

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИЭИС

 В.А. Шульцев

«16» 06 2023 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

учебной дисциплины

**Математика**

по направлению подготовки (специальности)

**38.03.01 Экономика**

Направленность (профиль) Бухгалтерский учет, анализ и аудит

СОГЛАСОВАНО

Начальник отдела обеспечения  
деятельности ИЭИС

 И.Н. Гуркова  
«15» 06 2023 г.

Разработала

Старший преподаватель КПМИ

 С.В. Неустроева  
«07» 06 2023 г.

Принято на заседании кафедры

Протокол № 10 от «14» 06 2023 г.

Заведующий кафедрой КПМИ

 В.А. Едемский  
«14» 06 2023 г.

## 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

**Цель освоения учебной дисциплины:** формирование компетентности студентов в области фундаментальных знаний математических наук, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности

### **Задачи:**

- сформировать представление у студентов об основных принципах моделирования и анализа экономических систем;
- ознакомить их с примерами применения математических моделей и методов в экономике;
- ознакомить обучающихся с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- подготовить студентов к изучению и применению методов математического анализа и моделирования, математического аппарата при решении профессиональных проблем;
- организовать среду для эффективного изучения основных понятий и методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа;
- подготовить обучающихся к самостоятельному изучению тех разделов математики, которые могут потребоваться дополнительно в практической исследовательской работе.

## 2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина входит в обязательную часть учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 38.03.01. Дисциплина обеспечивает математическую подготовку бакалавров и необходима для освоения учебной программы ряда учебных модулей естественнонаучного и профессионального циклов, в частности для изучения учебных элементов и разделов по теории вероятностей, статистики, информатики, а также многих разделов экономики, например, таких как бухгалтерский учет, менеджмент, экономика организации, разделов финансовой математики.

## 3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

### *Универсальные компетенции*

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

### *Общепрофессиональные компетенции:*

ОПК-2 - Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

| <i>Код и наименование компетенции</i>                                                                                                 | <i>Результаты освоения учебной дисциплины<br/>(индикаторы достижения компетенций)</i>                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-1-Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач   | <b>Знать</b> особенности систематизации информации, полученной из разных источников и методы ее критического анализа                                                         | <b>Уметь</b> выявлять системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами, практиками и определять противоречия, возникающие в данных связях и отношениях; применять системный подход в интеллектуальной деятельности | <b>Владеть</b> навыками анализа и синтеза научной информации; навыкам и логической аргументации выводов и суждений в решении профессиональных задач |
| ОПК-2- способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач | <b>Знать</b> о важности современной и актуальной информации, иметь представление об источниках информации, необходимой для анализа деятельности и решения поставленных задач | <b>Уметь</b> использовать традиционные методики обработки данных в зависимости от поставленных задач.                                                                                                                                | <b>Владеть</b> основными методами сбора, обработки и анализа информации, необходимой для принятия управленческих решений различного уровня.         |

#### 4 Структура и содержание учебной дисциплины

##### 4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

Таблица 2 - Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

| <i>Части учебной дисциплины</i>                             | <i>Всего</i> | <i>Распределение по семестрам</i> |
|-------------------------------------------------------------|--------------|-----------------------------------|
|                                                             |              | <i>1 семестр</i>                  |
| 1.Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ) | 6            | 6                                 |
| 2.Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)   | 84           | 84                                |
| 3.Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i> |              | -                                 |
| 4.Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)              | 96           | 96                                |
| 5.Промежуточная аттестация <i>(экзамен) (АЧ)</i>            | 36           | 36 (экзамен)                      |

## 4.2 Содержание учебной дисциплины

### Раздел № 1 **Линейная алгебра, аналитическая геометрия и основы векторного анализа**

#### 1.1 Определители. Свойства определителей.

Определители, вычисление определителей. Правило треугольника для определителей 3-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя. Разложение определителя по произвольному ряду. Свойства определителей.

