

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС
 В. А. Шульцев
«18» 06 2024 г.

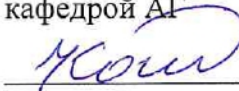
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

по направлению подготовки
01.03.01 Математика
Направленность (профиль)
Математика в образовании, фундаментальных и прикладных исследованиях

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС

 И. Н. Гуркова
«18» 06 2024 г.

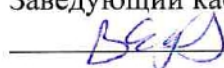
И.о. заведующего выпускающей
кафедрой АГ

 Е.М. Кондрушенко
«18» 06 2024 г.

Разработал
Профессор кафедры ПМИ

 А. В. Колногоров
«03» 05 20 24 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 10 от «16» 05 2024 г.

Заведующий кафедрой ПМИ
 В. А. Едемский
«16» 05 20 24 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цель освоения учебной дисциплины: формирование в рамках компетентностного подхода системы знаний по методам оптимизации, включающих выпуклый анализ, линейное и выпуклое программирование, вариационное исчисление, оптимальное управление, численные методы оптимизации, а также умений и навыков решения фундаментальных и прикладных задач методами, используемыми в рассматриваемых разделах математики.

Задачи:

- а) формирование у студентов системы теоретических знаний, позволяющих решать задачи оптимизации;
- б) формирование умений вычислительного характера, на которых базируется решение типовых заданий учебной дисциплины;
- в) стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению учебной дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.03.01 Математика и направленности (профилю) Математика в образовании, фундаментальных и прикладных исследованиях (далее – ОПОП). В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках следующих дисциплин (модулей, практик): Математический анализ, Дискретная математика, Дифференциальные уравнения, Численные методы. Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин (модулей, практик): Практика производственная: научно-исследовательская работа.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-4 Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;

ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины:

<i>Код и наименование компетенции</i>	<i>Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)</i>		
ОПК-4 Способен решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	ОПК-4.1 Знать основные понятия и определения, используемые в теории и практике применения информационно-коммуникационных технологий в науке и образовании, информационные	ОПК-4.2 Уметь применять прикладное программное обеспечение для решения задач в профессиональной деятельности, науке и образовании, самостоятельно расширять и	ОПК-4.3 Владеть навыками решения задач профессиональной деятельности с использованием информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований

	ресурсы и базы данных в сфере научных исследований и образовании;	углублять знания в области информационных технологий;	информационной безопасности
ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.1. Знать современные языки программирования и языки работы с базами данных, среды разработки информационных систем и технологий.	ОПК-5.2. Уметь выбирать языки программирования и языки работы с базами данных, среды разработки информационных систем и технологий, исходя из имеющихся задач. ОПК-5.3. Умеет применять современные языки программирования для разработки оригинальных алгоритмов и компьютерных программ, пригодных для практического применения, вести базы данных и информационные хранилища, применять современные программные среды разработки информационных систем и технологий.	ОПК-5.4. Владеть навыками разработки оригинальных алгоритмов и компьютерных программ, пригодных для практического применения

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения:

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины (модуля)	Всего	Распределение по семестрам
		8 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	4	4
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	42	42

3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	66	66
5. Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	Экзамен	36

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел № 1. Выпуклый анализ и выпуклое программирование.

1.1. Выпуклые множества и их свойства. Проекция точки на множество.

1.2. Теоремы отделимости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.

1.3. Выпуклые функции и их свойства. Основная задача выпуклого программирования. Условия оптимальности.

1.4. Теоремы Куна-Таккера. Задача квадратичного программирования.

Раздел № 2. Линейное программирование. Численные методы математического программирования.

2.1 Основная задача линейного программирования. Решение задач линейного программирования графически и перебором базисных решений. Двойственность в задачах линейного программирования.

2.2. Канонический вид задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Метод отыскания исходной угловой точки. Метод возмущений для решения вырожденных задач.

2.3. Численные методы математического программирования. Методы одномерной минимизации: метод золотого сечения, метод парабол, метод касательных. Метод штрафных функций. Градиентные методы.

Раздел № 3. Вариационное исчисление.

3.1. Понятие функционала. Понятие вариации. Необходимое условие экстремума функционала.

3.2. Уравнение Эйлера для нахождения экстремалей. Достаточные условия Лежандра экстремума функционала.

