

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ЯРОСЛАВА МУДРОГО

РАСЧЕТ МАХОВИКА ДЛЯ МАШИННОГО АГРЕГАТА С ЖЕСТКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

*Методические указания
к курсовому проектированию*

ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД
2004

Рецензент

кандидат технических наук, доцент И. Г. Фридлянд

Расчет маховика для машинного агрегата с жесткими звеньями: Метод. указания / Авт.-сост.: Н. П. Кузнецов, Т. А. Ланцева, Е. И. Никитин; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2004. – 24 с.

Рассмотрена методика ограничения неравномерности вращения главного вала машинного агрегата с помощью маховика на основе рассмотрения динамической модели агрегата. Дан пример расчета.

Предназначено студентам специальностей 120100 «Технология машиностроения», 150200 «Автомобили и автомобильное хозяйство», 311300 «Механизация сельского хозяйства» для выполнения курсовой работы по дисциплине «Теория механизмов и машин».

УДК 621.011
ББК 34.41

© Новгородский государственный
университет, 2004
© Н. П. Кузнецов, Т. А. Ланцева,
Е. И. Никитин, составление,
2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Описание динамической модели машины с абсолютно жесткими звеньями.....	5
1.1. Уравнение движения машины в интегральной форме	5
1.2. Динамическая модель машины	5
2. Пример применения графоаналитического метода Ф. Виттенбауэра для динамического анализа и синтеза машины	9
2.1. Приведение сил	9
2.2. Приведение масс	15
2.3. Расчет маховика	18
2.4. Расчет геометрии маховика	22
Литература	24

ВВЕДЕНИЕ

В настоящих методических указаниях рассмотрен динамический анализ установившегося движения машины с абсолютно жесткими звеньями на основе перехода к ее динамической модели. Рассматриваемое графоаналитическое решение уравнения движения машины, предложенное немецким ученым Ф. Виттенбауэром, позволяет наглядно уяснить причины неравномерности вращения главного вала машины. Эта неравномерность вызывает вибрации, шум при работе машины, создает дополнительную динамическую нагрузку на звенья и элементы кинематических пар, а также ухудшает качество обработки материала технологической машиной. Для ограничения неравномерности вращения используют дополнительную инерционную массу – маховик, методика расчета которого также приведена в данных указаниях.

Рассматриваемая методика применима в случае, если звенья машины можно считать абсолютно жесткими телами. Кроме того, предполагается, что внешние силы, действующие на звенья, постоянны либо зависят от положения звеньев. При этом рассматриваются машины с подвижностью $W = 1$.

Указания состоят из двух разделов. Первый раздел посвящен переходу от реальной машины к ее динамической модели. Во втором разделе на примере конкретной машины последовательно дана методика определения параметров динамической модели и расчета маховика.

1 ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАШИНЫ С АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

1.1 Уравнение движения машины в интегральной форме

Поскольку при курсовом проектировании мы рассматриваем машины с подвижностью $W = 1$, то отсюда следует, что положение любого подвижного звена зависит от одной обобщенной координаты. В качестве её может быть принят угол поворота входного звена рычажного механизма – $\varphi(t)$, представляющий функцию времени t .

Машину с абсолютно жесткими звеньями можно рассматривать как систему материальных точек, для которой справедливо уравнение изменения кинетической энергии в интегральной форме [1, 2]:

$$\sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n T_{i0} = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (1.1)$$

где n – количество подвижных звеньев машины; T_i – кинетическая энергия звена i в конце рассматриваемого интервала времени; T_{i0} – то же, для начала интервала времени; A_i – работа внешних сил, приложенных к этому звену за рассматриваемый интервал времени.

Выражение (1.1) может рассматриваться как уравнение относительно неизвестной функции $\dot{\varphi}(t)$, представляющей первую производную от угла поворота входного звена рычажного механизма по времени, однако из-за его громоздкости оно непосредственно не используется. В дальнейшем рассмотрим более простой способ определения функции $\dot{\varphi}(t)$.

1.2 Динамическая модель машины

Большинство машин состоит из трех основных функциональных частей (рис. 1.1): Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм и ИМ – исполнительный механизм.

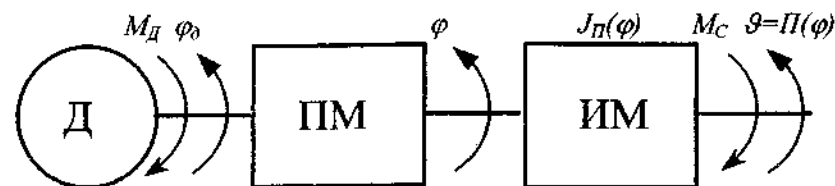


Рисунок 1.1 – Принципиальная схема машины

Двигатель является источником механической энергии для осуществления рабочего процесса машины. Выходное звено двигателя совершает либо поступательное (гидроцилиндры, пневмоцилиндры), либо чаще всего вращательное движение (электродвигатель, ДВС и т. д.).

Исполнительный механизм предназначен для совершения полезной работы. Для исполнительного механизма с $W = 1$ имеет место зависимость:

$$\vartheta = \Pi(\varphi),$$

где ϑ – координата, определяющая положение выходного звена ИМ.

Эта зависимость называется функцией положения ИМ.

Передаточный механизм предназначен для преобразования закона движения выходного вала двигателя $\varphi_d(t)$ в требуемый закон движения входного вала ИМ – $\varphi(t)$. Наиболее часто встречающимся видом ПМ на практике является редуктор. Основной характеристикой ПМ является величина

$$i_{\text{д-им}} = \dot{\varphi}_d(t) / \dot{\varphi}(t),$$

называемая передаточным отношением от двигателя к входному валу ИМ.

