

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«НОВГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Ярослава Мудрого»

Кафедра «Механика и конструирование машин»

РАСЧЁТ ВАЛА НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Методические указания к лабораторной работе по курсу
«Компьютерное проектирование узлов машин»

Великий Новгород
2006

4.1. РАСЧЕТ ВАЛА НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Выполнить расчет вала (рис. 4.1.1) на сопротивление усталости, приняв:

$$\begin{aligned} T_1 = T_2 &= 2000 \text{ Нм}; & F_{t1} &= 13,3 \text{ кН}; & F_{t2} &= 40 \text{ кН}; \\ F_{r1} &= 4,9 \text{ кН}; & F_{r2} &= 14,7 \text{ кН}; & M_{a1} = M_{a2} &= 280 \text{ Нм}; \\ F_{a1} &= 1,87 \text{ кН}; & F_{a2} &= 5,6 \text{ кН}; & F &= 3,73 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Через F обозначена равнодействующая осевых сил, нагружающая правую опору.

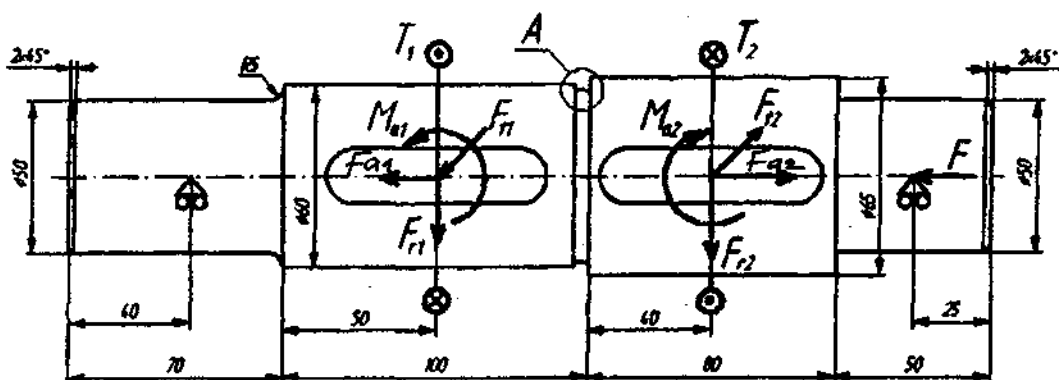


Рис. 4.1.1

На рис. 4.1.2 показана канавка А.

Вал изготовлен из стали 55 со следующими характеристиками:

предел прочности:	$\sigma_b = 700 \text{ МПа};$
предел текучести:	$\sigma_t = 420 \text{ МПа};$
предел выносливости при изгибе:	$\sigma_{-1} = 336 \text{ МПа};$
предел выносливости при кручении:	$\tau_{-1} = 175 \text{ МПа}.$
Вид механической обработки поверхности:	тонкое шлифование.

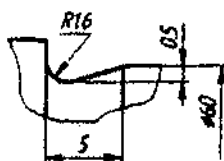


Рис. 4.1.2

Расчет

В силу конструктивных особенностей валов напряжения, возникающие в каждой точке вала, меняются как по величине, так и по знаку. Это обстоятельство является главной причиной усталостного разрушения валов, поэтому расчет их усталостной прочности (выносливости) является основным.

В данном примере расчет сводится к определению коэффициента запаса длительной усталостной прочности s , минимально допустимое значение которого рекомендуется выбирать из диапазона $s_d = 1,5 \div 2,5$. В конечном итоге величина коэффициента задается субъективно, в зависимости от ответственности конструкции, последствий разрушения вала, точности определения нагрузок и напряжений, уровня технологии изготовления и контроля. Для рассматриваемой задачи примем $s_d = 2,2$.

Расчет на выносливость базируется на статическом расчете напряженно-деформированного состояния.

