единиц образуют другие единицы — кратные и дольные. Кратные единицы в 10, 102, 103, 106, 109, 1012, 1015 , 1018 раз больше основной, а дольные составляют 10 -1, 10-2, 10 -3, 10-6, 10-9, 10-12, 10-15, 10-15 основной единицы. Названия новых (кратных и дольных) единиц образуются из названий «метр», «грамм», «секунда» и других с помощью приставок, указанных в таблице:

Наименования приставки	**Обозначение приставки**	**Множитель**	**Наименования приставки**	**Обозначение приставки**	**Множитель**
мега	М	10^6	санти	с	10^{-2}
кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
гекто	г	10^2	микро	мк	10^{-6}
декабрь	да	10	нано	н	10^{-9}
деци	д	10-1			

Например, километр — это кратная единица, 1 км = 10^3×1 м = 1000 м;

миллиметр — это дольная единица, 1 мм=10^{-3} ×1м = 0,001 м.

Вообще, для длины кратной единицей являются километр (км), а дольными — сантиметр (см), миллиметр (мм), микрометр (мкм), нанометр (нм). Для массы кратной единицей является мегаграмм (Мг), а дольными — грамм (г), миллиграмм (мг), микрограмм (мкг). Для времени кратной единицей является килосекунда (кс), а дольными — миллисекунда (мс), микросекунда (мкс), наносекунда (не).

Рассмотрим определения некоторых величин и их измерений.

Длина отрезка и её измерение.

Длиной отрезка называется положительная величина, определённая для каждого отрезка так что:
1. Равные отрезки имеют разные длины;
2. Если отрезок состоит из конечного числа отрезков, то его длина равна сумме длин этих отрезков.

Итак, при выбранной единице, длина любого отрезка выражается действительным числом. Верно и обратное; если дано положительное действительное число n, n , n , ... то взяв его приближение с определённой точностью и проведя построения, отражённые в записи этого числа, получим отрезок, численное значение длины которого, есть дробь: n ,n ,n …

Площадь фигуры и её измерение.

Понятие о площади фигуры имеет любой человек: мы говорим о площади комнаты, площади земельного участка, о площади поверхности, которую надо покрасить, и так далее. При этом мы понимаем, что если земельные участки одинаковы, то площади их равны; что у большего участка площадь больше; что площадь квартиры слагается из площади комнат и площади других её помещений. Это обыденное представление о площади используется при её определении в геометрии, где говорят о площади фигуры.

Например, рассматривают площади многоугольников и других ограниченных выпуклых фигур, или площадь круга, или площадь поверхности тел вращения и так далее. В начальном курсе математики рассматриваются только площади многоугольников и ограниченных выпуклых плоских фигур. Такая фигура может быть составлена из других. Например, фигура F, (рис.4), составлена из фигур F1, F2, F3. Говоря, что фигура составлена (состоит) из фигур F1, F2,…,Fn, имеют в виду, что она является их объединением и любые две данные фигуры не имеют общих внутренних точек.

Площадью фигуры называется неотрицательная величина, определённая для каждой фигуры так, что:
1. Равные фигуры имеют равные площади;
2. Если фигура составлена из конечного числа фигур, то её площадь равна сумме их площадей.

Если сравнить данное определение с определением длины отрезка, то увидим, что площадь характеризуется теми же свойствами, что и длина, но заданы они на разных множествах: длина - на множестве отрезков, а площадь - на множестве плоских фигур.
Площадь фигуры F условимся обозначать S(F).
Чтобы измерить площадь фигуры, нужно иметь единицу площади. Как правило, за единицу площади принимают площадь квадрата со стороной, равной единичному отрезку е, то есть отрезку, выбранному в качестве единицы длины. Площадь квадрата со стороной е обозначают $е^2$.

Объём и его измерение.

Понятие объёма определяется так же, как понятие площади. Но при рассмотрение понятия площадь, мы рассматривали многоугольные фигуры, а при рассмотрении понятия объём мы будем рассматривать многогранные Фигуры.

Объёмом фигуры называется неотрицательная величина, определённая для каждой Фигуры так, что:

1/равные фигуры имеют один и тот же объём;

2/если фигура составлена из конечного числа фигур, то её объём равен сумме их объёмов.

Условимся объём фигуры F обозначать V(F).

Чтобы измерить объем фигуры, нужно иметь единицу объёма. Как правило, за единицу объёма принимают объём куба с гранью, равной единичному отрезку е, то есть отрезку, выбранному в качестве единицы длины.

5. Порядок выполнения работы:
1. Повторить содержание теоретического материала конспекта.
2. Разобрать примеры решения задач.
3. Самостоятельно решить задачи.
4.Оформить решение задач в тетради для самостоятельных и практических работ.

6. Задания: Решите задачи на величины.

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 6 человек следует взять 3/14 фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 7 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

   Ответ: **100**

   Решение

   6 человек – 3/14 фунта;
   7 человек - x фунтов.
   $6 : 7 = 3/14 : x$;
   $6 \cdot x = 7\ 3/14$;
   $x = 7 \cdot 3/14 \cdot 6$.
   Как видно, дробь, стоящая в правой части сокращается на 7 и на 3. Таким образом,
   $x = 1/4 = 0{,}25$.
   Составляем вторую пропорцию:
   0,25 фунта - y грамм;
   1 фунт - 400 грамм.
   $0{,}25 : 1 = y : 400$; $y = 0{,}25 \cdot 400 = 100$ грамм.