#### 1.2 Векторные величины на плоскости и в трёхмерном пространстве.

Понятие вектора, заданного на плоскости и в трёхмерном пространстве. Геометрическая интерпретация векторных величин. Координаты и длина вектора. Равенство векторов. Коллинеарность и компланарность векторов. Проекция вектора на ось. Теоремы о представлении произвольного вектора на плоскости или в трёхмерном пространстве в заданной системе координат. Линейные операции над векторами: сложение векторов, умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов. Основные свойства скалярного произведения. Векторное произведение векторов, свойства.

#### 1.3 Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве.

Прямая линия на плоскости. Каноническое и параметрическое задание прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости, другие виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости: условия параллельности и перпендикулярности прямых, точка пересечения прямых, угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, уравнение плоскости в отрезках. Угол между плоскостями. Варианты взаимного расположения двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Каноническая и параметрическая формы задания прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью.

#### 1.4 Матрицы.

Понятие матрицы, виды матриц. Размерность матрицы. Равенство, транспонирование матриц. Линейные операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на действительное число, свойства. Произведение матриц, свойства. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Аналитическая формула для элементов обратной матрицы. Свойства обратных матриц.

#### 1.5 Системы линейных алгебраических уравнений.

Понятие линейного уравнения, его решения. Понятие системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Понятие решения системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Критерий определенности системы линейных уравнений. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Методы решения квадратных систем линейных уравнений: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Алгоритм решения произвольной линейной неоднородной системы.

#### 1.6 Конечномерное евклидово пространство.

Понятие  $n$ -мерного вектора. Линейные операции над векторами. Длина (модуль) вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Конечномерное евклидово пространство как множество векторов с введенными линейными операциями и скалярным произведением. Угол между двумя векторами в конечномерном евклидовом пространстве. Понятие ортогональности векторов. Системы векторов в конечномерном евклидовом пространстве. Линейная зависимость и независимость систем векторов, свойства. Ранг системы векторов. Свойство сохранения ранга системы при проведении элементарных преобразований. Разложение произвольного вектора системы по подсистеме линейно независимых векторов. Базис в конечномерном евклидовом пространстве. Разложение произвольного вектора по базису. Координаты вектора в конкретном базисе. Стандартный базис в конечномерном евклидовом пространстве.

### Раздел № 2 **Математический анализ**

#### 2.1 Понятие функции. Предел функции.

Понятие функции одной независимой переменной. Область определения, множество значений функции. Способы задания функции. Функция натурального аргумента. Предел числовой последовательности. Предел функции, различные определения предела функции в точке.

Односторонние пределы. Свойства функций, имеющих предел. Свойства пределов функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции в точке. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями. Неопределенности, возникающие при переходе к пределу, различные виды неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы.

## 2.2 Непрерывность функции одной переменной.

Понятие непрерывности функции. Основные свойства непрерывных функций. О возможности перехода к пределу под знаком непрерывной функции. Свойства непрерывных функций. Понятие разрыва функции в заданной точке. Разрывы первого и второго рода.

## 2.3 Дифференцируемость функции одной переменной.

Понятие производной функции в заданной точке. Геометрический и физический смысл производной. Производная как функция. Дифференцирование функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Односторонние производные. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы о среднем. Производные и дифференциалы высших порядков. Разложение функции в окрестности заданной точки, Формула Тейлора. Различные формы остаточного члена в формуле Тейлора. Правило Лопиталя. Исследование функции с помощью производной. Монотонность функции, необходимое и достаточное условие. Локальный экстремум функции, необходимое и достаточное условие. Выпуклость вогнутость функции. Асимптоты к графику функции: наклонные и вертикальные. Схема построения графика функции.

