

## ТЕОРИЯ ИНВЕРСНОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В ФЕРРИТ-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ДИСКЕ

Д.А.Филиппов, Т.А.Галкина, Г.Сринивасан\*

Научно-исследовательский центр НовГУ, Dmitry.Filippov@novsu.ru

\*Оклендский университет, Рочестер, Мичиган, США

Представлена теория инверсного магнитоэлектрического эффекта в области электромеханического резонанса (ЭМР) для образцов в форме диска. На основе метода эффективных параметров получено выражение для коэффициента инверсного магнитоэлектрического преобразования. Показано, что на частоте ЭМР имеет место пиковое увеличение эффекта.

**Ключевые слова:** инверсный магнитоэлектрический эффект, электромеханический резонанс

Inverse magnetoelectric effect theory for the disk samples at the electromechanical resonance region is presented. The expression for the coefficient of inverse ME-conversion by effective parameter method is derived. It is shown that observed the peak increase of effect at the electromechanical resonance.

**Keywords:** inverse magnetoelectric effect, electromechanical resonance

### 1. Введение

Магнитоэлектрический (МЭ) эффект относится к перекрестным эффектам и заключается в возникновении поляризации под действием магнитного поля (прямой МЭ-эффект) и, наоборот, в возникновении намагниченности под действием электрического поля (инверсный или обратный МЭ эффект). Этот эффект, предсказанный в [1] и впервые экспериментально обнаруженный в [2,3], представляет интерес уже сам по себе, поскольку связывает между собой величины, имеющие разную тензорную размерность: поляризацию (полярный вектор) с напряженностью магнитного поля (аксиальный вектор) и, наоборот, намагниченность (аксиальный вектор) с напряженностью электрического поля (полярный вектор). В монокристаллах существование МЭ эффекта непосредственно связано с симметрией кристалла [4], и его возникновение обусловлено совместным действием спин-орбитального взаимодействия, нечетной части потенциала внутрикристаллического поля и внешнего электрического поля [5]. В феррит-пьезоэлектрических композитах МЭ эффект отсутствует по отдельности и в ферритовой и в пьезоэлектрических фазах. Его возникновение обусловлено механическим взаимодействием ферритовой и пьезоэлектрической подсистем. Во внешнем магнитном поле вследствие магнитострикции в ферритовой компоненте возникают механические напряжения, которые передаются в пьезоэлектрическую фазу, где вследствие пьезоэффекта возникает поляризация. И, наоборот, при инверсном эффекте под действием электрического поля в пьезоэлектрической компоненте возникают механические напряжения, которые передаются в магнитострикционную фазу, вследствие чего происходит возникновение намагниченности.

В настоящее время прямой МЭ эффект изучен достаточно подробно [6], однако инверсный МЭ эффект изучен еще недостаточно. Имеется всего несколько публикаций [7-11], посвященных инверсному МЭ эффекту. В этих работах экспериментально исследовался инверсный МЭ эффект для образцов в

форме пластинки, где в качестве пьезоэлектрика использовалась пьезокерамика цирконат-титаната свинца (PZT), а в качестве феррита — материалы с большим коэффициентом магнитострикции, а именно: в [7] — D-терфенол (трехслойная структура D-Terfenol-PZT-D-Terfenol), в [8] — никель (трехслойная структура PZT-Ni-PZT) и в [9,10] — галфенол (двухслойная структура галфенол-PZT). В данных работах проведено измерение частотной зависимости коэффициента инверсного МЭ преобразования и экспериментально обнаружено, что эта зависимость имеет резонансный характер, аналогично частотной зависимости МЭ коэффициента по напряжению при прямом эффекте. Однако детального теоретического описания инверсного МЭ эффекта в этих работах не было. В работе [11] представлено теоретическое описание инверсного МЭ-эффекта для образцов в форме пластинки. На практике гораздо чаще используются образцы в форме диска, а не пластинки. Напрямую применить результаты работы [11] для образцов в форме диска не представляется возможным. В данной работе дано детальное теоретическое описание инверсного МЭ эффекта и представлены результаты расчетов частотной зависимости коэффициента инверсного МЭ преобразования для дискообразных образцов из объемных композиционных материалов состава феррит-никелевая шпинель — цирконат-титаната свинца.