2. Рост Джона 6 футов 1 дюйм. Выразите рост Джона в сантиметрах, если в 1 футе 12 дюймов, а в 1 дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

   Ответ: **185**

   Решение

   Если в 1 футе 12 дюймов, то в 6 футах, соответственно в 6 раз больше: $12 \times 6 = 72$ (дюймов).
   Рост Джона 6 футов 1 дюйм = $72 + 1 = 73$ дюйма.
   Составим пропорцию для перехода к сантиметрам:
   73 дюйма - x см;
   1 дюйм - 2,54 см.
   $73 : 1 = x : 2{,}54$; $x = 2{,}54 \times 73 = 185{,}42 \approx 185$ (см).

3. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

   Ответ: **7**

   Решение

Определим, сколько всего граммов лекарства должен выпить больной: 0,5×3 = 1,5 г за день, и 1,5×21 = 31,5 г за курс лечения. В одной упаковке 0,5×10 = 5 г лекарства. Значит на курс нужно 31,5 : 5 = 6,3 упаковки. 6-ти упаковок не хватит, придется взять 7. Таким образом, наименьшее число упаковок 7.

Замечание: Здесь можно было заметить, что одна таблетка весит как раз 0,5 г и решать задачу не в граммах на курс, а в таблетках на курс.

4. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

Решение

Цена клубники дана за килограмм, поэтому вес купленной клубники нужно выразить в килограммах. В килограмме 1000 грамм, 200 г составляют двести тысячных или 2 десятых килограмма: 200/1000 = 2/10 = 0,2. Следовательно Маша купила 1,2 кг клубники и должна заплатить на неё 80×1,2 = 96 рублей. Она должна получить 500 − 96 = 404 рубля сдачи.

Ответ: **404**

5. Поезд Новосибирск-Красноярск отправляется в 15:20, а прибывает в 4:20 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Решение

Обратим внимание на совпадение минут времени отправления и времени прибытия поезда. Это означает, что поезд находится в пути целое число часов. Точно такое же число, как если бы он отправлялся ровно в 15 часов и прибывал ровно в 4. Таким образом, в первый день поезд находится в пути 24 - 15 = 9 часов, а во второй 4 часа. Всего 9 + 4 = 13 часов.

Ответ: **13**

Замечание: Задача была бы сложнее, если бы минуты не совпадали. Нужно было бы вспомнить, что час составляет 60 мин, а 20 минут - одну треть часа: 20/60 = 2/6 = 1/3.

6. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

Решение

Дана связь между милями и метрами: 1 миля равна 1609 м. Знаем, как связан километр с метрами: 1 километр равен 1000 м. Следовательно, можем перейти от миль в час к метрам в час, а затем к километрам в час. 65 миль в час составляет 65×1609 = 104 585 м в час, что в свою очередь составляет 104 585 : 1000 = 104,585 км в час. Округляем ответ до целого 104,585 ≈ 105 км в час.

Ответ: **105**

Замечание: Обратите внимание, решение задачи пропорцией вида "миля относится к километру, как скорость в милях к скорости в километрах" (1609 : 1000 = 65 : x, где x - искомая величина) было бы ошибкой. Здесь обратно пропорциональная зависимость - чем больше участок пути, который принят за единицу измерения, тем меньше таких участков можно пройти за единицу времени. Т.е., если решать пропорцией, то вида 1609 : 1000 = x : 65. Не забывайте, что здесь проверяется не только математика, но и умение применять её для решения "задач из различных областей науки и практики."

Самостоятельно решите задачи:

1. Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 37000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

Ответ: **11285**

Решение

Выразим 1 фут в метрах, учитывая, что 1 метр = 100 см:
1 фут = 30,5(см)/100 = 0,305 метра.
Составим пропорцию:
x метров - 37000 футов;
0,305 метров - 1 фут.
$x : 0{,}305 = 37000 : 1$; $x = 37000 \cdot 0{,}305 = 11285$ метров.

2. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять 1/10 фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.
Ответ: **12**

Решение

Сначала определим, сколько фунтов чернослива следует взять для пирога на 3 человек?
Составим пропорцию:
10 человек - 1/10 = 0,1 фунта;
3 человека - x фунтов.
$10 : 3 = 0{,}1 : x$; $10 \cdot x = 3 \cdot 0{,}1$; $x = 0{,}3/10 = 0{,}03$ (фунта).
Выразим 1 фунт в граммах, учитывая, что 1 кг составляет 1000 грамм: 1 фунт = 0,4(кг)·1000 = 400 грамм.
А затем составим пропорцию для перехода от фунтов к граммам.
0,03 фунта - y грамм;
1 фунт - 400 грамм.
$0{,}03 : 1 = y : 400$; $y = 0{,}03 \cdot 400 = 12$ грамм

3. В обменном пункте 1 гривна стоит 3 рубля 70 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг помидоров по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.
Ответ: **44**

Решение

На покупку 3 кг помидоров было потрачено 3×4 = 12 гривен, что составляет 12×3,70 = 44,40 рублей. (Здесь перешли к десятичному представлению стоимости гривны 3 рубля 70 копеек = 3,70 руб., исходя из того, что копейка - это сотая часть рубля. Вряд ли найдется кто-то, кто в одинадцатом классе этого не знает.) Округляем ответ до целого 44,40 ≈ 44 рубля.

8. Форма отчета: письменная работа.

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).
2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Раздел 3.Геометрические фигуры
Тема 3.2. Геометрические фигуры на плоскости

Практическое занятие №7(2час)

Построение геометрических фигур.
Преобразование геометрических фигур.

Цель работы:

- систематизировать знания о геометрических фигурах на плоскости;
- закрепить теоретический материал по теме;
- уметь строить фигуры на плоскости по заданным параметрам.

Студент должен:
знать: основные геометрические фигуры на плоскости, их свойства
уметь: применять свойства фигур при их построении на плоскости

Средства обучения:

Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019 – 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
- материалы теоретических занятий.

3. Характер работы: частично-поисковый.