## 2.4 Интегрирование функции одной переменной.

Понятие первообразной заданной функции. Интегрирование функции. Связь между интегрированием и дифференцированием. Неопределенный интеграл, геометрический смысл, свойства. Таблица интегралов. Методы вычисления неопределённых интегралов: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных выражений, некоторых выражений, содержащих радикалы. Определённый интеграл, геометрический смысл, свойства. Определённый интеграл как функция от переменного верхнего предела, формула Ньютона-Лейбница. Общие методы вычисления определённых интегралов: метод замены переменной, метод интегрирования по частям.

# 4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

| № | Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР | Контактная работа (в АЧ) |    |    |            |     | Внеауд. СРС (в АЧ) | Формы текущего контроля |
|---|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----|----|------------|-----|--------------------|-------------------------|
|   |                                                                             | Аудиторная               |    |    | В т.ч. СРС | ЭКЗ |                    |                         |
|   |                                                                             | ЛЕК                      | ПЗ | ЛР |            |     |                    |                         |
| 1 | Определители. Свойства определителей                                        | 2                        | 2  | -  | 1          |     | 1                  | КР №2, ИДЗ №3           |
| 2 | Векторные величины на плоскости и в трёхмерном пространстве                 | 4                        | 0  | -  |            |     | 2                  | ИДЗ №1                  |
| 3 | Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве     | 5                        | 4  | -  | 2          |     | 14                 | КР №1, ИДЗ №2           |
| 4 | Матрицы                                                                     | 4                        | 2  | -  | 1          |     | 5                  | КР № 2 ИДЗ №3           |
| 5 | Системы линейных уравнений                                                  | 6                        | 3  | -  | 2          |     | 10                 | КР № 2 ИДЗ №3           |
| 6 | Конечномерное евклидово пространство                                        | 6                        | 2  | -  | 1          |     | 8                  | ИДЗ №4                  |
| 7 | Понятие функции. Предел функции                                             | 8                        | 3  | -  | 1          |     | 12                 | КР №3 ИДЗ №5            |
| 8 | Непрерывность функции одной переменной                                      | 3                        | 1  | -  |            |     | 8                  | КР №3 ИДЗ №5            |
| 9 | Дифференцируемость функции одной переменной                                 | 8                        | 6  | -  | 2          |     | 18                 | КР №4 ИДЗ №6            |

|    |                                         |    |    |   |    |    |    |                 |
|----|-----------------------------------------|----|----|---|----|----|----|-----------------|
| 10 | Интегрирование функции одной переменной | 10 | 5  | - | 2  |    | 18 | КР №5<br>ИДЗ №7 |
|    | Промежуточная аттестация                |    |    | - |    | 36 |    | Экзамен         |
|    | <b>ИТОГО</b>                            | 56 | 28 | - | 12 | 36 | 96 |                 |

#### 4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/ курсовые проекты

##### 4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

##### 4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

### 5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 -Методические рекомендации по организации лекций

| №  | Темы лекционных занятий (форма проведения)                                                                                              | Трудоем-<br>кость в АЧ |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. | Определители. Свойства определителей (вводная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                                        | 2                      |
| 2  | Векторные величины на плоскости и в трёхмерном пространстве (обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                | 4                      |
| 3  | Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве. (проблемная лекция, информационная лекция, лекция-презентация) | 5                      |
| 4  | Матрицы (проблемная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                                                                  | 4                      |
| 5  | Системы линейных уравнений (обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                                                 | 6                      |
| 6  | Конечномерное евклидово пространство (вводная лекция, обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                       | 6                      |
| 7  | Понятие функции. Предел функции (вводная лекция, обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                            | 8                      |
| 8  | Непрерывность функции одной переменной (информационная лекция, лекция-презентация)                                                      | 3                      |
| 9  | Дифференцируемость функции одной переменной (проблемная лекция, обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)             | 8                      |
| 10 | Интегрирование функции одной переменной (проблемная лекция, обзорная лекция, информационная лекция, лекция-презентация)                 | 10                     |
|    | <b>ИТОГО</b>                                                                                                                            | 56                     |