В машинах с $W = 1$ для определения движения её звеньев достаточно знать закон изменения только одной координаты – $\varphi(t)$. В связи с этим вместо всей машины можно рассмотреть её упрощенную схему в виде одного входного звена, соединенного со стойкой вращательной (или поступательной) кинематической парой. Это звено должно двигаться по тому же закону, что и соответствующее входное звено в машине. Массы «отброшенных» при этом звеньев, а также внешние силы, действующие на них, должны быть соответствующим образом учтены.

Такую упрощенную схему машины, в которой учтены динамические параметры: массы звеньев и внешние силы, будем называть в дальнейшем динамической моделью машины (рис. 1.2).

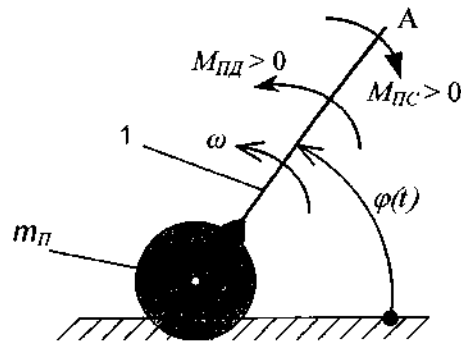


Рисунок 1.2 – Динамическая модель машины

На рис.1.2 приведены следующие обозначения:

m_n – приведенная масса, жестко связанная с безмассовым звеном 1, учитывающая массы всех подвижных звеньев машины. В дальнейшем вместо массы будем использовать динамический параметр J_n – приведенный момент инерции машины, который можно рассматривать как момент инерции массы m_n относительно оси вращения О. Звено 1 далее будем называть *звеном приведения*;

$M_{нд}$ – приведенный момент внешних сил двигателя, приложенный к звену приведения. Будем считать его положительным при совпадении его направления с направлением возрастания $\varphi(t)$ (или $\omega = \dot{\varphi}(t)$);

$M_{нс}$ – приведенный момент внешних сил, действующих в ИМ. Этот момент будем считать положительным, если он действует против направления возрастания $\varphi(t)$.

На рис.1.2 указаны положительные направления этих моментов.

Для динамической модели уравнение (1.1) может быть записано в виде [1, 2]:

$$J_n \cdot \frac{\omega^2}{2} - J_{n0} \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = \int_0^\varphi (M_{нд} - M_{нс}) d\varphi, \quad (1.2)$$

где $\omega_0 = \omega(0)$, $J_{n0} = J_n(0)$ – значения угловой скорости и приведенного момента инерции машины для начального положения звена приведения, при котором время $t = 0$, а ω и J_n – текущие значения этих величин.

Для того, чтобы уравнения (1.1) и (1.2) давали одну функцию $\dot{\varphi}(t)$, необходимо и достаточно, чтобы для любого момента времени соблюдались следующие условия [1, 2]:

$$J_n \cdot \frac{\omega^2}{2} = \sum_{i=1}^n T_i, \quad (1.3)$$

$$\int_0^\varphi (M_{нд} - M_{нс}) d\varphi = \sum_{i=1}^n A_i. \quad (1.4)$$

Условие (1.3) выражает равенство кинетических энергий звена приведения, с одной стороны, и подвижных звеньев машины с другой. Второе условие (1.4) выражает равенство работы приведенных моментов, приложенных к звену приведения, работе всех внешних сил, приложенных к звеньям машины.

Следствием соблюдения условия (1.3) будет равенство

$$J_{n0} \cdot \frac{\omega_0^2}{2} = \sum_{i=1}^n T_{i0}. \quad (1.5)$$

Выражения (1.3) и (1.4) можно назвать условиями приведения масс и сил соответственно. Причем условие (1.4) можно использовать поочередно: приво-

для сначала силы в двигателе, найти $M_{ПД}$ из условия баланса работ, а затем отдельно привести силы, действующие в исполнительном механизме, — найти $M_{ПС}$. В курсовой работе один из указанных моментов в зависимости от темы работы принят постоянным.

Если рассматривать машины, в которых кинематические пары обеспечивают только геометрические (голономные) связи, то в этом случае вместо условия (1.4) можно использовать условие баланса мощностей

$$(M_{ПД} - M_{ПС})\omega = \sum_{i=1}^n N_i, \quad (1.6)$$

где $\omega = \dot{\varphi}(t)$ — угловая скорость звена приведения, а мощность сил, действующих на звено i :

$$N_i = F_i \cdot V_i \cdot \cos(F_i \wedge V_i) + M_i \cdot \omega_i, \quad (1.7)$$

В выражении (1.7):

F_i и M_i — модули главного вектора и главного момента внешних сил, приложенных к i -му звену;

V_i и ω_i — модули векторов абсолютной скорости точки приложения главного вектора сил на i -м звене и угловой скорости этого звена;

$(F_i \wedge V_i)$ — угол между направлением главного вектора сил и вектора абсолютной скорости точки его приложения.

Величину разности

$$M_{ПД} - M_{ПС} \quad (1.8)$$

назовем приведенным моментом внешних сил, действующих в машине. Используя выражения (1.6), (1.7), (1.8), его можно выразить следующим образом:

$$M_{ПД} = \sum_{i=1}^n \left[F_i \left(\frac{V_i}{\omega} \right) \cdot \cos(F_i \wedge V_i) + M_i \frac{\omega_i}{\omega} \right]. \quad (1.9)$$

Для определения приведенного момента инерции машины используется условие (1.3). В нем кинетическая энергия звена

$$T_i = m_i \cdot \frac{V_{Si}^2}{2} + J_{Si} \frac{\omega_i^2}{2},$$

где V_{Si} — абсолютная скорость центра масс звена;

ω_i — мгновенная угловая скорость звена.

