

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Педагогический институт  
ОТДЕЛЕНИЕ СПО

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ОД.07 МАТЕМАТИКА**

Специальность:  
44.02.01 Дошкольное образование

Квалификация выпускника –  
Воспитатель детей дошкольного возраста

**ПРИНЯТО:**

Предметная (цикловая)  
комиссия специальности  
«Дошкольное образование»

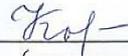
Протокол № 7  
от «02» июня 2024 г.

Председатель предметной  
(цикловой) комиссии

 Л.А. Лунёва  
(подпись) (ФИО)

Разработчик:

Преподаватель отделения СПО ПИ

 Королева О.Е.  
(подпись) (ФИО)

« 31 » мая 2024

## Содержание

Пояснительная записка.....	5
Тематический план.....	10
Содержание самостоятельной работы.....	28
Самостоятельная работа № 1.....	28
Самостоятельная работа № 2.....	33
Самостоятельная работа № 3.....	38
Самостоятельная работа № 4.....	39
Лист внесения изменений к методическим рекомендациям по организации и выполнению самостоятельной работы.....	41

## Пояснительная записка

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы, являющиеся частью учебно-методического комплекса по дисциплине ОД.07 «Математика», составлены в соответствии с:

1 Федеральным государственным образовательным стандартом по специальности СПО 44.02.02 Преподавание в начальных классах (приказ Министерства просвещения России от «17» августа 2022 г. №742)

2 Рабочей программой учебной дисциплины;

3 Локальными актами НовГУ.

Методические рекомендации включают 4 аудиторных самостоятельных работ студентов, предусмотренную рабочей программой учебной дисциплины в объеме 8 часов.

Формами внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- самостоятельное изучение теоретического материала и составление конспекта;
- изучение теоретического материала и ответы на поставленные вопросы;
- решение домашних контрольных работ;
- написание рефератов;
- подготовка к экзамену.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

- формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их; оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; владеть методами доказательств; формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; владеть алгоритмами решения задач; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;
- оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;
- свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;
- оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
- оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;
- решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

- выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; распознавать проявление законов математики в искусстве, приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
- свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция, рациональная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
- свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; проводить исследование функции; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;
- оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
- оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; находить асимптоты графика функции; вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;
- использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;
- свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;
- оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений при решении задач, в том числе из других учебных предметов;
- оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;
- свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

- оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

- оперировать понятием стандартное отклонение для описания числовых данных; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

- оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

- оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

- оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; оценивать размеры объектов окружающего мира;

- оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развёртка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; распознавать симметрию в пространстве; распознавать правильные многогранники; применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

- оперировать понятиями: движение в пространстве, преобразование подобия, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов

подобных фигур при решении задач; распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре;

- свободно оперировать понятиями: параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

- оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, векторное произведение, разложение вектора по базису, угол между векторами; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками; использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

- свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; находить отношение объемов подобных фигур;

- вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

- моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

- оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел.

### **Критерии оценки:**

Оценка “5” (отлично) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки;
- задачи решены математически грамотно, приведены краткие обоснования

процесса решения со ссылкой на соответствующие вопросы теории.

Оценка “4” (хорошо) ставится, если:

- задание выполнено аккуратно, в полном объеме, в указанные сроки, но работа содержит незначительные помарки;

- задачи решены верно, но допущены недочеты и негрубые ошибки, к которым относятся описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка “3” (удовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено не в полном объеме, нарушены указанные сроки;
- решение задач содержит недочеты и негрубые ошибки.

Оценка “2” (неудовлетворительно) ставится, если:

- задание выполнено небрежно, не в полном объеме, нарушены указанные сроки;

- решение задач содержит грубые ошибки, которые обнаруживают незнание студентами формул, определений, основных свойств, теорем и неумение их применять,

незнание приёмов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки.

**Список рекомендуемой литературы:**

**Основная литература:**

1. Богомолов, Н. В. Математика [Электронный ресурс]: учебник для СПО/ Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2022. — 401 с. — (Профессиональное образование). — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/>

2. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа [Электронный ресурс]: учебник для СПО / Н.В. Богомолов. — М.: Издательство Юрайт, 2022. — 240 с. - (Профессиональное образование). — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/>

3. Богомолов, Н. В. Геометрия [Электронный ресурс]: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов. — М.: Издательство Юрайт, 2022. — 108 с. - (Профессиональное образование). — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/>

**Дополнительная литература:**

1. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н.В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2022. — 326 с. - (Профессиональное образование). — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/>

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / Н.В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2022. — 251 с. - (Профессиональное образование). — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/>

### Тематический план и содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала (основное и профессионально-ориентированное), лабораторные и практические занятия, прикладной модуль (при наличии)	Объем часов	Формируемые компетенции
1	2	3	4
<b>Основное содержание</b>			
<b>Раздел 1. Повторение курса математики основной школы</b>		<b>22</b>	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности	Содержание учебного материала Базовые знания и умения по математике в профессиональной и в повседневной деятельности.	2	
Тема 1.2 Числа и вычисления. Выражения и преобразования	Содержание учебного материала Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.	2	
Тема 1.3. Геометрия на плоскости	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b> Виды плоских фигур и их площадь. Практико-ориентированные задачи в курсе геометрии на плоскости	2	
	Практическое занятие № 1	2	
Тема 1.4 Процентные вычисления	Содержание учебного материала Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты	2	
	Практическое занятие № 2	2	
Тема 1.5 Уравнения и неравенства	Содержание учебного материала Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства		

	Практическое занятие № 3	2	
Тема 1.6 Системы уравнений и неравенств	Содержание учебного материала	4	ОК-01, ОК-03, ОК-04, ОК-07
	Способы решения систем линейных уравнений. Понятия: матрица 2x2 и 3x3, определитель матрицы. Метод Гаусса. Системы нелинейных уравнений. Системы неравенств		
Тема 1.7 Входной контроль	Содержание учебного материала	2	
	Вычисления и преобразования. Уравнения и неравенства. Геометрия на плоскости		
	Практическое занятие № 4	2	
<b>Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве</b>		<b>20</b>	
Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	Содержание учебного материала	2	
	Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признак и свойство скрещивающихся прямых. Основные пространственные фигуры.		
Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Содержание учебного материала	6	
	Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение сечений. Решение задач.		
Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Содержание учебного материала	2	
	Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Доказательство. Перпендикуляр и наклонная. Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей. Доказательство. Расстояния в пространстве		

Тема 2.4. Теорема о трех перпендикулярах	Содержание учебного материала	4	
	Теорема о трех перпендикулярах. Доказательство. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями		
Тема 2.5. Параллельные, перпендикулярные, скрещивающиеся прямые	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	2	
	Аксиомы стереометрии. Перпендикулярность прямой и плоскости, параллельность двух прямых, перпендикулярных плоскости, перпендикулярность плоскостей		
	Практическое занятие № 5		
Тема 2.6. Решение задач. Прямые и плоскости в пространстве	Содержание учебного материала	2	
	Расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей. Скрещивающиеся прямые		
<b>Раздел 3. Координаты и векторы</b>		<b>18</b>	
Тема 3.1 Декартовы координаты в пространстве. Расстояние между двумя точками. Координаты середины отрезка	Содержание учебного материала	4	ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-07
	Декартовы координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах. Расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка		
Тема 3.2 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов	Содержание учебного материала	6	
	Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Уравнение плоскости. Геометрический смысл определителя $2 \times 2$		

Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>		
	Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей на плоскости. Количественные расчеты	2	
	Практическое занятие № 6	2	
Тема 3.4 Решение задач. Координаты и векторы	Содержание учебного материала		
	Декартовы координаты в пространстве. Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Простейшие задачи в координатах. Координаты вектора, расстояние между точками, координаты середины отрезка, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями	2	
	Самостоятельная работа № 1	2	
<b>Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции</b>		<b>40</b>	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
Тема 4.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла	Содержание учебного материала		
	Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла	4	
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения	Содержание учебного материала		
	Тригонометрические тождества. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов $\alpha$ и $-\alpha$ . Формулы приведения	4	

Тема 4.3 Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла	Содержание учебного материала	8	
	Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений		
Тема 4.4 Функции, их свойства. Способы задания функций	Содержание учебного материала	2	
	Область определения и множество значений функций. Чётность, нечётность, периодичность функций. Способы задания функций		
Тема 4.5 Тригонометрические функции, их свойства и графики	Содержание учебного материала	2	
	Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций $y = \cos x$ , $y = \sin x$ , $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ .		
Тема 4.6 Преобразование графиков тригонометрических функций	Содержание учебного материала	2	
	Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций		
Тема 4.7 Описание производственных процессов с помощью графиков функций	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	2	
	Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах		
	Практическое занятие № 7		
Тема 4.8	Содержание учебного материала	2	
	Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики		

Обратные тригонометрические функции			
Тема 4.9 Тригонометрические уравнения и неравенства	Содержание учебного материала Уравнение $\cos x = a$ . Уравнение $\sin x = a$ . Уравнение $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x = a$ . Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные. Простейшие тригонометрические неравенства	8	
Тема 4.10 Системы тригонометрических уравнений	Содержание учебного материала Системы простейших тригонометрических уравнений Практическое занятие № 8	2 2	
Тема 4.11 Решение задач. основы тригонометрии. Тригонометрические функции	Содержание учебного материала Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и неравенств в том числе с использованием свойств функций.	2	
<b>Раздел 5. Комплексные числа</b>		<b>10</b>	
Тема 5.1 Комплексные числа	Содержание учебного материала Понятие комплексного числа. Сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа. Форма записи комплексного числа (геометрическая, тригонометрическая, алгебраическая). Арифметические действия с комплексными числами Практическое занятие № 9 Самостоятельная работа № 2	2 2 2	
Тема 5.2	Содержание учебного материала		

Применение комплексных чисел	Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел. Примеры использования комплексных чисел	2	
	Практическое занятие № 10	2	
<b>Раздел 6. Производная функции, ее применение</b>		<b>40</b>	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
Тема 6.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования	Содержание учебного материала	2	
	Определение числовой последовательности и способы ее задания. Свойства числовых последовательностей. Определение предела последовательности. Вычисление пределов последовательностей. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке. Приращение аргумента. Приращение функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Алгоритм отыскания производной		
Тема 6.2 Производные суммы, разности произведения, частного	Содержание учебного материала	4 2	
	Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования		
	Практическое занятие № 11		
Тема 6.3 Производные тригонометрических функций. Производная сложной функции	Содержание учебного материала	4 2	
	Определение сложной функции. Производная тригонометрических функций. Производная сложной функции		
	Практическое занятие № 12		
Тема 6.4 Понятие непрерывности функции. Метод интервалов	Содержание учебного материала	2	
	Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. Алгоритм решения неравенств методом интервалов		
Тема 6.5	Содержание учебного материала		

Геометрический и физический смысл производной	Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции в точке. Уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ . Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$	4	
Тема 6.6 Физический смысл производной в профессиональных задачах	Содержание учебного материала Физический (механический) смысл производной – мгновенная скорость в момент времени $t$ : $v = S'(t)$ Практическое занятие № 13	2	
Тема 6.7 Монотонность функции. Точки экстремума	Содержание учебного материала Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. Понятие производной высшего порядка, соответствие знака второй производной выпуклости (вогнутости) функции на отрезке. Задачи на максимум и минимум. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной. Дробно-линейная функция	4	
Тема 6.8 Исследование функций и построение графиков	Содержание учебного материала Исследование функции на монотонность и построение графиков.	4	
Тема 6.9 Наибольшее и наименьшее значения функции	Содержание учебного материала Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа	2	
Тема 6.10 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b> Наименьшее и наибольшее значение функции Практическое занятие № 14	4	
Тема 6.11	Содержание учебного материала		

Решение задач. Производная функции, ее применение	Формулы и правила дифференцирования. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции	2	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
	Практическая работа № 15	2	
<b>Раздел 7. Многогранники и тела вращения</b>		<b>44</b>	
Тема 7.1 Вершины, ребра, грани многогранника	Содержание учебного материала	2	
	Понятие многогранника. Его элементы: вершины, ребра, грани. Диагональ. Сечение. Выпуклые и невыпуклые многогранники		
Тема 7.2 Призма, ее составляющие, сечение. Прямая и правильная призма	Содержание учебного материала	2	
	Понятие призмы. Ее основания и боковые грани. Высота призмы. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Ее сечение		
Тема 7.3 Параллелепипед, куб. Сечение параллелепипеда	Содержание учебного материала	2	
	Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда, куб. Сечение куба, параллелепипеда		
Тема 7.4 Пирамида, ее составляющие, сечение. Правильная пирамида. Усеченная пирамида	Содержание учебного материала	2	
	Пирамида и ее элементы. Сечение пирамиды. Правильная пирамида. Усеченная пирамида		
Тема 7.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды	Содержание учебного материала	2 2	
	Площадь боковой и полной поверхности призмы, пирамиды Самостоятельная работа № 3		
Тема 7.6	Содержание учебного материала		

Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде	Симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде	2	
Тема 7.7 Примеры симметрий в профессии	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b> Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту	4	
Тема 7.8 Правильные многогранники, их свойства	Содержание учебного материала Понятие правильного многогранника. Свойства правильных многогранников Практическое занятие № 16	2	
Тема 7.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра	Содержание учебного материала Цилиндр и его элементы. Сечение цилиндра (параллельное основанию и оси). Развертка цилиндра	2	
Тема 7.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b> Конус и его элементы. Сечение конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), конические сечения. Развертка конуса Практическое занятие № 17	2 2	
Тема 7.11 Усеченный конус. Сечение усеченного конуса	Содержание учебного материала Усеченный конус. Его образующая и высота. Сечение усеченного конуса	2	
Тема 7.12 Шар и сфера, их сечения	Содержание учебного материала Шар и сфера. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сечение шара, сферы	2	
Тема 7.13	Содержание учебного материала		