### 2. Продольный эффект

При описании физических явлений в феррит-пьезоэлектрических композитах широкое распространение получил метод эффективных параметров [12,13]. Этот метод заключается в том, что композиционный материал с макроскопической точки зрения рассматривается как однородная среда с некоторыми эффективными параметрами, которые находятся путем совместного решения уравнений эласто- и электродинамики для ферритовой и пьезоэлектрической фаз с последующим усреднением. Очевидно, что этот метод применим тогда, когда характерные размеры

структурных единиц композита много меньше длины звуковой волны. Так как характерные размеры структурных единиц в типичных композиционных материалах порядка десятков микрон, то этот метод описания можно применять вплоть до частот порядка сотен МГц.

В качестве модели рассмотрим образец из композиционного феррит-пьезоэлектрического материала в форме тонкого диска радиуса  $R$  и толщиной  $d$ , на нижнюю и верхнюю поверхности которого нанесены тонкие металлические контакты, а на боковые поверхности намотана катушка индуктивности, содержащая  $N$  витков (рис.1). Пусть образец поляризован по нормали к плоскостям контактов (ось  $Z$ ). Постоянное (подмагничивающее) магнитное поле направлено параллельно поляризации образца (продольный эффект).

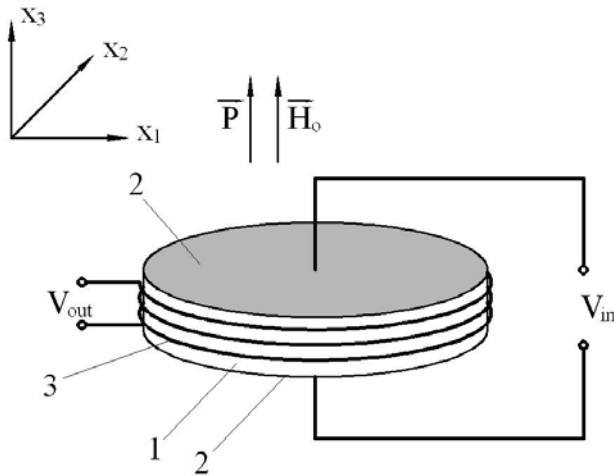


Рис.1. Схематичное изображение структуры. 1 — образец, 2 — металлические контакты, 3 — катушка из  $N$  витков

Переменное электрическое поле с частотой  $\omega$ , подаваемое на образец, вызывает в нем колебания, которые распространяются как вдоль поверхности образца — радиальные колебания, так и по толщине образца — толщинные колебания. В дальнейшем ограничимся рассмотрением наиболее низкочастотных радиальных колебаний. Будем считать диск тонким, т.е.  $d \ll R$ . Так как поверхности диска свободные, то, следовательно, нормальные составляющие тензора механических напряжений на них равны нулю. Для тонкого диска можно считать, что компонента тензора напряжений  $T_3$  равна нулю не только на поверхности, но и во всем объеме. С учетом этого интересующие нас уравнения для тензора деформаций  $S_i$  и  $z$ -проекция вектора магнитной индукции  $B_3$  при продольной ориентации полей имеют вид

$$S_1 = s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + d_{31}E_3 + q_{31}H_3, \quad (1)$$

$$S_2 = s_{12}T_1 + s_{11}T_2 + d_{31}E_3 + q_{31}H_3, \quad (2)$$

$$B_3 = \mu_{33}H_3 + q_{31}(T_1 + T_2). \quad (3)$$

Здесь  $s_{ij}$  — эффективные податливости композита;  $d_{ij}$  и  $q_{ij}$  — эффективные пьезоэлектрический и пьезомагнитный модули соответственно;  $\varepsilon_{ij}$  — эффективная

диэлектрическая проницаемость;  $E_i$  и  $H_i$  — проекции векторов напряженности переменных электрического и магнитного полей. Методика расчета эффективных параметров композиционного материала представлена в [14,15].

