

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ЯРОСЛАВА МУДРОГО

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ**

*Методические указания
к лабораторной работе*

ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД
2008

Р е ц е н з е н т

кандидат технических наук, доцент **А. Н. Липаков**

К41 Кинематический анализ плоских рычажных механизмов: Метод. указания к лабораторной работе / Авт. – сост. Е. И. Никитин, Н. П. Кузнецов; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2008. – 26 с.

Рассмотрены графический и графоаналитический методы кинематического анализа плоских рычажных механизмов второго класса. Даны примеры построения планов скоростей и ускорений для конкретных механизмов.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 151001 “Технология машиностроения”, 190601 “Автомобили и автомобильное хозяйство”, 110301 “Механизация сельского хозяйства”, 150201 “Машины и технология обработки металлов давлением”, 50502 “Технология и предпринимательство” всех форм обучения.

УДК 621.011

© Новгородский государственный
университет, 2008
© Е. И. Никитин, Н. П. Кузнецов,
2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение.....	4
Цель лабораторной работы	5
Внеаудиторная подготовка к выполнению и защите работы	5
1. Основные теоретические положения.....	5
1.1. Построение планов положений механизма.....	5
1.2. Основные кинематические соотношения для определения скоростей в механизме.....	8
1.3. Основные кинематические соотношения для определения ускорений в механизме.....	12
1.4. Пример определения скоростей и ускорений в механизме, состоящем из диад ВВВ и ВВП.....	17
1.5. Пример определения скоростей и ускорений в механизме, включающем диаду ВПВ.....	22
2. Порядок проведения работы.....	24
3. Содержание отчета.....	25
Контрольные вопросы.....	25
Список литературы.....	26

Введение

Кинематический анализ механизмов – раздел ТММ, где изучается механическое движение звеньев без учёта приложенных к звеньям сил.

В данной лабораторной работе рассматриваются широко распространенные в технике плоские рычажные механизмы второго класса. При изложении методики кинематического анализа авторы использовали известное положение [1-3], что последовательность кинематического анализа определяется структурой механизма. Важно подчеркнуть, что это позволяет, зная формулу строения механизма, успешно проводить анализ для механизмов любой сложности, двигаясь последовательно от механизма первого класса к последней присоединенной диаде.

Необходимо отметить, что успех в усвоении методов планов скоростей и ускорений требует хорошего знания теорем “Теоретической механики” о плоскопараллельном движении твердого тела и составном движении точки, а также умение применять правило сложения векторов способом треугольника.

При дальнейшем изложении используются следующие обозначения:

– стрелка над буквенным обозначением означает вектор, например

$\vec{V}_B$ или $\vec{ab}$;

– в обозначении вектора $\vec{ab}$ первая буква – его начало, вторая – конец;

– в векторных уравнениях двойное подчеркивание вектора означает, что он известен по величине и направлению, одно подчеркивание – известен только по линии действия, указанной под обозначением вектора;

– индексы при обозначениях точек, например B_1, B_2, A_3 и т. д. соответствуют номеру звена, которому они принадлежат;

– титло ($\sim$) над обозначением величины означает её масштабное значение, отложенное на чертеже в [мм];

– обозначения O_1, O_2 , и т. д. соответствуют неподвижным шарнирам;

– сокращения, принятые в тексте: л.д. – линия действия; ф. – формула;

– через l_{OA} обозначена истинная длина звена в [м], а OA – масштабная длина этого звена в [мм];

– знаки: $\perp$ – перпендикулярен; $\parallel$ – параллелен.

Цель лабораторной работы

Целью работы является:

- 1) ознакомление с графическим методом построения планов положений механизма;
- 2) ознакомление с графоаналитическим методом определения скоростей и ускорений звеньев механизма и их точек;
- 3) формирование умений применения указанных методик к кинематическому анализу конкретных механизмов.

Внеаудиторная подготовка к выполнению и защите работы

В процессе подготовки студент должен изучить разделы курса "Теория механизмов и машин", относящихся к кинематике рычажных механизмов по литературе [1- 3] и конспекту лекций.

По настоящим методическим указаниям студент обязан:

- уяснить цель работы, ее содержание и порядок выполнения.
- выполнить отчет по работе для заданного преподавателем механизма и закона движения его входного звена, проведя необходимые расчеты и построения.
- подготовить ответы на контрольные вопросы.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Построение планов положений механизма

Рассмотрим построение планов положений для механизма на рис.1а. Пусть $n_1 = Const$ и длины звеньев заданы следующим образом в [м]:

Таблица 1

Исходные данные для механизма

l_{O_1A} м	l_{AB} м	l_{BC} м	l_{O_2C} м	l_{CD} м	a м	b м	n_1 об/мин
0,047	0,12	0,05	0,09	0,15	0,05	0,01	1000

Для изображения механизма на чертеже выберем масштабный коэффициент длины

$$K_l = l_{O_1A} / O_1A = 0,047 / 47 = 0,001 \text{ м/мм}, \quad (1.1)$$

где обозначения оговорены во введении; O_1A – берется из диапазона (30-60)мм, так чтобы K_l оканчивался цифрой 1 или 2 или 5 (количество нулей после запятой может быть любым). Масштабные длины остальных звеньев в соответствии с ф.(1.1) определяем как отношения:

$$\begin{aligned} AB &= l_{AB} K_1 = 0,12 \cdot 0,001 = 120 \text{ мм} \\ a &= O_1 O_2 = a K_1 = 0,05 \cdot 0,001 = 50 \text{ мм, ... и т.д.} \end{aligned} \quad (1.2)$$

На отведенном поле чертежа наносим положения шарниров O_1 и O_2 и расположение неподвижной направляющей ползуна 5. Все дальнейшие построения планов показаны на рис.1а. Сначала строим положение механизма, при котором выходное звено 5 занимает крайнее (правое или левое) положение. Соответствующий угол поворота кривошипа будем считать равным нулю. Для данного механизма, очевидно, что, например, крайнее правое положение звена 5 будет, если относительный угол между кривошипом 1 и шатуном 2 достигнет 180° . Крайнее положение точки B при этом определяем двумя засечками: из точки O_1 радиусом $O_1 B_O = (O_1 A + AB)$; из точки O_2 радиусом равным $O_2 B_O = O_2 B$. Соединяем точки O_1, B_O и O_2 тонкими линиями.

Крайнее положение точки $A - A_O$ находим как пересечение ее траектории – окружности радиуса $O_1 A$ и отрезка $O_1 B_O$. Положение точки C_O найдем, откладывая отрезок $O_2 C = l_{C O_2} / K_1$ от точки O_2 .

Далее определяем крайнее положение точки D_O , делая засечку радиусом CD (см.ф.1.2) на траектории точки D . В том случае, если условия при которых наблюдаются крайние положения выходного звена не столь очевидны, то в качестве начального положения кривошипа можно взять, например, горизонтальное.

Обычно, для кинематического исследования механизма строят несколько планов положений: для курсовой работы – 12, для лабораторной – 6. В направлении вращения кривошипа $O_1 A$ траекторию точки A – окружность делим на соответствующее число равных частей и полученные точки деления нумеруем. Соединяем их с точкой O_1 тонкими линиями, являющимися равноотстоящими положениями кривошипа. Для каждого из них методом засечек находим соответствующие положения остальных звеньев в виде отрезков тонких линий. Основной (толстой) линией выделяем то положение механизма, которое совпадает с номером варианта числовых значений заданной темы (соответствует второй цифре шифра задания, выданного преподавателем). Для этого положения показываем все кинематические пары.

Поясним построение плана положений №2 на рис.1а. Положение точки B_2 определяем засечкой из точки A_2 дугой радиуса AB на траектории точки B , затем в пересечении отрезка $O_2 B_2$ с дугой радиуса $O_2 C$ определяем точку C_2 . Засечкой дугой радиуса CD из точки C_2 определяем точку D_2 на ее прямолинейной траектории. Полученные точки соединяем попарно тонкими линиями. Остальные планы положений механизма строим аналогично.