При подстановке последнего выражения в выражение (1.3) и его преобразовании, получим формулу для определения приведенного момента инерции машины в виде

$$J_{ПД} = \sum_{i=1}^n \left[m_i \cdot \left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_{Si} \cdot \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (1.10)$$

Анализ выражений (1.9) и (1.10) позволяет сделать следующие выводы:

1. $M_{ПД}$ и $J_{ПД}$ являются функциями обобщенной координаты φ :

$$M_{ПД} = f_1(\varphi), \quad J_{ПД} = f_2(\varphi). \quad (1.11)$$

2. На основе второго закона Ньютона следует ожидать, что и угловая скорость звена приведения

$$\omega = f_3(\varphi). \quad (1.12)$$

3. Поскольку массы звеньев постоянны, а внешние силы и отношения $\left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right), \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)$ изменяются периодически (если не рассматривать переходные режимы: разгон, выбег), то и функции (1.11) и (1.12) будут периодическими. Период определяется периодами изменения сил и масс.

4. Для определения функций $M_{ПД}$ и $J_{ПД}$ по формулам (1.9) и (1.10) можно принять любой закон изменения ω , например, $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$, а далее для определения скоростей использовать методы кинематического анализа. Таким образом, можно констатировать, что закон изменения ω зависит от масс звеньев, их распределения, действующих сил, структурной схемы машины и размеров звеньев.

В разделе 2 для определения $M_{ПД}$ (или $M_{ПС}$) вместо выражения (1.9) будет использовано выражение баланса мощностей (1.6), причем мощности будут находиться с использованием теоремы Н. Е. Жуковского о жестком рычаге [1, 2].

2 ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА Ф. ВИТТЕНБАУЭРА ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МАШИНЫ

2.1 Приведение сил

Как было отмечено в п. 1.2, действие всех внешних сил и моментов, действующих на механизм, заменяется приведенным моментом сил $M_{ПД}$, который прикладывается к звену приведения — кривошипу 1 (рис. 1.2).

$$M_{ПД} = M_{ПД} - M_{ПС}, \quad (2.1)$$

где $M_{ПД}$ — приведенный момент сил, действующих в двигателе;

$M_{ПС}$ — приведенный момент сил в исполнительном механизме.

В данном примере исследуется двигатель внутреннего сгорания, схема которого приведена на рис. 2.1, а. Величину момента $M_{ПД}$ будем находить из уравнения баланса мощностей методом Жуковского Н. Е., а момент $M_{ПС}$ будем для упрощения решения задачи считать постоянным.

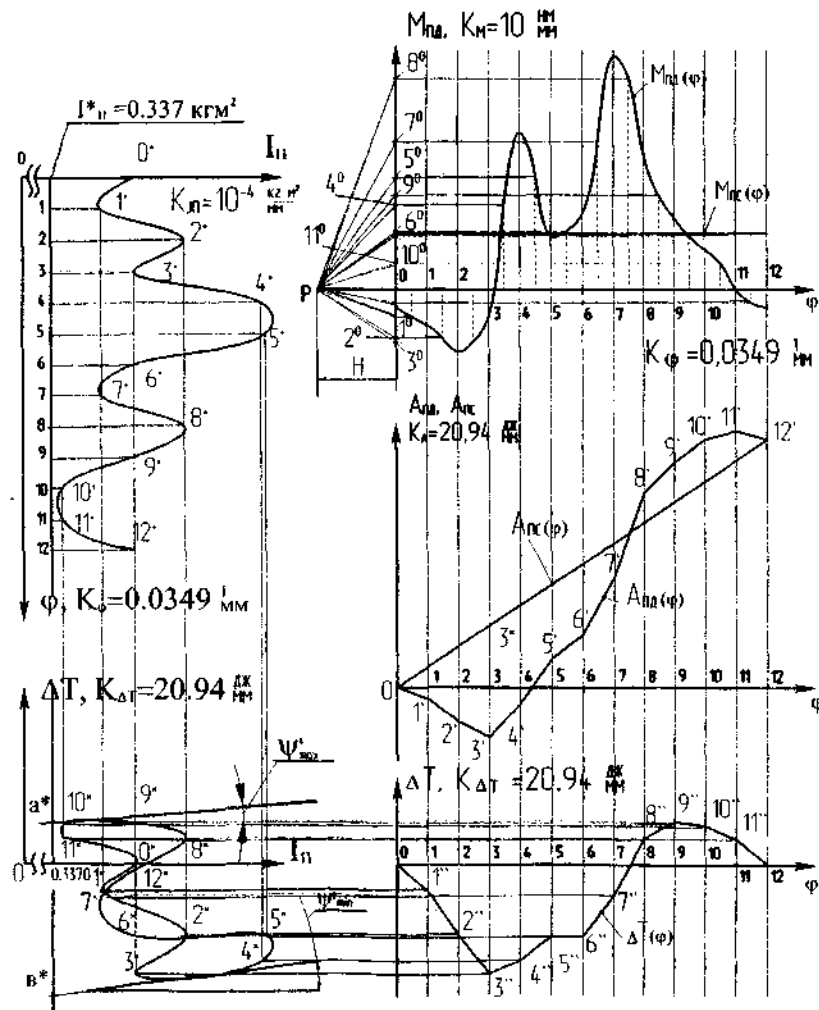


Рисунок 2.2 – Динамический синтез механизма

После их определения искомый момент

$$M_{нд} = F_{нд} \cdot l_{OA} \quad (2.5)$$

Как известно [1, 2], баланс мощностей равносильно балансу моментов сил, перенесенных на план скоростей, относительно полюса плана скоростей – точки Р (нижний индекс при обозначении полюса плана скоростей на рис. 2.1, б соответствует номеру положения механизма).