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел	Понятие об объеме тела. Объем куба и прямоугольного параллелепипеда. Объем призмы и цилиндра. Отношение объемов подобных тел. Геометрический смысл определителя 3-го порядка	4	
Тема 7.14 Объемы и площади поверхностей тел	Содержание учебного материала Объемы пирамиды и конуса. Объем шара. Площади поверхностей тел	2	
Тема 7.15 Комбинации многогранников и тел вращения	Содержание учебного материала Комбинации геометрических тел Практическое занятие № 18	2 2	
Тема 7.16 Геометрические комбинации на практике	Содержание учебного материала Использование комбинаций многогранников и тел вращения в практико-ориентированных задачах Практическое занятие № 19	2	
Тема 7.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения	Содержание учебного материала Объемы и площади поверхности многогранников и тел вращения Практическая работа № 20	2	
<b>Раздел 8. Первообразная функции, ее применение</b>		<b>16</b>	
Тема 8.1 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных	Содержание учебного материала Задача о восстановлении закона движения по известной скорости. Понятие интегрирования. Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y=f(x)$ . Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции. Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной	2	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
Тема 8.2	Содержание учебного материала		

Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. Понятие определённого интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона— Лейбница Самостоятельная работа № 4	2 2	
Тема 8.3 Неопределенный и определенный интегралы	Содержание учебного материала Понятие неопределенного интеграла	2	
Тема 8.4 Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции	Содержание учебного материала Геометрический смысл определенного интеграла	2	
Тема 8.5 Определенный интеграл в жизни	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b> Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей Практическое занятие № 21	2 2	
Тема 8.6 Решение задач. Первообразная функции, ее применение	Содержание учебного материала Первообразная функции. Правила нахождения первообразных. Ее применение Практическое занятие № 22	2	
<b>Раздел 9. Степени и корни. Степенная функция</b>		<b>18</b>	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-07
Тема 9.1	Содержание учебного материала		

Степенная функция, ее свойства	Понятие корня n-ой степени из действительного числа. Функции $y = \sqrt[n]{x}$ их свойства и графики. Свойства корня n-ой степени	2	
	Практическое занятие № 23	2	
Тема 9.2 Преобразование выражений с корнями n-ой степени	Содержание учебного материала	2	
	Преобразование иррациональных выражений		
	Практическое занятие № 24	2	
Тема 9.3 Свойства степени с рациональным и действительным показателями	Содержание учебного материала	2	
	Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики		
Тема 9.4 Решение иррациональных уравнений и неравенств	Содержание учебного материала	4	
	Равносильность иррациональных уравнений и неравенств. Методы их решения. Решение иррациональных уравнений и неравенств		
	Практическое занятие № 25	2	
Тема 9.5 Степени и корни. Степенная функция	Содержание учебного материала	2	
	Определение степенной функции. Использование ее свойств при решении уравнений и неравенств		
	Практическое занятие № 26		
<b>Раздел 10. Показательная функция</b>		<b>18</b>	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-07
Тема 10.1 Показательная функция, ее свойства	Содержание учебного материала Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, ее свойства и график. Знакомство с применением показательной функции. Решение показательных уравнений функционально-графическим методом	2	

	Практическое занятие № 27	2	
Тема 10.2 Решение показательных уравнений и неравенств	Содержание учебного материала	6	
	Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств		
	Практическое занятие № 28	2	
Тема 10.3 Системы показательных уравнений	Содержание учебного материала	2	
	Решение систем показательных уравнений		
	Практическое занятие № 29	2	
Тема 10.4 Решение задач. Показательная функция	Содержание учебного материала	2	
	Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей и методом введения новой переменной. Решение показательных неравенств		
	Практическое занятие № 30		
<b>Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция</b>		<b>20</b>	
Тема 11.1 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e	Содержание учебного материала	2	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-07
	Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e		
Тема 11.2 Свойства логарифмов. Операция логарифмирования	Содержание учебного материала	4	
	Свойства логарифмов. Операция логарифмирования.		
Тема 11.3 Логарифмическая функция, ее свойства	Содержание учебного материала	2	
	Логарифмическая функция и ее свойства		
	Практическое занятие № 31	2	

Тема 11.4 Решение логарифмических уравнений и неравенств	Содержание учебного материала	2	
	Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования. Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства		
	Практическое занятие № 32	2	
Тема 11.5 Системы логарифмических уравнений	Содержание учебного материала	2	
	Алгоритм решения системы уравнений. Равносильность логарифмических уравнений и неравенств		
Тема 11.6 Логарифмы в природе и технике	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	2	
	Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства		
	Практическое занятие № 33		
Тема 11.7 Решение задач. Логарифмы. Логарифмическая функция	Содержание учебного материала	2	
	Логарифмическая функция. Решение простейших логарифмических уравнений		
	Практическое занятие № 34		
<b>Раздел 12. Множества. Элементы теории графов</b>		<b>10</b>	
Тема 12.1 Множества	Содержание учебного материала	2	
	Понятие множества. Подмножество. Операции с множествами		
Тема 12.2 Операции с множествами	Операции с множествами. Решение прикладных задач	2	
Тема 12.3	Содержание учебного материала		

Графы	Понятие графа. Связный граф, дерево, цикл граф на плоскости	2	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-07
	Практическая работа № 35	2	
Тема 12.4 Решение задач. Множества, Графы и их применение	Содержание учебного материала	2	
	Операции с множествами. Описание реальных ситуаций с помощью множеств.		
	Применение графов к решению задач		
	Практическое занятие № 36	2	
<b>Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b>		<b>22</b>	
Тема 13.1 Основные понятия комбинаторики	Содержание учебного материала	2	
	Перестановки, размещения, сочетания.		
		Практическое занятие № 37	
Тема 13.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Содержание учебного материала	2	
	Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий.		
		Практическое занятие № 38	
Тема 13.3 Вероятность в профессиональных задачах	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	2	
	Относительная частота события, свойство ее устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события		
	Практическое занятие № 39		
Тема 13.4 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	Содержание учебного материала	4	
	Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Ее числовые характеристики		

Тема 13.5	Содержание учебного материала		
Задачи математической статистики	Вариационный ряд. Полигон частот и гистограмма. Статистические характеристики ряда наблюдаемых данных	2	
Тема 13.6	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>		
Составление таблиц и диаграмм на практике	Первичная обработка статистических данных. Графическое их представление. Нахождение средних характеристик, наблюдаемых данных	2	
	Практическое занятие № 40	2	
Тема 13.7	Содержание учебного материала		
Решение задач. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Элементы комбинаторики. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	2	
	Практическое занятие № 41		
<b>Раздел 14. Уравнения и неравенства</b>		<b>18</b>	
Тема 14.1	Содержание учебного материала		
Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения	Равносильность уравнений и неравенств. Определения. Основные теоремы равносильных переходов в уравнениях и неравенствах. Общие методы решения уравнений: переход от равенства функций к равенству аргументов для монотонных функций, метод разложения на множители, метод введения новой переменной, функционально-графический метод	2	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05, ОК-06, ОК-07
	Практическое занятие № 42		
Тема 14.2	Содержание учебного материала		
Графический метод решения уравнений, неравенств	Общие методы решения неравенств: переход от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов для монотонных функций, метод интервалов, функционально-графический метод. Графический метод решения уравнений и неравенств	2	
	Практическое занятие № 43	2	
Тема 14.3	Содержание учебного материала		