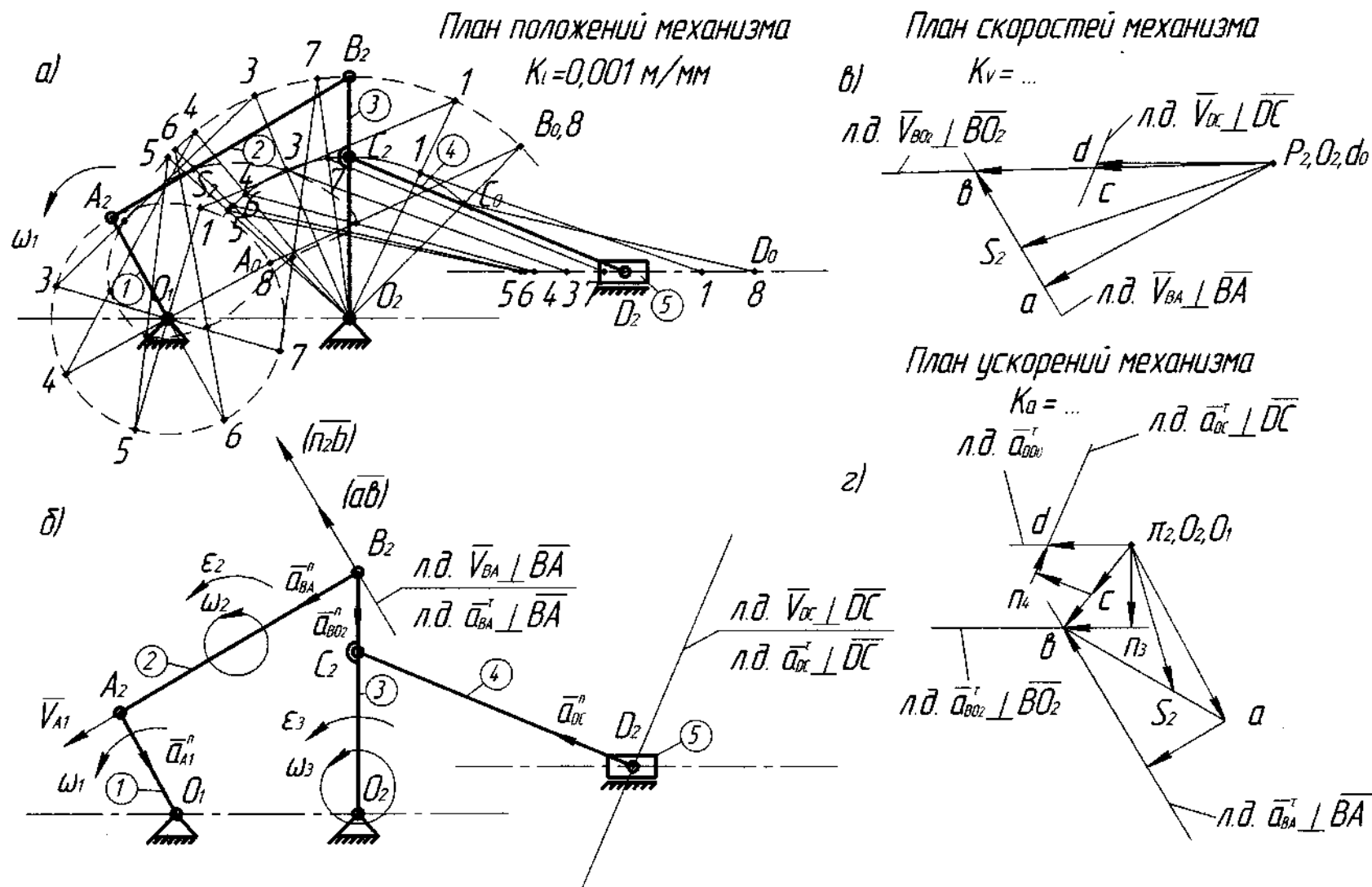


Рис. 1. Кинематический анализ механизма конвейера.
а) – план положений механизма ; б) – план положения №2 механизма;
в) – план скоростей механизма ; г) – план ускорений механизма

определяем точку D_2 на ее прямолинейной траектории. Полученные точки соединяем попарно тонкими линиями. Остальные планы положений механизма строим аналогично.

С помощью планов положений можно определить, например, закон движения точки D в зависимости от угла поворота кривошипа или траекторию любой точки звена механизма. Например, соединяя текущие положения точки S_2 на звене 2, определяем ее траекторию (штриховая замкнутая кривая на рис. 1,а. Отметим также, что порядок определения положений характерных точек механизма при построении плана положений полностью определяется порядком присоединения диад.

3.2. Основные кинематические соотношения для определения скоростей в механизме

Механизмы 2-го класса могут быть образованы с помощью диад ВВВ, ВВП, ВПВ, ПВП и ВПП. Однако наиболее часто используются первые три из них. Для диады ВВВ, показанной на рис. 2,а, входящей в состав некоторого механизма, i и j – номера звеньев присоединённых к данной диаде.

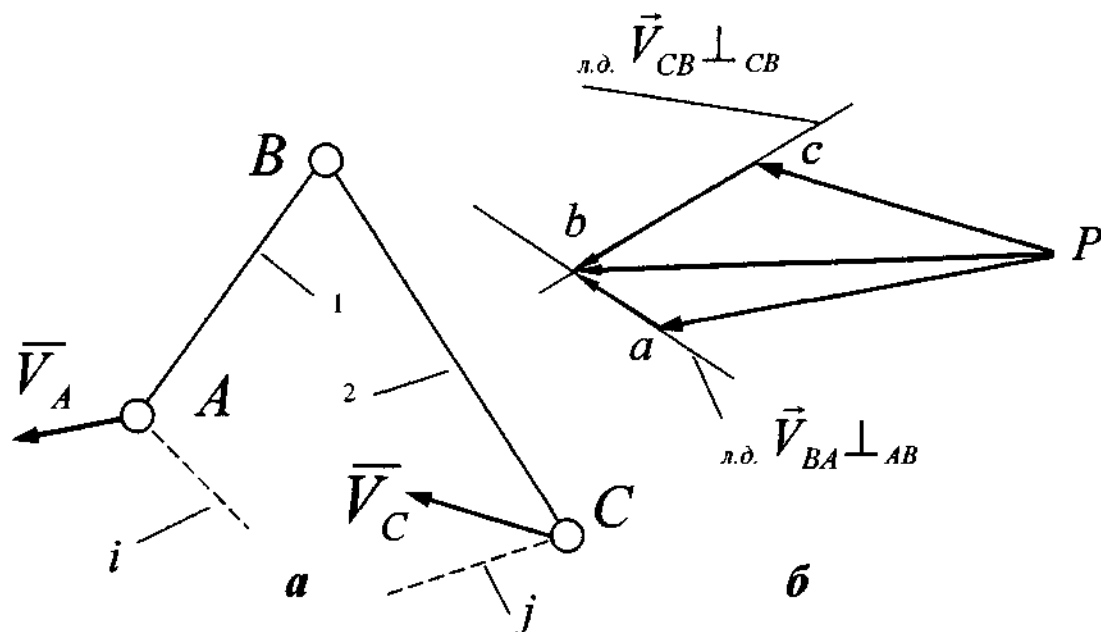


Рис. 2. Построение плана скоростей для диады ВВВ
а) – диада ВВВ; б) – план скоростей диады ВВВ

При этом очевидно

$$\vec{V}_{A1} = \vec{V}_{Ai} \text{ и } \vec{V}_{C2} = \vec{V}_{Cj},$$

где индексы после обозначения шарниров означают номер соответствующего звена.