3.3. Изопериметрическая задача. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности.

3.4. Приложения вариационного исчисления к физике. Классические задачи вариационного исчисления.

Раздел № 4. Оптимальное управление.

4.1. Постановка задачи. Принцип Лагранжа для ляпуновских задач оптимального управления. Необходимые условия оптимальности. Некоторые обобщения.

4.2. Игольчатое варьирование управления. Принцип максимума Л.С.Понтрягина. Линейные оптимальные быстродействия. Синтез оптимального управления.

4.3. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Внеауд. СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная			ЭКЗ.	в т.ч. СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
1.	Выпуклый анализ и выпуклое программирование	3	3	4		2	16	Выполнение контрольной работы 1
2.	Линейное программирование. Численные методы	4	5	4		2	17	Выполнение контрольно

	математического программирования							й работы 2, Выполнение домашнего задания 1
3.	Вариационное исчисление	4	3	3		2	17	Выполнение контрольной работы 3
4.	Оптимальное управление	3	3	3		2	16	Выполнение контрольной работы 4, Собеседование
	Промежуточная аттестация				36			Экзамен
	ИТОГО	14	14	14	36	8	66	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

4.4.1.1. Экстремум функции многих переменных при наличии ограничений типа неравенств.

4.4.1.2. Квадратичное программирование.

4.4.1.3. Линейное программирование. Симплекс метод

4.4.1.4. Численные методы математического программирования.

4.4.1.5. Вариационное исчисление.

4.4.1.6. Оптимальное управление.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы /курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
1.	Выпуклые множества. Свойства выпуклых множеств. Проекция точки на множество и уравнение разделяющей прямой Теоремы отделимости. Теорема о разделяющей гиперплоскости (информационная лекция)	1
2.	Выпуклые функции. Критерии выпуклости функций. Свойства выпуклых функций. Основная задача выпуклого программирования (проблемная лекция)	1
3.	Теоремы Куна-Таккера. Задача квадратичного программирования (информационная лекция)	1
4.	Основная задача линейного программирования. Решение задач линейного программирования графически и перебором базисных решений (информационная лекция)	1
5.	Двойственность в задачах линейного программирования. Экономические интерпретации задач линейного программирования (лекция-презентация)	1
6.	Канонический вид задачи линейного программирования. Конечные методы решения. Симплекс-метод (проблемная лекция)	1
7.	Численные методы математического программирования. Методы одномерной минимизации: метод золотого сечения, метод парабол, метод касательных. Метод штрафных функций. Градиентные методы (лекция-презентация)	1
8.	Вариационное исчисление. Понятие функционала. Понятие вариации. Необходимое условие экстремума функционала (информационная лекция)	1

9.	Уравнение Эйлера для нахождения экстремалей. Достаточные условия Лежандра экстремума функционала (<i>информационная лекция</i>)	1
10.	Изопериметрическая задача. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности (<i>информационная лекция</i>)	1
11.	Приложения вариационного исчисления к физике. Классические задачи вариационного исчисления (<i>лекция-презентация</i>)	1
12.	Постановка задачи оптимального управления. Принцип Лагранжа для ляпуновских задач оптимального управления (<i>информационная лекция</i>)	1
13.	Необходимые условия оптимальности. Некоторые обобщения (<i>информационная лекция</i>)	1
14.	Принцип максимума Л.С. Понтрягина. Линейные оптимальные быстродействия (<i>информационная лекция</i>)	1
	ИТОГО	14

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
1.	Свойства векторов и множеств в n -мерном пространстве (<i>работа в группе</i>)	1
2.	Проекция точки на множество. Построение разделяющих гиперплоскостей между точкой и множеством, между двумя множествами (<i>работа в группе</i>)	1
3.	Проверка выпуклости функций и множеств по критериям (<i>работа в группе</i>)	1
4.	Поиск экстремума при наличии ограничений типа равенств и неравенств (<i>работа в группе</i>)	1
5.	Теоремы Куна-Таккера. Квадратичное программирование (<i>работа в группе</i>)	1
6.	Графическое решение задач линейного программирования (<i>работа в группе</i>)	1
7.	Использование принципа двойственности для решения задач линейного программирования (<i>работа в группе</i>)	1
8.	Симплекс-метод. Решение задач симплекс-методом (<i>работа в группе</i>)	1
9.	Нахождение экстремалей с использованием уравнения Эйлера (<i>работа в группе</i>)	1
10.	Проверка достаточных условий экстремума (<i>работа в группе</i>)	1
11.	Изопериметрические задачи (<i>работа в группе</i>)	1
12.	Задачи с подвижными границами (<i>работа в группе</i>)	1
13.	Нахождение необходимых условий оптимальности (<i>работа в группе</i>)	1
14.	Нахождение необходимых условий оптимальности с использованием принципа максимума (<i>работа в группе</i>)	1
	ИТОГО	14

