

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Институт электронных и информационных систем  
Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЭИС

  
В. А. Шульцев

« 14 » 06 20 23 г.

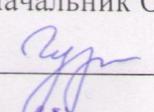
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
учебной дисциплины  
Высшая математика

по направлению подготовки 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств  
направленности (профилю):

Информационные технологии в проектировании электронных средств;  
Проектирование и технология радиоэлектронных средств

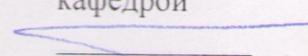
СОГЛАСОВАНО

Начальник ООД ИЭИС

 И. Н. Гуркова

« 14 » 06 20 23 г.

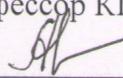
Заведующий выпускающей  
кафедрой

 М.И. Бичурин

« 14 » 06 20 23 г.

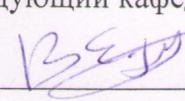
Разработал

Профессор КПМИ

 А.В. Ласунский

« 09 » 06 20 23 г.

Принято на заседании кафедры  
Протокол № 10 от « 14 » 06 20 23 г.  
Заведующий кафедрой

 В.А. Едемский

« 14 » 06 20 23 г.

## 1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цель освоения учебной дисциплины:

формирование систематизированных знаний в области математики и математических методов как фундамента для успешного освоения модуля естественнонаучного и профессионального циклов.

Задачи:

- привитие и развитие математического мышления, воспитание высокой математической культуры;
- формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению;
- освоение обучающимися математических методов и основ математического моделирования;
- на пример математических понятий и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в прикладных исследованиях.

## 2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина Высшая математика относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств и направленностей (профилей) Информационные технологии в проектировании электронных средств; Проектирование и технология радиоэлектронных средств (далее – ОПОП).

В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках школьного курса математики в объеме курса средней школы.

Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин: Физика, Теоретические основы радиотехники, Теоретические основы электротехники, Обработка и анализ данных и других учебных дисциплин, предусмотренных учебным планом направления подготовки.

## 3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности (*научное мышление*).

ОПК-2 Способен самостоятельно проводить экспериментальные исследования и использовать основные приемы обработки и представления полученных данных (*исследовательская деятельность*).

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
	ОПК-1.1	ОПК-1.2	ОПК-1.3
ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и	ОПК-1.1 Знает фундаментальные законы природы и основные физические и	ОПК-1.2 Умеет применять физические законы и математические	ОПК-1.3 Владеет навыками использования знаний физики и

математики для решения задач инженерной деятельности	математические законы	методы для решения задач теоретического и прикладного характера	математики при решении практических задач
ОПК-2 Способен самостоятельно проводить экспериментальные исследования и использовать основные приемы обработки и представления полученных данных	ОПК-2.1Находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи	ОПК-2.2Рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	ОПК-2.4Определять ожидаемые результаты решения выделенных задач

## 4 Структура и содержание учебной дисциплины

### 4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам		
		1 семестр	2 семестр	3 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	<b>18</b>	6	6	6
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	<b>210</b>	70	70	70
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-	-	
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	<b>330</b>	110	110	110
5. Промежуточная аттестация <i>(зачет; дифференцированный зачет; экзамен)</i> (АЧ)	<b>108</b>	36 экзамен	36 экзамен	36 экзамен

4.1.2 Трудоемкость учебной дисциплины для заочной формы обучения представлена в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Трудоемкость учебной дисциплины для заочной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам		
		1 семестр	2 семестр	3 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	<b>18</b>	6	6	6
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	<b>60</b>	20	20	20
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-	-	
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	<b>480</b>	160	160	160

5. Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	108	36 экзамен	36 экзамен	36 экзамен
---	-----	---------------	---------------	---------------

## 4.2 Содержание учебной дисциплины

### *Первый семестр*

#### **Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

- 1.1 Матрицы, действия с матрицами. Определители и их свойства. Теорема Крамера. Обратная матрица. Метод Гаусса.
- 1.2 Основные понятия векторной алгебры. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Критерии перпендикулярности, коллинеарности и компланарности векторов. Полярные координаты.
- 1.3 Общее и нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
- 1.4 Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка. Метод сечений.

#### **Раздел 2. Введение в математический анализ. Теория пределов. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной**

- 2.1 Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно-малые функции. Правила вычисления пределов. Два достаточных признака существования предела. Замечательные пределы. Свойства непрерывных функций. Разрывы непрерывности функций.
- 2.2 Производная функции. Таблица производных. Понятие первого дифференциала и его инвариантность. Производные высших порядков. Таблица производных высших порядков.
- 2.3 Формула Тейлора. Правило Лопиталю. Выпуклость плоских линий. Асимптоты. Графики функций.
- 2.4 Комплексные числа. Формы комплексного числа. Формула Муавра. Многочлены. Разложение многочлена на линейные множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.
- 2.5 Понятие первообразной функции и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.

### *Второй семестр*

#### **Раздел 3. Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных**

- 3.1 Определение определенного интеграла от функции одной переменной. Достаточные условия интегрируемости функции. Теорема Ньютона-Лейбница.

Простейшие свойства определенного интеграла. Истолкование определенного интеграла в геометрии. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.

3.2 Несобственные интегралы от функций одной переменной. Основные понятия.

Примеры. Признаки сходимости несобственных интегралов.

3.3 Функции многих переменных, основные понятия. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Дифференцирование сложной функции многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.

#### **Раздел 4. Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды**

4.1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с отделенными и отделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.

4.2 Линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Теорема об общем решении ЛОДУ. ЛНДУ  $n$ -го порядка. Простейшие свойства ЛНДУ. Теорема об общем решении ЛНДУ. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ. Построение общего решения ЛОДУ с постоянными действительными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Примеры.

4.3 Основные понятия теории числовых рядов. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Теорема о ряде и его остаточном ряде. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.

4.4 Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Гармоники, их свойства. Понятие тригонометрического ряда в комплексной форме. Ряд Фурье в комплексной форме. Необходимый признак представимости функции тригонометрическим рядом в комплексной форме. Преобразование ряда Фурье в комплексной форме к ряду Фурье в вещественной форме. Теорема Дирихле. Геометрическая иллюстрация теоремы Дирихле. Ряды Фурье в вещественной форме для четных и нечетных функций.

*Третий семестр*

#### **Раздел 5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля**

5.1 Понятие определенного интеграла от функции многих переменных. Простейшие свойства этого интеграла. Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовых и криволинейных координатах, в частности, в полярных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых и криволинейных координатах.

5.2 Криволинейный интеграл первого рода, теорема о вычислении этого интеграла. Интеграл по поверхности. Вычисление интеграла по поверхности в декартовых координатах. Криволинейный интеграл II рода, свойства этого интеграла, теорема о вычислении. Теорема Грина.

5.3 Дифференциальные операции векторного поля. Теорема о дифференциальных операциях второго порядка. Интегральные операции векторного поля, их истолкование в физике.

5.4 Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса.

5.5 Теорема о потенциальных полях. Вычисление потенциала потенциального поля.

## **Раздел 6. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика**

6.1 Принципы сложения и умножения комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания без повторений. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.

6.2 Случайные события, действия над событиями. Общее и классическое определения вероятности случайного события. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Правила  $3\sigma$  в последовательности испытаний Бернулли.

6.3 Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Бернулли. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Пуассона. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии.

6.4 Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке  $[a; b]$ . Вычисление математического ожидания и дисперсии. Нормальное распределение одной случайной величины. Проверка условия нормировки плотности. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило  $3\sigma$  для нормальной случайной величины.

6.5 Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.

6.6 Основные понятия математической статистики. Мода, медиана, размах выборки, выборочное математическое ожидание и выборочная дисперсия. Полигон частот и гистограмма частот.

### 4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№	Наименование разделов (тем) учебного модуля, УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Внеауд. . СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная			Вт.ч. СРС	Э К З		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
<i>Первый семестр</i>								
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>								
1.1	Матрицы, действия с матрицами. Определители и их свойства. Теорема Крамера. Обратная матрица. Метод Гаусса.	4	6		2		18	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
1.2	Основные понятия векторной алгебры. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Критерии перпендикулярности, коллинеарности и компланарности векторов. Полярные координаты.	4	6		2		18	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
1.3	Общее и нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	4	6		1		14	контроль выполнения РГЗ № 1
1.4	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка. Метод сечений.	2	3		1		5	защита РГЗ № 1
<b>Раздел 2. Введение в математический анализ. Теория пределов. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной</b>								
2.1	Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно-малые функции. Правила вычисления пределов. Два достаточных признака существования предела. Замечательные пределы. Свойства непрерывных функций. Разрывы непрерывности функций.	3	5		1		12	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
2.2	Производная функции. Таблица производных. Понятие первого дифференциала и его инвариантность. Производные высших порядков. Таблица производных высших порядков.	2	3		1		12	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий

2.3	Формула Тейлора. Правило Лопиталя. Выпуклость плоских линий. Асимптоты. Графики функций.	4	4		1		10	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
2.4	Комплексные числа. Формы комплексного числа. Формула Муавра. Многочлены. Разложение многочлена на линейные множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.	2	4		1		8	контроль выполнения РГЗ № 2
2.5	Понятие первообразной функции и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.	3	5		2		13	защита РГЗ № 2
	<i>Промежуточная аттестация</i>						36	<i>экзамен</i>
	<b>ИТОГО за первый семестр</b>	<b>28</b>	<b>42</b>		<b>12</b>		<b>36</b>	<b>110</b>
<i>Второй семестр</i>								
<b>Раздел 3. Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных</b>								
3.1	Определение определенного интеграла от функции одной переменной. Достаточные условия интегрируемости функции. Теорема Ньютона-Лейбница. Простейшие свойства определенного интеграла. Истолкование определенного интеграла в геометрии. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.	4	6		2		15	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
3.2	Несобственные интегралы от функций одной переменной. Основные понятия. Примеры. Признаки сходимости несобственных интегралов.	2	4		1		10	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
3.3	Функции многих переменных, основные понятия. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Дифференцирование сложной функции многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.	4	6		1		20	защита расчетно-графического задания № 3
<b>Раздел 4. Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды</b>								