Расчетный запас прочности определяется для наиболее опасного сечения, поэтому, прежде всего, нужно найти те сечения вала, которые подлежат проверке. В нашем случае такими сечениями будут (рис. 4.1.3):

- сечение 1—1, в котором имеется концентратор напряжений в виде галтели;
- сечение 2—2, ослабленное шпоночным пазом в месте приложения внешних сил F_{t1}, F_{r1}, F_{a1} моментов M_{a1}, T_1 ;
- сечение 3—3 с канавкой А;
- сечение 4—4, имеющее шпоночный паз в месте приложения внешних сил F_{t2}, F_{r2}, F_{a2} моментов M_{a2}, T_2 .

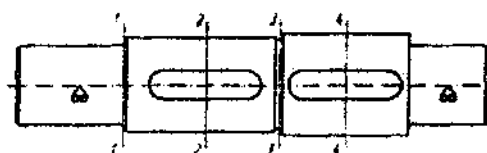


Рис. 4.1.3

Для каждого из этих сечений необходимо провести расчет усталостной прочности при совместном действии напряжений кручения и изгиба (2.10.27):

$$s = s_\sigma s_\tau / \sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2} \leq s_d,$$

где

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{aD} \sigma_{am} + \psi_\sigma \sigma_m} \quad \text{— коэффициент запаса сопротивления усталости по изги-}$$

бу (10.1.4);

$s_r = \frac{\tau_{-1}}{K_{\sigma} \tau_{am} + \psi_r \tau_m}$ — коэффициент запаса сопротивления усталости по напряжениям сдвига;

σ_{am} и τ_{am} — амплитуды переменных напряжений;

σ_m и τ_m — средние напряжения цикла;

ψ_σ и ψ_τ — коэффициенты асимметрии цикла, учитывающие влияние средних напряжений на величину усталостной прочности; величины этих коэффициентов, согласно ГОСТ 25.504-82, рекомендуется выбирать следующим образом:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_b = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 700 = 0,16;$$

$$\psi_\tau = 0,5 \psi_\sigma = 0,08;$$

$K_{\sigma d}$ и $K_{\tau d}$ — коэффициенты концентрации напряжений в опасном сечении при изгибе и кручении соответственно (10.1.5):

$$K_{\sigma d} = [(K_\sigma / K_{d\sigma}) + 1 / K_{F\sigma} - 1] / K_v;$$

$$K_{\tau d} = [(K_\tau / K_{d\tau}) + 1 / K_{F\tau} - 1] / K_v.$$

Для получения числовых значений $K_{\sigma d}$ и $K_{\tau d}$ необходимо рассчитать ряд параметров:

K_σ и K_τ — эффективные коэффициенты концентрации напряжений, учитывающие влияние местных напряжений на величину запаса по усталостной прочности (табл. 10.1.1 — 10.1.2);

$K_{d\sigma}$ и $K_{d\tau}$ — масштабные факторы, характеризующие повышение вероятности появления усталостных трещин при возрастании линейных размеров детали, вычисляющиеся по формулам:

$$K_{d\sigma} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{d}{7,5} \right)^{-2\nu_\sigma} \right], \quad K_{d\tau} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{d}{7,5} \right)^{-2\nu_\tau} \right],$$

где d — выраженный в миллиметрах диаметр вала,

$$K_\sigma = 0,19-1,25 \cdot 10^{-4} K_b = 0,19-1,25 \cdot 10^{-4} \cdot 700 = 0,103,$$

$$\nu_\tau = 1,5 \nu_\sigma = 0,155;$$

$K_{F\sigma}$ и $K_{F\tau}$ — коэффициенты влияния качества (шероховатости) поверхности, для тонкого шлифования равные $K_{F\sigma} = K_{F\tau} = 1$;

K_v — коэффициент, учитывающий наличие поверхностного упрочнения, равный для заданного вала $K_v = 1$, поскольку последний изготовлен без поверхностного упрочнения.