4. Основные теоретические положения:
К **основным геометрическим фигурам** на плоскости относятся **точка** и**прямая линия**. **Отрезок**, **луч**, **ломаная линия** — простейшие геометрические фигуры на плоскости.
Точка — это самая малая *геометрическая фигура*, которая является основой всех прочих построений (фигур) в любом изображении или чертеже.
Всякая более сложная геометрическая фигура — это множество *точек*, которые обладают определенным свойством, характерным только для этой фигуры.
Прямую линию, или прямую, можно представить себе как бесчисленное множество*точек*, которые расположены на одной линии, не имеющей ни начала, ни конца. На листе бумаги мы видим только часть прямой линии, так как она бесконечна. Прямая изображается так:

Часть *прямой линии*, ограниченная с двух сторон *точками*, называется отрезком прямой, или ***отрезком***. Отрезок изображается так:

Луч — это направленная полупрямая, которая имеет *точку* начала и не имеет конца. Луч изображается так:

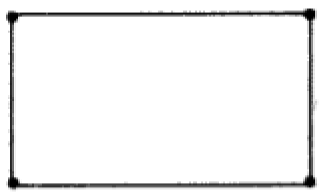
Если на *прямой* вы поставили *точку*, то этой точкой прямая разбивается па два *луча*, противоположно направленных. Такие *лучи* называются дополнительными.

Ломаная линия — это несколько *отрезков*, соединенных между собой так, что конец первого отрезка является началом второго отрезка, а конец второго отрезка — началом третьего отрезка и т. д., при этом соседние (имеющие одну общую *точку*) отрезки расположены не на одной прямой. Если конец последнего отрезка не совпадает с началом первого, то такая ломаная линия называется незамкнутой.

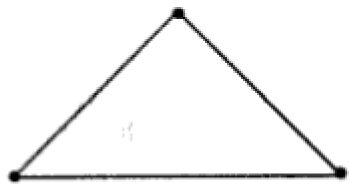
Выше изображена трехзвенная *ломаная линия*.

Если конец последнего отрезка ломаной совпадает с началом первого отрезка, то такая ломаная линия называется замкнутой. Примером замкнутой ломаной служит любой многоугольник:

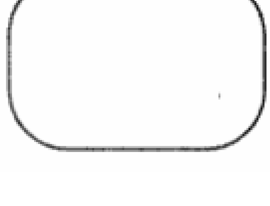
Четырехзвенная замкнутая ломаная линия — четырехугольник

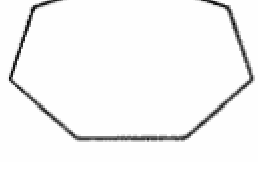


Трехзвенная замкнутая ломаная линия — треугольник

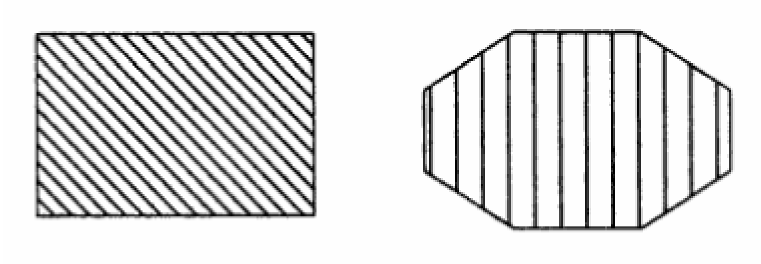


Плоскость, как и прямая, — это первичное понятие, не имеющее определения. У плоскости, как и у прямой, нельзя видеть ни начала, ни конца. Мы рассматриваем только часть плоскости, которая ограничена замкнутой ломаной линией.



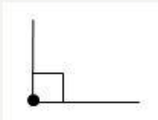
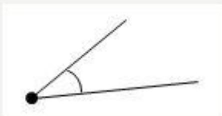
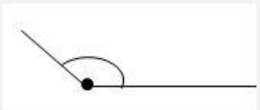


Примером *плоскости* является поверхность вашего рабочего стола, тетрадный лист, любая гладкая поверхность. Плоскость можно изобразить как заштрихованную геометрическую фигуру:



Угол

Фигура, которая имеет два луча и вершину, называется углом. Место соединения лучей, является вершиной этого угла, а его сторонами считаются лучи, которые этот угол образуют.

Вид угла	Размер в градусах	Пример
Прямой	Равен 90°	
Острый	Меньше 90°	
Тупой	Больше 90°	
Развернутый	Равен 180°	

Задание:

1. Как в тексте обозначают угол?
2. Какими единицами можно измерить угол?
3. Какие бывают углы?

Параллелограмм

Параллелограмм - это четырехугольник, противолежащие стороны которого попарно параллельны.

Прямоугольник, квадрат и ромб являются частными случаями параллелограмма.

Параллелограмм, имеющий прямые углы равные 90 градусам, является прямоугольником.

Квадрат — это тот же параллелограмм, у него и углы и стороны равны.

Что до определения ромба, то это такая геометрическая фигура, все стороны которого равны.

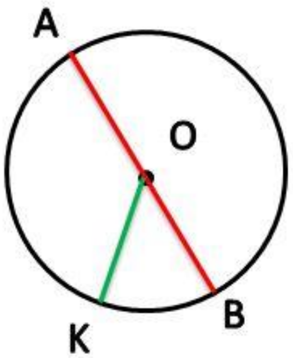
Кроме того, следует знать, что любой квадрат является ромбом, но не каждый ромб может быть квадратом.

Трапеция

При рассмотрении такой геометрической фигуры, как трапеция, можно сказать, что в частности она, как и четырехугольник имеет одну пару параллельных противолежащих сторон и является криволинейной.

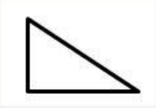
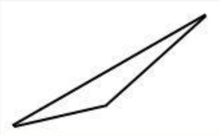
Окружность и круг

Окружность — геометрическое место точек плоскости, равноудалённых от заданной точки, называемой центром, на заданное ненулевое расстояние, называемое её радиусом.