Таблица 6 – Методические рекомендации по организации лабораторных работ

№	Темы лабораторных работ	Используемое оборудование	Трудоемкость в АЧ
1	Экстремум функции многих переменных при наличии ограничений типа неравенств	Компьютерный класс, Excel	2
2	Квадратичное программирование.	Компьютерный класс, Excel	2
3	Линейное программирование. Симплекс метод	Компьютерный класс, Excel	2
4	Численные методы математического программирования	Компьютерный класс, Excel	2
5	Вариационное исчисление	Компьютерный класс, Excel	3
6	Оптимальное управление	Компьютерный	3

		класс, Excel	
	ИТОГО		14

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1.	Наличие специальной аудитории	Мультимедийная аудитория 3315
2.	Мультимедийное оборудование	Проектор, компьютер, экран, интерактивная доска
3	Программное обеспечение	

Наименование программного продукта	Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)	Дата выдачи
ContentReader PDF 15 Business Версия для скачивания (годовая лицензия с академической скидкой)*	Договор №ЗКС/260	31.10.2023
Антиплагиат. Вуз.*	Договор №05//ЕП(У)24-ВБ	18.01.2024
MS Office 365	Безвозмездно передаваемое ВУЗам	-
Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
Teams	Входит в состав MS Office 365	-
Skype	свободно распространяемое	-
Zoom	свободно распространяемое	-
"Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Education Renewal. 250-499 Node I year License" /1 год *	Договор №294/ЕП(У)25-ВБ	13.09.2023
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-14211	09.12.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-12617	21.11.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-max-x86_64-0-11416	26.10.2022

Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-9651	28.09.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base-x86_64-0-8801	07.09.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base-x86_64-0-8590	01.09.2022

* отечественное производство

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебной дисциплины Методы оптимизации

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1.	Контрольная работа 1	Критерии выпуклости, теоремы отделимости, метод множителей Лагранжа	30	ОПК-4.1, ОПК-5.1
2.	Контрольная работа 2	Нахождение экстремумов функций с использованием теоремы Куна-Таккера	30	ОПК-4.2, ОПК-5.2
3.	Домашнее задание 1	Линейное программирование	30	ОПК-4.3, ОПК-5.3
4.	Контрольная работа 3	Вариационное исчисление	30	ОПК-4.1, ОПК-5.1
5.	Контрольная работа 4	Оптимальное управление	30	ОПК-4.2, ОПК-5.2
Промежуточная аттестация				
	Экзамен		50	
	ИТОГО		200	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольная работа 1

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем	20	5

точные и полные решения.		
«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 1:

- 1) Определить проекцию точки на множество и написать уравнение разделяющей прямой: точка (3,-5), множество $x_2 \geq |x_1|$.
- 2) Написать уравнение разделяющей прямой между двумя множествами: $X = \{x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ и $Y = \{x_2 \geq \max(7 - x_1, 4)\}$.
- 3) Являются ли выпуклыми следующие множества и почему:
а) $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 \leq 1$; б) $3x_1^2 - x_2^2 \leq 1$; в) $x_2 \leq 3|x_1|$; г) $x_1 \leq 5, x_2 \leq 4$;
- 4) Являются ли выпуклыми следующие функции и почему:
а) $2x_1$; б) $x_1 - 2x_2 + 4x_3$ в) $|x_1 - 2x_2| - 2x_3 + 3x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2$.
- 5) Найти $\max(x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + 3x_2 x_3)$ при ограничении $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Таблица А.3 – Контрольная работа 2