В этом случае расчетные формулы для вычисления коэффициентов концентрации напряжений в опасном сечении значительно упрощаются:

$$K_{\sigma} = K_{\sigma} / K_{d\sigma}; \quad K_{\tau} = K_{\tau} / K_{d\tau}.$$

Учитывая характер работы вала, можно, если противное не оговорено особо, закон изменения вызванных изгибом нормальных напряжений считать симметричным, а сжатием и растяжением по отношению к изгибу пренебречь. При таких допущениях

$$\sigma_{\text{сж}} = 0, \quad \sigma_{\text{раст}} = M/W,$$

$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ — результирующий изгибающий момент, W — осевой момент сопротивления.

Касательные напряжения, в свою очередь, всегда положительны и могут изменяться пульсационно от нуля до номинального значения, поэтому

$$\tau_{\text{сж}} = \tau_{\text{раст}} = 0,5\tau = T/2W_p,$$

W — полярный момент сечения.

Определение геометрических характеристик опасных сечений

Сечение 1—1:

$$W_1 = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 50^3}{32} = 12272 \text{ мм}^3; \quad W_{1p} = 2W_1 = 24544 \text{ мм}^3.$$

Сечения 2—2 и 3—3:

$$W_2 = W_3 = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 60^3}{32} = 21206 \text{ мм}^3; \quad W_{2p} = W_{3p} = 2W_2 = 42412 \text{ мм}^3.$$

Сечение 4—4:

$$W_4 = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 65^3}{32} = 26961 \text{ мм}^3; \quad W_{4p} = 2W_4 = 53922 \text{ мм}^3.$$

Построение эпюр изгибающих и крутящих моментов для заданного вала (рис. 4.1.4)

Силовые факторы в опасном сечении 1—1:
изгибающий момент

$$\text{в горизонтальной плоскости: } M_{y1} = 2290 \cdot 0,03 = 68,7 \text{ Н·м;}$$

$$\text{в вертикальной плоскости: } M_{x1} = 7300 \cdot 0,03 = 219 \text{ Н·м;}$$

$$\text{результрующий изгибающий момент: } M_1 = \sqrt{M_{x1}^2 + M_{y1}^2} = 229,52 \text{ Н·м.}$$

Силловые факторы в опасном сечении 2—2:

в горизонтальной плоскости:

$$M_{y2} = 183,32 \text{ Н}\cdot\text{м},$$

в вертикальной плоскости (слева от сечения):

$$Af_{x2} = 583,83 \text{ H·M};$$

результатирующий изгибающий момент:

$$M_2 = \sqrt{M_{x2}^2 + M_{y2}^2} = 611,93 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Силовые факторы в опасном сечении 3—

3: изгибающий момент

$$M_{\text{ср}} = 2290 \cdot 0,13 + 13300 \cdot 0,05 = 962,7 \text{ Н·м},$$

в горизонтальной плоскости:

$$M_{x3} = 7300 \cdot 0,13 - 4900 \cdot 0,05 - 280 = 424 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

в вертикальной плоскости:

$$M_3 = \sqrt{M_{x3}^2 + M_{y3}^2} = 1051,94 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

результатирующий момент:

Силовые факторы в опасном сечении 4—4:

изгибающий момент

в горизонтальной плоскости:

$$M_{x4} = 1586,55 \text{ Н·м,}$$

в вертикальной плоскости (справа от сечения):

$$M_{y4} = 79,64 \text{ Н·м;}$$

$$M_4 = \sqrt{M_{x4}^2 + M_{y4}^2} = 1776,67 \text{ Н·м.}$$

резльтирующий момент:

Момент кручения во всех сечениях одинаковый: $T = 2000 \text{ Н·м}$. Исключение составляет сечение 1—1, в котором $T = 0$.

Определение коэффициента запаса прочности по сечениям

Сечение 1—1.

Так как момент кручения в этом сечении равен нулю, то $s_s = s_{ax}$.