Треугольник

Также к простым геометрическим фигурам принадлежит и уже изучаемый вами треугольник. Это один из видов многоугольников, у которого часть плоскости ограничена тремя точками и тремя отрезками, которые соединяют эти точки попарно. Любой треугольник имеет три вершины и три стороны.

Вид треугольника	Углы треугольника	Пример
Прямоугольный	Один угол прямой, два других острых.	
Остроугольный	Все углы острые	
Тупоугольный	Один угол тупой, два других - острые	

5. Порядок выполнения работы:

1. Повторить содержание теоретического материала
2. Разобрать примеры решения задач.
3. Самостоятельно решить задачи.
4. Оформить решение задач в тетради для самостоятельных и практических работ.

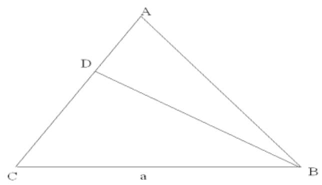
6.Задания

Рассмотрите решение групп задач с использованием вспомогательного треугольника. Суть способа – построение вспомогательных треугольников и использование их свойств и вновь полученных элементов для окончательного решения задачи.
Анализ построения состоит из следующих этапов:

1. Ищи при анализе вспомогательный треугольник.
2. Если появятся новые элементы, с помощью которых можно уже построить треугольник ABC, то цель достигнута.
3. Если этого не произойдет, то, может быть, можно построить еще один вспомогательный треугольник, который даст недостающие элементы.

Разберём суть метода на примерах.

Задача 1. Построить равнобедренный треугольник ABC ($b=c$) по a, h_b.
Решение:
Ищем вспомогательный треугольник. Очевидно, что таким треугольником удобно считать треугольник CDB.



Это даст угол C, следовательно, и угол ABC. Итак, есть a, угол B, угол C, значит можно построить треугольник ABC. Схематично это будем записывать так:

1. $(a, h_b) \to \Delta$ CDB $\to <$ C.
2. $(a, < B, < C) \to \Delta$ ABC.

Задания для самостоятельного решения:
1. Используя рассуждения, аналогичные приведенным, рекомендуем построить равнобедренный треугольник (b=c) по следующим данным:
а) $< A, h_b$;
б) $< B, h_c$;
в) b, h_b;
г) $< B, h_b$;

2. Построить ромб ABCD по диагонали BD и высоте BM. (Δ BHD $\to <$ BDH $\to$ равнобедренный Δ BDA $\to$ ABCD);
3. Построить трапецию по четырем сторонам.

Решение групп задач с опорой на **основную.**

I.Основная задача:

Построить треугольник по двум сторонам и углу, заключенному между ними.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу при вершине.
2. Построить прямоугольный треугольник по двум катетам.

II. Основная задача:

Построить треугольник по стороне и двум прилежащим углам.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Построить равнобедренный треугольник по основанию и прилежащему углу.
2. Построить ромб по углу и диагонали, проходящей через вершину этого угла.
3. Построить квадрат по данной диагонали.

III. Основная задача:

Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу при основании.
2. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу при вершине.

IV. Основная задача:

Построить треугольник по трём сторонам.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Построить равнобедренный треугольник по основанию и боковой стороне.
2. Построить ромб по стороне и диагонали.

V. Основная задача:

Построить прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Построить равнобедренный треугольник по высоте и боковой стороне.
2. Построить параллелограмм по основанию, высоте и диагонали.
3. Построить ромб по высоте и диагонали.
4. Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, опущенной из неё.

8. Форма отчета: защита выполненной письменной работы.

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).

2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Тема 3.2. Геометрические фигуры в пространстве

Практическое занятие №8 (4час)
Построение геометрических фигур в пространстве.
Решение задач на пространственные тела.

Цель работы:

- систематизировать знания о геометрических фигурах в пространстве;
- обобщение, систематизация, закрепление знаний о геометрических фигурах в пространстве; их свойствах и поверхностях;
- формирование умений по изображению многогранников и круглых тел, решению планиметрических и простейших стереометрических задач.

Студент должен:
знать:

- понятие многогранника, его вершин, рёбер, граней, поверхности;
- определение призмы, её оснований, боковых рёбер, высоты, боковой поверхности; понятие прямой призмы, правильной призмы; определение параллелепипеда, куба;
- определение пирамиды, её основания, боковых рёбер, высоты, боковой поверхности; понятие правильной пирамиды;
- свойства призмы, параллелепипеда, пирамиды;
- определение тел вращения (цилиндра, конуса, шара), оснований, высоты, боковой поверхности ,образующей, развёртки цилиндра и конуса;
- свойства цилиндра, конуса, шара.

уметь:

- изображать призмы, пирамиды, выполнять чертежи по условиям задач;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в призмах; пирамидах;
- изображать цилиндры и конусы, выполнять чертежи по условиям задач;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) в цилиндрах и конусах;
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

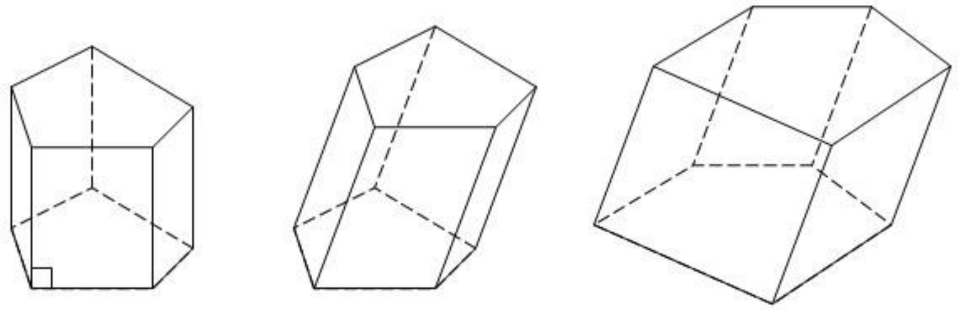
2. Средства обучения:
Дадаян А.А. Математика: Учебник. – 2-е издание. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М 2019- - 552 с. – (Серия «Профессиональное образование»).
3. Характер работы: частично-поисковый.
4. Основные теоретические положения:

Многогранники

Призма

Призмой называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются **основаниями призмы**, а отрезки, соединяющие соответствующие вершины, - **боко-**

выми ребрами призмы.