Поскольку подобные равенства можно записать для любого шарнира, то для упрощения далее будем опускать индексы звеньев, входящих в шарнир и записывать скорости центра шарнира, как $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$.

Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ всегда известны. Для определения скорости точки B можно записать два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{\vec{V}_{BA}}{\perp BA} \\ \vec{V}_B = \vec{V}_C + \frac{\vec{V}_{BC}}{\perp BC} \end{cases} \quad (3.3)$$

При записи уравнений учтено, что в общем случае звенья 1 и 2 могут совершать плоскопараллельное движение. В этих уравнениях $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ – известные по величине и направлению скорости точек центров шарниров A и C , т.е. $\vec{V}_A = \vec{V}_{Ai}$; $\vec{V}_C = \vec{V}_{Cj}$;

$\vec{V}_{BA}$, $\vec{V}_{BC}$ – соответственно скорости относительного вращения точки B вокруг точек A и C , имеющие направления: $\vec{V}_{BA} \perp BA$, $\vec{V}_{BC} \perp BC$.

Для определения величины скоростей $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_{BC}$ необходимо решить систему уравнений (3.3), например, графически (рис. 2,б.)

На рис. 2,б показана часть плана скоростей, относящаяся к диаде ВВВ. От полюса плана скоростей – точки P – отложены в некотором масштабе известные абсолютные скорости точек A и C .

Согласно правой части первого уравнения системы (3.3) и правилу сложения векторов начало вектора $\vec{V}_{BA}$ должно совпадать с концом вектора первого слагаемого $\vec{V}_A$ – точкой a .

Поскольку линия действия последнего вектора $\vec{V}_{BA}$ известна, проводим её через точку a . Очевидно, конец вектора суммы точка b должна лежать на этой линии и пока не определена.

Далее используем правую часть второго уравнения системы (3.3), согласно которой линию действия вектора $\vec{V}_{BC}$ проводим через точку C (рис. 2,б), так как вектор $\vec{V}_{BC}$ должен начинаться в конце вектора $\vec{V}_C$. Конец вектора искомой скорости $\vec{V}_B$ должен лежать и на этой линии.

Пересечение построенных линий действия скоростей $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_{BC}$ – точка b (рис. 2,б), очевидно, является концом вектора искомой скорости $\vec{V}_B$, а вектора $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_{BC}$ в соответствии с правилом сложения векторов будут направлены к точке b (рис. 2,б). В результате будут определены неизвестные величины векторов $\vec{V}_{BA}$, $\vec{V}_{BC}$, а также вектор абсолютной скорости точки B – $\vec{V}_B$ по величине и направлению.

В частном случае один из шарниров диады может быть неподвижным и скорость центра этого шарнира, очевидно, будет равна 0. Например, если шарнир C неподвижен и $V_C = 0$, то на плане скоростей точка c совпадает с полюсом плана P .

Далее рассмотрим кинематические уравнения для диады ВВП (рис. 3,а)

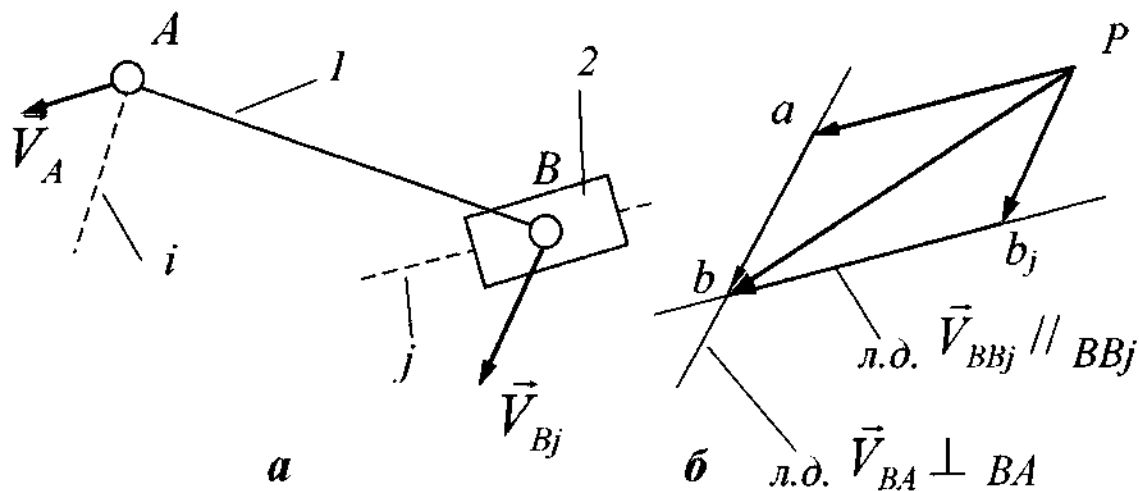


Рис. 3. Построение плана скоростей для диады ВВП
а) – диада ВВП; б) – план скоростей диады ВВП

Для неё справедлива следующая система векторных уравнений, записанных для звеньев 1 и 2 соответственно:

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \\ \vec{V}_B = \vec{V}_{Bj} + \vec{V}_{BBj} \end{cases} \quad (3.4)$$

$\perp BA$
 $\text{л.д. } \parallel \text{ звену } j$

Построение плана скоростей согласно первому из уравнений системы рассмотрено ранее. Во втором уравнении V_{Bj} – известная скорость точки B звена j , к которому присоединяется ползун. В общем случае она находится

с использованием правила подобия плана положения механизма и плана скоростей (см. далее пример, п.3.4). В частном случае, если звено j является стойкой, то, очевидно

$$\vec{V}_{BBj} \equiv 0$$

и точка b_j на плане скоростей совпадает с полюсом P .

Второе слагаемое рассматриваемого уравнения $\vec{V}_{BBj}$ представляет скорость относительного поступательного движения ползуна (или точки B ползуна) по звену j , которое можно назвать направляющей для ползуна.

Решение системы уравнений показано на плане скоростей на рис. 3,б. Принцип построения аналогичен использовавшемуся при построении плана на рис. 2,б.

В результате решения будут определены скорости $\vec{V}_{BA}$ и $\vec{V}_{BBj}$ по величине, а также абсолютная скорость точки B звеньев 1 и 2 – $\vec{V}_B$ по величине и направлению.

На рис. 4,а показана диада ВПВ

Для неё можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \vec{V}_{B1} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B1A} \\ \vec{V}_{B1} = \vec{V}_{B2} + \vec{V}_{B1B2} \end{cases} \quad (3.5)$$

$\perp BA$
 $\parallel AB$

где $\vec{V}_{B1}$ – неизвестная абсолютная скорость точки B первого звена, $\vec{V}_{B1A}$ – скорость относительного вращения точки B_1 вокруг точки A , $\vec{V}_{B2} = \vec{V}_{Bj}$ – известная абсолютная скорость точки B (в общем случае равна абсолютной скорости точки B звена к которому присоединяется ползун 2, определяемой методом подобия).

Решение этой системы уравнений (см. далее пример в п. 3.5) ничем принципиально не отличается от решения систем для диад ВВВ и ВВП. В результате решения определяются скорости $\vec{V}_{B1A}$ и $\vec{V}_{B1B2}$ по величине и скорость $\vec{V}_{B1}$ по величине и направлению.