Амплитудное напряжение изгиба:

$$\sigma_{am1} = \frac{M_1}{W_1} = \frac{10^3 \cdot 229,52}{12272} = 18,703 \text{ МПа.}$$

Эффективный коэффициент концентрации в сечении 1—1 (табл. 10.1.1): $K_{\sigma1} = 1,55$.

Масштабный фактор:

$$K_{d\sigma1} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{50}{7,5} \right)^{-2,0,103} \right] = 0,838.$$

Коэффициент концентрации напряжений при изгибе:

$$K_{\sigma D1} = K_{\sigma1} / K_{d\sigma1} = 1,55 / 0,838 = 1,85.$$

Следовательно, коэффициент запаса прочности в сечении 1—1 равен

$$s = s_{\sigma1} = \frac{336}{18,703 \cdot 1,85} = 9,711.$$

Сечение 2—2.

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_{am2} = \frac{M_2}{W_2} = \frac{10^3 \cdot 611,93}{21206} = 28,856 \text{ МПа;}$$

$$\tau_{am2} = \tau_{am2} = \frac{T}{2W_{p2}} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 42412} = 23,578 \text{ МПа.}$$

Коэффициенты концентрации напряжений и масштабные факторы:

$$K_{\sigma2} = 2,0,$$

$$K_{\tau2} = 1,7;$$

$$K_{d\sigma 2} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{60}{7,5} \right)^{-20,103} \right] = 0,826, \quad K_{d\tau 2} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{60}{7,5} \right)^{-20,155} \right] = 0,762;$$

$$K_{\sigma 2} = K_{\sigma 2} / K_{d\sigma 2} = 2/0,826 = 2,421, \quad K_{\tau 2} = K_{\tau 2} / K_{d\tau 2} = 1,7/0,762 = 2,231.$$

Коэффициенты запаса по нормальным и касательным напряжениям:

$$s_{\sigma 2} = \frac{336}{28,856 \cdot 2,421} = 4,809, \quad s_{\tau 2} = \frac{175}{23,578 \cdot (2,231 + 0,08)} = 3,212.$$

Тогда коэффициент запаса прочности в сечении 2—2:

$$s_2 = s_{\sigma 2} \cdot s_{\tau 2} / \sqrt{s_{\sigma 2}^2 + s_{\tau 2}^2} = 2,671.$$

Сечение 3—3.

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_{am 3} = \frac{M_3}{W_3} = \frac{10^3 \cdot 1051,94}{21206} = 49,606 \text{ МПа};$$

$$\tau_{am 3} = \tau_{am 3} = \frac{T}{2W_{K3}} = \frac{2000 \cdot 10^3}{2 \cdot 42412} = 23,578 \text{ МПа}.$$

Коэффициенты концентрации напряжений и масштабные факторы:

$$K_{\sigma 3} = 1,95,$$

$$K_{\tau 3} = 1,6;$$

$$K_{d\sigma 3} = K_{d\sigma 2} = 0,826.$$

$$K_{d\tau 3} = K_{d\tau 2} = 0,762;$$

$$K_{\sigma 3} = K_{\sigma 3} / K_{d\sigma 3} = 1,95/0,826 = 2,361, \quad K_{\tau 3} = K_{\tau 3} / K_{d\tau 3} = 1,6/0,762 = 2,1;$$

Коэффициент запаса прочности в сечении 3—3:

$$s_{\sigma 3} = \frac{336}{49,606 \cdot 2,361} = 2,869, \quad s_{\tau 3} = \frac{175}{23,578 \cdot (2,1 + 0,08)} = 3,405.$$

$$s_3 = s_{\sigma 3} \cdot s_{\tau 3} / \sqrt{s_{\sigma 3}^2 + s_{\tau 3}^2} = 2,194.$$

Сечение 4—4.