Прямая призма   Наклонные призмы

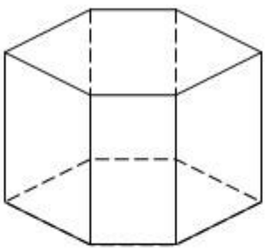
Призма называется **прямой**, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. У прямой призмы грани – прямоугольники.
Призма называется **наклонной**, если ее боковые ребра не перпендикулярны основаниям. У наклонной призмы грани – параллелограммы.

Свойства призмы:
1. Основания призмы равны и лежат в параллельных плоскостях.
2. Боковые ребра параллельны и равны.

Поверхность призмы состоит из оснований и боковой поверхности.
Боковая поверхность состоит из параллелограммов.
Высотой призмы называется расстояние между плоскостями.
Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю призмы**.

Теорема. Боковая поверхность призмы равна произведению периметра ее перпендикулярного сечения на боковое ребро.

Прямая призма



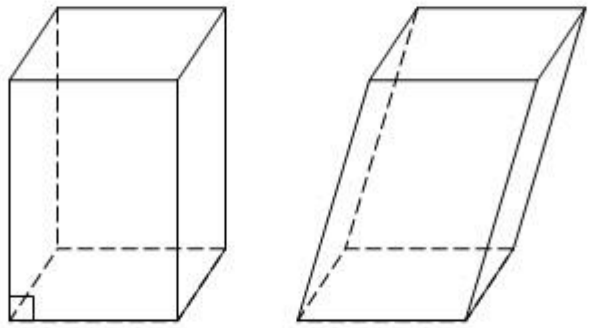
Призма называется **прямой**, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. У прямой призмы грани – прямоугольники.
Прямая призма называется **правильной**, если ее основания являются правильными многоугольниками.

Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей боковых граней.
Полная поверхность призмы равна сумме боковой поверхности и площадей оснований.

Теорема. **Площадь боковой поверхности** прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т.е. на длину бокового ребра.

Объем произвольной призмы $\boldsymbol{V = SH}$, где $\boldsymbol{S}$ – площадь основания, $\boldsymbol{H}$- высота призмы

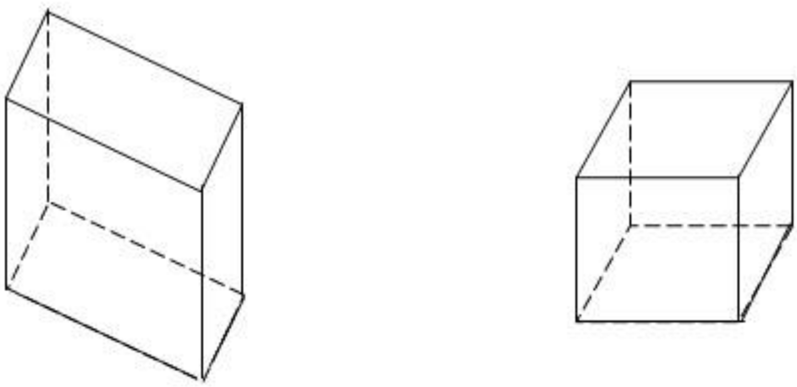
Параллелепипед



Параллелепипедом называется призма, в основании которой параллелограмм.
Параллелепипед называется **прямым**, если его боковые ребра перпендикулярны основаниям.
Параллелепипед называется **наклонным**, если его боковые ребра не перпендикулярны основаниям.
Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются **противолежащими**.

Свойства параллелепипеда:
У параллелепипеда противолежащие грани параллельны и равны.

Прямоугольный параллелепипед



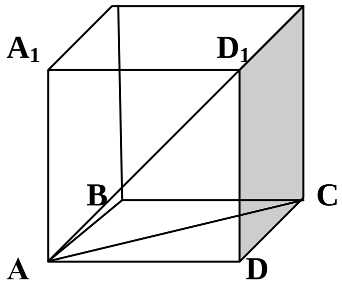
Параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется **прямоугольным параллелепипедом**.

У прямоугольного параллелепипеда все грани – прямоугольники.
Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется **кубом.**
Длины непараллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его **линейными размерами** или **измерениями.**

Свойство прямоугольного параллелепипеда

Теорема. В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений.

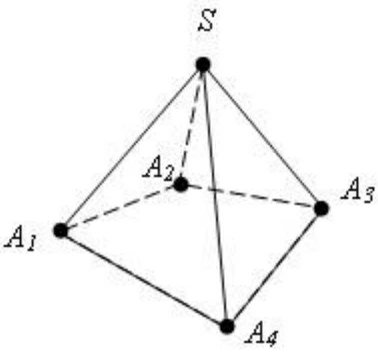
B_1 **C_1**



Объем прямоугольного параллелепипеда **V=abc**, где a,b,c – измерения прямоугольного параллелепипеда

Объем наклонного параллелепипеда **V=SH**, где ***S*** – площадь основания, ***H***- высота параллелепипеда.