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

| №  | Темы практических занятий (форма проведения)                                                                                                                                                               | Трудоем-<br>кость<br>в АЧ |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 1. | Определители. Свойства определителей (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)                                    | 2                         |
| 2  | Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий) | 4                         |
| 3  | Матрицы (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)                                                                 | 2                         |
| 4  | Системы линейных уравнений (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)                                              | 3                         |
| 5  | Конечномерное евклидово пространство (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)                                    | 2                         |

|   |                                                                                                                                                                                |           |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 6 | Понятие функции. Предел функции (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)             | 3         |
| 7 | Непрерывность функции одной переменной (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)      | 1         |
| 8 | Дифференцируемость функции одной переменной (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий) | 6         |
| 9 | Интегрирование функции одной переменной (решение типовых задач преподавателем, фронтальная работа с аудиторией, работа в малых группах, выполнение индивидуальных заданий)     | 5         |
|   | <b>ИТОГО</b>                                                                                                                                                                   | <b>28</b> |

## 6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

## 7 Условия освоения учебной дисциплины

### 7.1 Учебно – методическое обеспечение

Учебно-методическое обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

Таблица 6 - Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

| №                                  | Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО | Наличие материально-технического оборудования                                                         |             |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1.                                 | Учебные аудитории для проведения учебных занятий                   | аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска) |             |
|                                    |                                                                    | компьютерный класс с выходом в Интернет, в том числе для проведения практических занятий              |             |
|                                    |                                                                    | помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)                           |             |
| 2.                                 | Мультимедийное оборудование                                        | проектор, компьютер, экран                                                                            |             |
| 3.                                 | Программное обеспечение                                            |                                                                                                       |             |
| Наименование программного продукта |                                                                    | Обоснование для использования (лицензия, договор, счёт, акт или иное)                                 | Дата выдачи |
| Подписка Microsoft Office 365      |                                                                    | свободно распространяемое для вузов                                                                   | -           |
| Adobe Acrobat                      |                                                                    | свободно распространяемое                                                                             | -           |
| Teams                              |                                                                    | свободно распространяемое                                                                             | -           |
| Skype                              |                                                                    | свободно распространяемое                                                                             | -           |
| Zoom                               |                                                                    | свободно распространяемое                                                                             | -           |

Приложение А (обязательное)  
**Фонд оценочных средств учебной дисциплины**  
**Математика**

### 1. Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть - общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий (методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть - фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

### 2. Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

| №   | Оценочные средства для текущего контроля | Разделы (темы) учебной дисциплины                                         | Баллы      | Проверяемые компетенции |
|-----|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|------------|-------------------------|
| 1.  | Индивидуальное домашнее задание №1       | Векторные величины на плоскости и в трёхмерном пространстве               | 15         | УК-1, ОПК-2             |
| 2.  | Контрольная работа №1                    | Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве   | 20         | УК-1, ОПК-2             |
| 3.  | Индивидуальное домашнее задание №2       | Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве   | 25         | УК-1, ОПК-2             |
| 4.  | Контрольная работа №2                    | Определители. Свойства определителей. Матрицы. Системы линейных уравнений | 25         | УК-1, ОПК-2             |
| 5.  | Индивидуальное домашнее задание №3       | Определители. Свойства определителей. Матрицы. Системы линейных уравнений | 25         | УК-1, ОПК-2             |
| 6.  | Индивидуальное домашнее задание №4       | Конечномерное евклидово пространство                                      | 20         | УК-1, ОПК-2             |
| 7.  | Индивидуальное домашнее задание №5       | Понятие функции. Предел функции. Непрерывность функции одной переменной   | 20         | УК-1, ОПК-2             |
| 8.  | Контрольная работа №3                    | Понятие функции. Предел функции. Непрерывность функции одной переменной   | 15         | УК-1, ОПК-2             |
| 9.  | Индивидуальное домашнее задание №6       | Дифференцируемость функции одной переменной                               | 25         | УК-1, ОПК-2             |
| 10. | Контрольная работа №4                    | Дифференцируемость функции одной переменной                               | 20         | УК-1, ОПК-2             |
| 11. | Индивидуальное домашнее задание №7       | Интегрирование функции одной переменной                                   | 20         | УК-1, ОПК-2             |
| 12. | Контрольная работа №5                    | Интегрирование функции одной переменной                                   | 20         | УК-1, ОПК-2             |
|     |                                          |                                                                           |            |                         |
|     | Экзамен                                  |                                                                           | 50         | УК-1, ОПК-2             |
|     | <b>ИТОГО</b>                             |                                                                           | <b>300</b> |                         |