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_{am 4} = \frac{M_4}{W_4} = \frac{10^3 \cdot 1176,67}{26961} = 43,643 \text{ МПа};$$

$$\tau_{m4} = \tau_{om4} = \frac{T}{2W_{p4}} = \frac{2000 \cdot 10^3}{2 \cdot 53922} = 18,545 \text{ МПа.}$$

Коэффициенты концентрации напряжений и масштабные факторы:

$$K_{\sigma 4} = 2,$$

$$K_{\tau 4} = 1,7;$$

$$K_{d\sigma 4} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{65}{7,5} \right)^{-20,103} \right] = 0,82, \quad K_{d\tau 4} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{65}{7,5} \right)^{-20,155} \right] = 0,756;$$

$$K_{\sigma D4} = K_{\sigma 4} / K_{d\sigma 4} = 2 / 0,82 = 2,421, \quad K_{\tau D4} = K_{\tau 4} / K_{d\tau 4} = 1,7 / 0,756 = 2,231;$$

Коэффициент запаса прочности в сечении 4—4:

$$s_{\sigma 4} = \frac{336}{43,643 \cdot 2,421} = 3,18,$$

$$s_{\tau 4} = \frac{175}{18,545 \cdot (2,231 + 0,08)} = 4,083,$$

$$s_4 = s_{\sigma 4} \cdot s_{\tau 4} / \sqrt{s_{\sigma 4}^2 + s_{\tau 4}^2} = 2,509.$$

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что данный вал имеет недостаточную усталостную прочность в сечении 3—3, для которого значение коэффициента запаса меньше допускаемого, $s_3 < s_d = 2,2$.

Расчет вала по усталостной прочности в модуле APM Shaft

Для расчета вала в модуле APM Shaft необходимо изобразить вал, описать условия его закрепления, задать точки приложения и величины действующих на вал внешних нагрузок, указать все имеющиеся концентраторы напряжений и ввести параметры материала (или выбрать один из стандартных материалов в базе данных).

Окно результатов, выводимых после выполнения расчета, показано на рис. 4.1.5. На рис. 4.1.6—4.1.8 приведены некото-



Рис. 4.1.5

рые из эпюр, полученные при расчете данного вала в предлагаемой программе:
момент изгиба в вертикальной плоскости (рис. 4.1.6)

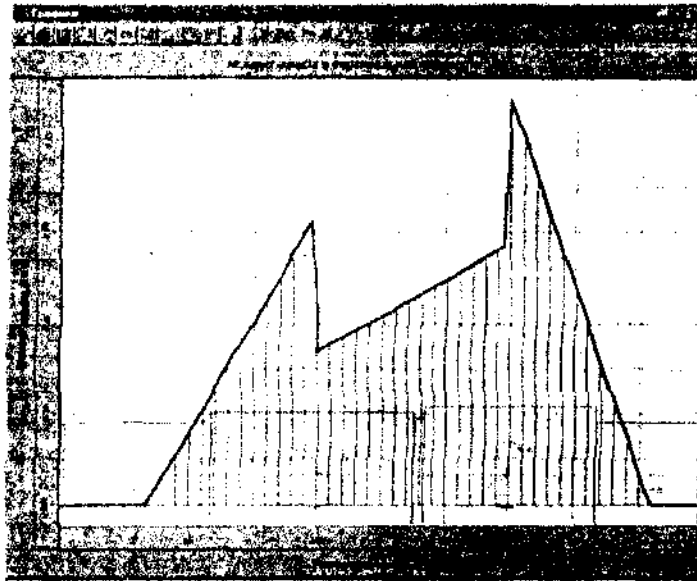


Рис. 4.1.6 момент изгиба
в горизонтальной плоскости (рис. 4.1.7)