Уравнения и неравенства с модулем	Определение модуля. Раскрытие модуля по определению. Простейшие уравнения и неравенства с модулем. Применение равносильных переходов в определенных типах уравнений и неравенств с модулем	4	
	Практическое занятие № 44		
Тема 14.4 Уравнения и неравенства с параметрами	Содержание учебного материала	2	
	Знакомство с параметром. Простейшие уравнения и неравенства с параметром Практическое занятие № 45		
Тема 14.5 Составление и решение профессиональных задач с помощью уравнений	<b>Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля)</b>	4	
	Решение текстовых задач профессионального содержания		
	Практические занятия № 46		
Тема 14.6 Решение задач. Уравнения и неравенства	Содержание учебного материала	2	
	Общие методы решения уравнений. Уравнения и неравенства с модулем и с параметрами		
	Практическое занятие № 47		
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен в 1 семестре, экзамен во 2 семестре)</b>		<b>30</b>	
<b>Всего:</b>		<b>346</b>	

## Содержание самостоятельной работы

### Раздел 3. Координаты и векторы

#### Тема 3.4. Решение задач. Координаты и векторы

##### Самостоятельная работа №1 (2 часа)

###### Цель:

- обобщение, систематизация, закрепление знаний об аппарате метода координат и векторной алгебры;
- формирование умений по вычислению расстояния между двумя точками, заданными своими координатами, координат середины отрезка;
- формирование умений по выполнению действий над векторами, разложению вектора на составляющие, вычислению угла между векторами, длины вектора;
- определение вектора, действий над векторами;
- правила действий над векторами, заданными координатами;
- формулы для вычисления длины вектора, угла между векторами.

В результате изучения темы **студент должен**

###### Знать:

- понятие прямоугольной декартовой системы координат в пространстве;
- формулу для вычисления расстояния между двумя точками;
- формулу координат середины отрезка;
- определение вектора;
- определение модуля вектора;
- определение координат вектора;
- определение равных векторов;
- определение коллинеарных векторов;

###### Уметь:

- вычислять расстояние между двумя точками, заданными своими координатами.
- находить координаты вектора;
- вычислять модуль вектора;
- определять коллинеарность векторов;
- выполнять действия над векторами;
- разлагать вектор на составляющие;
- вычислять угол между векторами, длину вектора.

### Краткий теоретический материал

#### Координаты вектора

Прямоугольный базис  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ :

$$1) \vec{i} \perp \vec{j}, \vec{i} \perp \vec{k}, \vec{j} \perp \vec{k};$$

$$2) |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1;$$

$$3) \vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1;$$

$$4) \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0.$$

Координаты вектора:

$$1) \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = (1, 1, 1);$$

$$2) \vec{OA} = x\vec{i}; \vec{OB} = y\vec{j}; \vec{OC} = z\vec{k};$$

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k};$$

$$\vec{a} = (x, y, z), \text{ где } x, y, z - \text{ координаты вектора } \vec{a};$$

$$3) \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}; \vec{c} = (1, 1, -1).$$

**Вектором** называется направленный отрезок. Обозначается вектор  $\vec{a}$  или  $AB$ . Вектор имеет начало и конец. Считается, что вектор направлен от начала к концу.

Длина отрезка, изображающего вектор называется его длиной (или модулем) и обозначается  $|AB|$  или  $|\vec{a}|$ .

Нулевой вектор – вектор, начало и конец которого совпадает. Обозначается  $\vec{0}$ . Длина нулевого вектора равна нулю, координаты равны 0.

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным вектором*.

Единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора  $\vec{a}$ , называется *ортом* вектора  $\vec{a}$ .

Два ненулевых вектора называются *противоположными*, если они имеют одинаковую длину и противоположно направлены.

#### Координаты вектора

Координатами вектора называются числа, равные разности соответствующих координат конца и начала.

Координатой точки  $A$  по оси  $x$  будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка  $OA_x$ : положительное, если точка  $A$  лежит на положительной полуоси  $x$ , и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси.

Аналогично можно определить координаты  $y$  и  $z$  точки  $A$ . Координаты точки  $A$  записываются в скобках рядом с названием этой точки:  $A(x; y; z)$ .

- Любой вектор  $\vec{a}$  можно разложить по координатным векторам:  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .
- Коэффициенты разложения определяются единственным образом и называются координатами вектора  $\vec{a}$  в данной системе координат.

#### **Формулы**

**Координаты вектора:**  $\vec{a}(x_a; y_a; z_a) \Leftrightarrow \vec{a} = x_a\vec{i} + y_a\vec{j} + z_a\vec{k}$

**Длина вектора:**  $|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}$

**Умножение вектора на число:**  $\lambda\vec{a} = (\lambda x_a; \lambda y_a; \lambda z_a)$

#### ***Правила действий над векторами***

Общий вид	Пример
1	2
$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1), \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$	$\vec{a} = (-3, 0, 2), \vec{b} = (4, -2, 5)$
Сумма двух векторов $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$	$\vec{a} + \vec{b} = (-3 + 4, 0 - 2, 2 + 5),$ $\vec{a} + \vec{b} = (1, -2, 7)$
1	2
Разность двух векторов $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$	$\vec{a} - \vec{b} = (-3 - 4, 0 + 2, 2 - 5),$ $\vec{a} - \vec{b} = (-7, 2, -3)$
Произведение вектора на число $r\vec{a} = (rx_1, ry_1, rz_1)$	$-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(-\frac{1}{3} \cdot (-3), -\frac{1}{3} \cdot 0, -\frac{1}{3} \cdot 2\right),$ $-\frac{1}{3}\vec{a} = \left(1, 0, -\frac{2}{3}\right)$
Скалярное произведение двух векторов $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 4 + 0 \cdot (-2) + 2 \cdot 5,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

### Задания для самостоятельной работы

#### Решить задачи:

1. Даны один конец отрезка  $A(2,3,-1)$  и его середина  $C(1,1,1)$ . Найдите второй конец отрезка  $B(x, y, z)$ .

2. Точки  $A(2,0,0), B(0,0,0), C(0,2,0), B_1(0,0,2)$  являются вершинами куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Найдите координаты точек  $C_1$  и  $D_1$ .

3. Точки  $M(2,0,0), H(0,0,0), P(0,4,0), H_1(0,0,4)$  являются вершинами прямоугольного параллелепипеда  $MHPKM_1H_1P_1K_1$ . Найдите координаты точек  $M_1$  и  $K_1$ .

4. Построить (в аксонометрической проекции) следующие точки по их декартовым координатам:  $A(3; 4; 6), B(-5; 3; 1), C(1; -3; -5), D(0; -3; 5), E(-3; -5; 0), F(-1; -5; -3)$ .

5. Найти координаты проекций точек  $A(4; 3; 5), B(-3; 2; 1), C(2; -3; 0), D(0; 0; -3)$ : 1). На плоскость  $Oxy$ ; 2). На плоскость  $Oxz$ ; 3). На плоскость  $Oyz$ ; 4). На ось абсцисс; 5). На ось ординат; 6). На ось аппликат.