4.1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с отделенными и отделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.	4	6		2		25	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
4.2	Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Теорема об общем решении ЛОДУ. ЛНДУ n-го порядка. Простейшие свойства ЛНДУ. Теорема об общем решении ЛНДУ. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ. Построение общего решения ЛОДУ с постоянными действительными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Примеры.	5	6		2		15	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
4.3	Основные понятия теории числовых рядов. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Теорема о ряде и его остаточном ряде. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.	4	6		2		15	контроль выполнения расчетно-графического задания № 4
4.4	Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Гармоники, их свойства. Понятие тригонометрического ряда в комплексной форме. Ряд Фурье в комплексной форме. Необходимый признак представимости функции тригонометрическим рядом в комплексной форме. Преобразование ряда Фурье в комплексной форме к ряду Фурье в вещественной форме. Теорема Дирихле. Геометрическая иллюстрация теоремы Дирихле. Ряды Фурье в вещественной форме для четных и нечетных функций.	5	8		2		10	защита расчетно-графического задания № 4.
	<i>Промежуточная аттестация</i>						36	<i>экзамен</i>
	<b>ИТОГО за второй семестр</b>	<b>28</b>	<b>42</b>		<b>12</b>		<b>36</b>	<b>110</b>

*Третий семестр*

**Раздел 5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля**

5.1	Понятие определенного интеграла от функции многих переменных. Простейшие свойства этого интеграла. Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовых и криволинейных координатах, в частности, в полярных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых и криволинейных координатах.	4	6		2		20	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
5.2	Криволинейный интеграл первого рода, теорема о вычислении этого интеграла. Интеграл по поверхности. Вычисление интеграла по поверхности в декартовых координатах. Криволинейный интеграл II рода, свойства этого интеграла, теорема о вычислении. Теорема Грина.	4	6		2		15	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
5.3	Дифференциальные операции векторного поля. Теорема о дифференциальных операциях второго порядка. Интегральные операции векторного поля, их истолкование в физике.	2	3		1		5	контроль выполнения расчетно-графического задания № 5
5.4	Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса. Теорема о потенциальных полях. Вычисление потенциала потенциального поля.	4	6		1		10	защита расчетно-графического задания № 5
<b>Раздел 6. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика</b>								
6.1	Принципы сложения и умножения комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания без повторений. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.		2				5	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
6.2	Случайные события, действия над событиями. Общее и классическое определения вероятности случайного события. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Правила $3\sigma$ в последовательности испытаний Бернулли.	4	6		2		15	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий

6.3	Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Бернулли. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Пуассона. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии.	2	5		1		10	
6.4	Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[a; b]$ . Вычисление математического ожидания и дисперсии. Нормальное распределение одной случайной величины. Проверка условия нормировки плотности. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило $3\sigma$ для нормальной случайной величины.	3	4		1		10	контроль выполнения расчетно-графического задания № 6
6.5	Функция распределения нормальной случайной величины. Правило $3\sigma$ для нормальной случайной величины. Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.	3	2		1		12	защита расчетно-графического задания № 6.
6.6	Основные понятия математической статистики. Мода, медиана, размах выборки, выборочное математическое ожидание и выборочная дисперсия. Полигон частот и гистограмма частот.	2	2		1		8	
<i>Промежуточная аттестация</i>							36	<i>экзамен</i>
<b>ИТОГО за третий семестр</b>		<b>28</b>	<b>42</b>		<b>12</b>		<b>36</b>	<b>110</b>

#### 4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

##### 4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:  
Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

## 5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий	Трудоемкость в АЧ	Форма проведения
<i>Первый семестр</i>			
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>			
1	Матрицы, действия с матрицами. Определители и их свойства. Теорема Крамера. Обратная матрица. Метод Гаусса.	6	инф. лекция
2	Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Критерии перпендикулярности, коллинеарности и компланарности векторов.	3	инф. лекция
3	Общее и нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	3	инф. лекция
4	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка. Метод сечений.	2	инф. лекция
	Итого	<b>14</b>	
<b>Раздел 2. Введение в математический анализ. Теория пределов. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной</b>			
1	Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно-малые функции. Правила вычисления пределов. Два достаточных признака существования предела. Замечательные пределы. Свойства непрерывных функций. Разрывы непрерывности функций.	3	инф. лекция
2	Производная функции. Таблица производных. Понятие первого дифференциала и его инвариантность. Производные высших порядков. Таблица производных высших порядков.	2	инф. лекция
3	Формула Тейлора. Правило Лопиталя. Выпуклость плоских линий. Асимптоты. Графики функций.	4	инф. лекция
4	Комплексные числа. Формы комплексного числа. Формула Муавра. Многочлены. Разложение многочлена на линейные множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.	2	инф. лекция
5	Понятие первообразной функции и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.	3	инф. лекция
	Итого	<b>14</b>	
	<b>ИТОГО за 1 семестр</b>	<b>28</b>	
<i>Второй семестр</i>			
<b>Раздел 3. Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных</b>			
1	Определение определенного интеграла от функции одной переменной. Достаточные условия интегрируемости функции. Теорема Ньютона-Лейбница.	4	инф. лекция

	Простейшие свойства определенного интеграла. Истолкование определенного интеграла в геометрии. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.		
2	Несобственные интегралы от функций одной переменной. Основные понятия. Примеры. Признаки сходимости несобственных интегралов.	2	инф. лекция
3	Функции многих переменных, основные понятия. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Дифференцирование сложной функции многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.	4	инф. лекция
	<b>Итого</b>	<b>10</b>	
<b>Раздел 4. Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды</b>			
1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с отделенными и отделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.	4	инф. лекция
2	Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка. Теорема об общем решении ЛОДУ. ЛНДУ n-го порядка. Простейшие свойства ЛНДУ. Теорема об общем решении ЛНДУ. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ. Построение общего решения ЛОДУ с постоянными действительными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Примеры.	5	инф. лекция
3	Основные понятия теории числовых рядов. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Теорема о ряде и его остаточном ряде. Признаки сравнения положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.	4	инф. лекция
4	Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора. Гармоники, их свойства. Понятие тригонометрического ряда в комплексной форме. Ряд Фурье в комплексной форме. Необходимый признак представимости функции тригонометрическим рядом в комплексной форме. Преобразование ряда Фурье в комплексной форме к ряду Фурье в вещественной форме. Теорема Дирихле. Геометрическая иллюстрация теоремы Дирихле. Ряды Фурье в вещественной форме для четных и нечетных функций.	5	инф. лекция
	<b>Итого</b>	<b>18</b>	
	<b>ИТОГО за 2 семестр</b>	<b>28</b>	
<i>Третий семестр</i>			
<b>Раздел 5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля</b>			
1	Понятие определенного интеграла от функции многих переменных. Простейшие свойства этого интеграла. Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовых и криволинейных координатах, в частности, в полярных координатах. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых и криволинейных координатах.	4	инф. лекция
2	Криволинейный интеграл первого рода, теорема о вычислении этого интеграла.	4	инф.

	Интеграл по поверхности. Вычисление интеграла по поверхности в декартовых координатах. Криволинейный интеграл II рода, свойства этого интеграла, теорема о вычислении. Теорема Грина.		лекция
3	Дифференциальные операции векторного поля. Теорема о дифференциальных операциях второго порядка. Интегральные операции векторного поля, их столкновение в физике.	2	инф. лекция
4	Теорема Остроградского – Гаусса. Теорема Стокса. Теорема о потенциальных полях. Вычисление потенциала потенциального поля.	4	
	Итого	<b>14</b>	
<b>Раздел 6. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика</b>			
1	Случайные события, действия над событиями. Общее и классическое определения вероятности случайного события. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Правила $3\sigma$ в последовательности испытаний Бернулли.	4	инф. лекция
2	Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Бернулли. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Пуассона. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии.	2	инф. лекция
3	Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[a; b]$ . Вычисление математического ожидания и дисперсии. Нормальное распределение одной случайной величины. Проверка условия нормировки плотности. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило $3\sigma$ для нормальной случайной величины.	3	инф. лекция
4	Функция распределения нормальной случайной величины. Правило $3\sigma$ для нормальной случайной величины. Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.	3	инф. лекция
5	Основные понятия математической статистики. Мода, медиана, размах выборки, выборочное математическое ожидание и выборочная дисперсия. Полигон частот и гистограмма частот.	2	инф. лекция
	Итого	<b>14</b>	
	<b>ИТОГО за 3 семестр</b>	<b>28</b>	

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий	Трудоемкость в АЧ	Форма проведения
<i>Первый семестр</i>			
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>			
1	Определители и их свойства.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Матрицы, действия с матрицами. Обратная матрица.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3	Теорема Крамера. Метод Гаусса.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Критерии перпендикулярности, коллинеарности и компланарности векторов.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Общее и нормальное уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
6	Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
7	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка. Метод сечений.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 1
	Итого	<b>21</b>	
<b>Раздел 2. Введение в математический анализ. Теория пределов. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной</b>			
1	Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность элементарных функций. Бесконечно-малые функции. Правила вычисления пределов. Свойства непрерывных функций. Разрывы непрерывности функций.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Замечательные пределы.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3	Производные высших порядков. Таблица производных высших порядков. Формула Тейлора. Правило Лопиталья.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Выпуклость плоских линий. Асимптоты. Графики функций.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Комплексные числа. Формы комплексного числа. Формула Муавра. Многочлены. Разложение многочлена на линейные множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа

6	Понятие первообразной функции и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
7	Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 2
	Итого	<b>21</b>	
	<b>ИТОГО в 1 семестре</b>	<b>42</b>	

*Второй семестр*

**Раздел 3. Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных**

1	Определение определенного интеграла от функции одной переменной. Теорема Ньютона-Лейбница. Простейшие свойства определенного интеграла. Истолкование определенного интеграла в геометрии.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3	Несобственные интегралы от функций одной переменной. Основные понятия. Примеры. Признаки сходимости несобственных интегралов.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Функции многих переменных, основные понятия. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке. Дифференцирование сложной функции многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 3
	Итого	<b>15</b>	

**Раздел 4. Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды**

1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с отделенными и отделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающие понижение порядка.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3	Построение общего решения ЛОДУ с постоянными действительными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Теорема о ряде и его остаточном ряде. Признаки сравнения положительных рядов.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.	3	Работа в группе, самостоятельная

			контактная работа
6	Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
7	Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
8	Ряд Фурье в комплексной форме. Ряд Фурье в вещественной форме. Теорема Дирихле. Геометрическая иллюстрация теоремы Дирихле.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
9	Ряды Фурье в вещественной форме для четных и нечетных функций.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 4
	Итого	27	
	<b>ИТОГО во2 семестре</b>	<b>42</b>	
<i>Третий семестр</i>			
<b>Раздел5.Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля</b>			
1	Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойногоинтеграла в декартовых и криволинейных координатах, в частности, в полярныхкоординатах.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла вдекартовых и криволинейных координатах.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3	Интеграл по поверхности. Вычисление интеграла по поверхности в декартовых координатах.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Криволинейные интегралы I иII рода. Теорема Грина.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Дифференциальные операции векторного поля. Интегральные операции векторного поля, ихистолкование в физике. Теорема Остроградского – Гаусса.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
6	Теорема Стокса.Теорема о потенциальных полях.Вычисление потенциала потенциального поля.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 5
	Итого	18	
<b>Раздел 6. Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика</b>			
1	Принципы сложения и умножения комбинаторики.Размещения, перестановки и сочетания без повторений. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2	Случайные события, действия над событиями. Классическое определения вероятности случайного события. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа

	Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события.		
3	Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4	Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Бернулли (биномиальное распределение).	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5	Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[a; b]$ .	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
6	Нормальное распределение одной случайной величины. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило $3\sigma$ для нормальной случайной величины.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
7	Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
8	Основные понятия математической статистики. Мода, медиана, размах выборки, выборочное математическое ожидание и выборочная дисперсия. Полигон частот и гистограмма частот.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 6
	Итого	<b>24</b>	
	<b>ИТОГО в 3 семестре</b>	<b>42</b>	

## 6 Фонд оценочных средств учебного модуля

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

## 7 Условия освоения учебного модуля

### 7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебного модуля представлено в Приложении Б.

### 7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 6 - Материально-техническое обеспечение учебного модуля

№	Требование к материально-техническому обеспечению согласно ФГОС ВО	Наличие материально-технического оборудования
1.	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	аудитория для проведения лекционных и/или практических занятий: учебная мебель (столы, стулья, доска)
		помещения для самостоятельной работы (наличие компьютера, выход в Интернет)
2.	Мультимедийное оборудование	проектор, компьютер, экран, интерактивная доска

3.	Программное обеспечение		
<b>Наименование программного продукта</b>		<b>Обоснование для использования</b>	<b>Дата</b>

	(лицензия, договор, счёт, акт или иное)	выдачи
Microsoft Windows 7 Professional	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Windows 10 for Educational Use	Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	30.04.2015
Microsoft Office 2013 Standard	Open License № 62018256	31.07.2016
Microsoft Imagine (Microsoft Azure Dev Tools for Teaching) Standard	Договор №243/ю, 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212	19.12.2018
ABBYY FineReader PDF 15 Business. Версия для скачивания (годовая лицензия с академической скидкой)*	Договор №191/Ю	16.11.2020
«Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Education Renewal. 250-499 Node I year License» /1 год *	Договор №158/ЕП(У)22-ВВ	21.09.2022
Антиплагиат. Вуз.*	Договор №3341/12/ЕП(У)21-ВВ	29.01.2021
Подписка Microsoft Office 365	Безвозмездно передаваемое ВУЗам	-
Adobe Acrobat	свободно распространяемое	-
Teams	свободно распространяемое	-
Skype	свободно распространяемое	-
Zoom	свободно распространяемое	-
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-14211	09.12.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-12617	21.11.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-max-x86_64-0-11416	26.10.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base_orel-x86_64-0-9651	28.09.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base-x86_64-0-8801	07.09.2022
Astra Linux Special Edition*	195200041-alse-1.7-client-base-x86_64-0-8590	01.09.2022
* отечественное производство		

Приложение А  
**Фонд оценочных средств учебной дисциплины**  
**Высшая математика**

**1 Структура фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть - общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть - фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

## 2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебного модуля	Баллы	Количество вариантов заданий	Проверяемые компетенции
<b><i>Первый семестр</i></b>					
1.	Расчетно-графическое задание № 1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	125	30	ОПК-1, ОПК-2
2.	Расчетно-графическое задание № 2	Введение в анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной	125	30	ОПК-1, ОПК-2
3.	Промежуточная аттестация Экзамен		50	29	ОПК-1, ОПК-2
<b><i>Второй семестр</i></b>					
4.	Расчетно-графическое задание № 3	Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных	125	20	ОПК-1, ОПК-2
5.	Расчетно-графическое задание № 4	Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды	125	20	ОПК-1, ОПК-2
6.	Промежуточная аттестация Экзамен		50	18	ОПК-1, ОПК-2
<b><i>Третий семестр</i></b>					
7	Расчетно-графическое задание № 5	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля	125	15	ОПК-1, ОПК-2
8	Расчетно-графическое задание № 6	Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика	125	10	ОПК-1, ОПК-2
9	Промежуточная аттестация Экзамен		50	10	ОПК-1, ОПК-2
	<b>ИТОГО (за 3 семестра)</b>		<b>900</b>		ОПК-1, ОПК-2

## 3 Рекомендации к использованию оценочных средств

### *Первый семестр*

РГЗ № 1 содержит 8 заданий по материалу раздела “Линейная алгебра и аналитическая геометрия”. Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 30 различных вариантов) на второй неделе обучения. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 7 неделе. Работа должна быть выполнена в отдельной ученической тетради. На листочках работа на проверку не принимается. Аттестация на 9 неделе выставляется по результатам этого задания с учетом работы на практических занятиях.

## Таблица А.2 – Расчетно-графическое задание № 1

### *Параметры оценки выполнения РГЗ № 1*

*(Количество вариантов заданий – 30)*

<b>Критерии оценки:</b>	
111 - 125 баллов	Решены 7 – 8 заданий (отлично)
87 - 110 баллов	Решены 5 – 6 заданий (хорошо)
63 - 86 баллов	Правильно решены 4 задания, причем не менее двух из первых 4 заданий и не менее двух из последних 4 заданий (удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 4 заданий (неудовлетворительно)

### Образец расчетно-графического задания № 1

1. Решить неравенство  $\begin{vmatrix} x^2 + 2x - 8 & -6 & 2 \\ x^2 - 4 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} \geq 0.$

2. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 & -2 \\ 1 & -6 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$

3. Решить систему уравнений: а) с помощью формул Крамера,

б) с помощью обратной матрицы 
$$\begin{cases} x - 2y - 2z = -1, \\ 2x - y - z = 1, \\ 3x + 3y + z = 2. \end{cases}$$

4. Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -3, \\ 10x_1 - 6x_2 + x_3 + 9x_4 = 5. \end{cases}$$

5. Разложить вектор  $\vec{d}$  по базису  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , если

$$\vec{a} = 11\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{d} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 13\vec{k}.$$

6. Найти координаты вектора  $\vec{a}$ , перпендикулярного векторам  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ , если  $|\vec{a}| = 10\sqrt{3}$ .

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(3; -2; 1)$  и перпендикулярной двум плоскостям  $2x - 3y + 4z + 1 = 0$  и  $4x + y - 3z - 5 = 0$ .

8. Правый фокус эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  совпадает с фокусом параболы  $y^2 = 16x$ .

Найти уравнения директрис эллипса, если  $b = 3$ .