### 3 Рекомендации к использованию оценочных средств

#### 1) Индивидуальные домашние задания

Таблица А.2 – Индивидуальные домашние задания

| Критерии оценки               | Количество вариантов заданий | Количество вопросов |
|-------------------------------|------------------------------|---------------------|
| Количество правильных ответов | 25                           | 4-6                 |
| Использование терминологии    |                              |                     |
| Обоснованность решений        |                              |                     |

#### Демонстрационные варианты индивидуальных домашних заданий

ИДЗ №1 по теме «Векторные величины на плоскости и в трёхмерном пространстве»

1. Найти координаты векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ , скалярное произведение этих векторов, если  $\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \lambda_3 \vec{a} + \lambda_4 \vec{b}$ ,  $\vec{a}(2,0,4)$ ,  $\vec{b}(1,3,2)$ .

2. Найти угол между единичными векторами  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$ , если известно, что взаимно перпендикулярны векторы  $\vec{a} = \lambda_2 \vec{e}_1 + \lambda_3 \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = \lambda_4 \vec{e}_1 + \lambda_1 \vec{e}_2$ .

3. Даны вершины треугольника ABC: A( $\lambda_1$ , 0, -2), B(1,  $\lambda_2$ , 1), C(3,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$ ).

Найти: 1) проекцию вектора  $\overline{AB}$  на вектор  $\overline{AC}$ ;

2) косинусы внутренних углов треугольника;

3) длину и направляющие косинусы вектора  $\vec{a} = \lambda_3 \cdot \overline{AB} - \lambda_1 \cdot \overline{CB}$ .

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3, \lambda_4 = 2.$$

ИДЗ №2 по теме «Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве»

1. Даны вершины треугольника ABC: A(-1;3);B(2;-3);C(3;5). Найти:

а) уравнение стороны AB;

б) уравнение высоты CH;

в) уравнение медианы AM;

г) точку N пересечения AM и CH;

д) уравнение прямой, проходящей через C параллельно AB;

е) расстояние от точки C до прямой AB.

2. Даны четыре точки: A(1,-1,3), B(6,5,8), C(3,5,8), D(8,4,1). Составить уравнения:

а) плоскости ABC;

б) прямой AB;

в) прямой DM, перпендикулярной плоскости ABC;

г) прямой CN, параллельной прямой AB;

д) плоскости, проходящей через точку D, перпендикулярно прямой AB.

Вычислить синус угла между прямой AD и плоскостью ABC.

Найти расстояние от точки D до плоскости ABC.

ИДЗ №3 по теме «Определители. Свойства определителей. Матрицы. Системы линейных уравнений»

1. Вычислить определитель матрицы  $C = A \cdot B$ :

$$A) A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix};$$

Б) дважды, используя правило треугольников и разложив по любому ряду, кроме 1-ой строки:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 6 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $A^2 + 2A - 3E$ :  $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$

Замечание.  $A^2 = A \cdot A$ .