Для дальнейших расчетов удобно воспользоваться симметрией задачи и перейти к цилиндрической системе координат  $z, r$  и  $\theta$ , используя преобразования, представленные в [16]. С учетом осевой симметрии задачи в цилиндрической системе координат отличными от нуля компонентами тензора напряжений и деформаций будут  $T_{rr}, T_{\theta\theta}, S_{rr}$  и  $S_{\theta\theta}$ . Остальные компоненты тензоров напряжений и деформаций равны нулю. Кроме того, из осевой симметрии следует, что компонента смещения  $u_\theta$  равна нулю. С учетом этого уравнения (1)-(3) примут вид

$$S_{rr} = s_{11}T_{rr} + s_{12}T_{\theta\theta} + d_{31}E_3 + q_{31}H_3, \quad (4)$$

$$S_{\theta\theta} = s_{12}T_{rr} + s_{11}T_{\theta\theta} + d_{31}E_3 + q_{31}H_3, \quad (5)$$

$$B_3 = \mu_{33}H_3 + q_{31}(T_{rr} + T_{\theta\theta}). \quad (6)$$

Уравнение движения среды для радиальных колебаний диска имеет вид

$$\frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(T_{rr} - T_{\theta\theta}) + \rho\omega^2 u_r = 0, \quad (7)$$

где  $\rho$  — плотность композита.

Выразим из уравнений (4), (5) компоненты тензора напряжений через компоненты деформаций, в результате получим:

$$T_{rr} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu^2)}(S_{rr} + \nu S_{\theta\theta} - (1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)), \quad (8)$$

$$T_{\theta\theta} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu^2)}(\nu S_{rr} + S_{\theta\theta} - (1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)), \quad (9)$$

где  $\nu = -s_{12}/s_{11}$  — коэффициент Пуассона.

Для того чтобы получить уравнение для радиальных смещений, подставим (8), (9) в уравнение движения среды (7). После преобразований оно сводится к уравнению Бесселя

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + k^2 u_r = 0, \quad (10)$$

где  $k = \sqrt{\rho s_{11}(1-\nu^2)}\omega$ . Общее решение уравнения (10) представляет линейную комбинацию функций Бесселя первого и второго рода

$$u_r = c_1 J_1(kr) + c_2 Y_1(kr). \quad (11)$$

Постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определяются из следующих граничных условий: в центре диска смещения отсутствуют, т.е. при  $r=0$  смещение  $u_r = 0$ , а на свободных боковых поверхностях нормальные напряжения равны нулю, следовательно, при  $r=R$  напряжение  $T_{rr} = 0$ . Это дает для постоянных интегрирования следующие выражения [17]:

$$c_2 = 0, \quad c_1 = \frac{(1+\nu)R}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)}(q_{31}H_3 + d_{31}E_3).$$

Здесь введена безразмерная переменная  $\kappa = kR$ , значения которой зависят от частоты, радиуса диска и скорости распространения упругих колебаний.

Подставляя значения постоянных интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  в (11) и выражая деформации через

смещения среды, для компонент тензора напряжений получим следующие выражения:

$$T_{rr} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{\kappa J_0(kr) - (1-\nu) \frac{R}{r} J_1(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu) J_1(\kappa)} - 1 \right] \times (q_{31}H_3 + d_{31}E_3), \quad (12)$$

$$T_{\theta\theta} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{\nu \kappa J_0(kr) + (1-\nu) \frac{R}{r} J_1(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu) J_1(\kappa)} - 1 \right] \times (q_{31}H_3 + d_{31}E_3). \quad (13)$$

Намагниченность, возникающую в образце вследствие магнитострикции в результате механических деформаций среды, определим из уравнения (6). Подставляя выражения (12) и (13) в уравнение (6), имеем:

$$B_3 = \mu_{33}H_3 + \frac{q_{31}}{s_{11}(1-\nu)} \times \left[ \frac{(1+\nu)\kappa J_0(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)} - 2 \right] \cdot (q_{31}H_3 + d_{31}E_3). \quad (14)$$

При экспериментальном исследовании инверсного МЭ эффекта измеряют ЭДС индукции, возникающую в катушке вследствие изменения магнитного потока. Как правило, в эксперименте сопротивление измерительного вольтметра много больше сопротивления катушки, поэтому можно считать, что выполняется условие разомкнутой цепи, т.е. ток, текущий через катушку, можно считать равным нулю. Тогда и создаваемая им напряженность магнитного поля  $H_3 = 0$ . С учетом этого выражение (14) для индукции магнитного поля приобретает вид

$$B_3 = \frac{q_{31}d_{31}}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{(1+\nu)\kappa J_0(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)} - 2 \right] \cdot E_3.$$