РГЗ № 2 содержит 6 заданий по материалу раздела “Введение в анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной”. Задания 2, 3 содержат по два примера, задание 6 содержит 4 примера (общее количество примеров у каждого студента – 11). Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 30 различных вариантов) на десятой неделе обучения. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 16 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

### Таблица А.3 – Расчетно-графическое задание № 2

*(Количество вариантов заданий – 30)*

#### *Параметры оценки выполнения РГЗ № 2*

Критерии оценки:	
111 - 125 баллов	Решены 10 - 11 примеров (отлично)
87 - 110 баллов	Решены 7 – 9 заданий (хорошо)
63 - 86 баллов	Правильно решены 6 примеров, причем не менее трех из первых 3 заданий и не менее трех из последних 3 заданий (удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 6 примеров (неудовлетворительно)

#### Образец расчетно-графического задания № 2

**Задание 1.** Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва непрерывности (если они есть) и определить их тип. Построить эскиз графика данной функции

$$y = 3^{\frac{1}{|x+2|}}.$$

**Задание 2.** Найти указанные пределы а) не используя теорему Лопиталья б) с помощью теоремы Лопиталья

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{1 + 4x}}{\sqrt{x + 2} - 2} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{2x} - 2^x}{x^2 + 2x}.$$

**Задание 3.** Найти первую производную данных функций

$$\text{а) } y = \frac{4x + 1}{\operatorname{tg} 3x} \quad \text{б) } y = \arccos^3 2x.$$

**Задание 4.** Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{4 + 2x - x^2}{x - 1}.$$

**Задание 5.** Изобразить на комплексной плоскости множество комплексных чисел  $z$ , задаваемое указанным соотношением

$$2 \leq |z + 3 - i| \leq 4.$$

**Задание 6.** Найти неопределенные интегралы

$$\text{а) } \int x \cos 3x dx \quad \text{б) } \int \sin 2x \cos^2 x dx$$

$$\text{в) } \int \frac{3x^3 + 1}{x^2 + 4x - 5} dx \quad \text{г) } \int \frac{1}{\sqrt{10x - x^2}} dx$$

## Контрольные работы по высшей математике

### для студентов заочной формы обучения

#### Правила выполнения и оформления контрольных работ по высшей математике

1. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний рецензента.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный шифр, название дисциплины, номер контрольной работы.

3. Студент должен выполнить задания варианта, который совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Если последняя цифра номера зачетной книжки 0, то следует выполнять задания 10 варианта.
4. В работу должны быть включены все задачи. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта не рецензируются.
5. Решения задач следует располагать в порядке возрастания номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.
6. Перед решением каждой задачи надо полностью выписывать ее условие.
7. Решение задач следует производить подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя по ходу решения свои действия. К выполнению контрольного задания следует приступать после изучения теоретического материала по учебникам.
8. Если контрольная работа после проверки не была зачтена, то в этой же тетради нужно сделать работу над ошибками и сдать на повторную проверку.
9. Студент может сдавать экзамен только при наличии у него всех контрольных работ, предусмотренных учебным планом, с выводом рецензента «допущена к защите».
10. На экзамене студент, кроме ответов на теоретические вопросы, защищает свои контрольные работы, отвечая на вопросы преподавателя и решая аналогичные задачи.
11. В первом семестре следует выполнить задания контрольных работ 1 и 2, во втором семестре задания контрольных работ 3 и 4, в третьем семестре задания контрольных работ 5 и 6.

## **Экзамен (1 семестр)**

### ***Общие сведения об оценочном средстве***

Если у студента есть невыполненное расчетно-графическое задание, то экзамен для студента начинается с выполнения этого задания. Если через 45 минут студент не решил ни одного примера, то ему ставится оценка “неудовлетворительно”. Такая же оценка ставится и в том случае, когда количество правильно решенных примеров не соответствует параметрам положительной оценки выполнения РГЗ. После зачтения расчетно-графических заданий студент может сдавать экзамен. Экзаменационный билет содержит 10 заданий: 2 теоретических и 8 практических. Если через 45 минут

студент не выполнил ни одного задания из билета, то ставится оценка “неудовлетворительно”. Продолжительность подготовки 90 минут. На оценку “отлично” обязательно должен быть устный ответ на теоретические вопросы. Список экзаменационных вопросов и образец экзаменационного билета приведены в рабочей программе. Комплект экзаменационных билетов (28 билетов) хранится на кафедре. На экзамен студент должен явиться с тетрадью, в которой были выполнены расчетно-графические задания. В случае сомнений в оценке экзаменатор задает дополнительные вопросы по поводу решения экзаменационных задач, спрашивает формулировки теорем и определения. При выставлении итоговой оценки, разумеется, учитываются баллы, полученные студентом в семестре. На экзаменационной комиссии теоретические вопросы не спрашиваются. Количество правильно решенных задач на комиссии может быть уменьшено до трех.

**Таблица А.4 – Экзамен  
Количество экзаменационных билетов – 28  
Билет содержит 10 заданий**

***Параметры проведения экзамена***

Предел длительности контроля	90 мин (подготовка)
Предлагаемое количество билетов	1 Повторное взятие билета не приветствуется
Последовательность выборки билетов	случайная
Критерии оценки:	
«5», если 270-300 баллов	Выполнено 9 – 10 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«4», если 225-269 баллов	Выполнено 7 – 8 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«3», если 150-224 баллов	Выполнено 5 – 6 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре

**Теоретические вопросы по дисциплине «Высшая математика»  
1 семестр (экзамен)**

1. Определитель третьего порядка и его свойства (без свойств, связанных с понятием алгебраического дополнения).
2. Миноры и алгебраические дополнения, соответствующие свойства определителя третьего порядка. Понятие определителя n-го порядка.
3. Действия над матрицами, их свойства.
4. Понятие обратной матрицы. Теорема о вычислении обратной матрицы.
5. Теорема Крамера.

6. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
7. Понятие ранга матрицы, Вычисление ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл модуля векторного произведения.
9. Таблица векторных произведений координатных ортов. Теорема о вычислении векторного произведения векторов.
10. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл модуля смешанного произведения векторов.
11. Теорема о вычислении смешанного произведения векторов.
12. Критерии коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов.
13. Различные виды уравнений плоскости в пространстве.
14. Нормальное уравнение плоскости. Переход от общего уравнения плоскости к нормальному. Расстояние от точки до плоскости.
15. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Переход от общих уравнений к каноническим.
16. Признаки параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, двух прямых в пространстве, прямой и плоскости.
17. Вычисление угла между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.
18. Вычисление расстояния между параллельными плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью, между скрещивающимися прямыми.
19. Эллипс. Характеристическое свойство эллипса.
20. Гипербола. Характеристическое свойство гиперболы. Асимптоты гиперболы.
21. Парабола. Характеристическое свойство параболы.
22. Определения пределов числовой последовательности и функции одной переменной. Геометрическая иллюстрация определений. Критерий существования предела функции в бесконечности без знака.
23. Односторонние пределы функции. Критерий существования предела функции в точке.
24. Ограниченные функции. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел.
25. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции, их связь с бесконечно малыми функциями.
26. Теорема о единственности предела.
27. Теорема о предельном переходе в неравенстве.
28. Достаточный признак существования предела функции.
29. Теорема об арифметических действиях с пределами.
30. Понятие непрерывности функции в точке. Теорема о сохранении знака непрерывной функции. Непрерывность сложной функции.
31. Теорема об арифметических действиях с непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Теорема о непрерывности элементарных функций.
32. Классификация разрывов непрерывности функции. Примеры. Свойства функций непрерывных на отрезке.
33. Замечательные пределы.
34. Понятие производной от функции одной переменной. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
35. Основные правила вычисления производной, дифференцирование сложной функции, дифференцирование обратной функции.
36. Таблица производных основных элементарных функций.
37. Теорема Ферма. Геометрическая иллюстрация теоремы Ферма.
38. Теорема Ролля. Геометрическая иллюстрация теоремы Ролля.
39. Теорема Коши и Лагранжа. Геометрическая иллюстрация теоремы Лагранжа.
40. Теорема Лопиталья.

41. Исследование графика функции на выпуклость с помощью второй производной.
42. Определение точки перегиба. Достаточные условия точки перегиба.
43. Асимптоты графика функции.
44. Первообразная функция, ее простейшие свойства. Неопределенный интеграл, его простейшие свойства.
45. Таблица основных неопределенных интегралов.
46. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
47. Простейшие дробно-рациональные функции 1 и 2 рода. Разложение правильной дробно-рациональной функции на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций.
48. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
49. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Подстановки Эйлера.
50. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Геометрическая иллюстрация комплексного числа.
51. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.
52. Извлечение корней из комплексных чисел.

### Образец экзаменационного билета

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**  
Кафедра прикладной математики и информатики

#### Экзаменационный билет № 0

Учебная дисциплина «Высшая математика»

Для направления подготовки (специальности) 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

1. Найти алгебраическое дополнение  $A_{12}$  соответствующего элемента определителя

$$\begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 1 & -5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Действия над матрицами, их свойства.
3. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}(2; -1; 1)$  и  $\vec{b}(2; 1; 2)$ , как на сторонах.
4. Найти координаты точки пересечения плоскости  $3x + 2y - 2z + 6 = 0$  с осью ординат.
5. Найти уравнения асимптот гиперболы  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ .
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin x}{x - 2\pi}$ .
7. Найти производные следующих функций:  $y = \cos^3 x$ ,  $y = \arcsin 2x$ .

8. Найти промежутки выпуклости графика функции  $y = \arctg x - x$ .
9. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
10. Вычислить интеграл  $\int \frac{x+1}{x^2+4x+8} dx$ .

Принято на заседании кафедры ПМИ «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМИ

В.А. Едемский

## Образец контрольной работы № 1 для заочной формы обучения

### Контрольная работа №1

#### *Линейная алгебра*

**Задание I.** Решить неравенство

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & x-1 \\ 1 & -2 & 1-x^2 \\ 3 & 2 & x^2-3x+2 \end{vmatrix} \geq 0.$$

**Задание II.** Решить систему уравнений: а) с помощью формул Крамера,  
б) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ 5x + 5y - 4z = 11, \\ 3x + 4y - z = 10. \end{cases}$$

**Задание III.** Найти собственные числа и собственные векторы матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Задание IV.** Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} 6x_1 + 9x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -2, \\ 3x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 10. \end{cases}$$

#### *Векторная алгебра и аналитическая геометрия*

**Задание V.** Разложить вектор  $\vec{d}$  по базису  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , если

$$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\vec{c} = 6\vec{i} + 7\vec{k}, \quad \vec{d} = 6\vec{i} + 10\vec{j} + 17\vec{k}.$$

**Задание VI.**

Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  и вектор  $2\vec{a} + \vec{b}$  перпендикулярен вектору  $\vec{a} - 3\vec{b}$ .