Пирамида



Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – **основания пирамиды**, точки, не лежащей в плоскости основания, **- вершины пирамиды** и всех отрезков, соединяющих **вершину пирамиды** с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми ребрами**. $A_1A_2A_3A_4$ – основание пирамиды, S – вершина пирамиды, A_1S, A_2S, A_3S, A_4S – ребра пирамиды.

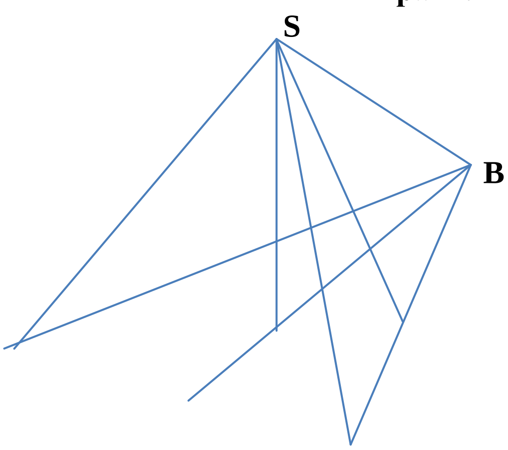
Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

Правильная пирамида

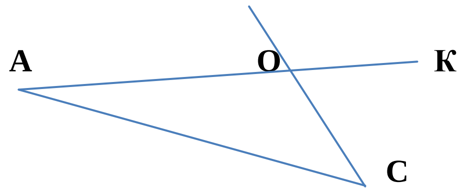
Пирамида называется **правильной,** если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.
Осью правильной пирамиды называется прямая, содержащая высоту.
У правильной пирамиды:
1. Боковы ребра равны.
2. Боковые грани – равнобедренные треугольники.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**.

Правильная пирамида. Свойства



Треугольник ABC – правильный.
Боковые ребра AS, CS, DS равны.
SO – высота пирамиды, O – центр основания.
SK- апофема**.**

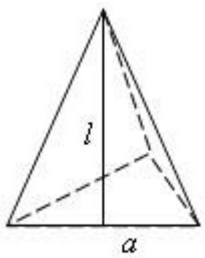


Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

Теорема. Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.

Объем произвольной пирамиды

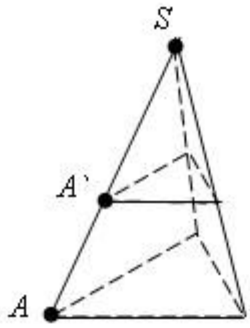
$$V=\frac{1}{3}SH$$



Объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту.

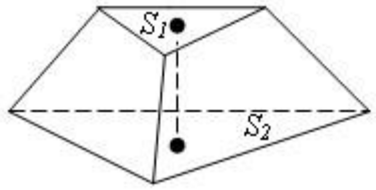
Усеченная пирамида

Теорема Плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная ее основанию, отсекает подобную пирамиду.



Объем усеченной пирамиды

Есть усеченная пирамида с площадями оснований S_1 и S_2 ($S_1>S_2$) и высотой h.

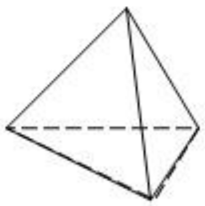


Тогда объем усеченной пирамиды равен:

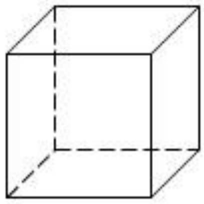
$$V = \frac{1}{3}h\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right)$$

Правильные многогранники

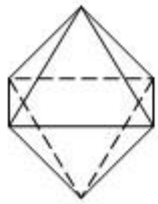
Выпуклый многогранник называется **правильным**, если его грани являются правильными многоугольниками с один и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.



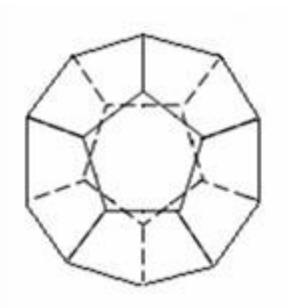
тетраэдр



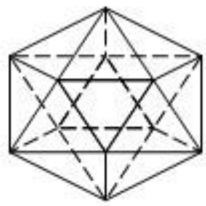
куб



октаэдр



додекаэдр

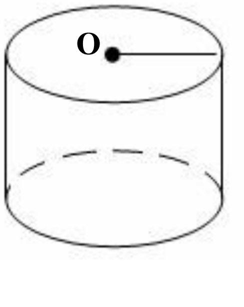


икосаэдр

У тетраэдра грани – правильные треугольники. В каждой вершине сходится по три ребра. Тетраэдр представляет собой треугольную пирамиду, у которой все ребра равны.
У куба все грани – квадраты. В каждой вершине сходятся по три ребра. Куб – это прямоугольный параллелепипед с равными ребрами.
У октаэдра грани – правильные треугольники. В каждой вершине сходится по четыре ребра.
У додекаэдра грани – правильные пятиугольники. В каждой вершине сходится по три ребра.
У икосаэдра грани – правильные треугольники. В каждой точке сходится по пять ребер.

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Цилиндр



Цилиндром называется тело, которое стоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Круги называются **основаниями цилиндра**, а отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов, - **образующими цилиндра**.

Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями его оснований. Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований. Она параллельна образующим.

Свойства цилиндра

1. Основания цилиндра равны, так как параллельный перенос есть движение.
2. У цилиндра основания лежат в параллельных плоскостях, так как при параллельном переносе плоскость переходит в параллельную плоскость.
3. У цилиндра образующие параллельны и равны, так как при параллельном переносе точки смещаются по параллельным прямым на одно и то же расстояние.

Объем цилиндра

$$V = SH = \pi R^2 H$$

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

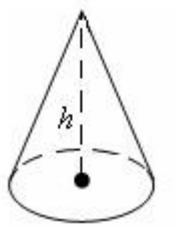
Площадь боковой поверхности цилиндра

Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле

$$S = CH = 2\pi RH$$

где R – радиус цилиндра, а H – его высота.