3. Доказать совместность системы линейных уравнений (с помощью рангов) и решить её тремя способами:

1) матричным способом; 2) по формулам Крамера; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 12 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

ИДЗ №4 по теме «Конечномерное евклидово пространство»

1. Найти базис (любой) системы векторов  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e}$ .

$$\bar{a}(3, -1, -4) \quad \bar{b}(0, 3, 2) \quad \bar{c}(3, 8, 2) \quad \bar{d}(6, 1, -6) \quad \bar{e}(3, -1, 2)$$

2. Доказать, что векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  образуют базис линейного векторного пространства  $R^3$  и найти координаты вектора  $\bar{d}$  в данном базисе.

$$\bar{a}(2, 1, 3) \quad \bar{b}(3, -2, 1) \quad \bar{c}(1, -3, -4) \quad \bar{d}(7, 0, 7)$$

3. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

ИДЗ №5 по теме «Предел функции. Непрерывность функции одной переменной»

1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x^2 + 5x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-9}{x+1} \right)^{3x+1}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить ее график:

$$y = \begin{cases} 2x-3, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3+\sqrt{x}, & x > 4. \end{cases}$$

ИДЗ №6 по теме «Дифференцируемость функции одной переменной»

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}; \quad \text{б) } y = \frac{1}{2} \arctg \frac{e^x - 3}{2}; \quad \text{в) } y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

2. Провести полное исследование функции и построить её график:

$$y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$$

ИДЗ №7 по теме «Интегрирование функции одной переменной»

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{2+\ln(x-1)}{x-1} dx; \quad \text{б) } \int (11 + 3x^2) \sin 2x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x+1}{x^3-1} dx; \quad \text{г) } \int \frac{\sin x}{5+3 \sin x} dx; \quad \int \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx.$$

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

а)  $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ ;      б)  $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx$ .

## 2) Контрольные работы

Таблица А.3 – Контрольная работа

| Критерии оценки                 | Количество вариантов заданий | Количество вопросов |
|---------------------------------|------------------------------|---------------------|
| Количество правильных ответов   | 10                           | 4-6                 |
| Использование терминологии      |                              |                     |
| Обоснованность решений          |                              |                     |
| Знания основных понятий раздела |                              |                     |

## Демонстрационные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1 по теме

«Основы аналитической геометрии на плоскости и в трёхмерном пространстве»

1. Даны вершины треугольника ABC: A(-1;3); B(2;-3); C(3;5). Найти:

а) уравнение стороны AB;

б) уравнение медианы AM;

в) угол BAM.

2. Даны четыре точки: A(1,-1,3), B(6,5,8), C(3,5,8), D(8,4,1). Составить уравнения:

а) прямой AB;

б) плоскости, проходящей через точку D, перпендикулярно прямой AB.

Найти расстояние от точки D до плоскости ABC.

Контрольная работа №2 по теме «Определители. Свойства определителей. Матрицы. Системы линейных уравнений»

1. Вычислить определитель матрицы  $C = A \cdot B$  дважды, используя правило треугольников и разложив по любому ряду, кроме 1-ой строки:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 6 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти матрицу  $A^2 + A^T - 3E$ :  $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$

3. Доказать совместность системы линейных уравнений (с помощью рангов) и решить её матричным способом.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 12 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

Контрольная работа № 3 по теме «Предел функции. Непрерывность функции»

1. Найти пределы:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - \sqrt{x-1}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 5)^{\frac{x}{x-1}}$ .

2. Найти точки разрыва функции, определить характер разрыва:  $y = \frac{x^2-1}{x^4+x^3-2x^2}$ .