**Задание VII.**

Найти расстояние между двумя параллельными прямыми

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}.$$

**Образец контрольной работы № 2 для заочной формы обучения**

**Контрольная работа №2**

**Введение в математический анализ**

**Задание I.** Найти указанные пределы

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-3x)^4}{(x^2-1)^2} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7 - \sqrt{15+17x}}{\sqrt{2x+5} - 3} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \operatorname{ctgx} \right) & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\operatorname{tg} 2x} - 3^{\operatorname{tg} x}}{x}. \end{array}$$

**Задание II.** Найти первую производную данных функций

$$\text{а) } y = \frac{3x+1}{\cos 2x} \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\sin 2x + x}.$$

**Задание III.** Построить график функции с полным исследованием

$$y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}.$$

**Задание IV.** Изобразить на комплексной плоскости множество комплексных чисел  $z$ , задаваемое указанным соотношением

$$|z + i| = |z - 1|.$$

**Задание V.** Найти неопределенные интегралы.

$$\text{а) } \int \frac{\arcsin^2 2x dx}{\sqrt{1-4x^2}} \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\cos 2x} \quad \text{в) } \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x^2 - x - 2} dx \quad \text{г) } \int (3x + 2) \sin 2x dx$$

## ***Второй семестр***

РГЗ № 3 содержит 5 заданий по материалу раздела “Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных.” Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 20 различных вариантов) на второй неделе обучения в весеннем семестре. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 7 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

### **Таблица А.5 – Расчетно-графическое задание № 3**

***(Количество вариантов заданий – 20)***

#### ***Параметры оценки выполнения РГЗ № 3***

<b>Критерии оценки:</b>	
111 - 125 баллов	Решены 5 примеров (отлично)
87 - 110 баллов	Решены 4 примера (хорошо)
63 - 86 баллов	Решены 3 примера (удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 3 примеров (неудовлетворительно)

#### **Образец расчетно-графического задания № 3**

1. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos 4x \, dx.$$

2. Вычислить площадь плоской фигуры, границы которой заданы уравнениями

$$y = -1,5x^2 + 9x - 7,5, \quad y = -x^2 + 6x - 5.$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость  $\int_0^1 \frac{\ln^2 x}{x} \, dx$ .

4. Найти частные производные первого порядка у функции

$$z = 2^{\cos \frac{y}{x}}.$$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z(x, y)$  в замкнутой области D.

$$z = x^2(y + 1)(3 - x - y); \quad D: \begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

РГЗ № 4 содержит 7 заданий по материалу, изучаемому в разделе 4 “Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды”. Второе задание содержит 2 примера (общее число примеров у каждого студента равно 1). Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 20 различных вариантов) на десятой неделе обучения в весеннем семестре. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 16 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

**Таблица А.6 – Расчетно-графическое задание № 4**  
(Количество вариантов заданий – 20)

**Параметры оценки выполнения РГЗ № 4**

Критерии оценки:	
111 - 125 баллов	Решены 7 - 8 примеров (отлично)
87 - 110 баллов	Решены 5 - 6 примеров (хорошо)
63 - 86 баллов	Решены 4 примера (удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 4 примеров (неудовлетворительно)

**Образец расчетно-графического задания № 4**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = 2 + 2x - y.$$

2. Решить линейные неоднородные уравнения

$$1) \quad y'' + 5y' + 6y = 24e^x + e^{-2x}.$$

$$2) \quad y^{IV} - 4y''' + 4y'' = \sin x.$$

3. Применяя метод вариации произвольных постоянных, решить уравнение

$$y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^{2x}}.$$

4. Решить задачу Коши

$$3y'y'' = 2y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

5. Исследовать сходимость числового ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}.$$

6. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n(n+1)}.$$

7. Разложить в вещественный ряд Фурье функцию  $f(x)$  на промежутке  $[a; a + T]$ , на котором задана функция. Построить графики функции  $f(x)$  и суммы ее ряда Фурье на промежутке  $[a; a + T]$ .

$$f(x) = \begin{cases} -1 - x, & x \in [-1; 0), \\ 1 - x, & x \in [0; 1]. \end{cases}$$

### Образец контрольной работы № 3 для заочной формы обучения

#### Контрольная работа №3

#### *Определенный и несобственный интегралы от функций одной переменной*

**Задание I.** Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+2 \sin^2 x}.$$

**Задание II.** Вычислить несобственный интеграл (или установить его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{x^2 dx}{(x^3+1)^2}.$$

**Задание III.** Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arcsin x$  и прямыми  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ .

#### *Функции многих переменных*

**Задание IV.** Дана функция  $z = xy + x \sin \frac{y}{x}$ . Показать, что

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z.$$

**Задание V.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z(x, y)$  в замкнутой области  $D$ .

$$z = x^2(y+1)(3-x-y); \quad D: \begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

### Образец контрольной работы № 4 для заочной формы обучения

## Контрольная работа №4

### *Дифференциальные уравнения. Числовые и функциональные ряды*

**Задание I.** Решить дифференциальное уравнение или решить задачу Коши, если указаны начальные условия.

$$\text{а) } y' + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x} \qquad \text{б) } y'' - \frac{y'}{x} = xe^x.$$

**Задание II.** Решить линейные неоднородные уравнения

$$\begin{aligned} 1) \quad & y'' - 4y' + 3y = e^x \\ 2) \quad & y^{IV} + 8y'' + 16y = 25e^x + 48x. \end{aligned}$$

**Задание III.** Исследовать сходимость числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 1}{\sqrt{n} 3^n}.$$

**Задание IV.** Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n(n+1)}.$$

**Задание V.** Разложить в вещественный ряд Фурье функцию  $f(x)$  на промежутке  $[a; a + T]$ , на котором задана функция. Построить графики функции  $f(x)$  и суммы ее ряда Фурье на промежутке  $[a; a + T]$

$$f(x) = \begin{cases} -1 - x, & x \in [-1; 0), \\ 1 - x, & x \in [0; 1]. \end{cases}$$

## Экзамен (2 семестр)

### *Общие сведения об оценочном средстве*

Если у студента есть невыполненное расчетно-графическое задание, то экзамен для студента начинается с выполнения этого задания. Если через 45 минут студент не решил ни одного примера, то ему ставится оценка “неудовлетворительно”. Такая же оценка ставится и в том случае, когда количество правильно решенных примеров не соответствует параметрам положительной оценки выполнения РГЗ. После зачтения расчетно-графических заданий студент может сдавать экзамен. Экзаменационный билет содержит 6 заданий: 2 теоретических и 4 практических. Если через 45 минут студент не выполнил ни одного задания из билета, то ставится оценка “неудовлетворительно”. Продолжительность подготовки 90 минут. На оценку “отлично” обязательно должен быть устный ответ на теоретические вопросы. Список экзаменационных вопросов и образец экзаменационного билета приведены в рабочей

программе. Комплект экзаменационных билетов (18 билетов) хранится на кафедре. На экзамен студент должен явиться с тетрадь, в которой были выполнены расчетно-графические задания. В случае сомнений в оценке экзаменатор задает дополнительные вопросы по поводу решения экзаменационных задач, спрашивает формулировки теорем и определения. При выставлении итоговой оценки, разумеется, учитываются баллы, полученные студентом в семестре. На экзаменационной комиссии теоретические вопросы могут не спрашиваться. Количество правильно решенных задач на комиссии может быть уменьшено до двух.

**Таблица А.7 – Экзамен  
Количество экзаменационных билетов – 18  
Билет содержит 6 заданий**

***Параметры проведения экзамена***

Предел длительности контроля	90 мин (подготовка)
Предлагаемое количество билетов	1 Повторное взятие билета не приветствуется
Последовательность выборки билетов	случайная
Критерии оценки:	
«5», если 270-300 баллов	Выполнено 6 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«4», если 225-269 баллов	Выполнено 4-5 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«3», если 150-224 баллов	Выполнено 3 задания билета и получены соответствующие баллы в семестре

**Теоретические вопросы по дисциплине «Высшая математика»  
2 семестр (экзамен)**

1. Определение определенного интеграла от функции одной переменной. Достаточные условия интегрируемости функции. Теорема Ньютона-Лейбница.
2. Простейшие свойства определенного интеграла.
3. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
4. Вычисление длины дуги кривой.
5. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление площади эллипса.
6. Поверхность тела вращения. Объем тела вращения. Вывод формулы объема усеченного конуса.
7. Несобственные интегралы от функций одной переменной. Основные понятия. Примеры.
8. Признаки сходимости несобственных интегралов.

9. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с отделенными и отделяющимися переменными.
10. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
11. Линейно зависимые и линейно независимые функции. Линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Теорема об общем решении ЛОДУ.
12. ЛНДУ  $n$ -го порядка. Простейшие свойства решений ЛНДУ. Теорема об общем решении ЛНДУ.
13. Построение общего решения ЛОДУ с постоянными действительными коэффициентами.
14. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью. Примеры.
15. Основные понятия теории числовых рядов. Примеры. Необходимый признак сходимости ряда. Теорема о ряде и его остаточном ряде.
16. Признаки сравнения положительных рядов.
17. Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов.
18. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
19. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
20. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда.
21. Ряд Тейлора. Необходимый признак представимости функции степенным рядом.
22. Критерий представимости функции своим рядом Тейлора. Разложение функции  $e^x$  в степенной ряд.
23. Разложение функций  $\sin x$  и  $\cos x$  в степенные ряды.
24. Логарифмический ряд.
25. Гармоники, их свойства. Понятие тригонометрического ряда в комплексной форме.
26. Ряд Фурье в комплексной форме. Необходимый признак представимости функции тригонометрическим рядом в комплексной форме.
27. Преобразование ряда Фурье в комплексной форме к ряду Фурье в вещественной форме.
28. Теорема Дирихле. Геометрическая иллюстрация теоремы Дирихле.
29. Функции многих переменных, основные понятия. Частные производные.
30. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.