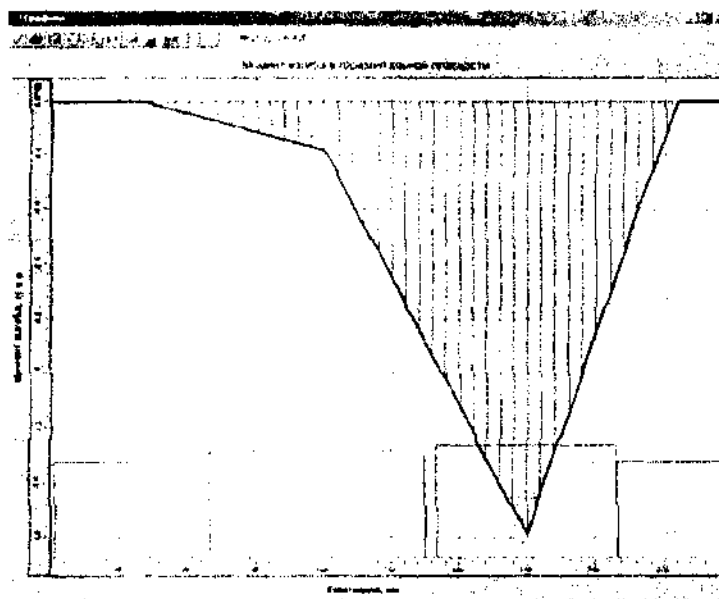


Рис. 4.1.7

коэффициент запаса по усталостной прочности (рис. 4.1.8)

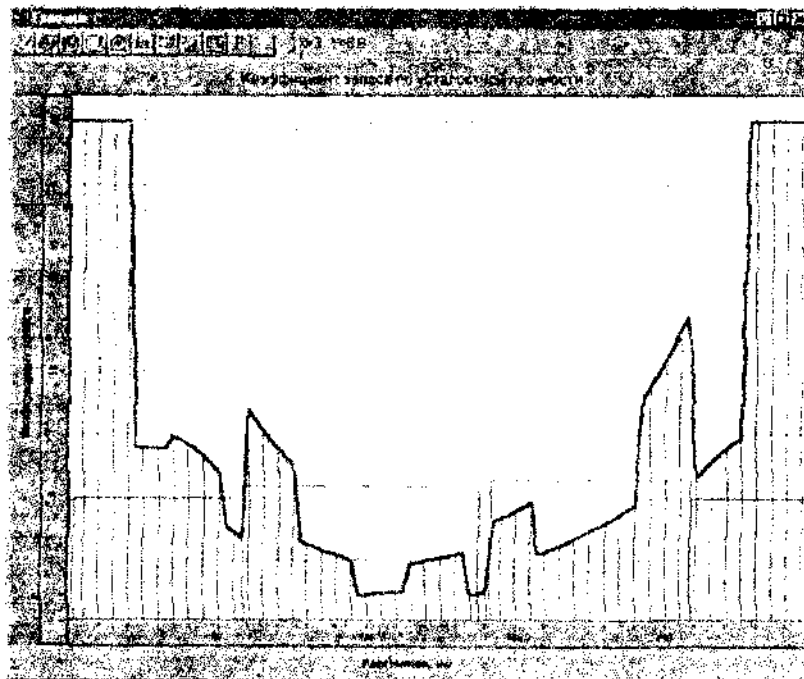


Рис. 4.1.8

упрочнения K_v (табл. 10.1.3.), так что формула (2.10.18) приобретает вид

$$K_{\sigma d} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\beta_{m\sigma}} + \frac{1}{\beta_{s\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_v}; \quad K_{\tau d} = \left(\frac{K_{\tau}}{\beta_{m\tau}} + \frac{1}{\beta_{s\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_v} \quad (10.1.5)$$

Следует однако иметь в виду, что по мере увеличения диаметра вала эффективность дополнительной обработки поверхности снижается.