Коэффициент инверсного МЭ преобразования при продольном эффекте определим как  $\alpha_{B,L} = \frac{\langle B_3 \rangle}{E_3}$ , где среднее значение индукции маг-

$$\text{нитного поля } \langle B_3 \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^R B_3 r dr \cdot d\theta.$$

Вычисляя интеграл, для коэффициента инверсного МЭ преобразования получим выражение

$$\alpha_{B,L} = \frac{2q_{31}d_{31}}{s_{11}(1-\nu)} \cdot \left[ \frac{(1+\nu)J_1(\kappa)}{\Delta_r} - 1 \right], \quad (15)$$

где введено обозначение  $\Delta_r = \kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)$ .

ЭДС, индуцируемая в катушке переменным магнитным потоком, выражается равенством

$$\varepsilon_{in} = -\frac{\partial \Phi_L}{\partial t} = -N \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2\pi} \int_0^R B_3 r dr = i\omega N \pi R^2 \alpha_{B,L} \cdot E_3.$$

Полагая, что все падение напряжения происходит на измерительном вольтметре, а напряженность электрического поля в образце связана с входным напряжением соотношением  $E_3 = -\frac{V_{in}}{d}$ , для коэффи-

циента преобразования напряжения  $k_L = \frac{V_{out}}{V_{in}}$  при продольном эффекте получим выражение

$$k_L = \omega N \frac{\pi R^2}{d} \alpha_{B,L}.$$

Таким образом, указанная структура может использоваться в качестве трансформатора, имеющего в отличие от традиционных всего одну обмотку.

### 3. Поперечный эффект

В случае поперечного МЭ эффекта постоянное магнитное поле  $\vec{H}_0$  направлено в плоскости образца, перпендикулярно направлению поляризации  $\vec{P}$ . Приложенное к контактам переменное электрическое поле вызывает механические колебания среды, в результате чего возникает намагниченность, вектор которой лежит в плоскости образца. При экспериментальном исследовании поперечного МЭ эффекта используется структура, изображенная на рис.2.

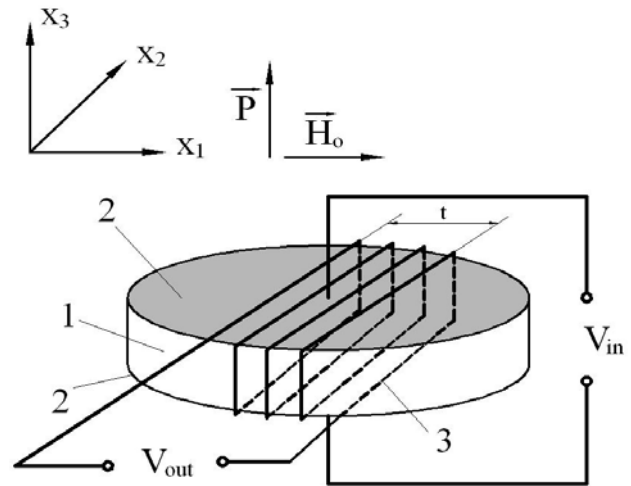


Рис.2. Схематическое изображение структуры. Поперечный эффект. 1 — образец, 2 — металлические контакты, 3 — катушка из  $N$  витков,  $t$  — толщина катушки

В случае поперечного эффекта уравнения (1)-(3) для тензора деформаций  $S_i$  и  $x$ -проекции вектора магнитной индукции  $B_1$  примут вид

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + d_{31}E_3 + q_{11}H_1, \\ S_2 &= s_{12}T_1 + s_{11}T_2 + d_{31}E_3 + q_{12}H_1, \\ B_1 &= \mu_{11}H_1 + q_{11}T_1 + q_{12}T_2. \end{aligned}$$

При переходе к цилиндрической системы координат выражения для компонент тензора деформаций усложняются вследствие того, что возникающее переменное магнитное поле  $H_1$  нарушает осевую симметрию системы. Однако с учетом того, что в эксперименте используется условие разомкнутой цепи и напряженность переменного магнитного поля равна нулю, а колебания среды, как и при продольном эффекте, возбуждаются переменным электрическим полем, направленным вдоль оси  $X_3$ , уравнение движение среды для радиальных колебаний сводится