Например, для положения 3

$$F_{нд} \cdot Pa = -F_3 \cdot Pb - (G_2 + G_3) \cdot h_{G2} - G_4 \cdot h_{G4} \quad (2.6)$$

Откуда

$$F_{нд} = -\frac{1}{Pa} [F_3 \cdot Pb + (G_2 + G_3) \cdot h_{G2} + G_4 \cdot h_{G4}]$$

$$F_{нд} = -\frac{1}{60} [1964 \cdot 60 + (33 + 36) \cdot 43 + 33 \cdot 30] = -2029,5 \text{ Н}$$

$$M_{нд} = F_{нд} \cdot l_{OA} = -2029,5 \cdot 0,07 = -142 \text{ Н·м}$$

Аналогично запишем уравнения баланса для всех остальных положений механизма:

$$0) F_{нд} \cdot Pa = -F_3 \cdot Pc - (G_4 + G_5) \cdot h_{G4} - G_2 \cdot h_{G2}; \quad (2.7)$$

$$1) F_{нд} \cdot Pa = -F_3 \cdot Pc - G_5 \cdot h_{G5} - G_2 \cdot h_{G2} - F_3 \cdot Pb - G_3 \cdot h_{G3} - G_4 \cdot h_{G4}; \quad (2.8)$$

$$4) F_{нд} \cdot Pa = F_3 \cdot Pc + G_5 \cdot h_{G5} - G_2 \cdot h_{G2} - F_3 \cdot Pb - G_3 \cdot h_{G3} - G_4 \cdot h_{G4}; \quad (2.9)$$

Результаты расчета $M_{нд}$ и $\tilde{M}_{нд}$ для 12 положений механизма сведены в табл. 2.1.

Для построения зависимости $M_{нд}$ от φ (рис. 2.2) выбираем масштабы:

$$K_M = \frac{M_{нд \max}}{\tilde{M}_{нд \max}} = \frac{1505}{150,5} = 10 \frac{\text{Н·м}}{\text{мм}}, \quad (2.10)$$

$$K_\varphi = \frac{2\pi}{180 \text{ мм}} = 0,0349 \text{ мм}^{-1}. \quad (2.11)$$

Таблица 2.1

Положение механизма	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\tilde{P}_3, \text{ мм}$	0	0	1	2,5	5	14	60	38	15	8	5	1,5
$F_3, \text{ Н}$	0	0	785	1963	3927	10996	47123	29845	11781	6283	3927	1178
$\tilde{P}_5, \text{ мм}$	2,5	5	14	60	38	15	8	5	1,5	0	0	1

$F_s, \text{Н}$	1963	3927	10996	47123	29845	11781	6283	3927	1178	0	0	785
$M_{\text{пл}}, \text{Н}\cdot\text{м}$	-1414	-217	-357	-142	1051	336	444	1505	850	444	272	-2,8
$\tilde{M}_{\text{пл}}, \text{мм}$	-14	-22	-36	-14	105	34	44	150,5	85	44	27	-0,3

График зависимости работы приведенного момента движущих сил от угла поворота кривошипа $A_{\text{пл}}(\varphi)$ получаем графическим интегрированием графика $M_{\text{пл}}(\varphi)$ в соответствии с выражением

$$A_{\text{пл}} = \int_0^{\varphi} M_{\text{пл}} d\varphi. \quad (2.12)$$

Метод графического интегрирования заключается в следующем: площадь криволинейной фигуры для каждого i -го промежутка (из двенадцати) по оси φ необходимо заменить равновеликим по площади прямоугольником. Если число интервалов достаточно велико (12 и более), то высота прямоугольника примерно равна ординате кривой для средней точки интервала. Высота равновеликого прямоугольника сносится на ось $M_{\text{пл}}$, получаем на ней точку i^0 . Затем на расстоянии H (40–60 мм) от начала координат выбираем полюс интегрирования – точку P и соединяем точки i^0 с точкой P . В системе координат $A_{\text{пл}} - \varphi$, начиная от ее начала – точки O , проводим лучи, параллельные отрезкам Pi^0 , до пересечения с вертикальной вспомогательной прямой, проходящей через конечную точку интервала i на оси φ . Для каждого следующего интервала луч проводится от точки пересечения i' , полученной для предыдущего интервала. В результате получаем ломаную линию $01'2'...12'$. Заменяем ломаную плавной кривой $A_{\text{пл}}(\varphi)$. При этом масштабный коэффициент по оси ординат полученной кривой равен

$$K_A = K_M \cdot H \cdot K_{\varphi}, \quad (\text{Дж/мм}), \quad (2.13)$$

$$K_A = 10 \cdot 60 \cdot 0,0349 = 20,94 \text{ Дж/мм}.$$

При установившемся движении за цикл работы – 2π (4 π для 4-тактного двигателя) работы сил движущих и сопротивления равны

$$A_{\text{пл}}(2\pi) = A_{\text{лс}}(2\pi), \quad (2.14)$$

причем при верхнем пределе $\varphi = 0$, очевидно,

$$A_{\text{пл}}(0) = 0. \quad (2.15)$$

Ранее принято $M_{\text{лс}} = \text{const}$ и, следовательно,

$$A_{\text{лс}} = \int_0^{\varphi} M_{\text{лс}} d\varphi = M_{\text{лс}} \varphi, \quad (2.16)$$

т. е. график $A_{\text{лс}}$ – прямая линия, две точки которой известны – т. O и т. $12'$ (рис. 2.2) в соответствии с (2.14) и (2.15). Чтобы получить значение $M_{\text{лс}}$, проводим из полюса интегрирования P луч, параллельный прямой $A_{\text{лс}}$, до пересечения с осью $M_{\text{пл}}$, а затем из точки пересечения проводим горизонтальную прямую, являющуюся графиком $M_{\text{лс}}(\varphi)$.