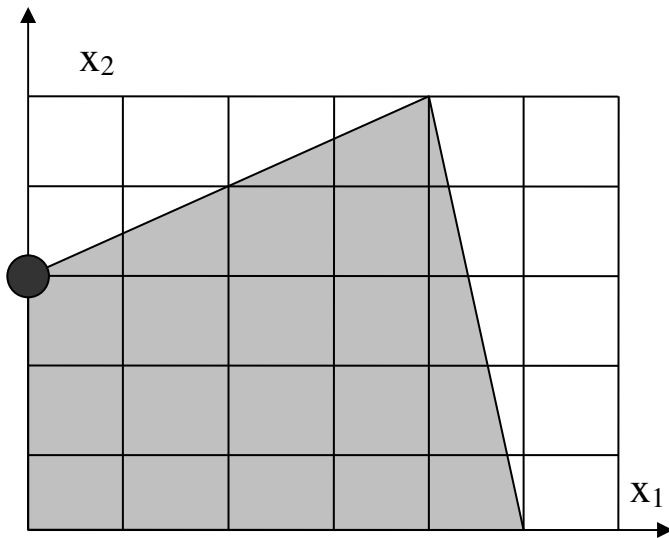
Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	3
«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 2:

- 1) Найти $\min(2x^2 + 4|x - 4| + 2)$
- 2) Найти $\min(2x_1^2 + x_2^2 + |x_1 - 4x_2| + 2)$
- 3) Найти $\min(x_1^2 + 2x_2^2)$
при ограничениях
 $2x_1 + x_2 \leq -4$
 $x_1 \leq -2$

Таблица А.4 – Домашнее задание 1

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Получены не совсем точные и полные результаты	20	5
«4» 23-26 баллов. Получены достаточно точные и полные результаты		
«5» 27-30 баллов. Получены точные и полные результаты		

Пример домашнего задания 1:

Записать аналитически ограничения для приведенной на рисунке области. Для целевой функции $\min (-x_1 + 2x_2)$ сделать следующее:

1. Решить графически задачу линейного программирования.
2. Записать двойственную задачу и решить ее графически.
3. Записать задачу линейного программирования в стандартной форме.
4. Решить задачу в стандартной форме перебором базисных решений
5. Решить задачу в стандартной форме симплекс-методом, выбрав в качестве начального базисного решения то, которое соответствует выделенной на рисунке точке.

Таблица А.5 – Контрольная работа 3

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	6
«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 3:

Найти экстремали и установить, какой тип экстремума достигается:

- 1) $J[y] = \int_0^{\pi/2} ((y')^2 - y^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(\pi/2) = 5$
- 2) $J[y] = \int_0^1 ((y')^2 - y^2 - e^x y) e^{2x} dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = e$
- 3) $J[y] = \int_{-1}^1 ((y')^2 - 2xy) dx$, $y(-1) = -1$, $y(1) = 1$
- 4) $J[y] = \int_0^{\pi} (2y \cos(x) - y'^2) dx$, $y(0) = 1$, $y(\pi) = -1$,

$$5) \quad J[y] = \int_0^1 e^{-2x} y'^2 dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 1,$$

$$6) \quad J[y] = \int_0^1 \frac{y'^2}{x} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2,$$

Таблица А.6 – Контрольная работа 4

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 18-22 баллов. Решено не менее 50% задач. Не совсем точные и полные решения.	20	3
«4» 23-26 баллов. Решено не менее 75% задач. Достаточно точные и полные решения.		
«5» 27-30 баллов. Решено не менее 90% задач. Даны точные и полные решения.		

Пример контрольной работы 4:

Решить задачи оптимального управления:

$$1. \quad \int_0^1 2u^2 dt \rightarrow \text{extr} \quad \text{при ограничениях} \quad \dot{x} - x = u, \quad x(1) = e^2.$$

$$2. \quad \int_0^1 (u^2 + x^2) dt \rightarrow \text{extr} \quad \text{при ограничениях} \quad \dot{x} - x = u, \quad x(1) = 1.$$

3. Найдите общий вид решения задачи оптимального управления

$$\int_0^1 (x^2(t) - u^2(t)) dt + x^2(1) \rightarrow \min \quad \text{при ограничениях}$$

$$\ddot{x}(t) - x(t) = u(t), \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1 \quad \text{и выпишите условия для определения констант.}$$

Таблица А.7 – Экзамен

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество заданий в одном варианте
«3» 30-37 баллов. Знание и понимание теоретического содержания курса с незначительными пробелами; несформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях, низкое качество выполнения учебных заданий (не выполнены, либо оценены числом баллов, близким к минимальному).	14	2
«4» 38-44 баллов. Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; недостаточная сформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; достаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий (ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками).		