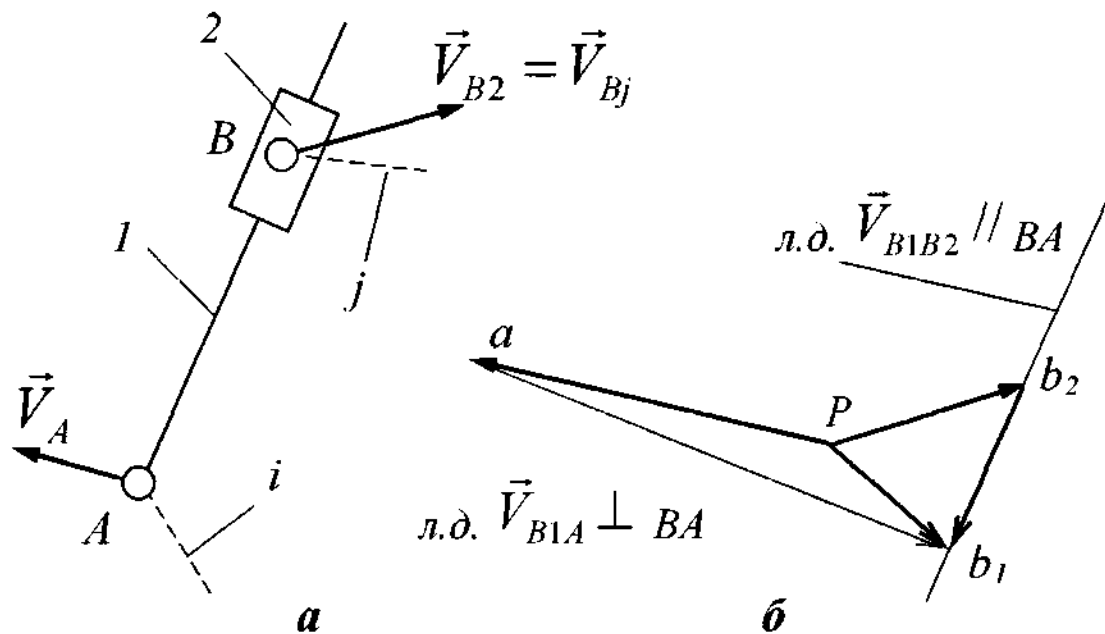


Рис. 4. Построение плана скоростей для диады В1В
а) – диада ВПВ; б) – план скоростей диады ВПВ

3.3. Основные кинематические соотношения для определения ускорений в механизме

Рассмотрим, какие кинематические уравнения связывают ускорения точек звеньев в диадах, рассмотренных в п.3.2. На рис. 5,а показана диада ВВВ.

Абсолютные ускорения точек присоединения звеньев диады: $\bar{a}_A$ и $\bar{a}_C$ всегда известны. Для определения ускорения точки В используются два векторных уравнения

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau} \\ \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^{\tau} \end{cases}, \quad (3.6)$$

где $\bar{a}_A$ и $\bar{a}_C$ – известные абсолютные ускорения точек присоединения звеньев диады, т.е. $\bar{a}_A = \bar{a}_{Ai}$ и $\bar{a}_C = \bar{a}_{Cj}$;

$\bar{a}_{BA}^n$ – нормальная составляющая ускорения в относительном вращении точки В звена 1 вокруг точки А, принятой за центр относительного враще-

ния (за него всегда принимается точка, абсолютное ускорение которой известно). Это ускорение направлено к центру относительного вращения, т.е. к точке A по радиусу относительного вращения BA ;

$\vec{a}_{BA}^r$ – тангенциальная составляющая ускорения в относительном вращении точки B звена 1 вокруг точки A , принятой за центр относительного вращения. Это ускорение перпендикулярно радиусу относительного вращения BA ;

$\vec{a}_{BC}^n, \vec{a}_{BC}^r$ – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения, характеризующего относительное вращение точки B звена 2 вокруг точки C , остальные их характеристики ясны из правой части второго уравнения системы.

В правых частях уравнений системы нормальные составляющие обозначены как известные не только по направлению, но и по величине. Действительно, поскольку на момент определения ускорений план скоростей уже должен быть построен, то

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}}, \quad a_{BC}^n = \frac{V_{BC}^2}{l_{BC}}. \quad (3.7)$$

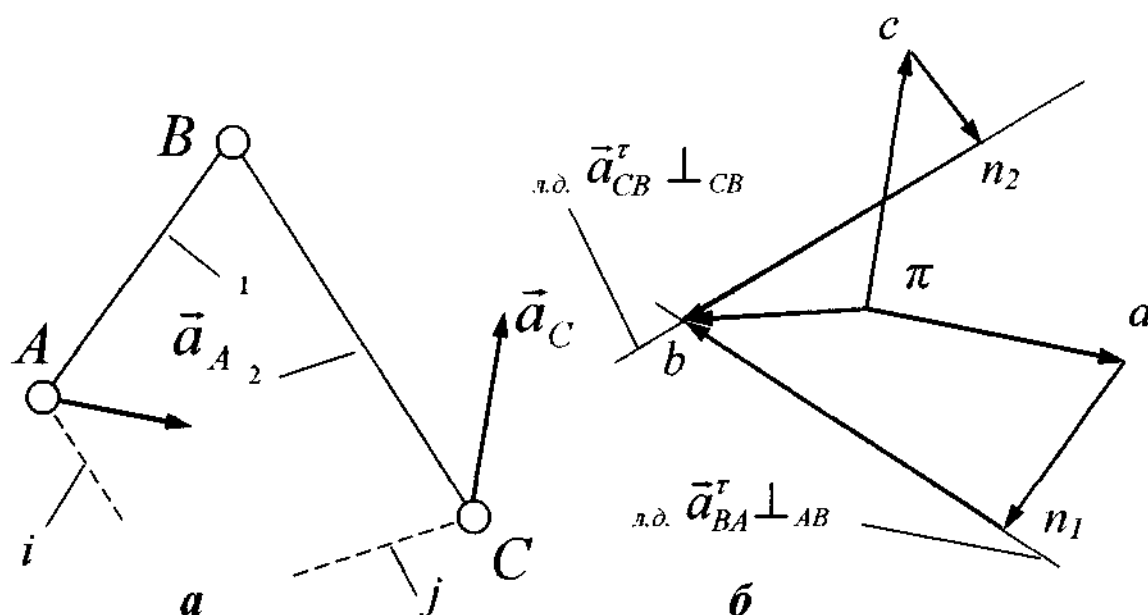


Рис. 5. Построение плана ускорений для диады BBV
а) – диада BBV; б) – план ускорений диады BBV

На рис. 5,б показан фрагмент плана ускорений, относящийся к решению системы векторных уравнений (3.6) графическим способом с помо-

щью упомянутого ранее правила сложения векторов. От полюса π откладываются вектора известных ускорений точек A и C – $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_C$ – в некотором масштабе. К ним пристраиваются вектора вычисленных ранее нормальных ускорений $\vec{a}_{BA}^n$ и $\vec{a}_{BC}^n$. Через концы векторов нормальных ускорений проводятся линии действия тангенциальных ускорений $\vec{a}_{BA}^r$ (через точку n_1) и $\vec{a}_{BC}^r$ (через точку n_2). Точка пересечения проведённых линий действия даст точку b – конец искомого вектора абсолютного ускорения точки B – $\vec{a}_B$.

Если один из внешних шарниров диады неподвижен, то, очевидно, ускорение центра этого шарнира равно 0. В этом случае точка, обозначающая конец абсолютного ускорения указанного шарнира, совпадает с полюсом плана ускорений – точкой π .

Перейдём к следующей диаде – ВВП (рис. 6).

Система кинематических уравнений для неё имеет вид

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^r \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{Bj} + \vec{a}_{BBj}^k + \vec{a}_{BBj}^r \end{cases}, \quad (3.8)$$

где вектора первого уравнения рассмотрены ранее.