6. Найти координаты точек, симметричных точкам  $A(2; 3; 1), B(5; -3; 2), C(-3; 2; 1), D(a; b; c)$  относительно: 1). Плоскости  $Oxy$ ; 2). Плоскости  $Oxz$ ; 3). Плоскости  $Oyz$ ; 4). Оси абсцисс; 5). Оси ординат; 6). Оси аппликат; 7). Начала координат.

7. Даны четыре вершины куба  $A(-a; -a; -a), B(a; -a; -a), C(-a; a; -a), D(a; a; a)$ . Определить его остальные вершины.

Решить один из двух вариантов проверочной работы (вариант указывает преподаватель).

#### Проверочная работа

##### Вариант 1

1. а) Найдите координаты векторов  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ .

б) Коллинеарны ли  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если

1)  $\vec{a} = (-3, 6, 2), \vec{b} = (3, -6, -2)$ ;

2)  $\vec{a} = (4, -10, 2), \vec{b} = (2, -5, 1)$ ;

3)  $\vec{a} = (1, 4, -3), \vec{b} = (2, 2, -1)$ ?

2. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\vec{a} = (x, -3, 2)$  и  $\vec{b} = (3, y, -1)$  коллинеарны?

##### Вариант 2

1. а) Найдите координаты векторов  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$ .

б) Коллинеарны ли  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если

1)  $\vec{a} = (-2, 6, 7), \vec{b} = (2, -6, -7)$ ;

2)  $\vec{a} = (3, -10, -2), \vec{b} = (1, 5, -5, -1)$ ;

3)  $\vec{a} = (1, 4, -6), \vec{b} = (2, 2, -3)$ ?

2. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\vec{a} = (x, -4, 1)$  и  $\vec{b} = (2, y, -1)$  коллинеарны?

##### Вариант 3

1. а) Найдите координаты векторов  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$ , если  $\vec{a} = 5 - 4\vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ .

б) Коллинеарны ли  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если

1)  $\vec{a} = (-1, -4, 7), \vec{b} = (1, 4, -7)$ ;

2)  $\vec{a} = (12, -10, -5), \vec{b} = (3, -2, 5, -1)$ ;

3)  $\vec{a} = (2, 4, -6), \vec{b} = (4, 8, -12)$ ?

2. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\vec{a} = (x, -2, 3)$  и  $\vec{b} = (2, y, -1)$  коллинеарны?

### Вариант 4

1. а) Найдите координаты векторов  $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{a}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = 7\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$ .

б) Коллинеарны ли  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если

1)  $\vec{a} = (-8, 6, 7), \vec{b} = (8, -6, -7)$ ;

2)  $\vec{a} = (3, -9, -2), \vec{b} = (1, 5, -4, 5, -1)$ ;

3)  $\vec{a} = (1, 8, -6), \vec{b} = (2, 16, -3)$ ?

2. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\vec{a} = (x, -12, 3)$  и  $\vec{b} = (2, y, -1)$  коллинеарны?

**Решить** один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

Из четырёх ответов выберите правильный:

#### Вариант 1

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD, A_1B_1C_1D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\vec{A_1B_1}, \vec{BC}, \vec{CC_1}$ ; 2)  $\vec{AA_1}, \vec{BC}, \vec{B_1C_1}$ ; 3)  $\vec{AB}, \vec{CD}, \vec{AD}$ ; 4)  $\vec{BC}, \vec{BA}, \vec{A_1D_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-1; -2; 3)$  и  $\vec{b} = (5; -1; 4)$ .

Ответ. 1)  $(4; -3; 12)$ ; 2)  $(-4; 3; 6)$ ; 3)  $(4; -3; 7)$ ; 4)  $(6; -3; 7)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-3; 4; 0)$ .

Ответ. 1) 3; 2) -5; 3)  $\sqrt{7}$ ; 4) 5.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{j}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{40}$ ; 2) 7; 3) 4; 4)  $\sqrt{23}$ .

5. Найдите координаты вектора  $\vec{AB}$  по координатам точек  $A(3; -2; 6)$  и  $B(0; 0; 5; 3)$ .

Ответ. 1)  $\vec{AB} = (-3; 2; 5; -3)$ ; 2)  $\vec{AB} = (3; 2; 5; -3)$ ; 3)  $\vec{AB} = (3; -1; 5; 9)$ ; 4)  $\vec{AB} = (3; -2; 5; 3)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$  и  $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0), D(2, -3, 1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0)$ . Найдите косинус угла  $C$  треугольника  $ABC$ .

#### Вариант 2

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD, A_1B_1C_1D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\vec{A_1B_1}, \vec{B_1C_1}, \vec{AD}$ ; 2)  $\vec{AA_1}, \vec{CC_1}, \vec{AB}$ ; 3)  $\vec{CD}, \vec{DD_1}, \vec{BC}$ ; 4)  $\vec{C_1D_1}, \vec{AD}, \vec{BC}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-3; 0; 2)$  и  $\vec{b} = (4; -2; 3)$ .

Ответ. 1)  $(-1; 2; 5)$ ; 2)  $(1; -2; 5)$ ; 3)  $(7; -2; 5)$ ; 4)  $(1; 0; 5)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (2; -1; 3)$ .

Ответ. 1) 4; 2) 12; 3) 3; 4)  $\sqrt{14}$ .

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ , где  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{46}$ ; 2)  $\sqrt{38}$ ; 3) 7; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора  $\vec{AB}$  по координатам точек  $A(-4; -1; 3)$  и  $B(0; -2; 5)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (-4; -1; 2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (-4; -3; 8)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 2)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (4; 1; -2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, -1, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 1, 3), D(-2, 3, 1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0, 1, 1), B(1, -1, -2), C(-3, 1, 0)$ . Найдите косинус угла  $C$  треугольника  $ABC$ .

### Вариант 3

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{C_1 C}, \overrightarrow{CD}$ ; 2)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{BB_1}$ ; 3)  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$ ; 4)  $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{A_1 B_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (-3; 2; 0)$  и  $\vec{b} = (-1; 4; -2)$ .

Ответ. 1)  $(-4; 6; -2)$ ; 2)  $(4; 6; 2)$ ; 3)  $(-4; 6; 0)$ ; 4)  $(4; 6; -2)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-2; 3; 5)$ .

Ответ. 1) 30; 2)  $\sqrt{38}$ ; 3) 6; 4) -5.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{41}$ ; 2) 0; 3) -7; 4) 7.

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(5; -1; -3)$  и  $B(2; 0; -1)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (7; -1; -4)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (-3; 1; 2)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 2 + 4\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, -1, 2), B(-3, 1, 2), C(0, 6, 3), D(-1, 3, 1)$ .

Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0, 1, 1), B(1, -1, -2), C(-3, 1, 0)$ . Найдите косинус угла  $B$  треугольника  $ABC$ .

### Вариант 4

1. Какие три вектора из данных троек можно считать прямоугольным базисом, если  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб?

Ответ. 1)  $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC_1}$ ; 2)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{C_1 C}$ ; 3)  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{C_1 D_1}, \overrightarrow{CC_1}$ ; 4)  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1 C_1}, \overrightarrow{DD_1}$ .