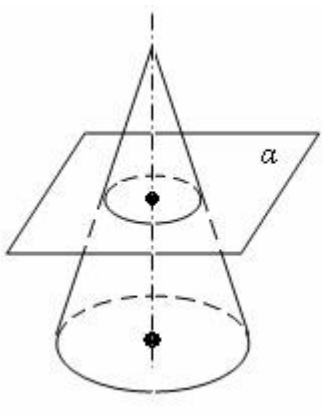
Конус



Конусом называется тело, которое состоит из круга – **основания конуса**, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - **вершины конуса** и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются **образующими конуса**.

Конус называется **прямым**, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

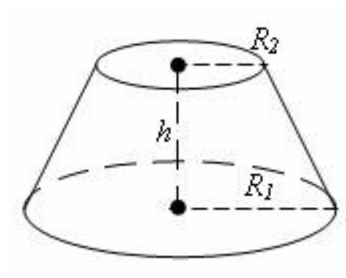
Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.



Объем конуса

$$V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Усеченный конус

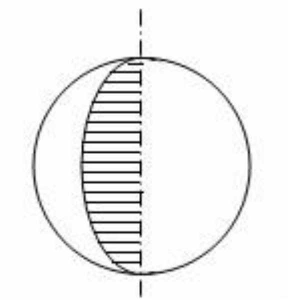


Пусть есть усеченный конус с радиусами оснований R_1 и R_2

Тогда объем усеченного конуса равен:

$$V = \frac{1}{3}\pi h\left(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2\right)$$

Шар



Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки. Эта точка называется **центром шара**, а данное расстояние **радиусом шара**.

Граница шара называется **шаровой поверхностью**, или **сферой**. Таким образом, точками сферы являются все точки шара, которые удалены от центра на расстояние, равное радиусу. Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, также называется радиусом.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром**.

5. Порядок выполнения работы:
1. Повторить содержание теоретического материала.
2. Рассмотреть примеры решения задач.
3. Выполнить упражнения для самостоятельной работы.

6. Задания:
1. Повторите теоретический материал стр.
2. Рассмотрите приведённые ниже решения практических задач. Выполните задания для самостоятельной работы.

Задание

Указание

Ознакомьтесь с обозначениями:

a, b, c – соответственно длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда;

d – длина диагонали основания;

H, D, P – соответственно высота, длина наибольшей диагонали призмы и периметр её основания;

s – площадь основания;

Q – площадь диагонального сечения;

$S_{б}$ – площадь боковой поверхности;

$S_{п}$ – площадь полной поверхности призмы;

α – угол между диагональю прямоугольного параллелепипеда и плоскостью основания.

Решите задачи:

Задача 1. Ребро куба равно *a*. Найдите: диагональ грани; диагональ куба; периметр основания; площадь грани; площадь диагонального сечения; площадь поверхности куба; периметр и площадь сечения, проходящего через концы трёх рёбер, выходящих из одной и той же вершины.

Решение:

Диагональ грани: т.к. грань куба – квадрат, то диагональ квадрата находим по теореме Пифагора.

$d^2 = a^2 + a^2$

$d^2 = 2a^2$

$d = \sqrt{2a^2}$

$d = a\sqrt{2}$.

Диагональ куба: По теореме о диагонали прямоугольного параллелепипеда: *квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений*.

$D^2 = a^2 + a^2 + a^2$

$D^2 = 3a^2$

$D = a\sqrt{3}$.

Периметр основания: Основание – квадрат. Периметр квадрата со стороной а: Р = 4а.

Площадь грани: Грань – квадрат. Площадь квадрата со стороной а: S= a^2.

Площадь диагонального сечения: Диагональное сечение – прямоугольник со сторонами *a* и $a\sqrt{2}$ (диагональ основания).

S= $a^2\, a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}$

Площадь поверхности куба: Куб имеет шесть равных граней, площадь каждой грани a^2. Площадь поверхности куба $S_{полн.} = 6a^2$

Периметр и площадь сечения, проходящего через концы трёх рёбер, выходящих из одной и той же вершины: Сечение представляет собой равносторонний треугольник, каждая сторона которого является диагональю грани длиной $a\sqrt{2}$.Т.о. периметр сечения равен $3a\sqrt{2}$, площадь сечения находим по формуле $\frac{в^2\sqrt{3}}{4}$, где в – сторона равностороннего треугольника. Получим: S= $\frac{(a\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$.

Задача 2. Дан куб. По данным элементам в табл. 1 найдите остальные элементы куба.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы для вычисления элементов куба со стороной *a*: $d = a\sqrt{2}, D = a\sqrt{3}, s = a^2 = \frac{d^2}{2}, Q = d \cdot a$.

Таблица 1

a	d	D	s	Q
5				
	14			
		$11\sqrt{3}$		
			196	
				$36\sqrt{2}$

Задача 3. Дан прямоугольный параллелепипед. По данным элементам в табл. 2 найдите остальные элементы прямоугольного параллелепипеда.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы для вычисления элементов прямоугольного параллелепипеда: $D^2 = a^2 + b^2 + c^2, d^2 = a^2 + b^2, s = ab, Q = d \cdot c, S_б = P \cdot c$.

Таблица 2

a	b	c	d	D	α	s	Q
3	4	$5\sqrt{3}$					
5	12			$\frac{26}{\sqrt{3}}$			
7	24				45°		
8	6						$100\sqrt{3}$
15		17	17				

Задача 4. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 3 см. Высота призмы – 5 см. Найдите: диагональ основания; диагональ боковой грани; диагональ призмы; площадь основания; площадь диагонального сечения; площадь боковой поверхности; площадь поверхности призмы.