Образцы экзаменационных билетов для очной и заочной форм обучения

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**  
Кафедра прикладной математики и информатики

**Экзаменационный билет № 0**

Учебная дисциплина “Высшая математика”

Для направления подготовки (специальности) 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

1. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx .$$

2. Решить дифференциальное уравнение  $y' = y - 2x$ .
3. Найти частные производные первого порядка функции  $z = 2^{\cos \frac{y}{x}}$ .
4. Исследовать сходимость числового ряда.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1) 2^{2n+1}} .$$

5. Вычисление длины дуги кривой.
6. Разложение функций  $\sin x$  и  $\cos x$  в степенные ряды.

Принято на заседании кафедры ПМИ «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМИ

В.А. Едемский

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
Кафедра прикладной математики и информатики

Экзаменационный билет № 00

Учебная дисциплина “Высшая математика”

Для направления подготовки (специальности) 11.03.03 Конструирование и технология  
электронных средств

1. Вычислить площадь плоской фигуры, границы которой заданы уравнениями

$$y = \frac{8}{4 + x^2}, \quad y = \frac{x^2}{4}.$$

2. Найти частные производные первого порядка функции

$$z = \cos^3(2x + 3y).$$

3. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + y' = 2x - 2$ .

4. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2x-3)^n}{2n+3}.$$

5. Поверхность тела вращения. Объем тела вращения. Вывод формулы объема усеченного конуса.
6. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.

Принято на заседании кафедры ПМИ «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМИ В.А. Едемский

***Третий семестр***

РГЗ № 5 содержит 8 заданий по материалу раздела “Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля.” Последний пример содержит 4 задания. Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 20 различных вариантов) на второй неделе обучения в весеннем семестре. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 7 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

**Таблица А.8– Расчетно-графическое задание № 5**

**(Количество вариантов заданий – 20)**

**Параметры оценки выполнения РГЗ № 5**

<b>Критерии оценки:</b>	
111 - 125 баллов	Выполнены 7-8заданий (отлично)
87 - 110 баллов	Выполнены5-6заданий (хорошо)
63 - 86 баллов	Выполнены3-4задания(удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 3 примеров (неудовлетворительно)

**Образец расчетно-графического задания № 5**

1. Изменить порядок интегрирования. Сделать чертёж области интегрирования.

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, заданной уравнением в декартовых координатах ( $a > 0$ )

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(4x^2 + y^2).$$

3. Вычислить с помощью тройного интеграла объём тела, ограниченного заданными поверхностями. Сделать чертёж данного тела и его проекции на плоскость  $xOy$ .

$$x^2 + y^2 = 9, \quad z = y^2, \quad z = 0.$$

4. Даны векторное поле  $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$  и плоскость  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ , которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду  $(T)$ . Пусть  $(\sigma)$  – основание пирамиды, принадлежащее плоскости  $(P)$ ,  $(l)$  – контур, ограничивающий  $(\sigma)$ ,  $\vec{n}$  – нормаль к  $(\sigma)$ , направленная вне пирамиды  $(T)$ . Требуется вычислить: 1) поток векторного поля  $\vec{A}$  через полную поверхность пирамиды  $(T)$  в направлении внешней нормали к её поверхности непосредственно и применив теорему Остроградского-Гаусса; 2) циркуляцию векторного поля  $\vec{A}$  по замкнутому контуру  $(l)$  непосредственно и применив теорему Стокса. Сделать чертёж.

$$\vec{A} = (2x + z)\vec{i}; \quad x - 2y + 2z - 4 = 0.$$

РГЗ № 6 содержит 8 заданий по материалу, изучаемому в разделе 6 “Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика”. Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 20 различных вариантов) на десятой неделе обучения в весеннем семестре. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 16 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

**Таблица А.9 – Расчетно-графическое задание № 6**

*(Количество вариантов заданий – 20)*

**Параметры оценки выполнения РГЗ № 6**

<b>Критерии оценки:</b>	
111 - 125 баллов	Решены 7 - 8 примеров (отлично)
87 - 110 баллов	Решены 5 - 6 примеров (хорошо)
63 - 86 баллов	Решены 4 примера (удовлетворительно)
менее 63 баллов	Нет правильно решенных 4 примеров (неудовлетворительно)

**Образец расчетно-графического задания № 6**

1. Сколько существует трехзначных натуральных чисел, в записи которых: 1) есть хотя бы одна цифра 0; 2) не встречается цифр меньше 6; 3) все цифры нечетные?
2. В корзине лежат 5 белых и 6 черных шаров. Наудачу вынули 3 из них. Найти вероятность того, что они одного цвета.
3. Три стрелка произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8, вторым – 0,7, третьим – 0,9. Найти вероятность того, что: а) в цель попал только один стрелок; б) в цель попали только два стрелка; в) в цель попал хотя бы один стрелок; г) в цель никто не попал; д) в цель попали все три стрелка.
4. В каждой из двух урн находятся 12 белых и 8 чёрных шаров. Из первой урны переложили во вторую два шара, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар окажется чёрным.
5. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти  $a$ , плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсию  $D(X)$ ,  $P\left(X < \frac{3}{2}\right)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ a(x^2 + 2x), & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

6. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность их попадания в цель соответственно равны 0,5; 0,6; 0,8. Построить закон распределения ДСВ  $X$  – числа попаданий в цель. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ .
7. Известны математическое ожидание  $m=10$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 4$  нормально распределённой случайной величины  $X$ . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал  $(2; 13)$ .
8. Найти распределение длины слова (количество букв) в стихотворении. Найти моду, медиану, размах, среднее значение, выборочную дисперсию, эмпирическую функцию распределения. Построить полигон частот и гистограмму частот этого распределения. (Слова в названии стихотворения не учитывать).

**Р. Л. Стивенсон. Вересковый мед (отрывок)**

Шотландская баллада

Перевод С.Я. Маршака. 1941 год

Старость боится смерти.  
Жизнь я изменой куплю,  
Выдам заветную тайну!" -  
Карлик сказал королю.

Голос его воробьиный  
Резко и четко звучал:  
"Тайну давно бы я выдал,  
Если бы сын не мешал!

Мальчику жизни не жалко,  
Гибель ему нипочем...  
Мне продавать свою совесть  
Совестно будет при нем.

Пускай его крепко свяжут  
И бросят в пучину вод -  
А я научу шотландцев  
Готовить старинный мед!.."

Сильный шотландский воин  
Мальчика крепко связал  
И бросил в открытое море  
С прибрежных отвесных скал.

Волны над ним сомкнулись.  
Замер последний крик...  
И эхом ему ответил  
С обрыва отец-старик:

"Правду сказал я, шотландцы,  
От сына я ждал беды.  
Не верил я в стойкость юных,  
Не бреющих бороды.

А мне костер не страшен.  
Пускай со мной умрет  
Моя святая тайна -  
И мой вересковый мёд!"

## Образец контрольной работы № 5 для заочной формы обучения

### Контрольная работа №5

#### *Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ*

**Задание 1.** Изменить порядок интегрирования. Сделать чертёж области интегрирования.

$$\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy.$$

**Задание 2.** Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, заданной уравнением в декартовых координатах ( $a > 0$ ).

$$y^6 = a^2(y^4 - x^4).$$

**Задание 3.** Вычислить с помощью тройного интеграла объём тела, ограниченного заданными поверхностями. Сделать чертёж данного тела и его проекции на плоскость  $xOy$ .

$$x^2 + y^2 = 4, \quad z + 2x - 4 = 0, \quad z = 0.$$

**Задание 4.** Даны векторное поле  $\vec{A}(x, y, z)$  и четыре точки  $M_1, M_2, M_3, M_4$ , которые являются вершинами треугольной пирамиды.

- 1) Найти  $\operatorname{div} \vec{A}(x, y, z)$ ,  $\operatorname{rot} \vec{A}(x, y, z)$ .
- 2) Найти поток векторного поля  $\vec{A}(x, y, z)$  через полную поверхность пирамиды в направлении внешней нормали двумя способами (непосредственно и с помощью теоремы Остроградского – Гаусса).
- 3) Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{A}(x, y, z)$  по границе треугольника с вершинами в точках  $M_2, M_3, M_4$  в положительном направлении двумя способами (непосредственно и с помощью теоремы Стокса).

$$\vec{A}(x, y, z) = (2x + y) \vec{i}, \quad M_1(2; 4; 5); M_2(2; 0; 5); M_3(4; 4; 5); M_4(2; 4; -1).$$

**Задание 5.** Проверить, что данное векторное поле является потенциальным, и найти его потенциал.

$$\vec{A}(x, y, z) = (yz - xy) \vec{i} + \left(xz - \frac{x^2}{2} + yz^2\right) \vec{j} + (xy + y^2z) \vec{k}.$$

## Образец контрольной работы № 6 для заочной формы обучения

### Контрольная работа №6

#### *Комбинаторика. Теория вероятностей. Математическая статистика*

**Задание 1.**

Сколько существует перестановок букв слова “университет”, в которых: 1) все согласные буквы стоят рядом; 2) на первом месте стоит буква “у”; 3) все гласные буквы идут впереди согласных?

**Задание 2.**

В корзине лежат 4 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынули 3 из них. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров хотя бы один шар белый.