Контрольная работа №4 по теме «Дифференцируемость функции одной переменной»

1. Вычислить  $y'(x)$  а)  $y = \arctg(2x^2 + 5)$  б)  $y = \sqrt{x} \log_2(1 - x^3)$ .
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}$  на отрезке  $[-3, 3]$ .
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = \frac{2(x-1)^2}{x^2}$

Контрольная работа № 5 по теме «Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Найти неопределенные интегралы:  $\int \frac{6\sqrt{x^3} + 4\sqrt[4]{x}}{x^3} dx$ ,  $\int \sin(2x-3) dx$ ,  $\int \frac{4x^4}{5+7x^5} dx$ ,  
 $\int (3x+2) \cdot 4^{2x} dx$ ,  $\int \frac{7x+5}{(x-3)(x-4)} dx$ .
2. Вычислить:  $\int_4^9 \frac{1}{x-\sqrt{x}} dx$ ,  $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ .

Таблица А.4–Экзамен

| Критерии оценки                    | Количество вариантов заданий | Количество вопросов |
|------------------------------------|------------------------------|---------------------|
| Количество правильных ответов      | 25                           | 4-5                 |
| Использование терминологии         |                              |                     |
| Владение материалом                |                              |                     |
| Логичность и обоснованность ответа |                              |                     |

### Список контрольных вопросов к экзамену

1. Определители второго и третьего порядков.
2. Свойства определителей.
3. Матрицы, операции над ними.
4. Обратная матрица, ее вычисление.
5. Системы линейных уравнений. Правило Крамера.
6. Матричная запись систем. Решение с помощью обратной матрицы.
7. Ранг системы векторов и ранг матрицы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли.
8. Векторы, действия над ними. Скалярное произведение.
9. Координаты точек и векторов, длина вектора.
10. Деление отрезка в данном отношении.
11. Уравнения прямой на плоскости.
12. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
13. Уравнения плоскости в пространстве.
14. Взаимное расположение двух плоскостей.
15. Уравнения прямой в пространстве.
16. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
17. Взаимное расположение прямой и плоскости.
18. Конечномерное евклидово пространство.

19. Системы векторов: линейная зависимость и линейная независимость, ранг, базис.
20. Базис в конечномерном евклидовом пространстве.
21. Простейшие функции и их графики.
22. Операции над функциями. Элементарные функции.
23. Бесконечно малые и их свойства.
24. Сохранение непрерывности при алгебраических операциях и композиции.
25. Непрерывность элементарных функций.
26. Предел функции в точке, свойства пределов.
27. Замечательные пределы.
28. Сравнение бесконечно малых.
29. Точки разрыва функции.
30. Асимптоты и их нахождение.
31. Производная, ее механический, геометрический и экономический смысл.
32. Таблица производных.
33. Правила вычисления производных.
34. Производная сложной и обратной функции.
35. Формула для приращения функции. Дифференциал функции.
36. Правила Лопиталя.
37. Условие возрастания и убывания функции. Экстремумы.
38. Условие выпуклости вниз и вверх функции. Точки перегиба.
39. Схема построения графика функции на примере.
40. Первообразная функции, свойства. Неопределённый интеграл, геометрический смысл, свойства.
41. Основные методы интегрирования (непосредственное, замена переменной, по частям).
42. Простейшие дроби. Интегрирование простейших дробей I, II, III типов.
43. Интегрирование рациональных функций. Разложение правильной дроби на простейшие.
44. Интегрирование тригонометрических функций.
45. Интегрирование иррациональных функций.
46. Определённый интеграл, свойства.
47. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
48. Замена переменной в определённом интеграле. Интегрирование по частям.

### Пример экзаменационного билета

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**

**Кафедра прикладной математики и информатики**

### Экзаменационный билет №1

Учебная дисциплина «Математика»

Для направления подготовки 38.03.01

1. Уравнение прямой в пространстве.
2. Формула для приращения функции. Дифференциал функции.
3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 12 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

4. Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 2}$ .

УТВЕРЖДАЮ

Зав.кафедрой ПМИ

Едемский В.А.