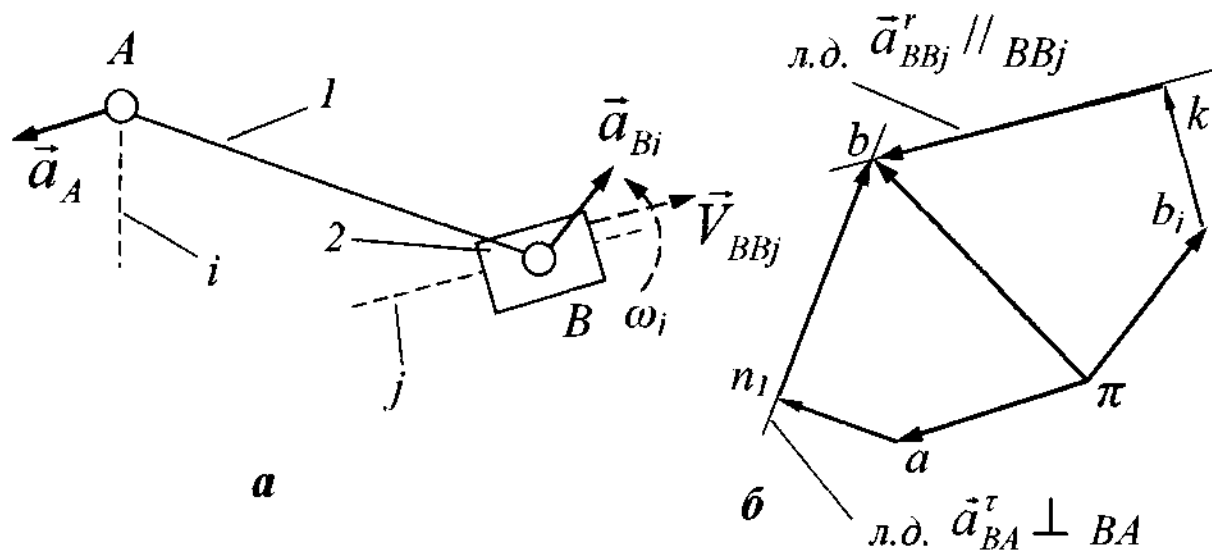


Рис. 6. Построение плана ускорений для диады ВВП

а) – диада ВВП; б) – план ускорений диады ВВП

Во втором уравнении:

$\vec{a}_{Bj}$ – ускорение точки присоединения на звене j звена 2 (ползуна) диады (определяется с использованием правила подобия (см. пример, п.3.5));

$\vec{a}_{BBj}^k$ – кориолисово ускорение при движении точки B ползуна (камня) относительно звена j (или, что одно и то же, точки B_j);

$\vec{a}_{BBj}^r$ – относительное ускорение в поступательном движении ползуна относительно звена j .

Ускорения $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{Bj}$ для данной диады всегда известны. Направления относительных ускорений в правых частях уравнений указаны. Величина кориолисова ускорения определяется выражением

$$a_{BBj}^k = 2 \cdot \omega_j \cdot V_{BBj}, \quad (3.9)$$

где ω_j – абсолютная угловая скорость звена присоединения j в механизме, V_{BBj} – скорость относительного поступательного движения точки B относительно точки B_j .

Все эти величины можно определить с помощью предварительно построенного плана скоростей. Кориолисово ускорение определяется по правилу Н.Е. Жуковского: направление кориолисова ускорения $\vec{a}_{BBj}^k$ соответствует направлению вектора относительной скорости $\vec{V}_{BBj}$, поворнутого относительно его начала на 90° в сторону угловой скорости ω_j .

На рис. 6,б от полюса π согласно правым частям уравнений системы (3.8) первоначально откладываются в некотором масштабе известные абсолютные ускорения $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{Bj}$ в виде векторов $\overrightarrow{\pi a}$ и $\overrightarrow{\pi b_j}$. Далее, вычислив ускорения $\vec{a}_{BA}^n$ (см. ф.(3.7)) и $\vec{a}_{BBj}^k$ в соответствии с (3.9) и определив их направления, откладываем их вектора от точек a и b_j плана ускорений. Причём указанные штриховыми линиями вектор $\vec{V}_{BBj}$ и направление вращения направляющей берутся с предварительно построенного плана скоростей. Через концы векторов (точки n_j и k) проводим известные

линии действия ускорений $\vec{a}_{BA}^r$ и $\vec{a}_{BBj}^r$. Их точка пересечения b одновременно определяет конец искомого ускорения точки B звеньев 1 и 2 – $\vec{a}_B$.

В случае, если звено j является стойкой, то, очевидно, во втором уравнении системы $\vec{a}_{Bj} = 0$ и $\vec{a}_{BBj}^k = 0$.

Подробно решение данной системы рассмотрено в следующем разделе.

В результате решения определяем величины $\vec{a}_{BA}^r$ и $\vec{a}_{BBj}^r$, а также ускорение $\vec{a}_B$ по величине и направлению.

Наконец, далее рассмотрим диаду ВПВ (рис. 7).

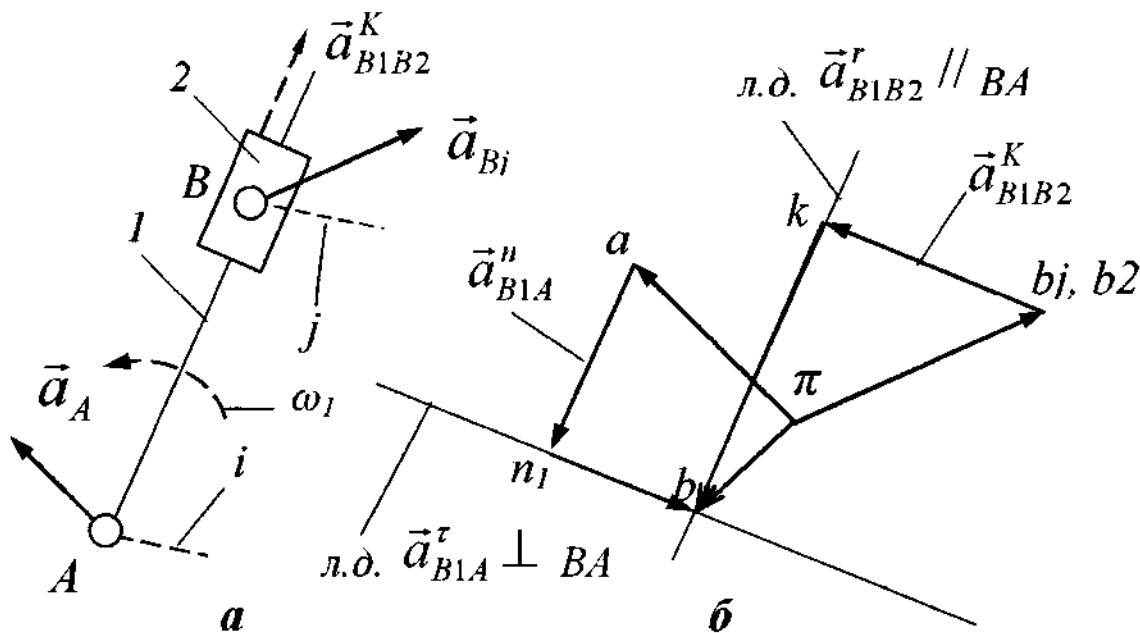


Рис. 7. Построение плана ускорений для диады ВПВ
а) – диада ВПВ; б) – план ускорений диады ВПВ

Для неё можно написать следующие уравнения:

$$\begin{cases} \vec{a}_{B1} = \vec{a}_A + \vec{a}_{B1A}^n + \vec{a}_{B1A}^r \\ \vec{a}_{B1} = \vec{a}_{B2} + \vec{a}_{B1B2}^k + \vec{a}_{B1B2}^r \end{cases} \quad (3.10)$$

Слагаемые правой части первого уравнения в пояснениях не нуждаются. В правой части второго уравнения:

$\vec{a}_{B2} = \vec{a}_{Bj}$ – известное абсолютное ускорение точки B второго звена;

$\vec{a}_{B_1 B_2}^k$ – кориолисово ускорение в относительном движении точки B_1 относительно точки B_2 (или, что одно и то же, – B_j);

$\vec{a}_{B_1 B_2}^r$ – относительное ускорение тех же точек, определяемое характером соединения звеньев 1 и 2 поступательной парой.