**Задание 3.**

Три стрелка произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8, вторым – 0,7, третьим – 0,9. Найти вероятность того, что: а) в цель попал только один стрелок; б) в цель попали только два стрелка; в) в цель попал хотя бы один стрелок; г) в цель никто не попал; д) в цель попали все три стрелка.

**Задание 4.**

В ящике находится 10 деталей, из которых 7 со знаком качества. Наудачу взяли 3 детали. Составить закон распределения дискретной случайной величины  $X$  – числа деталей со знаком качества среди отобранных

**Задание 5**

Дана плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$ . Найти значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , построить графики функций  $y = f(x)$  и  $y = F(x)$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

$$f(x) = \begin{cases} a(3 - |x|), & x \in [-3; 3], \\ 0, & x \notin [-3; 3]. \end{cases}$$

**Задание 6.** Известны математическое ожидание  $m$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  нормально распределённой случайной величины  $X$ . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал  $(\alpha; \beta)$ .

$m$	$\sigma$	$(\alpha; \beta)$
10	4	(2; 13)

**Задание 7.**

Случайная величина  $X$  подчиняется нормальному закону распределения  $X \in N(m; \sigma)$ . Найти плотность распределения вероятностей случайной величины  $Y = (X - m)^3$ .

**Задание 8.**

Найти распределение длины слова (количество букв) в стихотворении. Найти моду, медиану, размах, среднее значение, выборочную дисперсию, эмпирическую функцию распределения. Построить полигон частот и гистограмму частот этого распределения. (Слова в названии стихотворения не учитывать).

**Р. Бернс. В горах мое сердце**  
Перевод С.Я. Маршака

В горах мое сердце... Доныне я там.  
По следу оленя лечу по скалам.  
Гоню я оленя, пугаю козу.  
В горах мое сердце, а сам я внизу.

Прощай, моя родина! Север, прощай, -  
Отечество славы и доблести край.  
По белому свету судьбою гоним,  
Навеки останусь я сыном твоим!

Прощайте, вершины под кровлей снегов,  
Прощайте, долины и скаты лугов,  
Прощайте, поникшие в бездну леса,  
Прощайте, потоков лесных голоса.

В горах мое сердце... Доныне я там.  
По следу оленя лечу по скалам.  
Гоню я оленя, пугаю козу.  
В горах мое сердце, а сам я внизу!

## **Экзамен (3 семестр)**

### ***Общие сведения об оценочном средстве***

Если у студента есть невыполненное расчетно-графическое задание, то экзамен для студента начинается с выполнения этого задания. Если через 45 минут студент не решил ни одного примера, то ему ставится оценка “неудовлетворительно”. Такая же оценка ставится и в том случае, когда количество правильно решенных примеров не соответствует параметрам положительной оценки выполнения РГЗ. После зачтения расчетно-графических заданий студент может сдавать экзамен. Экзаменационный билет содержит 6 заданий: 2 теоретических и 4 практических. Если через 45 минут студент не выполнил ни одного задания из билета, то ставится оценка “неудовлетворительно”. Продолжительность подготовки 90 минут. На оценку “отлично” обязательно должен быть устный ответ на теоретические вопросы. Список экзаменационных вопросов и образец экзаменационного билета приведены в рабочей программе. Комплект экзаменационных билетов (10 билетов) хранится на кафедре. На экзамен студент должен явиться с тетрадью, в которой были выполнены расчетно-графические задания. В случае сомнений в оценке экзаменатор задает дополнительные вопросы по поводу решения экзаменационных задач, спрашивает формулировки теорем и определения. При выставлении итоговой оценки, разумеется, учитываются баллы, полученные студентом в семестре. На экзаменационной комиссии теоретические вопросы могут не спрашиваться. Количество правильно решенных задач на комиссии может быть уменьшено до двух.

**Таблица А.10 – Экзамен**  
**Количество экзаменационных билетов – 10**  
**Билет содержит 6 заданий**

### **Параметры проведения экзамена**

Предел длительности контроля	90 мин (подготовка)
Предлагаемое количество билетов	1 Повторное взятие билета не приветствуется
Последовательность выборки билетов	случайная
Критерии оценки:	
«5», если 270-300 баллов	Выполнено 6 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«4», если 225-269 баллов	Выполнено 4-5 заданий билета и получены соответствующие баллы в семестре
«3», если 150-224 баллов	Выполнено 3 задания билета и получены соответствующие баллы в семестре

### **Теоретические вопросы по дисциплине «Высшая математика» 3 семестр (экзамен)**

1. Понятие определенного интеграла от функции многих переменных. Простейшие свойства этого интеграла.
2. Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовых координатах.
3. Вычисление двойного интеграла в криволинейных координатах и, в частности, в полярных координатах.
4. Криволинейный интеграл первого рода, теорема о вычислении этого интеграла.
5. Интеграл по поверхности. Вычисление интеграла по поверхности в декартовых координатах.
6. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
7. Сферические координаты, их связь с декартовыми координатами. Теорема о вычислении тройного интеграла в сферических координатах.
8. Цилиндрические координаты, их связь с декартовыми координатами. Теорема о вычислении тройного интеграла в цилиндрических координатах.
9. Криволинейный интеграл II рода, свойства этого интеграла, теорема о вычислении.
10. Теорема Грина.
11. Дифференциальные операции векторного поля. Теорема о дифференциальных операциях второго порядка.
12. Интегральные операции векторного поля, их истолкование в физике.
13. Теорема Остроградского – Гаусса.
14. Теорема Стокса.
15. Теорема о потенциальных полях.
16. Вычисление потенциала потенциального поля.

17. Принципы сложения и умножения комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания без повторений.
18. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.
19. Случайные события, действия над событиями. Общее и классическое определения вероятности случайного события.
20. Простейшие свойства несовместных событий.
21. Вероятность суммы событий.
22. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
25. Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин.
26. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график.
27. Дискретная случайная величина, имеющая распределение Бернулли. Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии.
28. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.
29. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
30. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке  $[a; b]$ . Вычисление математического ожидания и дисперсии.
31. Нормальное распределение одной случайной величины. Проверка условия нормировки плотности.
32. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.
33. Функция Лапласа и ее свойства.
34. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило  $3\sigma$  для нормальной случайной величины.
35. Основные понятия математической статистики. Выборка, вариационный ряд, мода, медиана, размах, выборочное среднее, выборочная дисперсия, эмпирическая функция распределения, полигон частот и гистограмма частот.

Образцы экзаменационных билетов для очной и заочной форм обучения

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**  
Кафедра прикладной математики и информатики

**Экзаменационный билет № 0**

Учебная дисциплина “Высшая математика”

Для направления подготовки (специальности) 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле  $\int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$ .
2. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\oint_l 2y dx + 3x dy$ , где  $l$  - контур треугольника  $ABC$ ,  $A(-1;0)$ ,  $B(0;4)$ ,  $C(3;0)$ .
3. В корзине лежат 5 белых, 4 черных и 2 синих шара. Наудачу вынули 3 из них. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров нет синего.
4. Функция распределения дискретной случайной величины  $X$  имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 2, \\ 0,7, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} \quad \text{Найти} \quad M(X), \quad D(X).$$

5. Теорема Грина.
6. Повторение испытаний. Формула Бернулли.

Принято на заседании кафедры ПМИ «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМИ

В.А. Едемский

**Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого**  
Кафедра прикладной математики и информатики

**Экзаменационный билет № 00**  
Учебная дисциплина “Высшая математика”

Для направления подготовки (специальности) 11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

1. Вычислить  $\iint_{\sigma} (2xy + y) dx dy$ , если область  $\sigma$  ограничена линиями  $xy = 1$ ,  $x = \sqrt{y}$ ,  $y = 4$ .
2. Найти поток векторного поля  $\vec{A}(x, y, z)$  через полную поверхность пирамиды с вершинами в точках  $M_1, M_2, M_3, M_4$  в направлении внешней нормали с помощью теоремы Остроградского – Гаусса.  
 $\vec{A}(x, y, z) = (2x + y) \vec{i}$ ,  $M_1(2; 4; 5); M_2(2; 0; 5); M_3(4; 4; 5); M_4(2; 4; -1)$ .
3. В корзине лежат 4 белых и 5 черных и 6 синих шаров. Наудачу вынули 3 из них. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров есть хотя бы один белый.
4. Известна функция распределения непрерывной случайной величины  
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^3, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} \quad \text{Найти} \quad M(X), \quad M(X^2).$$
5. Двойной интеграл. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовых координатах.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Принято на заседании кафедры ПМИ «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМИ

В.А. Едемский

**Приложение Б**  
(обязательное)

**Карта учебно-методического обеспечения  
учебной дисциплины «Высшая математика»**

Таблица Б.1 – Основная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2002. - 432 с. - ISBN 5-93913-009-7	99	
Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2003. - 432 с. - (Специалист). - На обл.: Пределы. Графики функций.... - ISBN 5-93913-009-7	13	
Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2004. - 432 с. - (Специалист). - Сведения об изд. оборота тит.л.; На обл.: Пределы. Графики функций. Производная ... - ISBN 5-93913-009-7	12	
Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2005. - 432 с. - (Специалист). - ISBN 5-93913-009-7. - ISBN 978-5-939-13009-7	6	
Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2006. - 432 с. : ил. - (Специалист). - ISBN 5-93913-009-7 : 150.00. - ISBN 978-5-93913-009-7	1	
Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 частях. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2005. - 303, [1] с. - На обл.: С решениями. - ISBN 5-329-01240-6. - ISBN 5-94666-178-7. - ISBN 5-94666-174-4. - ISBN 5-329-01226-0. - ISBN 978-5-329-01226-2	17	
Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 частях. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2005. - 415, [1] с. - На обл.: С решениями. - ISBN 5-329-01240-6. - ISBN 5-94666-178-7. - ISBN 5-94666-175-2. - ISBN 5-329-01227-9. - ISBN 978-5-329-01227-9	10	
Шипачев В. С. Высшая математика : учебник для вузов / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2007. - 479, [1] с. : ил. - Указ.: с. 455-463. - ISBN 978-5-06-003959-7	92	
Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 6-е изд., доп. - Москва : Высшая школа, 2002. - 403, [1] с. - ISBN 5-06-004212-X	66	
Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов. - 11-е изд., перераб. - Москва : Высшее образование, 2009. - 403, [2] с. - (Основы наук). - Прил.: с. 387-404. - На обл.: для подгот. бакалавров, для подгот. спец. - ISBN 978-5-9692-0384-6	12	
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов. - 11-е изд., стер. - Москва : Высшая школа, 2005. - 478, [1] с. - Прил.: с. 461-479. - ISBN 5-06-004214-6	31	
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / М-во образования РФ. - 12-е изд., перераб. - Москва : Высшее образование, 2006. - 478, [2] с. - (Основы наук). - Прил.: с. 461-479. - ISBN 5-9692-0031-X	39	

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов (бакалавриат) / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2012. - 478, [2] с. : ил. - (Бакалавр). - Прил.: с. 461-473. - Указ.: с. 474-479. - ISBN 978-5-9916-1589-1. - ISBN 978-5-9692-1278-7	49	
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - 8-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2002. - 478, [1] с. - Прил.: с. 461-473. - Указ.: с. 474-479.	93	
Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 частях. Ч. 1 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - Москва : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 368 с. - ISBN 978-5-488-01682-8. - ISBN 978-5-488-01681-1. - ISBN 978-5-94666-468-4. - ISBN 978-5-94666-469-1	10	
Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 частях. Ч. 2 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - Москва : Мир и образование : Астрель : Оникс, 2012. - 448 с. : ил. - На обл.: С решениями. - ISBN 978-5-94666-565-0. - ISBN 978-5-94666-567-4. - ISBN 978-5-271-39792-9. - ISBN 978-5-271-39660-1. - ISBN 978-5-488-02280-5. - ISBN 978-5-488-02449-6	6	
Электронные ресурсы		
Электронные учебники. – URL: <a href="http://www.mathelp.spb.ru/">http://www.mathelp.spb.ru/</a> . - Текст: электронный.		

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие для вузов. - Москва : Астрель : АСТ, 2001. - 654, [1] с. - Прил.: с. 602-638. - Указ.: с. 639-649. - ISBN 5-17-004601-4. - ISBN 5-271-01318-9	1	
Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие для вузов. - Москва : Астрель : АСТ, 2004. - 654, [1] с. - Прил.: с. 602-638. - Указ.: с. 639-649. - ISBN 5-17-004601-4. - ISBN 5-271-01318-9	1	
Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. А. Кудрявцев. - Москва : Астрель : АСТ, 2007. - 654, [2] с. - Прил.: с. 602-638. - Указ.: с. 639-649. - ISBN 5-17-004601-4. - ISBN 5-271-01318-9. - ISBN 985-13-8593-X. - ISBN 978-5-17-004601-0	1	
Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д. В. Клетеник ; под редакцией Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Профессия, 2003. - 199 с. : ил. - (Специалист). - ISBN 5-93913-037-2	47	
Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; под редакцией Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 222, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачи и практикумы, Математика). - На обл.: Знание, уверенность, успех!. - Доступ к электрон. версии этой кн. на <a href="http://www.e.lanbook.com">www.e.lanbook.com</a> . - Прил.: с. 168-178. - ISBN 978-5-8114-1051-4. - ISBN 5-93913-037-2	1	

Новгородский государственный  
университет им. Ярослава Мудрого  
Научная библиотека  
Сектор учета

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; под редакцией Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 222, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы, Математика). - На обл.: Знание, уверенность, успех!. - Доступ к электрон. версии этой кн. на <a href="http://www.e.lanbook.com">www.e.lanbook.com</a> . - Прил.: с. 168-178. - ISBN 978-5-8114-1051-4. - ISBN 5-93913-037-2	20	
Лихтарников Л. М. Математическая логика: Курс лекций. Задачник - практикум и решения : учебное пособие для вузов / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. - 3-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 276, [1] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 273. - ISBN 978-5-8114-0082-9	86	
Сборник задач по высшей математике, 1 курс : с контрол. работами : учебное пособие для вузов / К. Н. Лунгу [и др.]. - 8-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2009. - 574, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-3681-7	2	
Сборник задач по высшей математике, 1 курс : с контрол. работами / К. Н. Лунгу [и др.]. - 8-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2010. - 574, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-4046-3	7	
Сборник задач по высшей математике, 1 курс : с контрол. работами / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2011. - 574, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-4389-1	2	
Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д. Т. Письменный. - 12-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2014. - 602, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - ISBN 978-5-8112-5257-2	9	
Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д. Т. Письменный. - 13-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2015. - 602, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - ISBN 978-5-8112-6043-0	8	
Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д. Т. Письменный. - 15-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2018. - 602, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - ISBN 978-5-8112-6472-8	5	
Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д. Т. Письменный. - 16-е изд. - Москва : Айрис-Пресс, 2019. - 602, [2] с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - ISBN 978-5-8112-6472-8	3	
Привалов И. И. Аналитическая геометрия : учебник. - 33-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2004. - 299 с. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - ISBN 5-8114-0518-9	10	
Привалов И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. - 37-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 299, [1] с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0518-3	1	
Высшая математика : контрольные задания и методические указания для студентов заочного отделения. Ч. 4 / составители С. О. Карданов, Е. Ю. Карданова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2011. - 42, [1] с. - URL: <a href="https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/3137">https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/3137</a>	31	ЭБС НовГУ
Высшая математика : методические указания и контрольные задания для студентов заочного отделения. Ч. 1 / автор-составитель О. Н. Барсов ; Федеральное агентство по образованию, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2009. - 75, [1] с. - URL: <a href="https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/307">https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/307</a>	16	ЭБС НовГУ

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Высшая математика : методические указания и контрольные задания для студентов заочного отделения. Ч. 2 / автор-составитель О. Н. Барсов ; Федеральное агентство по образованию, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2013. - 78, [1] с. – URL: <a href="https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/1053">https://novsu.bookonlime.ru/reader/book/1053</a>	8	ЭБС НовГУ
Ласунский, А. В. Введение в операционное исчисление : учебное пособие / А. В. Ласунский ; Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого. - Великий Новгород, 2016. - 91, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 89. - Указ.: с. 83-88. – Текст: электронный// ЭБС НовГУ. – URL: Министерство образования и науки Российской Федерации	11	ЭБС НовГУ
Электронные ресурсы		
Кибзун, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебное пособие / А. И. Кибзун, Е. Р. Горяинова, А. В. Наумов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 224 с. — ISBN 5-9221-0231-1. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2198">https://e.lanbook.com/book/2198</a> (Режим доступа: для авториз. пользователей)		

Таблица Б.3 – Информационное обеспечение

Наименование ресурса	Договор	Срок договора
<b>Профессиональные базы данных</b>		
База данных электронной библиотечной системы вуза «Электронный читальный зал-БиблиоТех» <a href="https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/">https://www.novsu.ru/dept/1114/bibliotech/</a>	Договор № БТ-46/11 от 17.12.2014	бессрочный
Электронный каталог научной библиотеки <a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>	База собственной генерации	бессрочный
База данных «Аналитика» (картотека статей) <a href="http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/">http://mars.novsu.ac.ru/MarcWeb/</a>	База собственной генерации	бессрочный
ЭБС «Электронная библиотечная система Новгородского государственного университета»(ЭБС НовГУ). Универсальный ресурс. Внутривузовские издания НовГУ.	Договор № 230 от 30.12.2022 с ООО «КДУ»	бессрочный
ЭБС «Лань» Единая профессиональная база данных для классических вузов – Издательство Лань «ЭБС» ЭБС ЛАНЬ	Договор от 23.12.2022 № 28/ЕП(У)22 с ООО «Издательство ЛАНЬ»	01.01.2023-31.12.2023
ЭБС «ЛАНЬ» Универсальный ресурс	Договор от 09.11.2020 № СЭБ НВ–283 с ООО «ЭБС ЛАНЬ»	09.11.2020 - 31.12.2023
«ЭБС ЮРАЙТ <a href="http://www.biblio-online.ru">www.biblio-online.ru</a> » Универсальный ресурс.	Договор от 23.12.2022 № 25/ЕП(У)22 с ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ»	01.01.2023 - 31.12.2023
«Национальная электронная библиотека» Универсальный ресурс.	Договор от 14.03.2022 № 101/НЭБ/2338-п с ФБГУ «Российская Государственная библиотека»	14.03.2022 - 14.03.2027
База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	в открытом доступе	-
База данных электронно-библиотечной системы «Национальная электронная библиотека» <a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	в открытом доступе	-
<b>Информационные справочные системы</b>		
Университетская информационная система «РОССИЯ» <a href="https://uisrussia.msu.ru">https://uisrussia.msu.ru</a>	в открытом доступе	-
Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» <a href="https://openedu.ru">https://openedu.ru</a>	в открытом доступе	-

Новгородский государственный  
университет им. Ярослава Мудрого  
Научная библиотека  
Сектор учета *М. Сидор*

Проверено НБ НовГУ

Зав. кафедрой ПМИ

«*14*»

*06*

20*23*г.

*В. Сидор* / *Владимир В. Ф.*