2. Найдите сумму векторов  $\vec{a} = (4; -1; 5)$  и  $\vec{b} = (0; 2; -8)$ .

Ответ. 1)  $(4; 1; -3)$ ; 2)  $(0; 1; -3)$ ; 3)  $(4; -1; -3)$ ; 4)  $(4; 1; 3)$ .

3. Найдите длину вектора  $\vec{c} = (-1; 2; 4)$ .

Ответ. 1) 19; 2) 4; 3)  $\sqrt{21}$ ; 4) 11.

4. Найдите длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ .

Ответ. 1)  $\sqrt{37}$ ; 2)  $\sqrt{46}$ ; 3) 6; 4) 0.

5. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$  по координатам точек  $A(-3; 5; 0)$  и  $B(2; -1; 2)$ .

Ответ. 1)  $\overrightarrow{AB} = (-1; 4; 2)$ ; 2)  $\overrightarrow{AB} = (-5; 6; -2)$ ; 3)  $\overrightarrow{AB} = (5; 6; 0)$ ; 4)  $\overrightarrow{AB} = (5; -6; 2)$ .

6. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} = 9\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$ .

7. Даны четыре точки:  $A(0, -1, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 1, 3), D(-2, 3, 1)$ . Найдите косинус угла  $\varphi$  между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

8. Даны три точки:  $A(0,1,1), B(1,-1,-2), C(-3,1,0)$ . Найдите косинус угла  $A$  треугольника  $ABC$ .

**Методические рекомендации.**

При решении задач используйте определения и формулы для вычисления длины вектора, условия коллинеарности векторов.

При решении задач используйте правила действий над векторами, заданными координатами, и формулу для вычисления длины вектора.

**Требования к результатам работы:**

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку рукописным способом чёрной или синей пастой. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**Раздел 5. Комплексные числа**

**Тема 5.1. Комплексные числа**

**Самостоятельная работа №2 (2 часа)**

**Цель:**

изучить вопросы:

- изображение комплексных чисел на координатной плоскости;
- нахождение сопряженного комплексного числа;
- выполнение арифметических действий над комплексными числами;
- решение квадратных уравнений.

В результате изучения темы **студент должен**

**Знать:**

- определение комплексного числа;
- определения сопряженных чисел;
- определение комплексного числа;
- определения сопряженных чисел.

**Уметь:**

- изображать комплексные числа на координатной плоскости;
- выполнять арифметические действия с комплексными числами в алгебраической форме;
- решать квадратные уравнения во множестве комплексных чисел.

**Краткий теоретический материал**

Основные определения.

Арифметические действия над комплексными числами

1. Существует элемент  $i$  (мнимая единица) такой, что  $i^2 = -1$ .

2. Символ  $a + bi$  называют комплексным числом с действительной частью  $a$  и мнимой частью  $bi$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $b$  – коэффициент мнимой части.

Комплексное число  $a + 0i$  отождествляется с действительным числом  $a$ , т.е.  $a + 0i = a$ , в частности,  $0 + 0i = 0$ . Числа вида  $bi$  называют чисто мнимыми.

Например, комплексное число  $2 + 3i$  имеет действительную часть – действительное число  $2$  и мнимую часть  $3i$ , действительное число  $3$  – коэффициент мнимой части.

Комплексное число  $2 - 3i$  имеет действительную часть число  $2$ , мнимую часть –  $3i$ , число  $-3$  – коэффициент при мнимой части.

3. Правило равенства. Два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны коэффициенты мнимых частей.

Т.е., если  $a + bi = c + di$ , то  $a = c$ ,  $b = d$ ; и, наоборот, если  $a = c$ ,  $b = d$ , то  $a + bi = c + di$ .

4. Правило сложения и вычитания комплексных чисел.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

Например:

$$(2 + 3i) + (5 + i) = (2 + 5) + (3 + 1)i = 7 + 4i;$$

Вычитание комплексных чисел определяется как операция, обратная сложению, и выполняется по формуле:

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

Например:

$$(5 - 8i) - (2 + 3i) = (5 - 2) + (-8 - 3)i = 3 - 11i;$$

5. Правило умножения комплексных чисел.

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Например:

$$(-1 + 3i)(2 + 5i) = (-2 - 15) + (-5 + 6)i = -17 + i$$

Произведение двух чисто мнимых чисел – действительное число.

Например:  $5i \cdot 3i = 15i^2 = -15$ ;  $-2i \cdot 3i = -6i^2 = 6$ , и вообще  $bi \cdot di = bdi^2 = -bd$ .

6. Деление комплексного числа  $a + bi$  на комплексное число  $c + di$  определяется как операция обратная умножению и выполняется по формуле:

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$$

Формула теряет смысл, если  $c + di = 0$ , так как тогда  $c^2 + d^2 = 0$ , т. е. деление на нуль и во множестве комплексных чисел исключается.

Обычно деление комплексных чисел выполняют путем умножения делимого и делителя на число, сопряженное делителю.

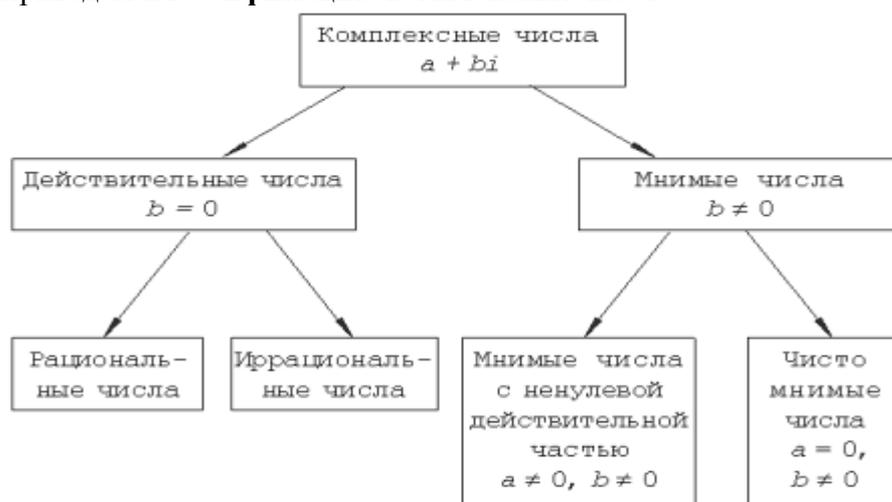
Например,

$$\frac{1 + i}{1 - i} = \frac{(1 + i)(1 + i)}{1 + 1} = \frac{(1 + i)^2}{2} = \frac{1 + 2i + i^2}{2} = i;$$

$$\frac{3 + 2i}{2 + i} = \frac{(3 + 2i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)} = \frac{8 + i}{2^2 + 1^2} = \frac{8}{5} + \frac{1}{5}i.$$

Для комплексных чисел справедливы коммутативный, ассоциативный и дистрибутивный законы. Кроме того, применение операций сложения, умножения, вычитания и деления к двум комплексным числам снова приводит к комплексным числам. Комплексное число  $a + bi$  при  $b = 0$  отождествляется с действительным числом  $a = a + 0i$ .