к уравнению (10), решение которого дает для компонент тензора напряжений следующие выражения:

$$T_{rr} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{\kappa J_0(kr) - (1-\nu) \frac{R}{r} J_1(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu) J_1(\kappa)} - 1 \right] \cdot d_{31} E_3, \quad (16)$$

$$T_{\theta\theta} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{\nu \kappa J_0(kr) + (1-\nu) \frac{R}{r} J_1(kr)}{\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu) J_1(\kappa)} - 1 \right] \cdot d_{31} E_3. \quad (17)$$

Строго говоря, в уравнениях (16) и (17) вместо коэффициента  $s_{11}$  должен стоять коэффициент  $s_{11}^* = s_{11} - q_{11}^2 / \mu_{11}$  — податливость композита с учетом пьезомагнитного эффекта. Однако отличие  $s_{11}^*$  от  $s_{11}$  составляет величину порядка процента. Например, для чистой феррит-никелевой шпинели значения параметров равны [14]:  $s_{11} = 6,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $q_{11} = -680 \cdot 10^{-12} \text{ мА}$ ,  $\mu_{11}/\mu_0 = 3$ . Это дает для относительного изменения величину  $(s_{11} - s_{11}^*)/s_{11} = 0,018$ . Для композита состава феррит-никелевая шпинель — цирконат-титаната свинца значение этой величины будет еще меньше, поэтому в дальнейшем отличием будем пренебрегать и считать, что  $s_{11}^* \approx s_{11}$ . На практике это подтверждается тем, что резонансные частоты при продольном и поперечном эффектах совпадают.

Компоненты тензора напряжений  $T_1$  и  $T_2$  связаны с компонентами  $T_{rr}$  и  $T_{\theta\theta}$  соотношениями:

$$T_1 = T_{rr} \cos^2 \theta + T_{\theta\theta} \sin^2 \theta,$$

$$T_2 = T_{rr} \sin^2 \theta + T_{\theta\theta} \cos^2 \theta,$$

Используя эти соотношения, для индукции магнитного поля в цилиндрической системе координат получим уравнение

$$B_1 = T_{rr} (q_{11} \cos^2 \theta + q_{12} \sin^2 \theta) + T_{\theta\theta} (q_{11} \sin^2 \theta + q_{12} \cos^2 \theta). \quad (18)$$

Аналогично продольному эффекту при поперечном эффекте коэффициент инверсного МЭ преобразования определим как  $\alpha_{B,T} = \frac{\langle B_1 \rangle}{E_3}$ . Подставляя

выражения (16) и (17) в уравнение (18) и вычисляя среднее значение индукции магнитного поля  $\langle B_1 \rangle$ , для коэффициента инверсного МЭ преобразования при поперечном эффекте окончательно получим выражение в следующем виде:

$$\alpha_{B,T} = \frac{(q_{11} + q_{12}) d_{31}}{s_{11}(1-\nu)} \left[ \frac{(1+\nu) J_1(\kappa)}{\Delta_r} - 1 \right], \quad (19)$$

где  $\Delta_r$  обозначает то же, что в (15).

При определении ЭДС индукции, возникающей в катушке, ограничимся случаем, когда толщина катушки  $t$  меньше радиуса диска  $R$ . В этом приближении можно считать, что магнитный поток, пронизывающий катушку равен  $\Phi_T = N \cdot 2R \cdot d$  и для коэффициента трансформации напряжения имеем:

$$k_T = \omega N \cdot 2R \cdot \alpha_{B,T}.$$

Таким образом, в отличие от случая продольного эффекта коэффициент трансформации определяется только радиусом диска и не зависит от его толщины.

#### 4. Обсуждение результатов

Как следует из выражений (15) и (19) для коэффициента инверсного МЭ преобразования, его величина прямо пропорциональна произведению значений пьезоэлектрического  $d_{31}$  и пьезомагнитного  $q_{11}$  модулей и обратно пропорциональна значению модуля податливости  $s_{11}$ . Однако при поперечном эффекте величина коэффициента  $\alpha_{B,T}$  пропорциональна произведению  $(q_{11} + q_{12}) d_{31}$ , а при продольном значении  $\alpha_{B,L}$  пропорционально произведению  $q_{31} d_{31}$ . Поскольку  $(q_{11} + q_{12}) > q_{31}$ , то и величина поперечного эффекта больше, чем продольного.