При установившемся движении машины приращение кинетической энергии в соответствии с выражениями 1.1 и 1.2:

$$\Delta T(\varphi) = \sum_{i=1}^n A_i = \int_0^{\varphi} M_{\text{пл}} d\varphi - \int_0^{\varphi} M_{\text{лс}} d\varphi = A_{\text{пл}}(\varphi) - A_{\text{лс}}(\varphi). \quad (2.17)$$

Строим график зависимости $\Delta T(\varphi)$ (рис. 2.2) согласно выражению (2.17), вычитая ординаты соответствующих кривых при определенном φ , причем $K_{\Delta T} = K_A = 20,94 \text{ Дж/мм}$. Например, для третьего положения масштабное значение $\Delta T(\varphi)$ находим как разность ординат $33' < 0$ и $33'' > 0$ (рис. 2.2). В результате разность по абсолютной величине будет равна отрезку $3'3''$ и имеет знак минус. Она откладывается в системе координат $\Delta T - \varphi$ в виде ординат $33''$.

Результаты графического определения ΔT сведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Положение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta \tilde{T}, \text{мм}$	0	-11	-27	-43	-38	-29	-29	-10	10	16	15	10
$\Delta T, \text{Дж}$	0	230	-563	-900	-796	-607	-607	-209	209	335	314	209

2.2 Приведение масс

Приведение масс механизма заключается в определении приведенного момента инерции $J_{\text{л}}$, под которым понимается момент инерции добавочной массы, условно соединяемой со звеном приведения. Ее кинетическая энергия должна равняться сумме кинетических энергий всех подвижных звеньев машины. В п. 1.2 получена формула определения приведенного момента инерции машины

$$J_{\text{л}} = \sum_{i=1}^n \left[m_i \cdot \left(\frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_{Si} \cdot \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right].$$

Для нашего механизма это выражение имеет следующий окончательный вид:

$$J_{II} = J^* + J_{II} + J_{S1} + m_2 \cdot \left(\frac{V_{S2}}{\omega} \right)^2 + J_{S2} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega} \right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{V_B}{\omega} \right)^2 + m_4 \cdot \left(\frac{V_{S4}}{\omega} \right)^2 + J_{S4} \cdot \left(\frac{\omega_4}{\omega} \right)^2 + m_5 \cdot \left(\frac{V_C}{\omega} \right)^2, \quad (2.18)$$

где J_{S1} – момент инерции кривошипа 1; $J_{S1} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
 J_{II} – момент инерции передаточного механизма, в курсовой работе выбирается по условию;
 $J_{II} = (1-5) J_{S1}$, выбираем $J_{II} = 1 \cdot J_{S1} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
 m_i – масса i -го звена;
 $J_{S2} = J_{S4}$ – моменты инерции шатунов относительно их центров масс. По заданию $J_{S2} = J_{S4} = 0,17 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,17 \cdot 3,3 \cdot 0,29^2 = 0,0472 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
 V_{S2}, V_{S4}, V_B, V_C – абсолютные скорости соответствующих точек механизма, определяемые для каждого положения механизма (см. планы скоростей);
 ω_2 и ω_4 – угловые скорости шатунов 2 и 4, определяемые по планам скоростей;

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot K_v}{l_{AB}} = \frac{ab \cdot 0,25}{0,29} = 0,862 \cdot ab, \quad (2.19)$$

$$\omega_4 = \frac{V_{CA}}{l_{AC}} = \frac{ac \cdot K_v}{l_{AC}} = \frac{ac \cdot 0,25}{0,29} = 0,862 \cdot ac; \quad (2.20)$$

J^* – в данном примере – это приведенный момент инерции исполнительной машины. Согласно заданию $J^* = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Если в задании на курсовое проектирование задан рычажный механизм исполнительной машины, приводимой от электродвигателя, то приведенный момент инерции ротора электродвигателя

$$J^* = \frac{GD_p^2}{4 \cdot g} \cdot \left(\frac{n_{\partial n}}{n} \right)^2,$$

где GD_p^2 – маховый момент инерции ротора электродвигателя (обычно приводится в каталоге на электродвигатели);

$n_{\partial n}$ – номинальная угловая частота вращения ротора [об/мин];

n – номинальная угловая частота вращения звена привода [об/мин];

$g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Преобразуем выражение (2.18), вынося за скобку общий множитель. Получим

$$J_{II} = J^* + J_{II} + J_{S1} + \left(\frac{1}{\omega} \right)^2 \cdot [m_2 \cdot (V_{S2})^2 + J_{S2} \cdot (\omega_2)^2 + m_3 \cdot (V_B)^2 + m_4 \cdot (V_{S4})^2 + J_{S4} \cdot (\omega_4)^2 + m_5 \cdot (V_C)^2] \quad (2.21)$$

Подставив в (2.21) все известные величины, а также правые части выражений (2.19) и (2.20), получим окончательное выражение для J_{II} :

$$J_{II} = 0,2 + 0,05 + 0,05 + \left(\frac{30}{\pi n} \right)^2 \cdot [3,3 \cdot (ps_2 \cdot 0,25)^2 + 0,0472 \cdot (ab \cdot 0,862)^2 + 3,6 \cdot (pb \cdot 0,25)^2 + 3,3 \cdot (ps_4 \cdot 0,25)^2 + 0,0472 \cdot (ac \cdot 0,862)^2 + 3,6 \cdot (pc \cdot 0,25)^2],$$

где $n = 2100$ об/мин. Подставив это значение в последнее выражение, получим

$$J_{II} = 0,3 + 2,068 \cdot 10^{-5} \cdot [(pb^2 + pc^2) \cdot 0,225^2 + (ps_2^2 + ps_4^2) \cdot 0,206^2 + (ab^2 + ac^2) \cdot 0,0351]$$

Результаты измерения масштабных значений векторов скорости для всех 12 положений сведены в табл. 2.3 (таблица дана в сокращённом виде).