«5» 45-50 баллов. Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; сформированность необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях, высокое качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий (оценены числом баллов, близким к максимальному).		
--	--	--

Примерные контрольные вопросы к экзамену:

1. Определение и основные свойства выпуклых множеств. Проекция вектора на множество. Существование и единственность проекции в случае выпуклого множества.
2. Теорема отделимости. Теорема об опорной гиперплоскости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.
3. Определение и основные свойства выпуклых функций. Неравенство Иенсена.
4. Основные свойства дифференцируемых выпуклых функций.
5. Минимизация функций при наличии ограничений типа неравенств.
6. Экстремальные свойства выпуклых функций. Основная задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
7. Решение задачи линейного программирования графически.
8. Решение задачи линейного программирования перебором базисных решений.
9. Стандартная постановка задачи линейного программирования.
10. Основная и двойственная задачи линейного программирования.
11. Основная процедура и альтернатива симплекс-метода решения задачи линейного программирования.
12. Метод отыскания исходного базисного решения в процедуре симплекс-метода.
13. Необходимое условие экстремума функционала.
14. Уравнение Эйлера.
15. Изопериметрическая задача на примере задачи Дидоны.
16. Задача о минимальной поверхности вращения.
17. Классификация экстремумов функционала. Достаточные условия экстремума функционала.
18. Задача о брахистохроне
19. Задача о форме тяжелой нити (цепной линии).
20. Оптимальное управление. Необходимые условия оптимальности. Примеры задач.
21. Принцип максимума Понтрягина.
22. Методы одномерной оптимизации. Выбор удачной тройки чисел
23. Методы одномерной оптимизации. Метод парабол.
24. Методы одномерной оптимизации: метод касательных.
25. Методы одномерной оптимизации: метод золотого сечения.
26. Метод штрафных функций.
27. Метод покоординатного спуска.
28. Метод наискорейшего спуска.

Пример экзаменационного билета:

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Институт электронных и информационных систем
Кафедра Прикладной математики и информатики

Экзаменационный билет № ____

Учебная дисциплина. Методы оптимизации
Для направления подготовки 01.03.01 Математика
Направленность (профиль) Математика в образовании, фундаментальных и
прикладных исследованиях

1. Теорема отделимости. Теорема об опорной гиперплоскости. Теорема о разделяющей гиперплоскости.
2. Задача о минимальной поверхности вращения.

Принято на заседании кафедры «____» _____ 20__ г. Протокол № _____
Заведующий кафедрой ПМИ _____ В.А. Едемский

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины Методы оптимизации

Таблица Б.1 – Основная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Черноруцкий, И. Г. Методы оптимизации в теории управления : учебное пособие для вузов / И. Г. Черноруцкий ; изд. прогр. "300 лучших учебников для высшей школы в честь 300-летия Санкт-Петербурга". - Санкт-Петербург : Питер, 2004. - 255 с. : ил. - (Учебное пособие). - Библиогр.: с. 253-255.	12	
2. Карманов, В. Г. Математическое программирование : учебное пособие / В. Г. Карманов. - 2-е изд., доп. и перераб. - Москва : Наука, 1980. - 256 с. - Библиогр.: с. 251. - Указ.: с. 252-253.	4	
3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах : Учеб. пособие. - 2-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2009. – 347 с.	5	
4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие для вузов. - 2-е изд., испр. - Москва : Высшая школа, 2005. - 544 с. : ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Библиогр.: с. 543-544. – (2002г стереотип. изд.)	2	
Электронные ресурсы		
1. Колногоров, А. В. Классические задачи вариационного исчисления : учебное пособие / А. В. Колногоров ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2016. - 31, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 31. – Текст: электронный // ЭБС НовГУ. – URL: https://novsu.bookonline.ru/reader/book/2624	11	ЭБС НовГУ