**Приложение Б**  
**(обязательное)**

**Карта учебно-методического обеспечения**  
**Учебной дисциплины математика**

**1. Основная литература**

| Библиографическое описание издания<br>(автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Кол. экз. в<br>библ. НовГУ | Наличие в<br>ЭБС |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|------------------|
| <b>Печатные источники</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                            |                  |
| 1 Высшая математика для экономистов : учебник для вузов / авт. коллектив: Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - Москва : ЮНИТИ, 2014. - 478, [2] с. : ил. - (Золотой фонд российских учебников). - Указ.: с. 461-473. - (2000 - 2014)                                                                                                                                                                                                                               | 133                        |                  |
| <b>Электронные ресурсы</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                            |                  |
| 1. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 760 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14218-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: URL : <a href="https://urait.ru/bcode/477391">https://urait.ru/bcode/477391</a> |                            | Юрайт            |
| 2 В.А. Едемский, С. В. Неустроева, Ю.Ю. Петрова. Линейная алгебра, 1 часть: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого». - Великий Новгород, 2012 г. - 36 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                            |                  |
| 3 Ю.Ю. Петрова. Пределы и непрерывность функции: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого». - Великий Новгород, 2012 г. - 10 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                            |                  |
| 4 В.А. Едемский, Т.Н. Шелонина. Неопределенный интеграл: метод. указания / ФГБОУ «Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого». - Великий Новгород, 2013 г. - 20 с.                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                            |                  |

**2. Дополнительная литература**

| Библиографическое описание издания<br>(автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)                                                                               | Кол. экз. в<br>библ.<br>НовГУ | Наличие в<br>ЭБС |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------|
| <b>Печатные источники</b>                                                                                                                                                      |                               |                  |
| 1 Шипачев В. С. Высшая математика : учебник для вузов / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2007. - 479, [1] с. : ил. - Указ.: с. 455-463. - (2000-2007) | 255                           |                  |
| 2 Минорский, В. П.<br>Сборник задач по высшей математике : учебное пособие для вузов / В. П. Минорский. - 13-е изд. - Москва : Наука, 1987. - 352 с. : ил.                     | 130                           |                  |

Новгородский государственный  
университет им. Ярослава Мудрого  
Научная библиотека  
Сектор учета *Иванов*

| Электронные ресурсы                                     |                                                                       |                       |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Единый портал Интернет-тестирования в сфере образования | <a href="http://trainin.g.i-exam.ru/">http://trainin.g.i-exam.ru/</a> | [Электронный ресурс]. |

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение

| Наименование ресурса                                                                                                                                                                           | Договор                          | Срок договора |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|---------------|
| <b>Профессиональные базы данных</b>                                                                                                                                                            |                                  |               |
| База данных электронной библиотечной системы вуза «Электронный читальный зал-БиблиоТех»<br><a href="https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/">https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/</a> | Договор № БТ-46/11 от 17.12.2014 | бессрочный    |
| Электронный каталог научной библиотеки<br><a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>                                                                      | База собственной генерации       | бессрочный    |
| База данных «Аналитика» (картотека статей)<br><a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>                                                                  | База собственной генерации       | бессрочный    |
| База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>                                                                                 | в открытом доступе               | -             |
| База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» <a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>                                                                  | в открытом доступе               | -             |
| <b>Информационные справочные системы</b>                                                                                                                                                       |                                  |               |
| Университетская информационная система «РОССИЯ» <a href="https://uisrussia.msu.ru">https://uisrussia.msu.ru</a>                                                                                | в открытом доступе               | -             |
| Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» <a href="https://openedu.ru">https://openedu.ru</a>                                                                                 | в открытом доступе               | -             |

Проверено НБ НовГУ

Зав. кафедрой ПМИ

« 14 » 06 2023 г.

В.А. Едемский

Новгородский государственный  
университет им. Ярослава Мудрого  
Научная библиотека  
Сектор учета

Рабочая программа актуализирована на 20\_\_ / 20\_\_ учебный год.  
 Протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.  
 Разработчик: \_\_\_\_\_  
 Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

[illegible]