Таблица 10.1.1

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений
в ступенчатом переходе с галтелью

t/r	r/d	K_{σ} при σ_b , МПа				K_{τ} при σ_b , МПа			
		500	700	900	1200	500	700	900	1200
1	0,01	1,35	1,4	1,45	1,5	1,3	1,3	1,3	1,3
	0,02	1,45	1,5	1,55	1,6	1,35	1,35	1,4	1,4
	0,03	1,65	1,7	1,8	1,9	1,4	1,45	1,45	1,5
	0,05	1,6	1,7	1,8	1,95	1,45	1,45	1,5	1,55
	0,010	1,45	1,55	1,65	1,85	1,4	1,4	1,45	1,5
2	0,01	1,55	1,6	1,65	1,7	1,4	1,4	1,45	1,45
	0,02	1,8	1,9	2,0	2,15	1,55	1,6	1,65	1,7
	0,03	1,8	1,95	2,05	2,25	1,55	1,6	1,65	1,7
	0,05	1,75	1,9	2,0	2,2	1,55	1,6	1,65	1,75
3	0,01	1,9	2,0	2,1	2,2	1,55	1,6	1,65	1,75
	0,02	1,95	2,1	2,2	2,4	1,6	1,7	1,75	1,85
	0,03	1,95	2,1	2,25	2,45	1,65	1,7	1,75	1,9
5	0,01	2,1	2,25	2,35	2,50	2,2	2,3	2,4	2,6
	0,02	2,15	2,3	2,45	2,65	2,1	2,15	2,25	2,4

Обозначения, используемые в таблице, пояснены на рис. 10.1.7.

Таблица 10.1.2

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении
валов для различных концентраторов

σ_b , МПа	Шлицы		Шпоночная канавка		Резьба		Поперечное отверстие	
	K_{σ}	K_{τ}	K_{σ}^{**}	K_{τ}	K_{σ}	K_{τ}	K_{σ}^{***}	K_{τ}
600	1,55	2,36/1,46	1,46/1,76	1,54	1,96	1,54	2,05/1,85	1,80
800	1,65	2,55/1,58	1,62/2,01	1,88	2,20	1,71	2,10/1,90	1,95
1000	1,72	2,70/1,58	1,77/2,26	2,22	2,61	2,22	2,20/2,00	1,90
1200	1,75	2,80/1,60	1,92/2,50	2,39	2,90	2,39	2,30/2,10	2,00

* В числителе приведены значения коэффициента K_{τ} для валов с прямобоковыми шлицами, а в знаменателе – с эвольвентными.

** В числителе указаны значения коэффициента K_{σ} для канавок, полученных пальцевой фрезой, в знаменателе – дисковой.

*** В числителе приведены значения коэффициента K_{σ} для валов при диаметре отверстия $a = (0,05 \div 0,15)d$, в знаменателе – при $a = (0,5 \div 0,25)d$.

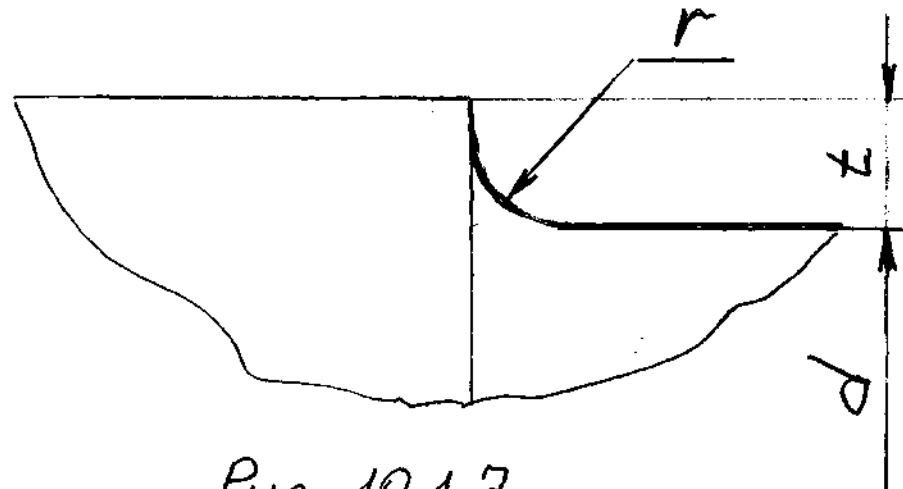


Рис. 10.1.7