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Пантелеев А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. - М. : Высшая школа, 2006. - 271с.	2	
2. Пантелеев А.В. Теория управления в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2003. – 582 с.	2	
3. Задача Лагранжа и принцип максимума Понтрягина : методические указания / составитель А. В. Колногоров ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2003. - 33, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 33.	85	
Электронные ресурсы		

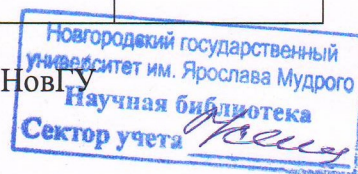
Задача Лагранжа и принцип максимума Понтрягина: методические указания / составитель А. В. Колногоров ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2011. – 27 с. – Текст: электронный // ЭБС НовГУ. – URL: https://novsu.bookonline.ru/reader/book/380		ЭБС НовГУ
---	--	-----------

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение модуля

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
Электронная библиотека НовГУ		
Электронный каталог научной библиотеки http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
База данных «Аналитика» (картотека статей) http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/	База собственной генерации	бессрочный
ЭБС «Электронная библиотечная система Новгородского государственного университета» (ЭБС НовГУ). Универсальный ресурс. Внутривузовские издания НовГУ.	Договор № 230 от 30.12.2022 с ООО «КДУ»	бессрочный
ЭБС «Лань» Единая профессиональная база данных для классических вузов – Издательство Лань «ЭБС» ЭБС ЛАНЬ	Договор № 34/ЕП(Т)23 от 22.12.2023 с ООО «Издательство ЛАНЬ»	с 01.01.2024 по 31.12.2024
ЭБС «ЛАНЬ» Коллекции: «Физика – Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана», «Информатика - Издательство ДМК Пресс», «Журналистика и медиа-бизнес - Издательство Аспект Пресс»	Договор № 33/ЕП(У)23 от 25.12.2023 с ООО «ЭБС ЛАНЬ»	с 01.01.2024 по 31.12.2024
ЭБС «ЛАНЬ» Универсальный ресурс	Договор № СЭБ НВ–283 с ООО «ЭБС ЛАНЬ» от 09.11.2020	с 09.11.2020 по 31.12.2023 Договор пролонгирован до 31.12.2024 (основание: п.6.1.)
«ЭБС ЮРАЙТ www.biblio-online.ru» Универсальный ресурс.	Договор № 35/ЕП(У)23 от 25.12.2023 с ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	с 01.01.2024 по 31.12.2024
«Национальная электронная библиотека» Универсальный ресурс.	Договор №101/НЭБ/2338П от 14.03.2022 с ФБГУ «Российская Государственная библиотека»	с 14.03.2022 по 13.03.2027
ЭБС «IPRsmart» Универсальный ресурс.	Лицензионный договор № 11040/23П/31/ЕП(У)23 от 22.12.2023 с ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа»	с 01.01.2024 по 31.12.2024
ЭБС «IPRsmart» Электронно-образовательный ресурс для иностранных студентов «РУССКИЙ ЯЗЫК КАК ИНОСТРАННЫЙ» (РКИ).	Договор № 436/ЕП(У)23-ВБ от 15.12.2023 с ООО Компания «Ай Пи Ар Медиа»	с 01.01.2024 по 31.01.2025
ЭБС Polpred.com. Обзор СМИ. Электронные статьи 600 деловых газет, журналов, информагентств за 20 лет.	Соглашение с ООО «ПОЛПРЕД Справочники». Тестовый доступ.	с 01.01.2023
Профессиональные базы данных		

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
Президентская библиотека им. Б. Н. Ельцина https://www.prilib.ru/	в открытом доступе	-
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/	в открытом доступе	-
База данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyy-reestr-professionalnykh-standartov/	в открытом доступе	-
База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» https://нэб.рф	в открытом доступе	-
Информационные справочные системы		
Университетская информационная система «РОССИЯ» https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/uis-rossiya	в открытом доступе	-
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» https://openedu.ru	в открытом доступе	-
Портал открытых данных Российской Федерации https://data.gov.ru	в открытом доступе	-
Справочно-правовая система КонсультантПлюс (КонсультантПлюс студенту и преподавателю) www.consultant.ru/edu/	в открытом доступе	-

Проверено НБ НовГУ



Зав. кафедрой ПМИ В.А. Едемский

« 16 » 05 2024 г.

[illegible]