Задача 5. По рис. 3 и по данным элементам в табл. 3 найдите остальные элементы правильной треугольной призмы.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы: $S_б = PH$ и $S_п = S_б + 2s$ для произвольной призмы, а также формулы: $P = 3a, s = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ – для правильной треугольной призмы со стороной основания *a*.

Таблица 3

a	H	P	$S_б$	$S_п$
6			90	

	$\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$		
	15		90	
		12	144	
			$108\sqrt{3}$	$126\sqrt{3}$

Задача 6. Дана правильная четырёхугольная пирамида, заполните пустые ячейки в табл. 4 и табл. 5.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы:

$$AC = a\sqrt{2}, AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, ON = \frac{a}{2}.$$

Таблица 4

№ п/п	a	k	h	b	α
1	2		$\sqrt{3}$		
2	$2\sqrt{2}$				45°
3		6	3		
4		4			30°

Таблица 5

№ п/п	a	b	h	k	β
1		4			60°
2			2		45°
3		8	4		
4	$4\sqrt{2}$	8			

Задача 7. Дана правильная треугольная пирамида, у которой a – сторона основания, k – апофема, P – периметр основания, S_1 – площадь боковой поверхности, S – площадь пирамиды. Заполните табл. 6.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы:

$$S_1 = \frac{Pk}{2}, P = 3a, S = S_1 + S_2.$$ (S_2 – площадь основания пирамиды.)

Таблица 6

№ п/п	a	k	P	S_1	S
1	5			75	
2		24	24		
3		18		297	
4			45	315	

5				$198\sqrt{3}$	$202\sqrt{3}$

Задача 8. Дана правильная четырёхугольная пирамида, у которой a – сторона основания, k – апофема, P – периметр основания, S_1 – площадь боковой поверхности, S – площадь пирамиды. Заполните табл. 7.

Указание

Задачу следует решать по заранее заготовленному чертежу.

Перед решением необходимо повторить и записать формулы:

$$S_1 = \frac{Pk}{2}, P = 4a, S = S_1 + S_2, S_2 = a^2.$$ (S_2 – площадь основания пирамиды.)

Таблица 7

№ п/п	a	k	P	S_1	S
1	6	12			
2	13				689
3		16		288	
4			44	396	
5				352	416

Ответы

Проанализируйте решение задач 11 – 14.

Задача 9. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого Q. Найдите площадь основания цилиндра.

Решение. Сторона квадрата равна $\sqrt{Q}$. Она равна диаметру основания. Поэтому площадь основания равна $\pi\left(\frac{\sqrt{Q}}{2}\right)^2 = \frac{\pi Q}{4}$.

Задача 10. Радиус основания цилиндра 2 м, высота 3 м. Найдите диагональ осевого сечения.

Задача 11. Высота цилиндра 8 дм, радиус основания 5 дм. Цилиндр пересечён плоскостью так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.

Задача 12. Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите высоту. (Ответ: $\frac{l}{2}$.)

Задача 13. Радиус основания конуса R. Осевым сечением является прямоугольный треугольник. Найдите его площадь.

Задача 14. Шар, радиус которого 41 дм, пересечён плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.

<u>7. Содержание отчета о работе:</u> перечень заданий, решение, ответы.

<u>8. Форма отчета:</u> защита выполненной письменной работы.

<u>9. Контрольные вопросы:</u>

1. Как взаимно расположены боковые рёбра призмы? Что можно сказать об их длинах?

2. Что можно сказать об основаниях призмы? о боковых гранях призмы?

3. Что такое высота призмы? В каком случае высота призмы равна длине её бокового ребра?

4. В каком случае параллелепипед называется прямым? прямоугольным?

5. Чему равны диагонали куба с ребром a? с диагоналями боковых граней b ?

6. Что такое пирамида (основание пирамиды, боковые грани, рёбра, высота)?

7. В каком случае пирамида называется правильной? Что такое центр правильного многоугольника?

8. Как (в какой последовательности) строится чертёж правильной n-угольной пирамиды при $n = 3, 4, 6$?

9. Какими соотношениями связаны высота h, апофема k, боковое ребро b, радиусы вписанной и описанной окружностей r и R основания правильной пирамиды? (запишите два соотношения.)

10. В какие отрезки проектируются боковые рёбра и апофемы правильной пирамиды при ортогональном проектировании их на плоскость основания пирамиды?

11.Объясните, что такое круговой цилиндр (образующая цилиндра, основания цилиндра, высота, боковая поверхность, развёртка).

12. Чему равна боковая и полная поверхность цилиндра?

13.Что такое круговой конус, вершина конуса, образующая конуса, основание конуса, высота конуса, боковая поверхность конуса, развёртка конуса?

14. Чему равна боковая и полная поверхность конуса?

15.Что такое шар (шаровая поверхность или сфера)?

16. Какая плоскость называется касательной к шару?

Список рекомендуемой литературы

1.Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).

2.Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Информационное обеспечение обучения

Основная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/469433 (дата обращения: 20.08.2021).
2. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 245 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9072-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/471452 (дата обращения: 30.08.2021).

Дополнительная литература

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 340 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10508-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/475746 (дата обращения: 30.08.2021).
2. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 258 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08942-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/474730 (дата обращения: 30.08.2021).

Электронные ресурсы:

1. www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
2. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).

5 Лист внесения изменений к методическим рекомендациям по практическим занятиям

№	Номер и дата распорядительного документа о внесении изменений	Дата внесения изменений	Содержание изменений	Ф.И.О. лица, ответственного за изменение	Подпись
1	Протокол Методического совета №1 от 02.09.2022 г.	30.08.2022	Методические рекомендации по практическим занятиям актуальны на 2022 год	Ефимова Т.Н.	