Таблица 2.3

Положение	0	1	2	3	4	5	...	10
pb , мм	0	24	...	60	59	...	...	46
pc , мм	60	58	...	0	36	...	...	22
ps_2 , мм	42	46	...	60	58	...	...	56
ps_4 , мм	60	57	...	42	46	...	...	47
ab , мм	60	32	...	60	51	...	...	53
ac , мм	0	53	...	0	31	...	...	30

Пример расчета J_{II} (для положения 3)

$$J_{II} = 0,3 + 2,068 \cdot 10^{-5} [(60^2 + 0^2) \cdot 0,225^2 + (60^2 + 42^2) \cdot 0,206^2 + (60^2 + 0^2) \cdot 0,0351] = 0,3423 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Результаты расчета J_{II} для всех 12 положений сведены в табл. 2.4.

Для удобства и увеличения точности последующих расчетов и построений на оси J_{II} (см. систему координат $J_{II} - \varphi$ на рис. 2.2) сделаем ее разрыв, а через точку $J_n^* = 0,3370 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ проведем вспомогательную прямую параллельную оси φ . Выбираем масштабный коэффициент $K_\varphi = 0,0349 \text{ мм}^{-1}$ (таким же, как и при построении графика $M_{II}(\varphi)$). Строим зависимость $J_{II}(\varphi)$, откладывая ΔJ_{II} из табл. 2.4 от вспомогательной прямой.

Таблица.2.4

Положение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
J_{II} , кг·м ²	0,3423	0,3401	0,3454	0,3423	0,3503	0,3504	0,3423	0,3401	0,3454	0,3423	0,3376	0,3376
$\Delta J_{II} =$ $= J_{II} - J_{II}^* =$ $= J_{II} - 0,337$	0,0053	0,0031	0,0084	0,053	0,0133	0,0134	0,0053	0,0031	0,0084	0,0053	0,0006	0,0006
$\Delta \tilde{J}_{II}$, мм	53	31	84	53	133	134	53	31	84	53	6	6

Масштабный коэффициент по оси J_{II} определяем по формуле

$$K_J = \frac{\Delta J_{II \max}}{134} = \frac{0,0134}{134} = 10^{-4} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{мм}},$$

где $\Delta J_{II \max}$ – наибольшее значение ΔJ_{II} из табл. 2.4, соответствующее положению 5.

2.3 Расчет маховика

Определение момента инерции маховика, обеспечивающего заданное значение коэффициента неравномерности движения звена привода

$$\delta = [\delta], \quad (2.22)$$

где $[\delta]$ – допускаемое для данного типа машины значение этого коэффициента, начинается с построения диаграммы Виттенбауэра. Диаграмма представляет собой зависимость приращения кинетической энергии машины ΔT от приведённого момента инерции J_{II} . Точки диаграммы получаются на пересечении прямых, проведённых из точек графиков $\Delta T(\varphi)$ и $J_{II}(\varphi)$, соответствующих одному и тому же значению φ . Прямые от графика $J_{II}(\varphi)$ проводятся вниз, а от графика $\Delta T(\varphi)$ влево от точек с одинаковым номером. Полученные таким образом точки соединяются, начиная от точки 0*, в порядке возрастания номеров точек.

На рис. 2.3 изображена отдельно диаграмма Виттенбауэра. Произвольному положению машины – i , соответствует точка i диаграммы. Соединим её с началом системы координат $T - J_{II}$ точкой 0_T и определим $tg\Psi$, где через Ψ обозначен угол, составленный полученной прямой с осью J_{II} рассматриваемой системы координат.

В соответствии с рис. 2.3

$$tg\Psi = \frac{\tilde{T}}{\tilde{J}_{II}} = \frac{\tilde{T}_0 + \Delta \tilde{T}}{\tilde{J}_{II}^* + \Delta \tilde{J}_{II}}, \quad (2.23)$$

где $\tilde{T}_0$ – масштабное значение кинетической энергии машины при $\varphi = 0$. Поскольку колебания угловой скорости звена привода по сравнению с номинальной угловой скоростью – $\omega_{ном}$ невелики, то с достаточной точностью можно считать, что приближённо

$$\tilde{T}_0 = J_{II0} \frac{\omega_{ном}^2}{2 K_{\Delta T}}; \quad (2.24)$$

$\Delta \tilde{T}$ – текущее приращение кинетической энергии, определяемое зависимостью $\Delta T(\varphi)$ на рис. 2.2.

Таким образом, сумма в числителе формулы (2.23) приближённо равна масштабному значению полной кинетической энергии машины в её i -м положении.

Преобразуя формулу (2.23), получим

$$tg\Psi = \frac{\tilde{T}}{\tilde{J}_{II}} = \frac{T/K_{\Delta T}}{J_{II}/K_J} = \frac{\left(J_{II} \cdot \frac{\omega^2}{2} \right) / K_{\Delta T}}{J_{II}/K_J} = \frac{K_J}{2K_{\Delta T}} \cdot \omega^2, \quad (2.25)$$

где под обозначением ω подразумевается текущая угловая скорость звена привода.