Приведем классификацию комплексных чисел:



Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Геометрическая интерпретация комплексных чисел состоит в том, что каждому комплексному числу  $z = x + yi$  ставится в соответствие точка  $(x, y)$  координатной плоскости таким образом, что действительная часть комплексного числа представляет собой абсциссу, а коэффициент при мнимой части – ординату точки.

Таким образом, устанавливается взаимно однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек координатной плоскости.

На рисунке 1 изображена координатная плоскость. Числу  $2 + 3i$  соответствует точка  $A(2, 3)$  плоскости; числу  $2 - 3i$  – точка  $B(2, -3)$ ; числу  $-2 + 3i$  – точка  $C(-2, 3)$ ; числу  $-2 - 3i$  – точка  $D(-2, -3)$ . Числу  $3i$  соответствует точка  $E(0, 3)$ ; а числу  $-3i$  – точка  $F(0, -3)$ . Итак, каждому комплексному числу соответствует единственная точка координатной плоскости и, наоборот, каждой точке координатной плоскости соответствует единственное комплексное число, при этом двум различным комплексным числам соответствуют две различные точки координатной плоскости. Ясно, что действительным числам  $x + 0i$  соответствуют точки оси абсцисс, а чисто мнимым числам  $0 + yi$ , где  $y$  не равен  $0$  – точки оси ординат.

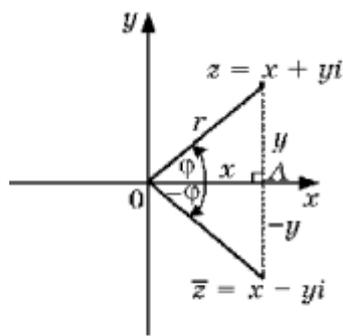


Рис. 2

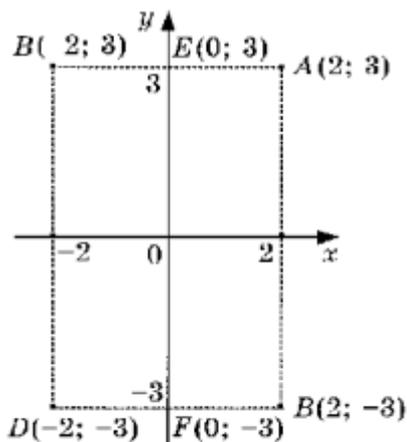


Рис. 1

Поэтому ось  $Oy$  называют мнимой, а ось  $Ox$  – действительной. Сопреженным комплексным числам  $z = x + yi$  и  $\bar{z} = x - yi$  соответствуют точки, симметричные относительно оси абсцисс (рис. 2).

#### Решение квадратных уравнений

Одна из причин введения комплексных чисел состояла в том, чтобы добиться разрешимости любого квадратного уравнения, в частности уравнения  $x^2 = -1$ .

Покажем, что во множестве комплексных чисел, каждое квадратное уравнение разрешимо, т.е. имеет решение. Так, уравнение  $x^2 = -1$  имеет два решения:  $x_1 = i$ ,  $x_2 = -i$ . Это нетрудно установить проверкой:  $i \cdot i = i^2 = -1$ ,  $(-i) \cdot (-i) = i^2 = -1$ .

Квадратным уравнением называют уравнение вида:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где  $x$  – неизвестная,  $a, b, c$  – действительные числа, соответственно первый, второй коэффициенты и свободный член, причем  $a$  не равно  $0$ . Решим это уравнение

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Найдем значения неизвестной:

Теперь можно исследовать полученное решение. Оно зависит от значения подкоренного выражения, называемого дискриминантом квадратного уравнения. Если  $b^2 - 4ac > 0$ , то  $\sqrt{b^2 - 4ac}$  есть действительное число и квадратное уравнение имеет действительные корни. Если же  $b^2 - 4ac < 0$ , то  $\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{-(4ac - b^2)} = \sqrt{4ac - b^2} i$  – мнимое число, квадратное уравнение имеет мнимые корни.

Значение дискриминанта $b^2 - 4ac$	Корни уравнения
$b^2 - 4ac > 0$	Уравнение имеет два различных действительных корня: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$b^2 - 4ac = 0$	Уравнение имеет два равных действительных корня: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$b^2 - 4ac < 0$	Уравнение имеет два различных мнимых корня: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}i}{2a};$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}i}{2a},$ <p>корни – сопряженные комплексные числа</p>

**Задание для самостоятельной работы**

**Вычислить:**

1.  $i^{66}; i^{143}; i^{216}; i^{137}$ .
2.  $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$ .
3.  $(i^{36} + i^{17})i^{23}$ .
4.  $(i^{133} + i^{115} + i^{200} + i^{142})(i^{17} + i^{36})$ .
5.  $i^{145} + i^{147} + i^{264} + i^{345} + i^{117}$ .
6.  $(i^{13} + i^{14} + i^{15})i^{32}$ .
7.  $(i^{64} + i^{17} + i^{13} + i^{82})(i^{72} - i^{34})$ .

**Найти  $x$  и  $y$  из равенств:**

8.  $3y + 5xi = 15 - 7i$ ;
9.  $(2x + 3y) + (x - y)i = 7 + 6i$ .
10.  $7x + 5i = 1 - 10iy$ .
11.  $(2x + y) - i = 5 + (y - x)i$ .
12.  $x + (3x - y)i = 2 - i$ .
13.  $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$ .
14.  $(2 - i)x + (1 + i)y = 5 - i$ .
15.  $(3i - 1)x + (2 - 3i)y = 2 - 3i$ .

**Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:**

16.  $(3 + 5i) + (7 - 2i)$ .
17.  $(6 + 2i) + (5 + 3i)$ .
18.  $(-2 + 3i) + (7 - 2i)$ .
19.  $(5 - 4i) + (6 + 2i)$ .

20.  $(3 - 2i) + (5 + i)$ .  
21.  $(4 + 2i) + (-3 + 2i)$ .  
22.  $(-5 + 2i) + (5 + 2i)$ .  
23.  $(-3 - 5i) + (7 - 2i)$ .

**Произвести умножение комплексных чисел:**

24.  $(2 + 3i)(5 - 7i)$ .  
25.  $(6 + 4i)(5 + 2i)$ .  
26.  $(3 - 2i)(7 - i)$ .  
27.  $(-2 + 3i)(3 + 5i)$ .  
28.  $(1 - i)(1 + i)$ .  
29.  $(3 + 2i)(1 + i)$ .  
30.  $(6 + 4i) \square 3i$ .  
31.  $(2 - 3i)(-5i)$ .

**Выполнить действия:**

32.  $(3 + 5i)^2$ .  
33.  $(2 - 7i)^2$ .  
34.  $(6 + i)^2$ .  
35.  $(1 - 5i)^2$ .  
36.  $(3 + 2i)^3$ .  
37.  $(3 - 2i)^3$ .  
38.  $(4 + 2i)^3$ .  
39.  $(5 - i)^3$ .