Величина вектора

$$\vec{a}_{B_1 A}^n = \frac{V_{B_1 A}^2}{l_{BA}} = \frac{V_{B_1 A}^2}{B_1 A \cdot K_1}, \quad (3.11)$$

где учтено, что положение точки B относительно точки A в этой диаде изменяется. При этом $B_1 A$ – отрезок, измеренный в миллиметрах на плане положений механизма, построенном в масштабе длины K_1 , скорость $V_{B_1 A}$ берётся с плана скоростей.

Для вектора кориолисова ускорения

$$a_{B_1 B_2}^k = 2 \cdot \omega_1 \cdot V_{B_2 B_1}.$$

Направление вектора определяется по правилу Н.Е. Жуковского (см. описание уравнений (3.8) для диады ВВП).

На рис. 7,б показано решение системы уравнений (3.10). От полюса π откладываются в некотором масштабе известные абсолютные ускорения $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{B_2}$ в виде векторов πa и πb_2 . Вычислив с помощью предварительно построенного плана скоростей ускорения $\vec{a}_{B_1 A}^n$ (по формуле (3.11)) и вектор $a_{B_1 B_2}^k$, откладываем их в соответствии с правилом сложения векторов от точек a и b_2 . Через концы последних векторов – точки n_1 и k – проводим линии действия ускорений $\vec{a}_{B_1 A}^r$ и $\vec{a}_{B_1 B_2}^r$ соответственно. Точка пересечения линий действия определяет конец вектора искомого ускорения точки B_1 – $\vec{a}_{B_1}$.

3.4. Пример определения скоростей и ускорений в механизме, состоящем из диад ВВВ и ВВП

В качестве примера рассмотрим построение плана скоростей для положения № 2 механизма на рис. 1 а.

Скорость точки A первого звена

$$V_{A1} = \omega_1 \cdot l_{O_1 A}; \quad \vec{V}_{A1} \perp O_1 A,$$

где ω_1 либо задана, либо определяется по формуле:

$$\omega_I = \pi \cdot n_I / 30 ,$$

где n_I – заданная частота вращения, $n_I = 1000$ об/мин.

В центре отведенного под построение плана скоростей поля отмечаем полюс плана – p_2 (нижний индекс соответствует положению механизма, для которого строится план). От него откладываем произвольный отрезок $pa = (60-100)$ мм параллельно скорости $\vec{V}_{A1}$ (на рис. 1,б). При этом масштабный коэффициент скоростей:

$$K_V = V_{A1} / pa.$$

Условимся здесь и в последующих формулах нижний индекс, отвечающий номеру положения механизма, не указывать.

Далее рассмотрим первую присоединяемую диаду ВВВ. Для нее скорости точек присоединения

$$V_{A2} = V_{A1} \text{ и } V_{O2} = 0.$$

Для определения скорости точки B используем систему двух векторных уравнений, учитывающих что точка B принадлежит одновременно 2-му и 3-му звеньям (уравнения (3.3) п.3.2):

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{\vec{V}_{BA}}{\perp BA}, \\ \vec{V}_B = \vec{V}_{O2} + \frac{\vec{V}_{BO2}}{\perp BC}, \end{cases} \quad (3.12)$$

где $\vec{V}_A = \vec{V}_{A1} = \vec{V}_{A2}$; $\vec{V}_{BA}$ – скорость относительного вращения точки B относительно точки A шатуна AB ; $\vec{V}_{BO2}$ – то же для вращения точки B относительно точки O_2 .

Согласно правой части первого уравнения л.д. скорости $\vec{V}_{BA}$ в соответствии с правилом сложения векторов проводится через точку a плана скоростей (рис. 1,в) перпендикулярно положению шатуна AB на плане положений (рис. 1,б). По второму уравнению л.д. $\vec{V}_{BO2}$ проводится через точку O_2 плана скоростей, совпадающую с полюсом p , так как $V_{O2}=0$, перпендикулярно коромыслу BO_2 на плане положений. Точка "b" – конец вектора искомой скорости $\vec{V}_B$ будет находиться на пересечении двух построенных л.д.

Отмечаем стрелки векторов V_{BA} и V_B на плане скоростей в соответствии с уравнениями (3.12). Абсолютную скорость точки S_2 можно

найти с использованием свойства подобия планов положений и скоростей [1], [2], т.е.

$$V_{S2A}/V_{BA} = (as_2)/(ab) = l_{AS2}/l_{BA} = AS_2/AB, \quad (3.13)$$

откуда отрезок плана скоростей $as_2 = ab \cdot (AS_2/AB)$.

Истинная величина абсолютной скорости

$$V_{S2} = (ps_2) \cdot K_V. \quad (3.14)$$

Угловая скорость шатуна 2 определится по формуле

$$\omega_2 = V_{BA}/l_{BA} = (ab) \cdot K_V/l_{BA}. \quad (3.15)$$

Для определения мгновенного направления угловой скорости ω_2 вектор (ab) , соответствующий скорости $\vec{V}_{BA}$ перенесем в точку B плана положений и определим, куда повернется звено AB под действием этого вектора вокруг точки A , принятой нами за полюс относительного вращения звена. Это и будет направлением ω_2 (в нашем случае – против часовой стрелки).

Далее определяем абсолютную скорость точки C (по правилу подобия) и угловую скорость ω_3 по величине и направлению, аналогично определению ω_2 .

На следующем этапе исследуем диаду ВВП (см. уравнения (3.8)). Используем систему векторных уравнений

$$\begin{cases} \vec{V}_D = \vec{V}_C + \frac{\vec{V}_{DC}}{\perp DC}, \\ \vec{V}_D = \vec{V}_{D0} + \frac{\vec{V}_{DD0}}{\text{горизонтально}}, \end{cases} \quad (3.16)$$

первое из которых записано для звена 4, второе – звена 5. Точка D_0 принадлежит стойке (звено № 0), поэтому d_0 на плане совпадает с полюсом. На плане скоростей через точки c и d_0 проводим две л.д. скоростей: $\vec{V}_{DC} \perp DC$ и $\vec{V}_{DD0}$ – горизонтально (рис. 1, в). В их пересечении находим искомую точку d – конец вектора истинной скорости точки D :

$$V_D = (pd) \cdot K_V.$$

Построение планов ускорений проводим в том же порядке, что и планов скоростей. Определяем ускорение точки A_1

$$\vec{a}_{A1} = \frac{\vec{a}_{A1}^n}{\parallel O_1A} + \frac{\vec{a}_{A1}^r}{\perp O_1A}, \quad (3.17)$$

где нормальная составляющая

$$a_{A1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$$

и вектор $\vec{a}_{A1}'' // AO_1$ направлен по кривошину к центру его вращения – точке O_1 (см рис. 1,б), а тангенциальная составляющая

$$\vec{a}_{A1}^r = \varepsilon_1 \cdot l_{OA} = 0,$$

так как нами принято, что $\omega_1 = Const$ и, следовательно, $\varepsilon_1 = 0$.

Определяем масштабный коэффициент плана ускорений

$$K_a = a_{A1}'' / (\pi a), \quad (3.18)$$

где отрезок (πa) выбирается из диапазона (60–100) мм из тех же соображений, что (pa) при определении K_v . На рис. 1,з вектор (πa) откладываем от точки π_2 параллельно вектору a_{A1}'' показанному на рис. 1,б.

Для первой присоединенной диады ВВВ можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}'' + \vec{a}_{BA}^r, \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{O2} + \vec{a}_{BO2}'' + \vec{a}_{BO2}^r, \end{cases} \quad (3.19)$$

первое из которых записано для точки B_2 , второе – для точки B_3 .