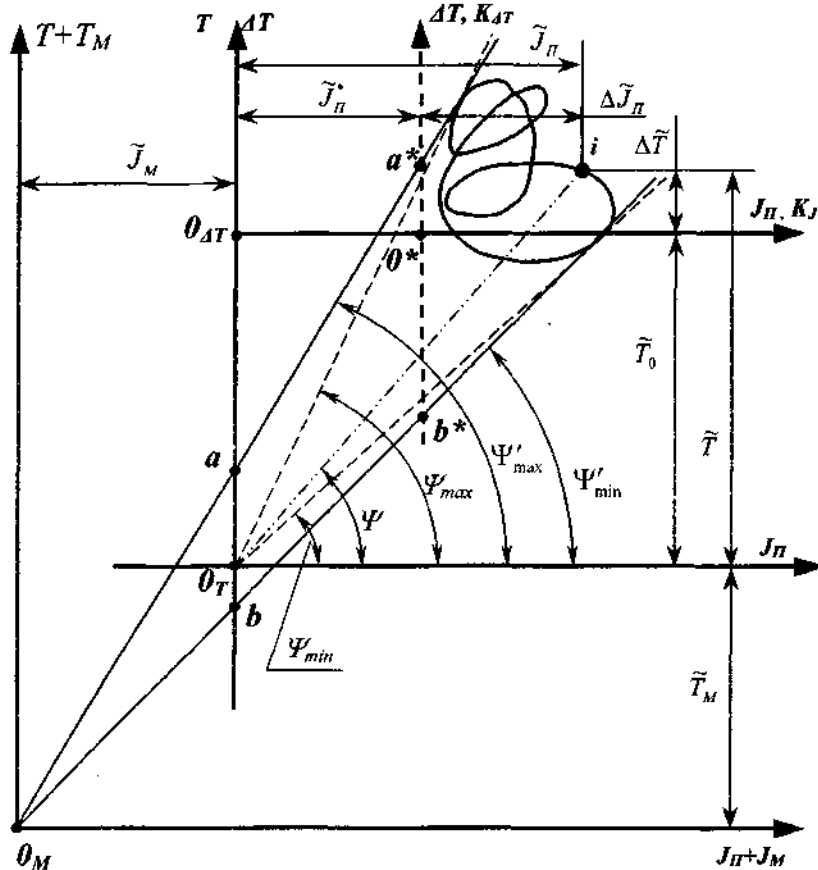


Рисунок 2.3 – Диаграмма Виттенбауэра

В последнем выражении обозначим

$$K = \frac{K_J}{2K_{\Delta T}} = \frac{10^{-4}}{2 \cdot 20,94} = 2,388 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2.$$

Очевидно, K является постоянной величиной, с использованием которой выражение (2.25) преобразуется к виду

$$tg\Psi = K \cdot \omega^2, \quad (2.26)$$

откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{tg\Psi}{K}}. \quad (2.27)$$

Из последнего выражения следует, что построенную диаграмму Виттенбауэра можно использовать для определения закона движения звена приведения – $\omega(\varphi)$ и определения с его помощью коэффициента неравномерности движения звена приведения.

Перейдём далее к расчёту маховика. Рассмотрим с использованием рис. 2.3 как изменятся координаты точки диаграммы Виттенбауэра, если маховик будет поставлен. Очевидно, что при этом абсцисса точки i увеличится на величину момента инерции маховика $\tilde{J}_M$, а ордината – на величину кинетической энергии маховика $\tilde{T}_M$.

Диаграмма Виттенбауэра после постановки маховика должна быть рассмотрена в системе координат $(T+T_M) - (J_{\Pi}+J_M)$ с началом координат в точке O_M .

Рассчитаем $tg\Psi'_{\max}$ и $tg\Psi'_{\min}$, которым соответствуют предельные значения скорости звена приведения $\omega'_{\max}$ и $\omega'_{\min}$, после установки маховика, выполняющего условие (2.22). Согласно выражению (2.26) и формулам учебника [2, с. 94], принимая в последних $\omega_{cp} = \omega_{ном}$, получим:

$$\begin{cases} tg\Psi'_{\max} = K \cdot (\omega'_{\max})^2 = K \cdot \omega_{ном}^2 (1 + [\delta]), \\ tg\Psi'_{\min} = K \cdot (\omega'_{\min})^2 = K \cdot \omega_{ном}^2 (1 - [\delta]), \end{cases} \quad (2.28)$$

или

$$\begin{cases} tg\Psi'_{\max} = 2,388 \cdot 10^{-6} \cdot 219,8^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{80}\right) = 0,1168, \\ \Psi'_{\max} = \arctg(0,1168) = 6,66^\circ = 6^\circ 40', \\ tg\Psi'_{\min} = 2,388 \cdot 10^{-6} \cdot 219,8^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{80}\right) = 0,1139, \\ \Psi'_{\min} = \arctg(0,1139) = 6,50^\circ = 6^\circ 30'. \end{cases}$$

Под углом $\Psi'_{\max}$ к оси J_{Π} проводим касательную к диаграмме Виттенбауэра, подводя ее с верхней стороны диаграммы. Под углом $\Psi'_{\min}$ к оси J_{Π} проводим касательную к диаграмме, подводя ее снизу от диаграммы (рис. 2.3). Эти касательные пересекаются в точке O_M . При выполнении указанных построений точка O_M будет находиться далеко за пределами листа, поэтому момент инерции маховика обычно определяется через отрезок (ab) оси $O_T T$ (рис. 2.3). Момент инерции маховика J_M определяем по формуле учебника [2, с. 95, ф.(11.19)], которая следует из рассмотрения рис. 2.3.

В случае, если начало системы координат $J_{II}-\varphi$ переносилось на величину J_{II}' (см. с. 11 данных метод. указаний), то с использованием рис. 2.2 можно записать:

$$J_M = \frac{(a \cdot \tilde{b}') \cdot K_{\Delta T}}{\omega_{ном}^2 [\delta]} - J_{II}', \quad (2.29)$$

где $(a \cdot \tilde{b}')$ – длина отрезка в [мм], отсекаемого лучами с углами наклона Ψ'_{max} , Ψ'_{min} на оси ΔT (см. рис. 2.2 или рис. 2.3). В нашем случае, подставляя численные значения, получим:

$$J_M = \frac{59 \cdot 20,94}{219,8^2 \left[\frac{1}{80} \right]} - 0,337 = 1,71 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2.4 Расчет геометрии маховика

У двигателей внутреннего сгорания маховик чаще всего выполняется в виде сплошного тонкого диска (рис. 2.4, а), диаметр которого d выбирается по конструктивным соображениям как

$$d = (3 \dots 5) l_{OA},$$

где l_{OA} – длина кривошипа.