Частотная зависимость коэффициента инверсного МЭ преобразования, как и частотная зависимость МЭ коэффициента по напряжению  $\alpha_E$  при прямом эффекте, имеет резонансный характер. В области низких частот, когда параметр  $\kappa \ll 1$  величина инверсного коэффициента МЭ преобразования практически не зависит от частоты, однако на частоте, соответствующей условию  $\Delta_r = 0$ , наблюдается пиковое увеличение коэффициента. Корни этого уравнения получили название резонансных частот  $f_r$ . Для образцов из феррит-никелевой шпинели — ЦТС радиусом около 1 см значение нижней резонансной частоты составляет примерно 300 кГц. Следует отметить, что резонансное увеличение МЭ коэффициента по напряжению  $\alpha_E = \langle E \rangle / H$ , характеризующего прямой МЭ эффект, наблюдается на частотах антирезонанса  $f_{ar}$ , удовлетворяющих условию  $\Delta_a = 0$ , где

$$\Delta_a = 1 - K_p^2 + K_p^2(1+\nu) J_1(\kappa) / \Delta_r.$$

Здесь  $K_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{\epsilon_{33}s_{11}(1-\nu)}$  — коэффициент электро-

механической связи для радиальных колебаний.

Частоты резонанса и антирезонанса имеют хоть и близкие, но экспериментально различимые значения. По их разности можно определить пьезомодуль  $d_{31}$ , аналогично тому, как это делается при пьезоэлектрическом эффекте методом резонанса-антирезонанса.

*Работа выполнена при частичной поддержке Аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» проект № 2.1.1/3143.*

1. Дзялошинский И.Е. // ЖЭТФ. 1959. Т.37 С.881-882.
2. Астров Д.Н. // ЖЭТФ. 1961. Т.40. С.1035-1041.
3. Folen V.J., Rado G.T., Stalder E.W. // Phys. Rev. Lett. 1961. V.6. №11. P.607-608.
4. Туров Е. А. // УФН. 1994. Т.164. №3. С.325-332.
5. Antonenkov O.V., Nikiforov I.S., Filippov D.A. // Ferroelectrics. 2002. V.279. С.57-65.

6. Fiebig M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. V.38, R1-R30.
7. Dong S., Li J.F., Viehland D., Cheng J., Cross L.E. // Appl. Phys. Lett. 2004. V.85. №16. P.3534-3536.
8. Fetisov Y.K., Petrov V.M., Srinivasan G. // J. Mater. Res. 2007. V.22. №8. P.2074-2080.
9. Буш А.А., Каменцев К.Е., Мещеряков В.Ф., Фетисов Ю.К., Чашин Д.В., Фетисов Л.Ю. // ЖТФ. 2009. Т.79. №9. С.71-77.
10. Fetisov Y.K., Kamentsev K.E., Chashin D.V., Fetisov L.Y., Srinivasan G. // J. Appl. Phys. 2009. V.105. P.123918 (1-4).
11. Филиппов Д.А., Галкина Т.А., Srinivasan G. // Письма в ЖТФ. 2010. Т.36. №21. С.23-28.
12. Harshe G., Dougherty J.O., Newnham R.E. // Int. J. Appl. Electromagn. Mater. 1993. V.4. P.145-159.
13. Harshe G., Dougherty J.P., Newnham R.E. // Ibid. P.161-171.
14. Bichurin M.I., Petrov V.M., Srinivasan G. // Phys. Rev. B. 2003. V.68. P.054402 (1-13).
15. Бичурин М.И., Петров В.М., Филиппов Д.А., Лалетин В.М., Сринивасан Г. // Перспективные материалы. 2004. №6. С.5-12.
16. Mazon W.P. // Phys. Rev. 1948. V.74. №9. P.1134-1147.
17. Филиппов Д.А., Бичурин М.И., Петров В.М., Лалетин В.М., Srinivasan G. // ФТТ. 2004. Т.46. №9. С.1621.

/