**Выполнить действия:**

40.  $(3 + 2i)(3 - 2i)$ .  
41.  $(5 + i)(5 - i)$ .  
42.  $(1 - 3i)(1 + 3i)$ .  
43.  $(7 - 6i)(7 + 6i)$ .  
44.  $(a + bi)(a - bi)$ .  
45.  $(m - ni)(m + ni)$ .

**Решить уравнения:**

46.  $x^2 - 4x + 13 = 0$ .  
47.  $x^2 + 3x + 4 = 0$ .  
48.  $2,5x^2 + x + 1 = 0$ .  
49.  $4x^2 - 20x + 26 = 0$ .

**Методические рекомендации.**

При выполнении задания используйте основные теоретические положения и формулы для вычисления суммы, разности, произведения и частного двух комплексных чисел и формулы для нахождения корней квадратного уравнения.

**Требования к результатам работы:**

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

**Форма контроля:** индивидуальный.

## Раздел 7. Многогранники и тела вращения

### Тема 7.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды

#### Самостоятельная работа № 3 (2 часа)

##### Цель:

- обобщить, систематизировать, закрепить знания о многогранниках и их свойствах;
- сформировать умения по решению задач на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

В результате изучения темы студент должен

##### *Знать:*

- понятие многогранника;
- понятие призмы;
- виды призм.

##### *Уметь:*

- изображать призмы;
- изображать пирамиды;
- вычислять площадь боковой и полной поверхности призмы, пирамиды.

**Задание.** Решить один из вариантов контрольной работы (номер варианта указывает преподаватель).

#### Вариант 1

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ . Двугранные углы при основании равны  $\alpha$ . Определите полную поверхность пирамиды.

2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 6 см. Определите боковое ребро призмы, если её боковая поверхность  $120 \text{ см}^2$ .

3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 и 5 см, угол между ними равен  $60^\circ$ . Большая диагональ параллелепипеда равна 10 см. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

#### Вариант 2

1. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды, равное 12 см, образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите боковую поверхность пирамиды.

2. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны  $a$  и  $b$ , а диагональ наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ .

3. В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием 5 см. Высота призмы 3 см. Определите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через основание равнобедренного треугольника и противоположную вершину верхнего основания призмы, если диагонали равных боковых граней по 6,5 см.

#### Вариант 3

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ , высота  $b$ . Определите полную поверхность пирамиды.

2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как  $17 : 10 : 9$ , а боковое ребро равно 16 см. Определите стороны основания, если боковая поверхность призмы  $1152 \text{ см}^2$ .

3. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 6 и 8 см. Диагональ боковой грани равна  $\sqrt{61}$  см. Определите большую диагональ параллелепипеда.

#### Вариант 4

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна 10 см. Определите полную поверхность пирамиды, если боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .

2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Меньшая диагональ образует с основанием угол  $\beta$ . Определите полную поверхность параллелепипеда.

3. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $a$ , наибольшая диагональ призмы наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найдите высоту призмы.

### **Требования.**

Задание должно быть оформлено на двойном листе в клетку рукописным способом чёрной или синей пастой. Чертежи выполняются с помощью карандаша и линейки.

### **Методические рекомендации.**

При решении задач используйте:

- определения призмы, параллелепипеда, пирамиды;
- формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников;
- планиметрические факты и методы.

### **Сроки выполнения задания.**

5 – 7 дней с момента выдачи задания.

## **Раздел 8. Первообразная функции, её применение**

### **Тема 8.2 Площадь криволинейной трапеции, формула Ньютона - Лейбница**

#### **Самостоятельная работа № 4 (2 часа)**

#### **Цель:**

- обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной, о формулах и правилах нахождения первообразных основных элементарных функций, интеграле, применении интеграла в физике и геометрии;
- формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, вычислению в простейших случаях площади с использованием первообразной. обобщение, систематизация, закрепление знаний о первообразной и её основном свойстве, формулах и правилах нахождения первообразных основных элементарных функций;
- формирование умений по нахождению первообразных элементарных функций, с применением правил нахождения первообразных, с использованием справочных материалов.

В результате изучения темы **студент должен**

#### **Знать:**

- определение первообразной и её основное свойство;
- таблицу первообразных элементарных функций;
- простейшие правила нахождения первообразных.
- понятие криволинейной трапеции, способы вычисления площадей криволинейных трапеций с помощью первообразной.

#### **Уметь:**

- находить первообразные элементарных функций, применяя правила нахождения первообразных, используя справочные материалы;
- выделять первообразную, удовлетворяющую заданным начальным условиям;
- восстанавливать закон движения по заданной скорости, скорость по ускорению.
- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- вычислять объёмы тел с использованием интеграла.

#### **Задания для самостоятельной работы**

**Решить** один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

Вариант 1	Вариант 2
<b>1. Найдите первообразные функций</b>	
а) $\sqrt{x}$ ;	а) $\sqrt[3]{x^2}$ .
б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	б) $\frac{1}{\sqrt{x}}$
в) $x^{-\frac{3}{2}}$	в) $x^{\frac{3}{2}}$
г) $\frac{2}{1 + \cos 2x}$	г) $\frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$
Вариант 1	Вариант 2
д) $5x^3 - 3x\sqrt{x}$	д) $15 \sin x - \frac{1}{\cos^2 x}$ .
е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x^3} - \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}}$	е) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \cdot (x^4 + 5 \cdot \sqrt[3]{x} + 6)$
ж) $\sin(5 - 2x)$	ж) $\cos(7x - 3)$
з) $\sin\left(\frac{x}{2} - 1\right)$	з) $\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x - 1\right)$
<b>2.</b> Для функции $f(x) = \cos x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{6}; 1\right)$	<b>2.</b> Для функции $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ .

**Решить** один из двух вариантов самостоятельной работы (вариант указывает преподаватель).

#### Вариант 1

1. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ .

2. Вычислите интеграл  $\int_0^2 x(3-x)dx$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 1 - x^2$  и осью  $Ox$ .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = \frac{x^3}{4}, y = 3, x = 3, y = 0$ ;

2)  $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$ ;

3)  $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$ ;

$$4) y = 2 \cos x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

### Вариант 2

1. Вычислите интеграл  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ .

2. Вычислите интеграл  $\int_0^2 x(2+x)dx$ .

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4 - x^2$  и осью  $Ox$ .

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = \frac{x^2}{4}, y = 2, x = 3, y = 0$ ;

2)  $y = 4x - x^2 - 3, y = 0$ ;

3)  $y = 2 \sin x, y = 0, x \in [0; \pi]$ ;

4)  $y = 3 \sin x, y = 0, x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

#### Методические рекомендации.

При выполнении задания используйте основные теоретические положения и формулы для вычисления суммы, разности, произведения и частного двух комплексных чисел и формулы для нахождения корней квадратного уравнения.

#### Требования к результатам работы:

Задания должны быть выполнены в тетради по математике в течение указанного срока.

**Форма контроля:** индивидуальный.

**ЛИСТ ВНЕСЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ К МЕТОДИЧЕСКИМ РЕКОМЕНДАЦИЯМ ПО  
ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

№	Номер и дата распорядительного документа о внесении изменений	Дата внесения изменений	Ф.И.О. лица, ответственного за изменение	Подпись	Номер и дата распорядительного документа о принятии изменений