Момент инерции такого маховика

$$J_M = \frac{m_M \cdot d^2}{8} = \frac{G \cdot d^2}{8g}, \quad (2.30)$$

где m_M – масса маховика [кг], G – вес маховика [Н];
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Произведение Gd^2 называется *маховым моментом*.

Ширина диска маховика определяется как

$$b = \frac{4m}{\pi d^2 \rho}, \quad (2.31)$$

где $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ – плотность чугуна и стали.

В рассматриваемом примере выбираем

$$d = 5 \cdot l_{OA} = 5 \cdot 0,07 = 0,35 \text{ м.}$$

Масса маховика из (2.30)

$$m_M = \frac{8 \cdot J_M}{d^2} = \frac{8 \cdot 1,71}{0,35^2} = 111,7 \text{ кг.}$$

Ширина маховика

$$b = \frac{4m}{\pi d^2 \rho} = \frac{4 \cdot 111,7}{3,1415 \cdot 0,35^2 \cdot 7800} = 0,15 \text{ м.}$$

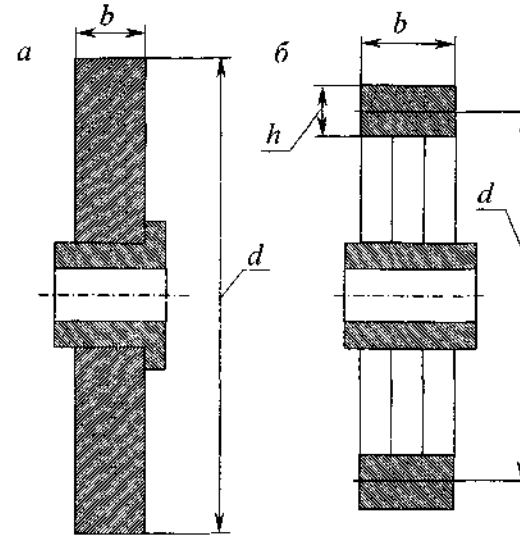


Рисунок 2.4 – Варианты исполнения маховика

Для исполнительных механизмов маховик, как правило, выполняется в виде колеса со спицами. Момент инерции обода такого маховика

$$J_{об} \approx 0,9 J_M.$$

Полагая, что масса обода $m_{об}$ равномерно распределена по окружности среднего диаметра d , используем формулу для определения момента инерции тонкого кольца.

$$J_{об} = m_{об} \cdot \frac{d^2}{4}, \quad (2.32)$$

где $m_{об} = \rho \cdot b \cdot h \cdot \pi d$;

$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ – плотность чугуна и стали;
 b и h – ширина и высота обода.

Вводим коэффициенты ширины $K_b = \frac{b}{d}$ и высоты $K_h = \frac{h}{d}$, где

$$K_b, K_h \in (0,1-0,3). \quad (2.33)$$

Выбираем $K_b = K_h = 0,2$.

Средний диаметр обода на основе выражений (2.32, 2.33)

$$d = \sqrt[5]{\frac{1,146 \cdot J_M}{\rho \cdot K_b \cdot K_h}} = \sqrt[5]{\frac{1,146 \cdot 3,84}{7800 \cdot 0,2 \cdot 0,2}} = \sqrt[5]{0,0141} = 0,426 \text{ м,} \quad (2.34)$$

масса обода

$$m_{об} = \frac{4 \cdot J_{об}}{d^2} = \frac{3,6 \cdot J_M}{d^2} = \frac{3,6 \cdot 1,71}{0,426^2} = 14,45 \text{ кг,} \quad (2.35)$$

ширина обода колеса $b = K_b \cdot d = 0,085 \text{ м,}$

высота сечения обода колеса $h = K_h \cdot d = 0,085 \text{ м.}$

Окружная скорость обода маховика на его периферии

$$V_{\text{окр}} = \omega_{\text{ном}} \cdot \frac{(d+h)}{2} = 219,8 \cdot \frac{0,426+0,085}{2} = 56,16 \text{ м/с} \quad (2.36)$$

не должна превышать критической скорости, допускаемой по условию прочности на разрыв центробежными силами инерции.

Для стальных маховиков $[V] = 100 \text{ м/с}$. Для чугунных маховиков $[V] = 30 \text{ м/с}$.

Таким образом, маховик из стали удовлетворяет условию $V_{\text{окр}} < [V]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1988, 640 с.
2. Левитская О. Н. Курс теории механизмов и машин / О. Н. Левитская, Н. И. Левитский. М.: Высш. шк., 1985.

Учебно-методическое издание

РАСЧЕТ МАХОВИКА ДЛЯ МАШИННОГО АГРЕГАТА С ЖЕСТКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

*Методические указания
к курсовому проектированию*

Авторы-составители
Кузнецов Николай Петрович
Ланцева Татьяна Александровна
Никитин Евгений Иванович

Редактор *Л. В. Ванюшина*
Компьютерная вёрстка *Н. П. Кузнецов*

Изд. лиц. ЛР № 020815 от 21.09.98.
Подписано в печать 09.02.2004. Бумага офсетная. Формат 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 150 экз. Заказ № 29.

Издательско-полиграфический центр
Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого.
173003, Великий Новгород, ул. Б. Санкт-Петербургская, 41.

Отпечатано в ИПЦ НовГУ им. Ярослава Мудрого.
173003, Великий Новгород, ул. Б. Санкт-Петербургская, 41.