В этих уравнениях $\vec{a}_A = \vec{a}_{A1}''$, $\vec{a}_{O2} = 0$, нормальные же составляющие ускорений относительного вращения (вторые слагаемые в правых частях (3.19)):

$$\begin{aligned} a_{BA}'' &= V_{BA}^2 / l_{BA} = (ba \cdot K_v)^2 / l_{BA}, \\ a_{BO2}'' &= V_{BO2}^2 / l_{BO2} = (p_2 b \cdot K_v)^2 / l_{BO2}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Прежде чем их отложить, определим масштабные значения найденных ускорений

$$(\pi n_2) = \tilde{a}_{BA}'' = a_{BA}'' / K_a, \quad (\pi n_3) = \tilde{a}_{BO2}'' = a_{BO2}'' / K_a \quad (3.21)$$

Откладываем вторые слагаемые в правых частях уравнений (3.19), причем при определении их направлений учитываем, что центрами относительных вращений звеньев 2 и 3 являются точки A и O_2 соответственно. Через концы векторов нормальных ускорений проводим известные направления касательных ускорений a_{BA}^r и a_{BO2}^r . Точка их пересечения – b – это конец вектора абсолютного ускорения точки B , истинная величина которого

$$a_B = (\pi b) \cdot K_a \quad (3.22)$$

а направление соответствует истинному.

Ускорение точки S_2 определяем также по свойству подобия планов ускорения и положений механизма [1], [3]

$$a_{S_2A}/a_{BA} = (as_2)/(ab) = l_{As_2}/l_{AB} = AS_2/AB, \quad (3.23)$$

откуда величина отрезка плана ускорений $as_2 = ab \cdot (AS_2/AB)$ и соответственно

$$a_{S_2} = (\pi s_2) \cdot K_a. \quad (3.24)$$

Угловое ускорение шатуна 2

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^r / l_{BA} = (n_2 b) \cdot K_a / l_{BA}, \quad (3.25)$$

где $(n_2 b)$ – отрезок плана ускорений.

Для определения направления ε_2 вектор плана ускорений $(n_2 b)$, соответствующий a_{BA}^r , мысленно переносится в точку B плана положений рис. 1, б) и далее, как и в случае определения ω_2 , смотрим, куда он поворачивает звено AB вокруг точки A . В нашем случае ε_2 направлено против часовой стрелки.

Аналогично, используя свойство подобия и последнее правило определения угловых ускорений, определяем ускорение точки C и ускорение ε_3 соответственно.

Переходим к определению ускорений точек диады ВВП. Запишем для нее следующую систему векторных уравнений (см. уравнения (1.8))

$$\begin{cases} \bar{a}_D = \bar{a}_C + \bar{a}_{DC}'' + \bar{a}_{DC}^r, \\ \bar{a}_D = \bar{a}_{D_0} + \bar{a}_{D D_0}^r, \end{cases} \quad (3.26)$$

$\parallel DC$ $\perp DC$

горизонт

первое из которых записано для точки D_4 , второе – для точки D_5 .

В них ускорение a_{DC}'' и его масштабное значение определяется по выражениям аналогичным (1.11), (1.19). Пересечение л.д. a_{DC}^r и $a_{DD_0}^r$ определяет искомое ускорение точки D .

$$a_D = (\pi d) \cdot K_a. \quad (3.27)$$

Ускорение ε_4 определяется выражением, аналогичным (3.25) с использованием отрезка $(n_4 d)$ плана ускорений.

1.5. Пример определения скоростей и ускорений в механизме, включающем диаду ВПВ.

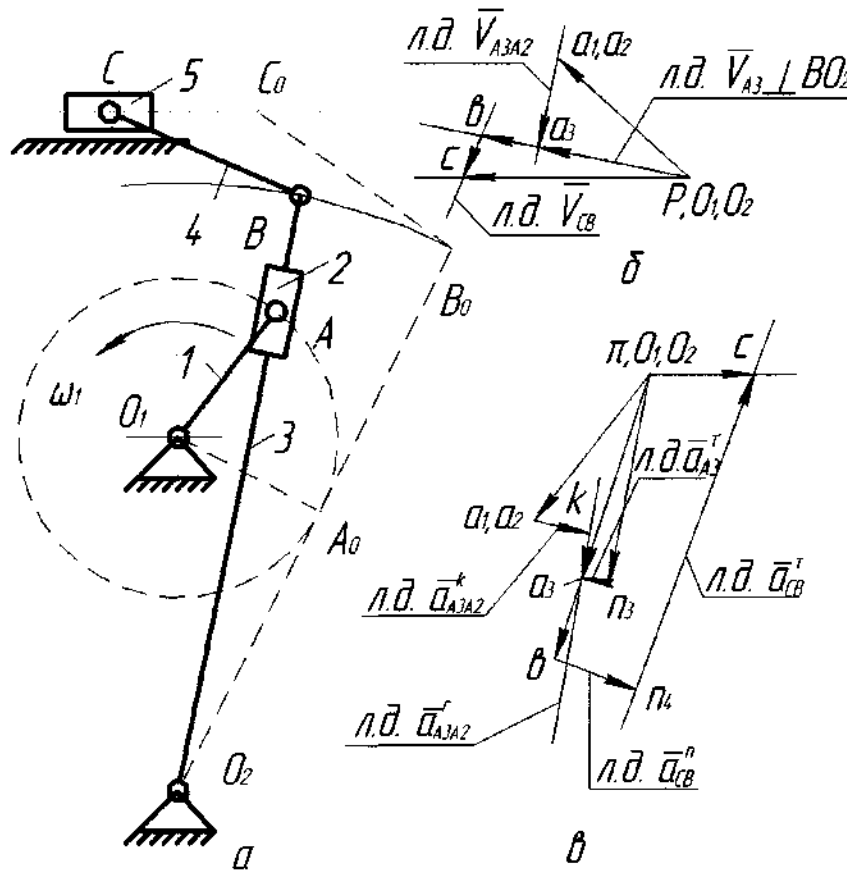


Рис. 8 Кинематический анализ механизма строгального станка.

а) – план положения механизма; б) – план скоростей механизма;
в) – план ускорений механизма.

На рис. 8 показан механизм, в котором первой присоединенной к механизму 1 класса является диада ВПВ.

Одно из крайних положений механизма соответствует положению кривошипа O_1A_0 , где A_0 – точка касания траектории точки A и кулисы. Остальные планы положений строятся так же, как и в п. 3.1. При построении плана скоростей механизма (рис. 8,б) для точек этой диады используется система уравнений (см. систему уравнений (3.5))

$$\begin{cases} \vec{V}_{A3} = \underbrace{\vec{V}_{A2}}_{\perp O_1A} + \underbrace{\vec{V}_{A3A2}}_{\parallel AO2}, \\ \vec{V}_{A3} = \underbrace{\vec{V}_{O2}}_{\perp AO2} + \underbrace{\vec{V}_{A3O2}}_{\parallel AO2}, \end{cases} \quad (3.28)$$

где $\vec{V}_{A1} = \vec{V}_{A2} \perp O_1A$ – скорости точек A , равные по величине $V_{A1} = V_{A2} = \omega_1 \cdot l_{O1A}$;

$V_{A3} \perp AO_2$ – скорость точки A звена 3 во вращении относительно точки O_2 ;

$V_{A3A2} // AO_2$ – скорость относительного движения точки A_3 относительно точки A_2 .

Далее от полюса плана скоростей P откладываем скорость точки A_1 в виде отрезка, масштабное значение которого $pa_1=pa_2=(80-100\text{мм})$ и определяем масштабный коэффициент скоростей K_V . Согласно первому уравнению системы (3.28) через точку a_2 плана скоростей проводим линию действия $\vec{V}_{A3A2}$. Согласно второму уравнению — через точку O_2 , совпадающую с полюсом ($\vec{V}_{O2}=0$), проводим линию действия $\vec{V}_{A3O2} \perp AO_2$. Пересечение указанных л.д. даёт точку a_3 — конец искомого вектора $\vec{V}_{A3}$.

Определяем абсолютную скорость

$$V_{A3} = (pa_3) \cdot K_V.$$

Скорость точки B находим, используя свойство подобия

$$V_B/V_{A3} = (pb)/(pa_3) = l_{O2B}/l_{O2A3} = O_2B/O_2A, \quad (3.29)$$

откуда $pb = pa_3 \cdot (O_2B/O_2A)$

Построение скоростей для точек следующей диады ВВП рассмотрено в п.3.4.

При построении плана ускорений ускорение точки A_1

$$a_{A1} = a_{A2} = a_{A1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{O1A},$$

поскольку принято $\omega_1 = \text{Const}$. Ускорение $a_{A1} = a_{A2} // AO_1$

Оно в масштабе $K_V = a_{A1}/pa_1$, где $pa_1=(60-100)\text{мм}$ откладывается от полюса плана π по направлению параллельному AO_1 на плане положений в направлении от A к O_1 (центру вращения кривошипа).

Для диады ВПВ используем систему векторных уравнений (см. систему (3.10))

$$\begin{cases} \vec{a}_{A3} = \underbrace{\vec{a}_{A2}}_{//O_1A} + \underbrace{\vec{a}_{A3A2}^k}_{\perp AO_2} + \underbrace{\vec{a}_{A3A2}^r}_{//AO_2}, \\ \vec{a}_{A3} = \underbrace{\vec{a}_{O2}}_{//AO_2} = \underbrace{\vec{a}_{A3O2}^n}_{//AO_2} + \underbrace{\vec{a}_{A3O2}^r}_{\perp AO_2}, \end{cases} \quad (3.30)$$

где $a_{A1} = a_{A2}$ — определено ранее; a_{A3O2}^n — нормальная составляющая ускорения точки A кулисы, величина которого определяется по формуле

$$a_{A_3O_2}^n = V_{A_3}^2 / (O_2A \cdot K_L) = [(pa_3) \cdot K_V]^2 / (O_2A \cdot K_L) \quad (3.31)$$

Направление $a_{A_3O_2}^n$ – от точки A_3 к точке O_2 (на плане положений); $a_{A_3O_2}^r$ – касательная составляющая ускорения точки A_3 ; $a_{A_3A_2}^r$ – относительное ускорение точки A_3 относительно точки A_2 ; $a_{A_3A_2}^k$ – кориолисово ускорение, величина которого определяется по формуле

$$\begin{aligned} a_{A_3A_2}^k &= 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A_3A_2} = 2 \cdot (V_B / l_{BO_2}) \cdot V_{A_3A_2} = \\ &= 2 \cdot [(pb) \cdot K_V / l_{BO_2}] \cdot (a_3a_2) \cdot K_V = 2 \cdot (K_V^2 / l_{BO_2}) \cdot (pb) \cdot (a_3a_2), \end{aligned} \quad (3.32)$$

где (pb) и (a_3a_2) – отрезки плана скоростей на рис. 8,б.

Направление этого ускорения совпадает с направлением вектора $V_{A_3A_2}$, повернутого на 90° относительно своего начала в направлении угловой скорости переносного движения ω_3 .

Согласно первому уравнению системы (3.30) ускорение $a_{A_3A_2}^k$ откладываем от точки a_2 плана ускорений и через его конец точку k проводим л.д. ускорения $a_{A_3A_2}^r$.

Согласно второму уравнению от полюса – π (см. рис. 8,в) откладываем ускорение $a_{A_3O_2}^n$, а через его конец проводим линию действия ускорения $a_{A_3O_2}^r$. Пересечение последней линии действия с л.д. $a_{A_3A_2}^r$ дает точку a_3 и соответственно

$$a_{A_3} = (\pi a_3) \cdot K_a$$

Ускорение точки B определяется с использованием свойства подобия. Ускорения для точек диады BB_1 определяются так же, как это описано в п. 1.4.

4. Порядок проведения работы

1. Ознакомиться со структурной схемой механизма, выданного преподавателем задания. Определить истинные длины звеньев и закон движения входного звена по прилагаемой к заданию таблице.
2. Выбрав масштабный коэффициент длины K_l и определив масштабные длины звеньев, построить 6 положений механизма. За нулевое положение механизма взять одно из его крайних положений. При этом угол поворота входного звена принять равным нулю.
3. Построить план скоростей механизма для положения, заданного преподавателем. Определить по нему абсолютные скорости всех характерных точек механизма, угловые скорости звеньев, скорости относительных движений в механизме.
4. Построить план ускорений механизма для того же положения механизма. Определить по нему абсолютные ускорения всех характерных точек

механизма, угловые ускорения звеньев, ускорения относительных движений в механизме.

5. Содержание отчёта

Текст отчёта должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Необходимо изобразить структурную схему механизма и в таблице указать длины звеньев, расположение неподвижных шарниров и траекторий движения ползунов, угловую скорость входного звена. Под структурной схемой механизма необходимо написать формулу строения механизма с указанием обозначений вида групп Ассура.
3. Построение планов положений механизма, скоростей и ускорений выполнить на листе ватмана или миллиметровой бумаги формата А3, с соблюдением правил черчения и ЕСКД к оформлению чертежей. Все построения и пояснительные надписи выполнить аккуратно карандашом. Лист с построениями должен быть сложен по формату А4 и приложен к отчёту.

4. В тексте отчёта должны быть разделы:

Построение планов положений механизма. В нём необходимо выбрать масштаб K_l и рассчитать масштабные длины звеньев. Кратко описать построение плана положений механизма.

Построение планов скоростей: указать формулу расчета величины K_v , указать системы векторных уравнений для каждой диады. Привести формулы расчёта абсолютных и относительных скоростей точек механизма по построенному плану, угловых скоростей звеньев. Для угловых скоростей указать направление вращения звена (плюс – соответствует вращению против часовой стрелки, минус – по часовой).

Построение планов ускорений: указать формулу расчета величины K_a , указать системы векторных уравнений для каждой диады. Привести формулы расчёта нормальных и кориолисовых ускорений. Привести формулы расчёта абсолютных и относительных ускорений точек механизма по построенному плану, а также угловых ускорений звеньев с указанием их знака (см. предыдущий пункт).

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое кинематическая схема механизма и чем она отличается от структурной?
2. Что такое план положений механизма?
3. Как определить масштабный коэффициент длины?
4. Как построить план положений механизма?

5. Чем определяется последовательность построения планов положений механизма, скоростей и ускорений?
6. Что называется планом скоростей механизма?
7. На какие виды движения можно разложить плоскопараллельное движение звена?
8. Как определяется скорость точки звена при плоскопараллельном движении звена?
9. Что такое сложное движение точки и на какие виды движения оно раскладывается?
10. Как определить скорость точки при сложном движении?
11. Как определить масштабный коэффициент скорости?
12. Как определить мгновенную угловую скорость звена при его плоскопараллельном движении по величине и направлению?
13. Что называется планом ускорений механизма?
14. Как определяется ускорение точки звена при плоскопараллельном движении звена?
15. Как определяется ускорение точки звена при сложном движении точки?
16. Как определить ускорение Кориолиса по величине и направлению?
17. Как определить истинные значения скоростей и ускорений точек звеньев по планам скоростей и ускорений?
18. Как определить масштабный коэффициент плана ускорений?
19. Как определить мгновенное угловое ускорение звена при его плоскопараллельном движении по величине и направлению?

Литература

1. Теория механизмов и машин / *И.И. Артоболевский* М., 1988.
2. Сборник задач по теории механизмов и машин / *И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн*, М., 1973.
3. Курс теории механизмов и машин / *О.Н. Левитская, Н.И. Левитский*, М., 1985.
4. Теория механизмов и механика машин / под ред. *К.В. Фролова*. М., 2005.